



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

И. Е. Иродов

КВАНТТЫҚ ФИЗИКА

НЕГІЗГІ ЗАҢДАР

Алматы, 2012

Периодтары	Қатарлары	Д. И. МЕНДЕЛЕЕВТИҢ ЭЛЕМЕНТТЕР ПЕРИОДТЫҚ ЖҮЙЕСІ				
1	I	(H)				
2	II	3 Li ЛИТИЙ 6,941	4 Be БЕРИЛЛИЙ 9,01218	БОР 5 B 10,81	КӨМІРТЕГІ 6 C 12,011	АЗОТ 7 N 14,0067
3	III	11 Na НАТРИЙ 22,98977	12 Mg МАГНИЙ 24,305	АЛЮМИНИЙ 13 Al 26,98154	КРЕМНИЙ 14 Si 28,086	ФОСФОР 15 P 30,97376
4	IV	19 K КАЛИЙ 39,0983	20 Ca КАЛЬЦИЙ 40,08	21 Sc СКАНДИЙ 44,9559	22 Ti ТИТАН 47,90	23 V ВАНАДИЙ 50,9415
	V	МЫС 29 Cu 63,546	МЫРЫШ 30 Zn 65,38	ГАЛЛИЙ 31 Ga 69,735	ГЕРМАНИЙ 32 Ge 72,59	МЫШЬЯК 33 As 74,9216
5	VI	37 Rb РУБИДИЙ 85,467	38 Sr СТРОНЦИЙ 87,62	39 Y ИТТРИЙ 88,9059	40 Zr ЦИРКОНИЙ 91,22	41 Nb НИОБИЙ 92,906
	VII	КҮМІС 47 Ag 107,868	КАДМИЙ 48 Cd 112,41	ИНДИЙ 49 In 114,82	ҚАЛАЙЫ 50 Sn 118,69	СУРЬМА 51 Sb 121,75
6	VIII	55 Cs ЦЕЗИЙ 132,905	56 Ba БАРИЙ 137,33	57 La* ЛАНТАН 138,9055	72 Hf ГАФНИЙ 178,49	73 Ta ТАНТАЛ 180,947
	IX	АЛТЫН 79 Au 196,9665	СЫНАП 80 Hg 200,59	ТАЛЛИЙ 81 Tl 204,37	ҚОРҒАСЫН 82 Pb 207,2	ВИСМУТ 83 Bi 208,9804
7	X	87 Fr ФРАНЦИЙ [223]	88 Ra РАДИЙ 226,0254	89 Ac** АКТИНИЙ [227]	104 Ku КУРЧАТОВИЙ [260]	105 [260]

		VII		VIII	
		СУТЕГІ 1 H 1,0079	ГЕЛИЙ 2 He 4,00260		
VI		ОТТЕГІ 8 O 15,9994	ФТОР 9 F 18,998403	НЕОН 10 Ne 20,179	
		КҮКІРТ 16 S 32,06	ХЛОР 17 Cl 35,453	АРҒОН 18 Ar 39,948	
		24 Cr ХРОМ 51,996	25 Mn МАРГАНЕЦ 54,9380	26 Fe ТЕМІР 55,847	27 Co КОБАЛЫТ 58,9332
		СЕЛЕН 34 Se 78,96	БРОМ 35 Br 79,904	КРИПТОН 36 Kr 83,80	28 Ni НИКЕЛЬ 58,71
		42 Mo МОЛИБДЕН 95,94	43 Tc ТЕХНЕЦИЙ 98,906	44 Ru РУТЕНИЙ 101,07	45 Rh РОДИЙ 102,9055
		ТЕЛЛУР 52 Te 127,60	ИОД 53 I 126,90451	КСЕНОН 54 Xe 131,30	46 Pd ПАЛЛАДИЙ 106,4
		74 W ВОЛЬФРАМ 183,85	75 Re РЕНИЙ 186,207	76 Os ОСМИЙ 190,2	77 Ir ИРИДИЙ 192,22
		ПОЛОНИЙ 84 Po [209]	АСТАТ 85 At [210]	РАДОН 86 Rn [222]	78 Pt ПЛАТИНА 195,09
		106 [263]			81 Tl ТАЛЛИЙ 204,37

АТОМДЫҚ НӨМІР
АТОМДЫҚ МАССА

* ЛАНТАНОИДТАР

58 Ce ЦЕРИЙ 140,12	59 Pr ПРАЗЕОДИМ 140,9077	60 Nd НЕОДИМ 144,24	61 Pm ПРОМЕТИЙ [145]	62 Sm САМАРИЙ 150,4	63 Eu ЕВРОПИЙ 151,96	64 Gd ГАДОЛИНИЙ 157,25
--------------------------	--------------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	------------------------------

65 Tb ТЕРБИЙ 158,9254	66 Dy ДИСПРОЗИЙ 162,50	67 Ho ГОЛЬМИЙ 164,9304	68 Er ЭРБИЙ 167,26	69 Tm ТУЛИЙ 168,9342	70 Yb ИГТЕРБИЙ 173,04	71 Lu ЛЮТЕЦИЙ 174,967
-----------------------------	------------------------------	------------------------------	--------------------------	----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

** АКТИНОИДТАР

90 Th ТОРИЙ 232,0381	91 Pa ПРОАКТИНИЙ 231,0359	92 U УРАН 238,029	93 Np НЕПУТНИЙ 237,0482	94 Pu ПЛУТОНИЙ [244]	95 Am АМЕРИЦИЙ [243]	96 Cm КЮРИЙ [247]
----------------------------	---------------------------------	-------------------------	-------------------------------	----------------------------	----------------------------	-------------------------

97 Bk БЕРКЛИЙ [247]	98 Cf КАЛИФОРНИЙ [251]	99 Es ЭЙНШТЕЙНИЙ [254]	100 Fm ФЕРМИЙ [257]	101 Md МЕНДЕЛЕВИЙ [258]	102 (Nb) (НОБЕЛИЙ) [259]	103 (Lr) (ЛОУРЕНСИЙ) [260]
---------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------	-------------------------------	--------------------------------	----------------------------------

И. Е. Иродов

КВАНТОВАЯ

ФИЗИКА

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ

3-Е ИЗДАНИЕ, СТЕРЕОТИПНОЕ



**Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний
2010**

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ
МИНИСТРЛІГІ

И. Е. Иродов

**КВАНТТЫҚ
ФИЗИКА
НЕГІЗГІ ЗАҢДАР**

Оқулық

Алматы, 2012

ӘОЖ 530.1(075.8)
КБЖ 22.31я73
И 81

*Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің «Оқулық»
республикалық ғылыми-практикалық орталығы бекіткен*

Қазақ тіліне аударған

Л. Ғ. Жүрерова

Иродов И. Е.

И 81 **Кванттық физика. Негізгі заңдар:** Оқулық / Ауд. Л. Ғ. Жүрерова. – Алматы, 2012. - 216 бет.

ISBN 978-601-80311-8-2

Оқулықта кванттық физиканы негізгі түсініктеріне қатысты тәжірибелік және теориялық мағлұматтар жинақталған, сонымен қатар көптеген мысалдар мен есептердің шешу жолдарының (автордың ойы бойынша) талдауы ұсынылған. Есептер негізгі мәтінмен тығыз байланысқан, әдетте оның жетілдірілуі мен толықтырылуы болып табылады. Кітаптағы мағлұматтар мүмкіндігінше артық есептеулерден арылтылған және негізгі ой қарастырылып отырған құбылыстардың физикалық жағына аударылған.

Жоғары оқу орындарының физикалық және техникалық мамандықтарында оқитын студенттерге арналған.

ӘОЖ 530.1(075.8)
КБЖ 22.31я73

ISBN 978-601-80311-8-2

© БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010
© ҚР жоғары оқу орындарының
қауымдастығы, 2012

Мазмұны

Алғы сөз.....	7
Кіріспе.....	9
1-тарау. Электромагниттік сәулеленудің кванттық қасиеттері.....	11
§ 1.1. Жылулық сәулеленудің мәселелері.....	11
§ 1.2. Фотозффе́кт.....	13
§ 1.3. Тежеуіш рентгендік сәулелену.....	19
§ 1.4. Боте тәжірибесі. Фотондар.....	20
§ 1.5. Комптон эффе́кті.....	23
Есептер.....	27
2-тарау. Резерфорд – Бор атомы.....	33
§ 2.1. Атомның ядролық үлгісі.....	33
§ 2.2. Спектрлік заңдылықтар.....	38
§ 2.3. Бор постулаттары. Франк және Герц тәжірибелері.....	39
§ 2.4. Сутегі атомының Бор үлгісі.....	42
Есептер.....	47
3-тарау. Бөлшектердің толқындық қасиеттері.....	52
§ 3.1. Де-Бройль гипотезасы.....	52
§ 3.2. Де-Бройль гипотезасының эксперименттік дәлелдемелері.....	54
§ 3.3. Микробөлшектердің парадоксалдық күйі.....	60
§ 3.4. Анықталмағандық принципі.....	62
Есептер.....	67
4-тарау. Шредингер тендеуі. Кванттау.....	72
§ 4.1. Кванттық теориядағы бөлшектің күйі.....	72
§ 4.2. Шредингер тендеуі.....	74
§ 4.3. Тік бұрышты шұңқырдағы бөлшек.....	76
§ 4.4. Кванттық гармоникалық осцилятор.....	81
§ 4.5. Потенциалдық тосқауылдар.....	83
Есептер.....	87
5-тарау. Кванттық теория негіздері.....	93
§ 5.1. Физикалық шамалардың операторлары.....	93
§ 5.2. Кванттық теорияның негізгі постулаттары.....	95
§ 5.3. Импульс моментінің квантталуы.....	99
§ 5.4. Ротатор.....	103
Есептер.....	104
6-тарау. Атомдардың квантталуы.....	110
§ 6.1. Сутегі атомының квантталуы.....	110
§ 6.2. Сілтілі металдардың спектрі және деңгейлері.....	115

§ 6.3. Электронның спині.....	119
§ 6.4. Көп электронды атомның механикалық моменті.....	123
§ 6.5. Паули принципі. Электрондық қабықшаларды толтыру.....	126
§ 6.6. Д. М. Менделеевтің элементтердің периодтық жүйесі жайлы.....	128
§ 6.7. Сипаттамалық рентгендік спектрлер.....	132
Есептер.....	135
7-тарау. Атомның магниттік қасиеттері.....	140
§ 7.1. Атомның магниттік моменті.....	140
§ 7.2. Зеeman және Пашен-Бак эффекттері.....	143
§ 7.3. Электрондық парамагниттік резонанс (ЭПР).....	148
Есептер.....	149
8-тарау. Атомдық ядро.....	153
§ 8.1. Атомдық ядроның құрамы мен сипаттамасы.....	153
§ 8.2. Ядроның массасы мен байланыс энергиясы.....	155
§ 8.3. Ядролық күштер.....	159
§ 8.4. Радиоактивтілік.....	162
§ 8.5. Радиоактивтіліктің негізгі түрлері.....	164
§ 8.6. Мессбауэр эффекті.....	169
§ 8.7. Ядролық реакциялар.....	172
Есептер.....	180
9-тарау. Элементар бөлшектер.....	186
§ 9.1. Кіріспе.....	186
§ 9.2. Элементар бөлшектерді жіктеу (жүйелеу).....	188
§ 9.3. Антибөлшектер.....	189
§ 9.4. Сақталу заңдары.....	191
§ 9.5. Жұптылық.....	194
§ 9.6. Изотоптық спин.....	196
§ 9.7. Адрондардың кварктық үлгісі.....	197
Есептер.....	200
Қосымшалар.....	204
1. Релятивистік динамиканың негізгі теңдіктері.....	204
2. (2.1) формуласының қорытындысы.....	205
3. Кейбір шамалардың бірліктері арасындағы қатынас.....	206
4. Халықаралық өлшеу бірліктері жүйесі мен Гаусс жүйесіндегі кейбір шамалардың формулалары.....	207
5. Жеңіл нуклидтердің массалары.....	207
6. Грек әліппесі.....	208
7. Кейбір физикалық тұрақтылар.....	208
Пәндік көрсеткіш.....	210

Алғы сөз

Бұл оқулықтың негізгі түпкі ойы – бір оқулықта теориялардың принциптерінің мазмұны және есептерді шешу дағдысы мен экспериментті тығыз үйлестіру болып табылады. Осы мақсатпен әрбір тарауда ең алдымен сәйкес сұрақтың теориясы (нақты мысалдар арқылы сипатталады) баяндалады, эксперимент пен бақылаулардың нәтижелері келтіріледі де, содан кейін шешу жолдарының талдамасы автордың ойы бойынша ұсынылған бірқатар есептердің талдауы беріледі. Есептер негізгі мәтінмен тығыз байланысқан, әдетте оның жетілдірілуі мен толықтырылуы болып табылады, сол себепті олармен жұмыс істеу негізгі мәліметпен қатар жүргізілуі керек.

Кванттық физиканың негізгі заңдарына және де, атап айтқанда түсінуге және қабылдауға қиынырақ сұрақтарға оқырманның көңілін аудару мақсатында автор теориялық мағлұматтарды баяндаған кезде мәтіннен барлық тұрлаусыз түсініктерді алып тастауға тырысты. Негізгі идеяларды қысқаша, түсінікті әрі дұрыс баяндау жолындағы талпынысы авторды мүмкіндігінше мағлұматты артық математизация мен формулалардан арылтуға итермеледі.

Баяндама Гаусс жүйесінде (СГС) жүргізіледі. Бұл басты түрде Халықаралық өлшеу бірліктер жүйесінде (СИ) зерттелінді құбылыстардың көптеген формулалары өте ауқымды коэффициенттер түрінде болып өзінің қарапайымдылығы мен көркемділігін жоятындығымен байланысты. Қасымшада кейбір формулалардың Гаусс жүйесіндегі (СГС) және де Халықаралық өлшеу бірліктер жүйесіндегі (СИ) мәліметтері берілген, сондай-ақ, осы жүйелердегі бірқатар шамалардың бірліктері арасындағы қатынастары келтірілген.

Көлбеумен маңызды жағдайлар мен ұғымдар белгіленген. Ұсақ әріп аса күрделі мағлұматтар мен салыстырмалы түрде ауқымды есептеулер (бұл мағлұматтарды алғашқы рет оқығанда ауыртпалықсыз жіберуге болады), сонымен қатар мысалдар мен есептер үшін пайдаланылған.

Оқулық физикалық және техникалық мамандықтарда оқитын студенттерге арналған.

Иродов И.

Қабылданған белгіленулер

Векторлар түзу қара жалпақ шрифтімен белгіленген (мысалы: \mathbf{v} , \mathbf{B}). Көлбеу және ашық шрифтіті сол әріп (v , B) сәйкес вектордың модулін білдіреді.

Орташа шамалар бұрыштық жақшалармен $\langle \rangle$ белгіленген, мысалы, $\langle p \rangle$, $\langle K \rangle$.

Бөлшектің энергиясы E – толық, K – кинетикалық, U – потенциалдық ретінде белгіленген.

Санақ жүйелері:

Л-жүйесі – зертханалық санақ жүйесі (инерциалдық деп болжанады),

Ц-жүйесі – массалар центрі (немесе инерция центрі) жүйесі – инерциялық жүйеге қатысты ілгерлемелі қозғалатын, санақ жүйесі. Ц-жүйесіндегі барлық шамалардың үстіңгі жағы \sim (тильда) таңбасымен белгіленген, мысалы, \tilde{p} , \tilde{E} .

∞ – пропорционалдық таңбасы;

\sim – реттің шамасы... ($r \sim 10^{-13}$ см).

Кез келген еселі **интегралдар** бір-ақ жалғыз таңбамен белгіленген және тек интегралдау элементінің белгіленуімен өзгешеленеді: dV – көлемнің элементі, dS – беттің элементі.

Физикалық шамалардың операторлары «қалпағы» бар латын әріптерімен белгіленген, ($\hat{\ }^{\wedge}$), мысалы, \hat{p} , \hat{M} .

Бірліктер атауы мен белгіленулері

А – ампер	Дж – джоуль	Ом – ом
Е – ангстрем	дин – дина	Па – паскаль
атм – атмосфера	К – кельвин	Н – ньютон
б – барн	кг – килограмм	с – секунд
В – вольт	Кл – кулон	ср – стерадиан
Вт – ватт	л – литр	Тл – тесла
Гс – гаусс	м – метр	сағ – сағат
Гц – герц	мин – минут	эВ – электронвольт

Бірліктер атауына тіркелетін ондық жалғаулар

Э – экса, 10^{18}	М – мега, 10^6	н – нано, 10^{-9}
П – пета, 10^{15}	к – кило, 10^3	п – пико, 10^{-12}
Т – тера, 10^{12}	м – милли, 10^{-3}	ф – фемто, 10^{-15}
Г – гига, 10^9	м – микро, 10^{-6}	а – атто, 10^{-18}

Кіріспе

Физиканың ғылым ретінде дамуына қарай макроскопиялық объектілердің сәулеленуі негізінде туындаған түсініктер мен принциптер атомдық өлшемдер аумағында шектеулі түрде қолданылатындығы немесе мүлдем қолданылмайтындығы анықталды. Осы үшін қажет болған ұғымдар мен заңдар ақыр аяғында табылды. Олар кванттық физика деп аталатын жаңа физиканың негізін құрады.

Сонымен қатар, біз енді нақты айтқанда тек бірыңғай физиканың, яғни өзінің маңыздылығы бойынша кванттық физиканың ғана бар екендігін түсінеміз. Классикалық физика жайлы айтқанда бірыңғай физиканың, кванттық заңдылықтардың рөлі ескермейтіндей аз болатын бөлігі ғана ескеріледі.

Біз осы кітапта танысатын микробөлшектердің парадокстық, болжалмайтын күйдің негізінде классикалық физикада аналогы жоқ. Мәселен, микробөлшектің *бірмезетте* корпускула және толқын болуын түсіну біздің түсінігіміздің шеңберінен шығады. Ойлау деңгейіндегі материяның толқындық және корпускулалалық формалары арасындағы қайшылық дискретті және үздіксіз арасындағы қайшылық ретінде қабылданады. Физикалық шындықта тәжірибелік фактілерді жалпыландыратын кванттық теорияның пайда болуы осы қайшылықты жояды.

Осы теорияда кванттық объектіні – бөлшек деп түсінеміз, оның толқын-бөлшек дуализм қасиетінің екеуі бірлікте болады. Алайда белгілі бір жағдайларда кванттық объект өзін қарапайым бөлшек немесе толқын ретінде ұстайтындығы анықталды. Бірақ бұл шектік жағдайлар. Мәселен, атомдағы электрон жайлы айтқанда, біз «электрон» сөзін кванттық объект деп түсінеміз. Кванттық теория микробөлшектің күйі туралы басқа егжей-тегжейлірек ешнәрсе түсіндірмейді. Алайда оны кванттық теорияның шектеулілігі, толық еместігі деп түсінуге болмайды. Шындығында микроденгейде материяның табиғатының мәнісі осындай болады.

Біз тәжірибелік фактілерді жалпыландыратын кванттық заңдар мен сәйкес кванттық үлгілер бізге тән көрнекілік қасиетінен айырылғандығын көреміз. Оларды түсінудің басты қиындығы осыда. Осының салдарынан, әдетте кванттық теориямен таныса бастағанда оның заңдарының дұрыс мағынаға қарама-қайшылығы сезімін игеруге тура келеді. Егер де осы кезде кванттық теорияның тәжірибеге келіп тірелетіндігін естен шығармаса, онда ондай сезім біртіндеп жөнге келеді және де жаңа ұғымдарға бейімделу айтарлықтай жеңілдейді.

Соңғысы. Біз кванттық теорияның жетістіктерінің маңызды болғанына қарамастан, біздің әлемдегі *барлық* құбылыстарды түсіндіре алатын терең теорияның жоқ екендігін мойындауымызға тура келеді. Сондай-ақ, егер

оларды классикалық физика құрылған құбылыстарды пайдалану аймағын шектесе, онда классикалық физика заңдары мүлтіксіз болып қалатындығын ескеру керек.

1-тарау

Электромагниттік сәулеленудің кванттық қасиеттері

§ 1.1. Жылулық сәулеленудің мәселелері

Жылулық сәулелену. Жарық көзімен шығарылатын электромагниттік сәулелену өзімен энергияны ала жүреді. Жарық көзінің табиғатына байланысты сәулелену түрлерін де ажыратады. Олардың әрқайсысына тоқталудың маңызы жоқ, себебі біз үшін тек жалғыз – *жылулық*, қыздырумен, яғни жылу келтірумен шартталған сәулеленудің түрі ғана маңызды. Бұл сәулелену барлық өзге сәулелену түрлерінің ішінде *ерекше* орынға ие. Жылулық сәулеленудің олардан айырмашылығы – оның денелермен термодинамикалық тепе-теңдікте бола алатын сәулеленудің жалғыз-ақ түрі болғандығында.

Жылулық сәулеленудің сипаты жайлы түсінікті қалыптастыру үшін, қабырғасы оған түскен сәулеленуді толығымен шағылыстыратын, тұйықталған қуысқа орналастырылған және әртүрлі температураға дейін қыздырылған бірнеше денені қарастырамыз. Тәжірибе көрсеткендей, ең ақырында мұндай жүйе, барлық денелердің температурасы бірдей болып қалатын, жылулық тепе-теңдік күйге келеді. Бұл қуыстағы денелер арасында вакуум болған жағдайда, денелер тек электромагниттік толқындарды жұту және шығару жолымен ғана энергияны алмастыра алғанда да болады. Денелер шығаратын энергия кез келген уақыт аралығында жұтылатын энергияға тең болып қалады, және кеңістіктегі денелер арасындағы сәулелену энергиясының тығыздығы, орныққан температураға сәйкес келетін белгілі шамаға жетеді. Қуыстағы сәулеленудің мұндай күйі уақыт бойынша өзгеріссіз қалады. Айтылып өткендей, ол белгілі температураға ие денелермен термодинамикалық тепе-теңдікте болады, сол себепті оны *тепе-теңдікті* немесе *қара сәулелену* деп атайды.

Тепе-теңдікті сәулеленудің энергиясының тығыздығы мен оның спектрлік құрамы қуыстың пішіні мен өлшемдеріне және оның ішінде орналасқан денелердің қасиеттеріне мүлдем тәуелді емес екен. Тепе-теңдікті сәулелену сипаты тек температураға ғана тәуелді. Сол себепті, ол жайлы сәулеленудің өзінің температурасын, жылулық тепе-теңдікте болатын денелердің температурасына тең деп айтуға болады. Тепе-теңдікті сәулелену біртекті, изотропты және поляризацияланбаған болады.

Тепе-теңдікті сәулеленудің спектрлік құрамын эксперименттік түрде зерттеу үшін, белгілі температураны ұстап тұра алатын, қуыстың қабырғасына кішкене саңылау жасайды. Саңылау арқылы сыртқа шығатын сәулелену де, қуыстың ішіндегідей, спектрлік құрамға ие болады.

Энергияның λ толқын ұзындықтары немесе ω жиіліктері бойынша үлестірілуі сәулеленудің u_λ немесе u_ω спектрлік тығыздығымен сипатталады, $u_\lambda d\lambda$ шамасы ($\lambda, \lambda + d\lambda$) аралығында толқын ұзындықтары, ал $u_\omega d\omega$ шамасы ($\omega, \omega + d\omega$) аралығында жиіліктері бар болатындай сәулеленудің бірлік көлемдегі энергиясын береді.

Тепе-теңдікті сәулелену жағдайында u_ω (немесе u_λ) спектрлік тығыздық тек жиілік (немесе толқын ұзындығы) пен T температураның әмбебап функциясы болып саналады. Жылулық сәулелену теориясының негізгі мәселесі осы функцияны табуға негізделген.

Осы мәселені классикалық ұғымдар көмегімен шешудің барлық әрекеттері сәтсіздікке ұшырады. Сәуле шығарушы дененің қарапайым мысалы – сызықтық гармоникалық осцилятормен сәуле шығарудың тепе-теңдігі жайлы есеп қате нәтижеге әкеліп соқтырды. Жылулық сәулеленудің мәселесі тұйыққа тірелді...

Планк тұрақтысының ашылуы. Бұл 1900 жылы болды. Планк жылулық сәулеленудің $u_\omega(T)$ спектрлік тығыздығы үшін эксперименттік мәліметтермен жақсы үйлесетін формуланы алды. Алайда, бұл үшін классикалық физиканың түсініктеріне түбегейлі түрде қайшы келетін, гипотезаны енгізуіне тура келді. Планк осцилятордың энергиясы кез келген мәндерге емес, қандай да бір элементар порция – ε_0 энергия квантына пропорционал болатын, тек белгілі дискретті ε_n мәндерді ғана қабылдайды деп болжады. Осыған байланысты осцилятордың (заттың) электромагниттік сәулеленуді жұтуы немесе шығаруы үздіксіз емес, шамалары сәулеленудің жиілігіне пропорционал болатын жеке кванттар ретінде дискретті түрде іске асады:

$$\varepsilon_0 = \hbar \cdot \omega \quad (1.1)$$

мұндағы \hbar коэффициенті кейіннен *Планк тұрақтысы** деген атауға ие болды.

Физикада өлшемдігі «энергия \times уақыт» болатын шама бар. Оны *әрекет* деп атайды. Планк тұрақтысының өлшемдігі де сондай, сол себепті оны кейде *әрекет кванты* деп атайды. \hbar өлшемдігі импульс моментінің өлшемдігімен үйлесетіндігін ескерген жөн. Бұл үйлесімнің кездейсоқ емес екендігін байқайтын боламыз.

Планк тұрақтысы тек жылулық сәуле шығару заңдарының көмегімен ғана емес, одан басқа да тікелей және дәлірек әдістермен эксперименттік түрде анықталады. Әртүрлі физикалық құбылыстардың (жылулық сәуле шығару, фотоэффект, тұтас рентгендік спектрдің қысқа толқынды шекарасы және т.б.) негізінде алынған \hbar мәндері бір-бірімен жақсы қиысады.

Планк тұрақтысы – бұл жарық жылдамдығының салыстырмалылық теориясындағы маңызы қандай болса, кванттық физикада сондай іргелі

* Шындығында, Планк тұрақтысы деп ε_0 мен ν сызықтық жиілік арасындағы $\varepsilon_0 = h \cdot \nu$ пропорционалдық коэффициентін айтады. \hbar тұрақтысы (сызылған) Планк тұрақтысын 2π -ге бөлгенге тең шама. h -тың сандық мәні $hh = 6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг \cdot с = $4,21 \cdot 10^{-15}$ эВ \cdot с.

қызмет атқаратын әмбебап тұрақты. Планк тұрақтысының ашылуы және онымен байланысқан кванттау идеясы жаңа кванттық теорияның пайда болуына бастама болды. Ғылым ретінде физика **классикалық** (релятивистік емес және релятивистік) физика және іргелі \hbar тұрақтысымен тығыз байланысқан **кванттық** физика деп ажыратыла бастады.

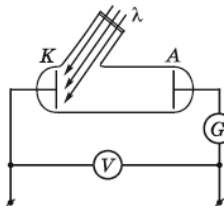
Сонымен, Планк жылулық сәулеленудің энергиясының спектрлік тығыздығы үшін формуланы, егер классикалық ұғымдарға қайшы келетін энергияның квантталуының болуы мүмкін деп санаған жағдайда ғана алуға болатындығын дәлелдеді.

Классикалық ұғымдардан осылайша бас тартуға бейімделу қиын болды, сол себепті Планк, ұлы жаңалық ашқан соң, тағы бірнеше жыл бойы энергияның квантталуын классикалық физика тұрғысынан түсінуге тырысты. Бұл әрекеттердің сәтсіздігі оны жылулық сәулеленудің табиғатын классикалық физика аясында түсіну мүмкін емес деген соңғы қорытындыға әкелді.

§ 1.2. Фотозэффект

Жарық кванттары. Планктың кванттық гипотезасы өзіне сай құндылығына қарай бағаланды және одан ары дамуы Эйнштейн жұмыстарынан көрініс тапты. Ол кванттық гипотеза негізінде түсіндіру болатын жылулық сәулеленуден басқа да құбылыстар бар екендігін бірінші болып атап көрсетті.

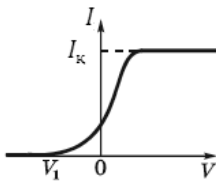
1905 жылы Эйнштейн *жарық кванттары* туралы гипотезаны ұсынды.



1.1-сурет

Ол дискретті сипаттама тек қана жарықтың жұтылу және шығарылу процестеріне ғана емес, сонымен қатар жарықтың өзіне де тән екендігін болжады. Жарықтың корпускулалық қасиеттері туралы гипотеза, классикалық электромагниттік теория тұрғысынан түсініксіз болғанымен фотозэффект бойынша тәжірибелердің нәтижелерін түсіндіруге мүмкіндік берді. Осы сұрақты толығырақ қарастырайық.

Фотозэлектрлік эффект немесе *фотозэффект* дегеніміз жарықтың әсерінен заттың бетінен электрондардың шығуын айтамыз. Фотозэффект заңдылықтарын зерттеуді 1.1-суреттегі сұлбалық түрде көрсетілген қондырғыда жүргізеді. Кварцтық кішкене терезе (ультракүлгін сәулелерді де өткізеді) арқылы К катодты монохроматты жарықпен жарықтандырғанда, катодтан фотозэлектрондар жұлынып шығады да, тізбекте G гальванометрмен тіркелетін фототок туындайды. 1.2-суретінде I фототоктың K катод пен A анод арасына келтірілген V сыртқы кернеуге тәуелділік графигі көрсетілген.



1.2-сурет

Бұл графикті *фотоэлементтің*, яғни фотоэффектіні бақылайтын құрылғының *сипаттамасы* деп атайды. Осы тәуелділікке K катод бетінен жарықтың көмегімен жұлынып алынған барлық электрондар A анодка жеткенде I қанығу тогы бөлігі мен V_1 сыртқы кідірткіш кернеуінің (1.2-суретінде $V_1 > 0$) қандай да бір мәнінде фототок нөлге дейін кемитін басқа бір бөлік бар болады.

Сансыз көп тәжірибелер көмегімен фотоэффектінің негізгі үш заңдылығы орнықты:

1. Қанығу фототогы түсетін жарық ағынына пропорционал (сол жалғыз-ақ спектрлік құрамда). Бұл жарықпен әрбір секунд сайын жұлып алынатын электрондар саны түсірілген жарық қуатына пропорционал екендігін білдіреді. Бұны тұңғыш рет Столетов А. Г. ашты (1889).

2. Әрбір металл үшін электрондардың жұлынып алынуы мүмкін болатын λ_k максимал жарық толқын ұзындығы (немесе ω_k минимал жиілігі) бар. Егер λ_k толқын ұзындығы – *фотоэффекттің қызыл шекарасынан* артса, онда түсірілетін жарықтың интенсивтілігі тіпті айтарлықтай көп болғандығына қарамастан, фотоэлектрондардың шығарылуы іске аспайды*.

3. Фотоэлектрондардың K максимал кинетикалық энергиясы сәулеленуші жарықтың ω жиілігіне *сызықты* тәуелді (сонымен бірге ω ұлғайған сайын K_{\max} өседі) және жарық интенсивтілігіне тәуелді емес. Фотоэлектрондардың кинетикалық энергиясының максималды мәнін *кідірткіш потенциалдар айырмасы* деп аталатын шамамен анықталатындығын ескерейік (бұл сұрақ төменде талқыланады).

Классикалық толқындық түсініктер көзқарасы бойынша металдан электрондардың жұлынып алынуы таң қаларлық құбылыс емес, себебі түсірілетін электромагниттік толқын металдағы электрондардың еріксіз тербелістерін тудырады. Электрон энергияны жұта отырып, электронды металда ұстап тұратын потенциалдық тосқауылдан өте алатындай, яғни шығу жұмысын орындай алатындай жеткілікті мөлшерде энергия жинақтай алады. Егер дәл осындай жағдай орын алса, онда фотоэлектрондардың энергиясы жарық интенсивтілігіне тәуелді болуы керек. Ал, жарық интенсивтілігінің артуы фотоэлектрондар санының өсуіне ғана әкеледі.

Сондай-ақ, жарық интенсивтілігінің өте аз мәнінде теория мен тәжірибенің арасында күрт қайшылық туындайды. Классикалық толқындық теория бойынша бұл шарттарда фотоэффект едәуір кешеуілдеп өтуі тиіс, себебі қажетті энергияны жинақтау үшін шекті бір уақыт қажет. Алайда, тәжірибе көрсеткендей, фотоэффект лезде, яғни жарықтандырудың басталуымен бір уақытта (жарықтандырудың басталуы мен фототоктың пайда болуының арасындағы уақыттық аралық 10^{-9} с-тан аспайды) пайда болады.

* Өте үлкен интенсивтілікте, мысалы, бір нүктеге жинақталған лазерлік сәулелену кезінде, фотоэффекттің қызыл шекарасы жоғалады.

Егер фотоэффектіні жарық кванттары туралы Эйнштейн гипотезасы негізінде қарастырса, онда барлық қиындықтар жоққа шығады. Осы гипотезаға сәйкес түскен монохроматты сәулеленуі жарық кванттарының – *фотондардың* ағыны ретінде қарастырылады, олардың ε энергиясы мен ω жиілігі мына қатынаспен байланысқан:

$$\varepsilon = \hbar\omega \quad (1.2)$$

Фотон жұтылған кезде оның энергиясы толығымен бір электронға беріледі. Осылайша, электрон кинетикалық энергияға біртіндеп емес, лезде ие болады. Мұнымен фотоэффектінің инерциясыздығы анықталады.

Эйнштейн формуласы. Электронның алған $\hbar\omega$ энергиясы жартылай металдан босап шығуына жұмсалады. Ал қалған бөлігі металдан ұшып шыққан фотоэлектронның кинетикалық энергиясына ауысады. Металдан электронның босап шығуына, яғни потенциалдық тосқауылдан өтуіне, қажетті минимал энергияны *A шығу жұмысы* деп атайды. Сәйкесінше, K_{\max} максимал кинетикалық энергиясы бар фотоэлектрондар үшін фотонды жұтудың қарапайым ісіндегі энергияның сақталу заңын былай жазуға болады:

$$\hbar\omega = A + K_{\max} \quad (1.3)$$

Бұл формуланы алғаш рет Эйнштейн ашқан болатын, сондықтан осы ғалымның есімімен – *Эйнштейн формуласы* деп аталады.

Мысалы: Электронның беттен шығу жұмысы A -ға тең болатын, өзге заттардан алшақтанған кішкентай металл шарды толқын ұзындығы λ -ға тең электромагниттік сәулеленумен жарықтандырды. Кішкентай шардың фотоэлектронды шығара отырып, қандай φ_{\min} минимал потенциалға дейін зарядталатындығын табайық. Фотоэлектронды шығару мөлшеріне қарай кішкентай шар зарядтала бастайды, яғни кідірткіш потенциал рөлін атқаратын оң потенциалға ие болады. Фотоэлектронның «шығып кетуі» мүмкін потенциалдық шұңқырдың тереңдігі оның максимал кинетикалық энергиясына тең болған жағдайда, тепе-теңдік орнайды, сәйкесінше (1.3) теңдігін біз былайша жаза аламыз:

$$e\varphi_{\max} = K_{\max} = \hbar\omega - A$$

Осы жерден $\omega = 2\pi c/\lambda$ екенін ескере отырып алатынымыз,

$$\varphi_{\max} = \left(\frac{2\pi\hbar c}{\lambda} - A\right)/e.$$

Соңғы формуладан, λ және A арасындағы қатынастың, жақша ішінде тұрған шама оң мәнге ие болатындай шамаға тең болуы керек екендігін көреміз.

(1.3) Эйнштейн формуласына қайтып оралайық. Бұл теңдіктен дағды бойынша тәжірибемен дәлме-дәл үйлесімде болатын келесі заңдылықтар шығады:

1. Фотоэлектрондардың максимал кинетикалық энергиясы түсірілген жарықтың жиілігіне сызықты тәуелді және оның интенсивтілігіне тәуелсіз болады. Интенсивтілік фотоэлектрондардың санының ғана себепшісі, ол максимал кинетикалық энергияға мүлдем әсер етпейді. Сонымен қатар, (1.3) формуласынан, яғни $dK_{\text{макс}}/d\omega = \hbar$ екендігін көретіміздей, $K_{\text{макс}}(\omega)$ графигіндегі көлбеулеудің түзу сызықты екендігін ескере кетейік. Планк тұрақтысын анықтаудың әдістерінің бір осыған негізделген.

2. *Фотозффектінің шегі* деген, яғни одан төменірек жағдайда фотозффект болмайтын ω_0 жиілікті – төменгі жиілікті шекара бар болады. Бұл жиілік (1.3) формуласы бойынша $\hbar\omega_0 = A$ теңдігіне сәйкес келеді. Егер $\omega < \omega_0$ болса, онда электронның «биіктігі» A потенциалдық тосқауылдан өтуі және металдан шығуы үшін, фотонның энергиясы жеткіліксіз болады. Шығу жұмысын анықтаудың әдістерінің бірі осыған негізделген*.

ω_0 жиілігіне толқын ұзындығы $\lambda = 2\pi c/\omega_0$ болатын *фотозффектінің қызыл шекарасы* сәйкес келеді. Осындай шекараның бар болуы толқындық көзқарас тұрғысынан мүлдем түсініксіз. 1.1-кестеде кейбір металдар үшін λ мәндері көрсетілген.

1.1-кесте

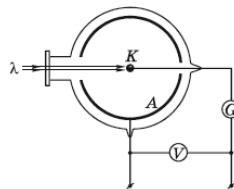
Металл	Cs	Na	Zn	Ag	Pt
λ , мкм	0,60	0,53	0,33	0,28	0,20

Анықтамалық әдебиеттерде бірдей металдар үшін λ_k мәнінің айтарлықтай әртүрлілігі байқалады. Сондықтан 1.1-кестеде келтірілген λ_k мәндеріне мұқият қараған жөн.

Тәжірибенің қиыншылықтары. Нақты нәтижелер алуды екі жағдайдың қатты қиындататынын ескеруіміз қажет:

1) V_1 облысындағы $I(V)$ эксперименттік қисық сызық (1.2-суретті қара) V осіне іс жүзінде асимптотикалық түрде сәйкес келуі салдарынан, V_1 мәнін анықтау айтарлықтай айқын емес;

2) $I(V)$ қисығын *контактылы потенциалдар айырымы* деп аталатын, яғни екі түрлі металдар арасында пайда болатын потенциалдар айырымы (бұл әдеттегідей, K катод пен A анодты қажет болған жағдайда әртүрлі металдардан жасаудан туындайды) ығыстырады (оңға немесе солға қарай). Сонымен бірге, катод пен анод арасындағы



1.3-сурет

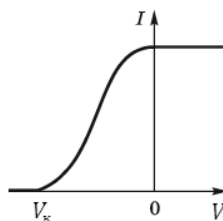
* Шығу жұмысы фотозффектіге байланыссыз эксперименттік түрде анықтала алады, мысалы, термоэлектрондық эмиссия зерттеулерінің көмегімен. Бұл жұмыс бірқатар факторларға тәуелді және бірнеше эВ ретінде мәнге ие болады.

контактылы потенциалдар айырымы оларды жалғап тұрған өткізгіштер табиғатына тәуелді емес екендігі белгілі.

Контактылы потенциалдар айырымының сөзсіз бар болуы және оны ескеру қиындығы, сонымен қатар, басқа да эксперименттік қиыншылықтар мен қателіктер көзі – осылардың барлығы (1.3) Эйнштейн теңдеуінің нақты дәлелдемесі бірден алынбауына соқтырды.

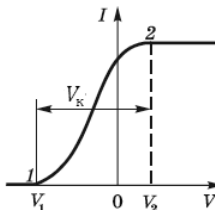
Бұл теңдеу Милликеннің (1916) мұқият жасалған тәжірибелерінде және де K катоды, A анодтың – сфералық қоршаудың ортасында орналасқан, кішкене шар тәрізді пішіндес болатындай (1.3-сурет) қондырғыны жасаған кейінгі зерттеушілердің тәжірибелерінде дәлелденген. Осындай кескін үйлесімінде катодтан жарықпен жұлынып алынған барлық дерлік электрондар үдемелі потенциалдар айырымы болмаған жағдайда да анодқа түседі. Бұдан басқа, мұндай $I(V)$ фотоэлементтің сипаттамасы нөлге дейін айтарлықтай күрт азаяды, және V_1 мәні де (1.2-суретті қара) жақсы дәлдікпен анықталады.

Кідірткіш потенциалдар айырымы. Дәл осы шама, $K_{\text{макс}}$ максимал кинетикалық энергиясымен катодтан ұшып шығатын фотоэлектронды кідіруге мәжбүрлейді, ол фототоктың тоқтауына әкеледі. Егер де фотоэлементтің K катоды мен A аноды бір металдан жасалған болса, онда контактылы потенциалдар айырымы жоқ болар еді, және де кідірткіш потенциалдар айырымын анықтау, сыртқы кідірткіш кернеуді, яғни вольтметрдің $V_k < 0$ көрсеткіштерін өлшеуге ғана әкелер еді (1.4-сурет). Шынында да, $V = 0$ болған жағдайда бастапқы жылдамдыққа тәуелділігіне қарамастан барлық фотоэлектрондар анодқа жетіп, біз қанығу тоғына ие болар едік.



1.4-сурет

Егер катод пен анод әртүрлі металдардан жасалса (әдеттегідей), кідірткіш потенциалдар айырымын анықтау күрделенеді. Бұл жағдайда контактылы потенциалдар айырымы елеулі роль атқара бастайды. Егер ол бар болса, және де, мысалы, ол катодтан ұшып шыққан фотоэлектрондарды *тежесе*, онда V сыртқы кернеуді (вольтметрмен өлшенетін) қосу керек болады. Егер де осы кернеу тежеуіш контактылы потенциалдар айырымының орнын толтыра алатындай болса, онда көлбеу бөлігінің (қанығу тоғының) басы – 1.5-суреттегі 2-нүкте – V вольтметрдің көрсеткішінің оң мәндері жағына, яғни оңға қарай жылжиды.



1.5-сурет

Осылайша, V_k кідірткіш потенциалдар айырымы (модулі бойынша)

$$V_k = V_2 + |V_1| = V_2 - V_1. \quad (1.4)$$

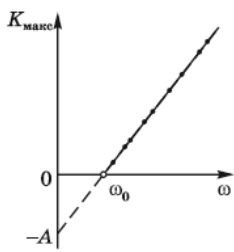
1.5-суретінде көрсетілгендей қосындысына тең болады, мұндағы $V_1 < 0$. Жалпы айтқанда, V_1 алгебралық шама болғандықтан, оның кез келген таңбаға ие немесе нөлге тең бола алатынын ескерейік.

Егер контактылы потенциалдар айырымы фотоэлектрондарды тежемей, үдететін болса, яғни таңбасы қарама-қарсы болса, онда $I(V)$ фотоэлементтің сипаттамасы 2 нүктесімен бірге солға қарай ығысады. (1.4) өрнегі V_3 үшін сол қалпында қалатынына оңай көз жеткізуге болды, тек оның ішінде вольтметрдің (V_2 және V_1) екі көрсеткіші теріс таңбалы болуы мүмкін, бірақ олардың айырмасы бұрынғыдай оң және де V_k -ға тең болады.

Сонымен, V_k шамасын анықтай отырып, біз фотоэлектрондардың K_{\max} максимал кинетикалық энергиясын (1.3) Эйнштейн формуласынан табамыз:

$$K_{\max} = eV_3 = e(V_2 - V_1). \quad (1.5)$$

1.5-суреттегі 2-нүктенің орналасуы, яғни вольтметрдің $V = V_2$ көрсеткіші, тек қана контактылы потенциалдар айырымына, ал 1 нүктесінің орналасуы, яғни вольтметрдің V_1 көрсеткіші, түскен жарықтың ω жиілігіне тәуелді екенін ескере кетейік.



1.6-сурет

Егер $K_{\max}(\omega)$ тәуелділігінің эксперименттік графигін тұрғызсақ, онда (1.3) Эйнштейн формуласын құптайтын дәлел бола алатын, түзу пайда болады (1.6-сурет).

Түзудің абсцисса осімен қиылысатын нүктесі фотоэффекттің қызыл шекарасына сәйкес келетін ω_0 жиілікті, ал түзудің жалғасының ордината осімен қиылысқан нүктесі $-A$ шығу жұмысын анықтайтынын ескере кетейік. Егер ордината осіне V_1 қалдырсақ (фототок нөлге айналғандағы вольтметр көрсеткіші), онда белгіленген екі нүкте ω_0 және A сәйкес келмейтін болады (контактылы потенциалдар айырымының бар болуынан). Өкінішке орай, бұны көп жағдайда ескермейді, сол себепті алынған нәтижелердің шын мәндерден айырмашылығы өте үлкен болады.

Мысалы: Катодты $\nu = 1.0 \cdot 10^{15}$ Гц және $\nu' = 1.4 \cdot 10^{15}$ Гц жиілікті жарықпен тізбекті түрде жарықтандырғанда, фототок тоқтаған кездегі вольтметрдің көрсеткіші $V_1 = -0,40$ В және $V'_1 = -2,0$ В болды (1.5-суретті қара). Планк тұрақтысын табайық.

(1.3) Эйнштейн теңдеуі мен (1.5) формуласын пайдалана отырып, мына теңдеулерді жазып алайық:

$$2\pi\hbar\nu' = A + e(V_2 - V'_1) \quad (1)$$

$$2\pi\hbar\nu = A + e(V_2 - V_1) \quad (2)$$

мұндағы V'_1 және $V_1 < 0$. Белгісіз A және V_2 шамаларынан құтылу үшін (1) теңдеуінен (2)-ні алып тастаймыз:

$$2\pi\hbar(\nu' - \nu) = e(V_1 - V'_1)$$

Осыдан

$$\hbar = \frac{e}{2\pi} \frac{V_1 - V'_1}{\nu' - \nu} = \frac{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 1,6/300}{2\pi 0,4 \cdot 10^{15}} = 1,0 \cdot 10^{-27} \text{ эргЧс}$$

§ 1.3. Тежеуіш рентгендік сәулелену

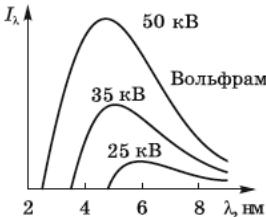
Егер $\hbar\omega$ квант энергиясы A шығу жұмысынан едәуір артық болса, онда (1.3) Эйнштейн теңдеуі қарапайымдау түрге ие болады:

$$\hbar\omega = K_{\text{макс}} \quad (1.6)$$

Осы формуланы басқаша баламалауға болады: жарық квантының энергиясының электрондардың кинетикалық энергиясына ауысуы сияқты емес, керісінше, V потенциалдар айырымымен үдетілген электрондардың кинетикалық энергиясының металдағы электрондардың күрт тежелуі кезінде туындайтын, кванттар энергиясына ауысуы тәрізді. Сонда:

$$eV = \hbar\omega \quad (1.7)$$

Осындай үрдеріс рентгендік түтікшеде болады. Ол вакуумдық баллон болып саналады. Оның ішінде токпен қыздырылатын катод – термоэлектрондар көзі және де оған қарама-қарсы орналасқан, көбінесе *антикатод* деп жиі аталатын анод бар. Электрондардың үдетілуі, катод пен антикатод арасында туындайтын V жоғары кернеу арқылы іске асады.



1.7-сурет

V кернеуі әсерінен электрондар eV энергиясына дейін қарқындайды. Электрондар металдық антикатодқа түсіп, кенеттен тежеледі, соның салдарынан *тежеуіш рентгендік сәулелену* туындайды. Бұл сәулеленудің толқын ұзындықтары бойынша жіктелуі кезіндегі спектрі көрінетін ақ жарықтың спектрі сияқты тұтас болып шықты. 1.7-суретінде I_λ интенсивтіліктің (яғни, $dI/d\lambda$), үдетуші V кернеудің әртүрлі мәндері үшін (олар суретте көрсетілген) алынған λ толқын ұзындықтары бойынша таралуының эксперименталдық қисықтары көрсетілген.

Осы жерден де тұтас рентгендік спектрдің *қысқа толқынды шекарасының* бар екендігін байқаймыз. Жалпы антикатодтың металында электронның тежелуі кезіндегі сәулелену үдерісі өте күрделі, алайда қысқа толқынды шекараның бар болуы корпускулалық көзқарас тұрғысынан өте қарапайым себепке ие. Шынында, егер сәулелену электронның тежелуі кезінде жоғалтатын энергия салдарынан туындайтын болса, онда $\hbar\omega$ квант

шамасы eV электронның энергиясынан артық бола алмайды. Осыдан, ω сәулелену жиілігінің $\omega_{\text{макс}} = eV/\hbar$ мәнінен арта алмайтындығы туындайды. Демек, сәулеленудің толқын ұзындығы мына шамадан

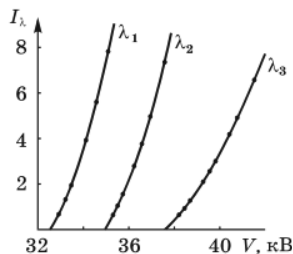
$$\lambda_{\text{мин}} = \frac{2\pi\hbar c}{eV} = \frac{1,24}{V} \quad (1.8)$$

кем бола алмайды, мұндағы, V , кВ, ал $\lambda_{\text{мин}}$, нм.

Осындай шекараның бар болуы рентгендік сәулеленудің жарықтық қасиеттерінің ең жарқын көріністерінің бірі болып табылады. Классикалық электромагниттік теория көзқарасы бойынша қысқа толқынды шекара мүлдем болмауы тиіс.

Шекаралық жиіліктің үдеткіш кернеуге тәуелділігін өлшеу бойынша жоғары дәлдікпен Планк тұрақтысының мәнін анықтауға болады. Бұл ретте фотоэффекттен және жылулық сәулеленумен анықталған мәндермен жақсы үйлесімділік туындайды, бұл өте кең ауқымды спектр үшін квант энергиясы мен жиілік арасындағы $\varepsilon = \hbar\omega$ қатынасының орындалуын экспериментті түрде дәлелдейді және осы қатынастың әмбебаптылығын көрсетеді.

Тежеуіш рентгендік сәулеленудің қысқа толқынды шекарасын өлшеуге негізделген Планк тұрақтысын анықтау әдісі ең дәлі болып табылады. Оны изохроматтар әдісідеп атайды. Бұл әдіс, рентгендік сәулеленудің спектрометрiнiң есептеуiшке бiр белгiлi толқын ұзындығы бар сәулелену қайта-қайта түсетiндей етiп орнатылуына және де рентген түтiкшесiне келгiрiлген V кернеуге тәуелдi I_{λ} интенсивтiлiгiн өлшеуге негiзделген. V кернеуiн азайта отырып, I_{λ} интенсивтiлiгiнiң V кернеуге тәуелдiлiгiн алады. Үш толқын ұзындығы үшiн алынған бұл тәуелдiлiк 1.8-суретте көрсетiлген. Әрбiр қисықты абсцисса осiмен қиылысқанға дейiн экстраполяцияландырып, V_0 -дi табады, ал содан кейiн (1.7) формуласы көмегiмен Планк тұрақтысын да анықтайды:



1.8-сурет

$$\hbar = \frac{e\lambda}{2\pi c} V_0 \quad (1.9)$$

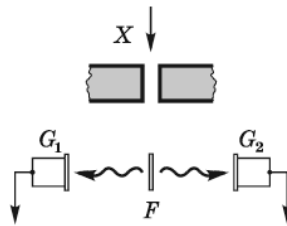
мұндағы, e – электронның заряды.

§ 1.4. Боте тәжірибесі. Фотондар

Боте тәжірибесі Эйнштейннің жарық кванттары туралы гипотезасын тікелей дәлелдейді. Бұл тәжірибеде F жұқа металл фольгасын екі G_1 және G_2 тез әсер ететін есептегіштің ортасына орналастырады (1.9-сурет). Фольганы әлсіз X рентген сәулесінің шоғырымен сәулендіреді, соның нәтижесінде оның өзі рентген сәулесінің көзіне айналады. Бастапқы шоғырдың

интенсивтілігінің тым әлсіздігі салдарынан, фольгадан шығарылатын кванттар саны едәуір аз болды.

Егер де осы сәулеленудің энергиясы сфералық толқындар түрінде таралса, онда есептеуіштердің екеуі де бір уақытта іске қосылар еді. Алайда, тәжірибе есептеуіштердің бір-бірінен мүлдем байланыссыз әрекет еткенін және де сәйкестік саны болжалған кездейсоқ сәйкестік санынан артпайтындығын көрсетті. Барлығы, егер де F фольгасының сәулеленуі, бірінші, болмаса екінші есептеуішке түсуі мүмкін болатын жеке кванттар түрінде таралатындай іске асқан.



1.9-сурет

Бұны жеке сәулелену актілерінде сәулелену кванты, яғни біресе бір бағытта, біресе басқа бағытта ұшатын бөлшектердің пайда болуымен ғана түсіндіруге болады. Әрине, бірінші рет сәулелендіру нәтижесінде фольга электрондарды да шығарғандықтан, сақтық шаралары қабылданды. Осыны жою үшін есептеуіштердің саңылаулары сол электрондарды жұтатындай және олардың тәжірибе нәтижесіне әсерін тигізбейтіндей қалыңдыққа ие болды.

Сонымен, экспериментті түрде айрықша электромагниттік кванттардың немесе кейіннен атап кеткендей – *фотондардың* бар екені дәлелденді.

Фотондар. Жоғарыда атап өткен және басқа да* тәжірибелер Эйнштейннің жарықтар кванттары – фотондар жайлы гипотезасын толықтай растады.

Эйнштейн бойынша ω жиілігінің жарығы – бұл мәні бойынша $\varepsilon = \hbar\omega$ энергиясы бар фотондар ағыны. Жарық вакуумда c жылдамдығымен таралады. Яғни, дәл осындай жылдамдықпен фотондар да таралады. Салыстырмалылық теориясына сәйкес ϑ жылдамдықпен қозғалатын кез келген бөлшектің толық энергиясы былай анықталады:

$$E = mc^2 / \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \quad (1.10)$$

Фотон жағдайы үшін $\vartheta = c$, және де бұл өрнектің бөлгіші нөлге айналады. Соңғы энергияға ие болатын фотон үшін, бұл тек $m = 0$ шартында ғана мүмкін болды.

Осылайша, біз тыныштықтағы массасы нөлге тең болатын бөлшекпен жұмыс істейтін боламыз.

Қозғалыстағы бөлшектің E энергиясы мен p импульсі арасындағы байланысты пайдалана отырып, яғни

* Мысалы, Боте тәжірибесінің идеясына ұқсас Иоффе А. Ф. және Добронравовтың тәжірибесі, сонымен қатар көрінетін жарықтың әлсіз ағынының флукуациясын табуы бойынша Вавилов С.И. тәжірибесі.

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4 \quad (1.11)$$

($m=0$) фотон тек қана $E = \hbar\omega$ энергияға ие болып қоймай, ол сонымен қатар

$$p = \hbar\omega/c \quad (1.12)$$

импульске ие болады деген қорытындыға келеміз.

$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \kappa$ қатынасы белгілі болса, мұндағы κ – толқындық сан, сонда

(1.12) формуласы $p = \hbar\kappa$ түріне ие болады.

Осылайша, фотон бөлшек ретінде энергия мен импульске ие болады. Импульсті векторлық түрінде жаза отырып, фотонның импульсі мен энергиясы үшін келесі соңғы өрнекті аламыз:

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \quad (1.13)$$

мұндағы \mathbf{k} – модулі $k = 2\pi/\lambda$ болатын толқындық вектор.

ω жиілігі мен \mathbf{k} толқындық векторы монохроматтық жарықтың толқындық қасиетін, ал энергия ε мен импульс \mathbf{p} – корпускулалық қасиеттерін сипаттайды.

Біз танысқалы отырған нысан, яғни фотон, бөлшек ретінде өзіндік қасиеттерге ие екеніне назар аударуымыз керек. Оның (тыныштықтағы) массасы жоқ және жалғыз-ақ күйі – барлық санақ жүйелерінде бірдей c шектік жылдамдығымен қозғалыста болатындығы. Ол тыныштық күйде болатын санақ жүйесі жоқ. Тыныштық күйдегі фотон түсінігінің физикалық мағынасы жоқ. Фотонды тоқтатуға немесе оның қозғалысының бағытын өзгертуге әрекеттену дегеніміз оны жоюмен тең. «Фотон қандай да бір бөлшекте шашырады» деген сияқты сөйлем кеңінен қолданылады, тек мүмкіндігінше энергетикалық көзқарас тұрғысынан кейбір құбылыстарды қарастыруға қайшы болмайды.

Бұл «оғаштықтарға» қарамастан, фотонды массасы бар бөлшектер тұрғысынан қарастырған ыңғайлы. Бұл ретте фотондардың жай бөлшекке ұқсамайтынын, тек қана фотонның кейбір қасиеттері жай бөлшектің қасиетіне ұқсас екенін айрықша атап өту қажет.

Корпускулалық толқындық дуализм. Тәжірибелік деректерден жарықтың затпен өзара әрекеті кезінде оның корпускулалық қасиеттері байқалады туындайды. Алайда, жарықтың классикалық корпускулалар ағыны ретінде қарастырылу электромагниттік толқындар туралы классикалық көріністермен (интерференция және дифракция құбылыстарында дәлелденетін) үйлеспейді.

Айқын қарама-қайшылық екені анық. Шынында, (1.13) қатынастары жарықтың корпускулалық және толқындық қасиеттерді байланыстырады: сол бөліктері (ε және \mathbf{p}) фотонды бөлшек ретінде сипаттаса, ал оң бөліктері

құрамында ω мен k бар болғандықтан, оның толқындық қасиеттерін анықтайды. Бірақ дәл осы қасиеттердің бар болуын классикалық физика тұрғысынан логикалық түрде қарама-қайшылықсыз түсіндіру мүмкін емес. Классикалық физика көзқарасы бойынша бөлшектер және толқындар түсініктері бірін-бірі жояды. Фотон-бөлшек қалайша толқындық қасиетке ие бола алады?

Үйлесімсізді үйлестіретін нысанды елестету – бұл біздің (классикалық) қиялымыздың мүмкіндіктерінен жоғары. Ал тәжірибелік дәлелдер бұны дәл солай, яғни жарық *корпускулалық толқындық дуализмге* (екі жақтылық) ие болатындығын еріксіз белгілейді. Бұл ретте фотон өзінің корпускулалық толқындық қасиеттерін әртүрлі қатынастарда көрсетеді: мысалы, ұзын толқындар аймағында, негізінен толқындық, ал қысқа толқындар аймағында – корпускулалық қасиеттер болады.

Сонымен, фотонды классикалық түсініктермен сипатталатын үлгі ретінде қарастыруға болмайды. Ол классикалық түсініктер көмегімен елестетуіміз жалпы мүмкін болмайтын, *кванттық нысан* болып табылады. Біз құбылыстарды зерттеу кезінде қиялымыздың жеткеніне емес, тәжірибе және бақылаулар берген нәтижелерге сүйене отырып, қарастыруымыз керек екенін мойындауымыз керек.

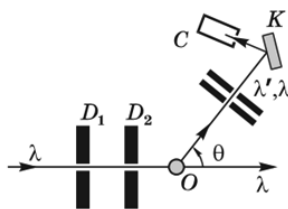
Қарапайым корпускулалар – электрондар, нейтрондар, атомдар және т.б. кейіннен анықталғандай, толқындық қасиетке де ие екенін атап өтейік. Осы қорытындыны қабылдауға мәжбүрлейтін тәжірибелер 3-тарауда қарастырылатын болады. Сондықтан қазіргі заман физикасы корпускулалық толқындық дуализмді байымдаудың мәселелерін талқылауды, заттың толқындық қасиеттерін қарастырып болғаннан соң, § 3.3-ке дейін кейінге қалдырамыз.

§ 1.5. Комптон эффекті

Комптон тәжірибелері. Комптон (1923) фотонға энергия мен импульс тән екенін бақылауға мүмкіндік беретін құбылысты ашты. Бұл тәжірибенің нәтижелері – электромагниттік сәулеленудің өзінің кванттық табиғаты туралы Эйнштейн гипотезасының тағы да бір нанымды дәлелі.

Комптон үлгілердегі, жеңіл атомдардан, мысалы, графит, парафин және т.б. құралатын қатты ретгендік сәулеленудің шашырауын зерттеді. Оның қондырғысының сызбасы 1.10-суретте көрсетілген.

Рентгендік сәулеленудің көзі ретінде молибденнен жасалған антикатоды бар рентгендік түтікше алынған. D_1 және D_2 диафрагмалары жіңішке монохроматтық рентгендік сәулеленулер шоғырын шығарады. Олар артынша зерттелетін O үлгіге түседі. Шашыраған сәулеленудің спектрлік құрамын зерттеу үшін ол бірқатар диафрагмалардан

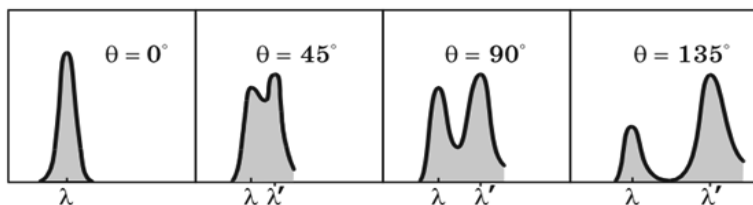


1.10-сурет

өткеннен соң рентгендік спектрографтың K кристалына, сонан соң C есептеуішке (немесе фотопластинкаға) түседі.

Комптон, шашыраған сәулеленуде бастапқы λ толқын ұзындығымен қатар, толқын ұзындығы $\lambda' > \lambda$ болатын, *ығысқан сызықтың* пайда болатындығын ашты. Бұл *комптондық ығысу* атауына ие болды, ал құбылыстың өзі – *Комптон эффекті* деп аталды.

Тәжірибе бақыланатын комптондық $\lambda' - \lambda$ ығысу түсетін сәулеленудің λ толқын ұзындығына және шашыратушы үлгінің материалына тәуелді емес, ол тек түскен және шашыраған сәулеленулердің бағыттарының арасындағы θ бұрышпен анықталатындығын көрсетті (1.10-суретті қара). Бұрыш артқан сайын ығысқан компоненттің интенсивтілігі өседі, ал ығыспағандыкі – кемиді. 1.11-суретінде бұл толқын ұзындығы 0,071 нм болатын, K_{α} -сызықтары делінетін молибден үшін әртүрлі шашырау бұрыштарындағы графиттегіөлшеу нәтижелері арқылы көрсетілген. Сол жақта бастапқы сәулеленудің сызығының пішіні көрсетілген (яғни, толқын ұзындықтары бойынша интенсивтіліктің спектрлік таралуы). Оң жақта – әртүрлі шашырау бұрыштары кезіндегі шашыраған сәулеленулер үшін дәл сол жағдай.



1.11-сурет

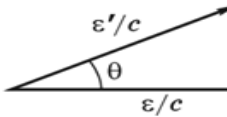
Комптон эффектінің теориясы. Классикалық теория комптондық шашыраудың заңдылықтарын және ең алдымен ығысқан компоненттің пайда болуын түсіндіре алмайтын болып шықты. Олар тек кванттық теорияның негізінде түсіндірілді. Комптонтолқын ұзындығының өзгеруі бар рентгендік кванттың шашырауын оның электронмен соқтығысуының *дара* әрекетінің нәтижесі деп қарастыру керек екендігін болжады.

Тәжірибелер жасалғанда жеңіл элементтердің атомдарында электронның атоммен байланыс энергиясы соқтығысу кезінде электронға рентгендік квантпен берілетін энергиямен салыстырғанда аз болады. Бұл шашырау бұрышы неғұрлым үлкен болса, соғұрлым жақсы орындалады. Жеңіл атомдардың барлық шашырау бұрыштарындағы атомның ішіндегі электронның байланыс энергиясын ескермеуге, яғни барлық электрондарды еркін деп есептеуге болады. Сонда барлық заттар үшін комптондық $\lambda' - \lambda$ ығысудың бірыңғайлығы бірден түсікті болып шыға келеді. Шынында, шашыратқыш зат әуелден негізінен тек еркін электрондардан ғана құралады деп болжалады, яғни дербес өзгешеліктер мүлдем ескерілмейді. Бірақ ол тек

жеңіл атомдар үшін мүмкін. Ауыр атомдардың ішкі электрондары үшін мұндай түсінік жарамсыз, әрине, осыны тәжірибе дәлелдеді.

Енді, бұл ретте энергия мен импульстің сақталу заңдарының орындалуы керек екенін ескере отырып, фотонның еркін электронмен соқтығысуын қарастырамыз. Соқтығысу нәтижесінде электрон релятивистік болуы мүмкін болғандықтан, бұл үдерісті релятивистік динамика негізінде қарастырамыз.

Тыныштықтағы mc^2 энергиясы бар бастапқыда тыныштықта болатын еркін электронға ε энергиясы мен ε/c импульсі бар фотон түссін делік.



1.12-сурет

Соқтығысқаннан кейін фотон энергиясы ε' шамасына тең, ал серпіліс электронының энергиясы мен импульсі E' мен p' шамаларына тең болып қалады. Фотон – электрон жүйесінің энергиясы мен импульсінің сақталу заңдарына сәйкес, соқтығысқанға дейінгі және соқтығысқаннан кейінгі жағдайлар үшін келесі теңдіктерді жазамыз:

$$\varepsilon + mc^2 = \varepsilon' + E', \quad (1.14)$$

$$p'^2 = (\varepsilon/c)^2 + (\varepsilon'/c)^2 - 2(\varepsilon\varepsilon'/c^2) \cos \theta, \quad (1.15)$$

мұндағы, екінші теңдік импульстар үшбұрышы үшін косинустар теоремасы негізінде өрнектелген (1.12-сурет).

Релятивистік электронның импульсі мен энергиясы арасындағы байланыс (К.3.) бойынша төмендегідей түрге ие болатындығын ескере отырып:

$$E'^2 - p'^2 c^2 = m^2 c^4, \quad (1.16)$$

(1.14) формуласынан E'^2 шамасын және (1.15) формуласынан $p'^2 c^2$ шамасын табамыз:

$$E'^2 = (\varepsilon - \varepsilon' + mc^2)^2 = \varepsilon^2 + \varepsilon'^2 + m^2 c^4 - 2\varepsilon\varepsilon' + 2\varepsilon mc^2 - 2\varepsilon' mc^2, \quad (1.17)$$

$$(p'c)^2 = \varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - 2\varepsilon\varepsilon' \cos \theta. \quad (1.18)$$

(1.16) формуласына сәйкес (1.17) өрнегінен (1.18) өрнегін азайтып, алынған нәтижені $m^2 c^4$ шамасымен теңестіріп, қысқартқаннан кейін алатынымыз:

$$\varepsilon - \varepsilon' = \frac{\varepsilon\varepsilon'}{mc^2} (1 - \cos \theta). \quad (1.19)$$

Біз $\varepsilon = \hbar\omega$, $\varepsilon' = \hbar\omega'$ екенін, сондай-ақ, ω мен λ арасындағы ($\omega = 2\pi c/\lambda$) байланысты ескере отырып, алатынымыз:

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta)}, \quad (1.20)$$

мұндағы λ_c – массасы m болатын бөлшектің *комptonдық толқын ұзындығы* *

* Сондай-ақ, $\lambda_c = \lambda_c/2\pi = \hbar/mc$ шамасын да комptonдық толқын ұзындығы деп атайды.

$$\lambda_c = 2\pi\hbar/mc. \quad (1.21)$$

Электрон үшін $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-10}$ см болады.

Әмбебап λ_c тұрақтысы атомдық тұрақтылардың ішіндегі ең маңыздыларының бірі болып табылады.

Алынған нәтижелерді талдау. (1.20) қатынасы тәжірибеден бақыланатын комптондық ығысудың шашырау θ бұрышына тәуелділігімен өте жақсы үйлеседі (1.11-суретті қара). Шашыраған сәулеленудің құраушыларының екеуінің де кеңеюі, шашырау іске асатын, атомдар мен электрондардың қозғалысымен, яғни Доплер әсеріне негізделген.

Шашыраған сәулеленудегі ығыспаған құраушының бар болуы шашыратушы заттың атомдарының ішкі электрондарымен түсіндіріледі. Әсіресе, ауыр атомдардағы олардың байланыс энергиясы, рентгендік фотондардың энергиясымен салыстырарлық, яғни мұндай электрондарды еркін деп санауға да болмайды. Рентгендік фотонның атоммен энергиясы мен импульсін алмастыруы тұтас атомдағыдай жүреді. Атомның массасы электронның массасынан анағұрлым көп, сол себепті, мұндай атомдарда шашыраған фотондардың комптондық ығысуы өте аз, олардың ығысқан λ' толқын ұзындығы да түсуші сәулеленудің λ толқын ұзындығымен іс жүзінде сәйкес келеді. Айта кететіні, оны (1.20) және (1.21) формулаларынан бірден байқауға болады.

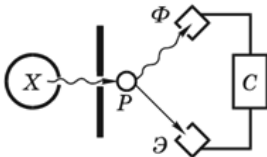
Атомдық нөмір өскен сайын байланысқан электрондардың салыстырмалы саны артады. Сондықтан ығыспаған құраушының интенсивтілігі ығысқанның интенсивтілігімен салыстырғанда арта түсуі керек. Міне осы жағдай тәжірибеде байқалады.

Бұдан басқа, шашырау θ бұрышы өскен сайын электронға берілетін энергияның үлесі артады. Бұл арадан шашырау бұрышы θ артқан кезде еркін деп есептеуге болатын электрондардың салыстырмалы үлесінің өсетіндігі туындайды, яғни, тәжірибе көрсеткендей, ығысқан құраушының интенсивтілігінің ығыспағанның интенсивтілігіне қатынасы артады.

Сонымен, фотонның энергиясы үлкенірек болған сайын электронның атоммен байланысы азырақ дәрежеде көрініс табады, еркін деп есептеуге болатын электрондар көбірек болады. Дәл сол себепті, Комpton эффекті бақылау үшін қатты рентгендік сәулеленуді пайдалану керек. Міне,

сондықтан Комpton эффекті спектрдің көрінетін аймағында байқалмайды. Тиісті фотондардың энергиялары соншалықты кіші, тіпті атомның сыртқы электрондары да еркін электрондардың ролін атқара алмайды.

Комptonның және басқа да зерттеушілердің кейінгі тәжірибелерінде серпіліс электрондарын тіркеу және фотондардың шашырауының қарапайым әрекеттерінде электрондарда энергия мен



1.13-сурет

импульстің сақталу заңдары орындалатындығын көрсету мүмкін болды.

Осыған байланысты, серпіліс электроны мен шашырайтын фотон бір уақытта пайда болатындығын дәлелдеген Боте мен Гейгердің (1925) тәжірибелерін айтып өтейік. Тәжірибенің сызбасы 1.13-суретте көрсетілген, онда X – рентгендік сәулелену көзі, P – сәулелену әсерінен Комптон эффекті жүретін шашыратқыш, Φ мен \mathcal{E} – шашыраған фотондар мен серпіліс электрондарын санауыш құрал. Бұл санауыштар P шашыратқышқа қатысты симметриялы етіп орналастырылған және C сәйкестік желісіне, яғни фотон мен электрон Φ мен \mathcal{E} санауыштарында тек бір уақытта пайда болатын жағдайларды ғана тіркеуге мүмкіндік беретін электрлік желіге, қосылған.

Нәтижесінде санауыштардағы фотон мен электронның бір уақытта тіркелу саны, фотон мен электронның уақыт бойынша кездейсоқ пайда болуы кезінде күтуге болатын санынан көп есеге артатындығы анықталды. Осылайша фотонның электронмен жекеше соқтығысуының бар екендігі дәлелденді.

Есептер

1.1. Фотозффект. Қандай да бір металдың бетінен A шығу жұмысын табу керек. Егер металды толқын ұзындықтары $\lambda_1 = 0,35$ мкм және $\lambda_2 = 0,54$ мкм болатын электромагниттік сәулеленумен кезек-кезек жарықтандырса, онда фотоэлектрондардың максимал жылдамдығы $\eta = 2,0$ есеге өзгешеленеді.

Шешуі: (1.3) Эйнштейн теңдеуін екі толқын ұзындықтары (жиіліктері) үшін жазамыз:

$$\hbar\omega_1 = A + mv_1^2/2, \quad (*)$$

$$\hbar\omega_2 = A + mv_2^2/2$$

мұндағы v_1 мен v_2 – фотоэлектрондардың максимал жылдамдығы, әрі $v_1 > v_2$, сондықтан дәл осы жағдайда $\omega_1 > \omega_2$. (*) теңдеулерінен төмендегі қатынастарды құраймыз

$$\frac{\hbar\omega_1 - A}{\hbar\omega_2 - A} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \eta^2.$$

$\omega = 2\pi c/\lambda$ ескере отырып, осы қатынастан табамыз:

$$A = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_2} \frac{\eta^2 - \lambda_2/\lambda_1}{\eta^2 - 1} = 3,04 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 1,9 \text{ эВ}.$$

1.2. Кейбір кідірткіш потенциалдар айырымында, толқын ұзындығы λ_0 электромагниттік сәулеленумен жарықталынатын литийдің бетіндегі фототок тоқтап қалады. Сәулеленудің толқын ұзындығын $n = 1,5$ есеге өзгертіп, фототокты тоқтату үшін кідірткіш потенциалдар айырымын $\eta = 2,0$ есеге арттыру қажет екендігі анықталды. Литийдің бетінен электронның шығу жұмысы $A = 2,39$ эВ. λ_0 толқын ұзындығын анықтау керек.

Шешуі: (1.3) теңдеуіне және есептің шартына сәйкес екі теңдеуді жазып аламыз:

$$eV_B = \frac{\alpha}{\lambda_0} - A, \quad \eta eV_3 = \frac{\alpha}{\lambda_0/n} - A,$$

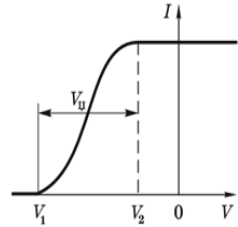
мұндағы $\alpha = 2\pi\hbar c$. Екінші теңдеуді біріншіге бөліп, алатынымыз:

$$\eta = \frac{\alpha n - A\lambda_0}{\alpha - A\lambda_0},$$

осыдан

$$\lambda_0 = \frac{\alpha(\eta - n)}{A(\eta - 1)} = \frac{2\pi\hbar c(\eta - n)}{A(\eta - 1)} = 0,26 \text{ мкм.}$$

- 1.3. Толқын ұзындығы $\lambda = 262$ нм болатын электромагниттік сәулеленумен мырыш электродты жарықтандыру кезінде вакуумдық фотоэлементтің тізбегінде туындайтын ток, сыртқы потенциалдар айырымы (вольтметр көрсеткіштері) $V_1 = -1,5$ В мәніне жеткен кезде, тоқтайды. Мырыштың бетінен электронның шығу жұмысы $A = 3,74$ эВ екенін ескере отырып, осы фотоэлементтің катоды мен анодының арасыдағы сыртқы контактылы потенциалдар айырымының мәні мен полярлығын анықтау керек.



1.14-сурет

Шешуі: (1.3) және (1.5) теңдеулерінен туындайды:

$$\hbar\omega = A + eV_3 = A + e(V_2 - V_1),$$

мұндағы, V_2 – ізделінді контактылы потенциалдар айырымы. Осыдан

$$eV_2 = 2\pi\hbar c/\lambda - A + eV_1 = -0,5 \text{ эВ.}$$

Ол дегеніміз (1.14-сурет)

$$V_2 = -0,5 \text{ В.}$$

- 1.4. **Рентгендік спектрдің қысқа толқынды шекарасы.** Рентгендік түтікшедегі кернеуі $\eta = 2,0$ есеге арттырған соң тұтас рентгендік спектрдің қысқа толқынды шекарасының λ_0 бастапқы толқын ұзындығы $\Delta\lambda = 50$ пм өзгерді. λ_0 табу керек.

Шешуі: дәл осы жағдайда « $\Delta\lambda$ -ге өзгерді» дегеніміз – бұл осындай шамаға кеміді дегенді білдіреді. Сол себепті, (1.8) теңдеуіне сәйкес былайша жазуға болады:

$$\lambda_0 = \frac{a}{V_1}, \quad \lambda'_0 = \lambda_0 - \Delta\lambda = \frac{a}{V_2},$$

мұндағы V_1 мен V_2 – рентгендік түтікшедегі кернеулер, a – тұрақты.

Екінші теңдікті біріншіге бөліп, алатынымыз:

$$\frac{\lambda_0 - \Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\eta}.$$

Осыдан табатынымыз:

$$\lambda_0 = \frac{\eta}{\eta - 1} \Delta\lambda = 0,10 \text{ нм.}$$

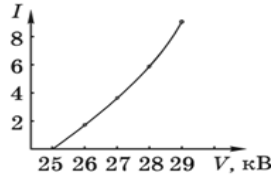
- 1.5. **Изохроматтар әдісі.** Тұтас рентгендік спектрдегі толқын ұзындығы $\lambda_0 = 50$ пм болатын сәулеленудің I интенсивтілігі рентгендік түтікшедегі V кернеуге келесі түрде тәуелді болады:

V , кВ	29	28	27	26
I , салыстырмалы бірлік	9,0	6,0	3,5	1,7

Тиісті графиктің көмегімен \hbar Планк тұрақтысын есептеу керек.

Шешуі: $I(V)$ тәуелділік графигін 1.15-суретте көрсетілгендей, нөлге экстраполяциялап кескіндеп, $V_0 = 25$ кВ табамыз. Бұл реттегі кернеуде λ_0 толқын ұзындығы бар сәулелену тұтас рентгендік спектрдің қысқа толқынды шекарасы болады. Демек, (1.9) өрнегіне сәйкес:

$$\hbar = \frac{\lambda_0 e V_0}{2\pi c} = 1,06 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}.$$

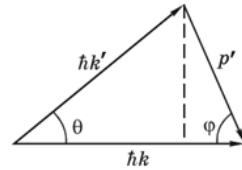


1.15-сурет

- 1.6. **Комптондық электрондар.** ε энергиясы бар фотон тыныштықтағы еркін электронға θ бұрышпен шашырады. Ұшып келген фотонның бағытына қатыстысерпіліс электронының ұшып шыққан φ бұрышын анықтау керек.

Шешуі: Импульстың сақталу заңы білдіретін импульстер үшбұрышынан (1.16) көріп отырғандай

$$\operatorname{tg}'\varphi = \frac{k' \sin\theta}{k - k' \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\lambda'/\lambda - \cos\theta}, \quad (1)$$



1.16-сурет

Комптондық ығысуды анықтауға болатын (1.20) формуласына сәйкес

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{\lambda_C}{\lambda} (1 - \cos\theta), \quad (2)$$

(2)-ні (1)-ге қойып, қарапайым өзгерістерден кейін алатынымыз:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{(1 - \cos\theta)(1 + \lambda_C/\lambda)} = \frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{1 + \varepsilon/mc^2},$$

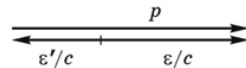
мұнда $\lambda_C/\lambda = 2\pi\hbar/mc\lambda = \varepsilon/mc^2$ екендігі ескерілген.

- 1.7. **Комптон эффектісі.** Қандай да бір λ толқын ұзындығы бар рентгендік сәулеленумен затты сәулелендіргенде, серпілістің релятивистік электрондарының максимал кинетикалық энергиясы K_m -ге тең екендігі анықталды. λ -ны анықтау керек.

Шешуі: Энергия мен импульстің сақталу заңдарына сәйкес

$$\varepsilon - \varepsilon' = K_m, \quad \varepsilon/c + \varepsilon'/c = p, \quad (1)$$

мұндағы ε мен ε' – фотонның электронмен соқтығысқанға дейінгі және соқтығысқаннан кейінгі энергиясы, p – оның серпіліс импульсі. Есептің шартына сәйкес, p импульсі максимал болу үшін, үш импульстің барлығы да коллинеарлы (1.17) болу керек екендігі екінші формулада ескерілген. (1) теңдеулерінің екіншісінің барлық қосындыларын c -ға көбейтіп, осыдан кейін алынған өрнекті бірінші теңдеуге қосып, алатынымыз:



1.17-сурет

$$2\varepsilon = K_m + pc \quad (2)$$

Релятивистік динамикада электронның кинетикалық энергиясы мен импульсінің арасындағы байланысты инвариантты формула $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ көмегімен оңай алуға болады, мұндағы $E = mc^2 + K$, осыдан $pc = \sqrt{K_m(K_m + 2mc^2)}$. Сонда (2) теңдеуі мына түрге айналады

$$2\hbar \frac{2\pi c}{\lambda} = K_m + \sqrt{K_m(K_m + 2mc^2)}. \quad (3)$$

Соңғы теңдеуден табатынымыз:

$$\lambda = \frac{4\pi\hbar c}{K_m(1 + \sqrt{1 + 2mc^2/K_m})}. \quad (4)$$

Бұл формуланы, алымы мен бөлімін $\sqrt{1 + 2mc^2/K_m} - 1$ -ге көбейтіп, басқа түрде де ұсынуға болады. Сонда:

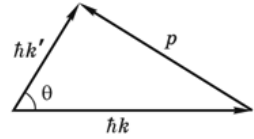
$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} \left(\sqrt{1 + \frac{2mc^2}{K_m}} - 1 \right).$$

1.8. Кері Комптон эффекті. Фотон релятивистік электронмен соқтығысқан кезде θ бұрышына шашырады, ал электрон тоқтады. Шашыраған фотонның толқын ұзындығының комптондық ығысуын табу керек.

Шешуі: Импульстің сақталу заңына сәйкес

$$\hbar\mathbf{k} + \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}',$$

мұндағы \mathbf{k} мен \mathbf{k}' – бастапқы және шашыраған фотондардың толқындық векторлары, \mathbf{p} – электронның импульсі (1.18-сурет). Осы суреттен косинустар теоремасы бойынша алатынымыз



1.18-сурет

$$p^2 c^2 = \varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - 2\varepsilon\varepsilon' \cos \theta, \quad (1)$$

мұнда ε мен ε' – шашырағанға дейінгі және шашырағаннан кейінгі фотон энергиясы, $k = \omega/c$, $k' = \omega'/c$ екені ескерілген.

Энергияның сақталу заңының негізінде мынаны жазамыз

$$\varepsilon + E = \varepsilon' + mc^2,$$

мұндағы E – электронның толық энергиясы, m – оның тыныштықтағы массасы. Осы теңдіктен E^2 -ты табамыз:

$$E^2 = \varepsilon^2 + \varepsilon'^2 + m^2 c^4 - 2\varepsilon\varepsilon' - 2\varepsilon mc^2 + 2\varepsilon' mc^2. \quad (2)$$

Енді $E^2 - p^2 c^2$ өрнегінің, $m^2 c^4$ шамасына тең болатын, инварианттылығын пайдаланамыз, нақты айтқанда (2)-ден (1)-ді азайтамыз. Қысқартқаннан соң нәтижесіне алатынымыз:

$$\varepsilon\varepsilon'(1 - \cos \theta) = mc^2(\varepsilon' - \varepsilon), \quad (3)$$

немесе

$$\frac{\hbar}{mc^2}(1 - \cos \theta) = \frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega'} = \frac{\lambda - \lambda'}{2\pi c}.$$

Соңғы өрнектен табатынымыз

$$\lambda - \lambda' = -\frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos \theta) < 0,$$

яғни шашыраған фотонның толқын ұзындығы кемиді және оның энергиясы артады.

- 1.9. Жарық қысымы.** $I, \text{Вт}/\text{м}^2$ интенсивтіліктің жазық жарық ағыны, R радиусты айнадай сфералық беттің жартысын жарықтандырады. Корпускулалық түсініктер көмегімен сфераға түсетін жарық қысымының күшін табу керек.

Шешуі: Түскен жарықты ω жиілігі бар монохроматты жарық деп есептейміз. Бұның соңғы нәтижеге қалай әсер ететіндігін біз көретін боламыз.

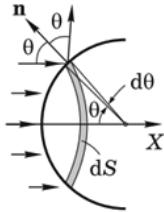
Ең әуелі X осінің бағытымен dS қарапайым сақинасына (1.19) әсер ететін dF күшін табамыз. Айнадай шағылысқан кезде әрбір фотон бетке Δp_x импульсін береді (1.20):

$$\Delta p_x = p - p_x = p - p \cos(\pi - 2\theta) = p(1 + \cos 2\theta) = 2p \cos^2 \theta,$$

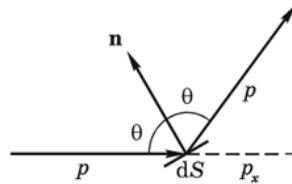
мұндағы $p = \hbar\omega/c$.

$$dF = \Delta p_x \cdot dN = 4\pi R^2 (I/c) \cos^3 \theta \sin \theta d\theta.$$

dS қарапайым сақинасына (1.19-суретіне кара) секунд сайын түсетін фотондар саны $dN = (I/\hbar\omega) dS \cos \theta$, мұндағы $dS = 2\pi R \sin \theta \cdot R d\theta$. Сонда



1.19-сурет



1.20-сурет

Жарықтың ω жиілігі қысқарып кетті, яғни бұл жерде оның маңызы жоқ екенін атап өтейік.

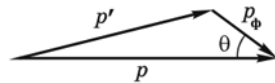
Соңғы өрнекті 0 – ден $\pi/2$ -ге дейін θ бойынша интегралдап алатынымыз:

$$F = \pi R^2 I / c.$$

Тап осы жағдайда алынған нәтиже дәл абсолютті жұтқыш бет жағдайындағы нәтижедей болғаны қызық. Бұдан басқа ол классикалық толқындық түсініктер көмегімен алынған нәтижеменде дәл осындай сәкестікке ие болады.

- 1.10. Доплер әсері.** Релятивистік емес v жылдамдықпен қозғалатын қозған атом атомның қозғалысының бастапқы бағытына θ бұрышпен фотон шығарды. Энергия мен импульстің сақталу заңдарының көмегімен атомның серпілісімен шартталған фотонның жиілігінің салыстырмалы ығысуын табу керек.

Шешуі: «Орнықтырылған» қозғалмайтын атом қозған күйден қалыпты күйге ауысқан кезде, $\hbar\omega$ энергиясы бар фотон шығарсын делік. Атомның аталған күйлерінің энергияларының өзгерісі $\hbar\omega$ шамасына тең, бұл атомның тыныштықта немесе қозғалыста болуына тәуелсіз. *Еркін* қозғалатын атомның фотон шығаруы кезінде атомның импульсі өзгереді, себебі шығарылған



1.21-сурет

фотон импульске ие болады. Атомның кинетикалық энергиясы да өзгереді. Энергия мен импульстің сақталу заңдарына сәйкес (1.21-сурет),

$$p^2/2m + E^* = p'^2/2m + \hbar\omega',$$

$$p'^2 = p^2 + p_\phi^2 - 2pp_\phi \cos \theta ,$$

мұндағы, E^* – атомның қозу энергиясы, $E^* = \hbar\omega$, ал $p_\phi = \hbar\omega'/c$.

Осы екі теңдіктен p'^2 -ты алып тастап, алатынымыз:

$$\omega' - \omega = \omega' \left(\frac{v}{c} \cos \theta - \frac{\hbar\omega'}{2mc^2} \right).$$

Фотон энергиясы $\hbar\omega' \ll 2mc^2$ екенін ескере отырып, жақшаның алдындағы ω' -ты ω -мен ауыстырып (олардың өзгерісі өте аз), келесі нәтижеге келеміз:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{v}{c} \cos \theta,$$

мұндағы $\Delta\omega = \omega' - \omega$. Алынған формула Доплер эффектісі үшін қарапаймы релятивістік емес теңдікпен сәйкес келеді.

2-тарау

Резерфорд – Бор атомы

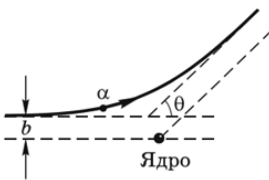
§ 2.1. Атомның ядролық үлгісі

Кіріспе. Қазіргі таңда біз кез келген атом оң зарядталған ядро мен оны айналдыра орналасқан электрондық қабықшадан құралатындығын білеміз. Ядроның өлшемдері 10^{-12} см-ден кем, электрондық қабықшамен анықталады атомның өзінің өлшемдері шамамен 10^{-8} см, яғни ядроның өлшемдерінен он мың есе үлкен. Бұл ретте атомның іс жүзінде барлық массасы ядроға шоғырланған.

Егер осының барлығы солай болса, онда атом оны тесіп өтетін бөлшектер үшін жоғары дәрежеде мөлдір болуы тиіс. Атомның баяндалған үлгісінің эксперименттік дәлелін, жұқа металл фольгадан α -бөлшектерді (Не атомдарының ядроларының) шашыратудың көмегімен, Резерфорд (1911) ұсынды.

α -бөлшектердің басым көпшілігі кішкене бұрыштарға ($3^\circ \sim$ шамасынан көп емес) шашырағандығы ашылды. Сонымен қатар, үлкен бұрыштарға шашыраған бөлек α -бөлшектер де бақыланды. Соңғыларына қатысты Резерфорд, мұндай бөлшектер олардың атомның ядросымен өзара әсерінің жалғыз әрекеті нәтижесінде пайда болады деген, қорытынды жасады.

Аталған α -бөлшектердің ядромен өзара әсері кулондық болып табылады, ал ядроның заряды мен массасы атомның өте кіші аймағында шектелген деген болжамдарға сүйене отырып, Резерфорд α -бөлшектердің шашырауының мөлшерлік теориясын құрды және шашыраған α -бөлшектердің θ ауытқу бұрышына қатысты таралуына арналған формуласын қорытып шығарды. Резерфорд өзінің пікірлерінде α -бөлшектердің шашырауының тек ядролардағысын есепке алған, себебі электрондардың



2.1-сурет

массасы α -бөлшектердің массасынан шамамен төрт есеге кем болғандықтан, α -бөлшектердің электрондармен елеулі ауытқуы болмайды.

α -бөлшек ядроның маңынан ұшып бара жатқанда, оның траекториясы гипербола болып көрінеді әрі α -бөлшектің ауытқу бұрышы – θ бұрышы – гиперболаның асимптоталарының арасындағы бұрышқа тең (2.1-сурет).

θ бұрышы үшін төмендегі өрнек алынған

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{2bK}, \quad (2.1)$$

мұндағы q мен q_0 – ұшып келген бөлшек пен ядроның зарядтары, b – нысаналы параметр, яғни ядродан ұшып келе жатқан бөлшектің қозғалысының бастапқы бағытына дейінгі, яғни ол ядродан алшақ орналасқан кездегі қашықтық (2.1-суретті қара), K – бөлшектің ядродан алшақ орналасқан кезіндегі кинетикалық энергиясы.

b нысаналы параметрі кем болған сайын, θ ауытқу бұрышы арта түсетіндігін (2.1) формуласынан байқаймыз. (2.1) формуласының қорытындысы Қосымшада келтірілген.

Резерфорд формуласы. (2.1) формуласын тікелей тексеру экспериментті түрде мүмкін емес, себебі біз ұшып келе жатқан бөлшектің b нысаналы параметрін өлшей алмаймыз. Алайда, Резерфордтың болжамдарына сүйене отырып, біз (2.1) формуласын келесі есептеулер үшін негіз етіп ала аламыз.

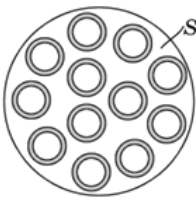
Шашыратқыш заттың жұқа қабатын қарастырамыз, оның жұқа (фольга) болғаны соншалықты, тіпті шоғырдың әрбір ұшып келген бөлшегі тек бір-ақ рет ауытқитын болады. $(\theta, \theta + d\theta)$ бұрыштары аралығындағы ауытқу үшін нысаналы параметр $(b, b + db)$ аралығының ішіне енуі керек. Бұл ретте $d\theta$ және db мәндері белгілі қатынаспен байланысуы керек. Оны табу үшін алдымен (2.1) формуласын мына түрде жазамыз:

$$b = \frac{qq_0}{2K} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}, \quad (2.2)$$

содан соң осы өрнектен дифференциал аламыз:

$$db = -\frac{qq_0}{2K} \frac{d\theta}{2 \sin^2(\theta/2)}. \quad (2.3)$$

Осы өрнектегі « \rightarrow » (теріс) таңбасы db және $d\theta$ мәндерінің өзара қарама-қарсы болуымен шартталған. Бұдан былай db және $d\theta$ шамаларының модулі ғана маңызды болады, сондықтан (2.3) формуласындағы « \rightarrow » (теріс) таңбасын ескермейміз.



2.2-сурет

Ұшып келетін бөлшектердің жіңішке шоғырының көлденең қимасының ауданы S -ке тең болсын. Сонда шашыратушы жұқа қабаттың ядролар саны nS -ке тең болады, мұндағы n – бірлік бетке есептегендегі ядролар (атомдар) саны. Сонымен $(b, b + db)$ аралығында b нысаналы параметріне ие болатын, яғни $(\theta, \theta + d\theta)$ бұрыштар аралығында шашыраған бөлшектердің салыстырмалы саны мынаған тең болады (2.2-сурет)

$$\frac{dN}{N} = \frac{dS}{S} = \frac{nS \cdot 2\pi b db}{S} = n \cdot 2\pi b db, \quad (2.4)$$

мұндағы, dS – шоғырдың S кимасындағы сақиналар аудандарының қосындысы, dN – $(\theta, \theta + d\theta)$ бұрыштар арылығында шашыраған бөлшектердің ағыны, ал N – шоғырда түсетін бөлшектердің ағыны.

(2.2) мен (2.3) формулаларынан b және db -ға арналған шамаларды (2.4) өрнегіне қою арқылы алатынымыз:

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{qq_0}{2K} \right)^2 2\pi \frac{\cos(\theta/2)d\theta}{2 \sin^3(\theta/2)}. \quad (2.5)$$

Осы теңдіктің оң жақ бөлігінің алымы мен бөлімін $\sin(\theta/2)$ шамасына көбейтеміз. Сонда:

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{qq_0}{2K} \right)^2 \frac{2\pi \sin\theta d\theta}{4 \sin^4(\theta/2)}, \quad (2.6)$$

мұндағы $2\pi \sin\theta d\theta$ өрнегі – көлеміне $(\theta, \theta + d\theta)$ шашырау бұрыштары енген $d\Omega$ денелік бұрыш. Сол себепті (2.6) формуласын былайша қайта жазуға болады:

$$\frac{dN}{N} = n \left(\frac{qq_0}{4K} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4(\theta/2)}, \quad (2.7)$$

Бұл *Резерфорд формуласы* болып табылады. Ол бөлшектер қозғалыстарының бастапқы бағытына θ бұрышымен $d\Omega$ денелік бұрышта шашыраған, бөлшектердің салыстырмалы санын анықтайды. Бұл формуладағы n – шашыратушы кабаттың (фольганың) бірлік бетіне келетін ядролар саны.

Егер бізге θ_1 -ден θ_2 -ге дейінгі бұрыштардың шектік аралығында шашыраған бөлшектердің dN/N салыстырмалы саны маңызды болса, онда оның $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ екенін ескере отырып, (2.7) өрнегін интегралдау керек. Бұл ретте шашыраудың кішкене бұрыштарына (шамамен 3° -тан кем) Резерфорд формуласы қолданылмайтындығын ескеру керек. Бұл өте кішкене бұрыштарға нысаналық параметрдың үлкен мәндері сәйкес келетіндігімен, сондай-ақ, ол мәндердің күштің кулондық сипаты жойылатын, атом шамасының шегінен шығып кететіндігімен байланысты.

θ бұрыштардың шектік аралығында шашыраған бөлшектердің салыстырмалы санын табу жөніндегі сұрақ айтарлықтай оңай (интегралдаусыз) шешілуі мүмкін екендігін ескерте кетейік. Нақты қалай екендігі төмендегі мысалда көрсетілген.

Эффективті қима. Егер радиусы b және ені db сақинаның ауданына тең болатын $d\sigma$ дифференциалдық қима түсінігін енгізсек (2.2-суретке қара), онда (2.7) Резерфорд формуласын біршама басқа түрде көрсетуге болады. $(b, b + db)$ аралығында нысаналы параметріне ие бола отырып, ұшып

келетін бөлшектер ядроларымен (2.1) формуласына сәйкес $(\theta, \theta + d\theta)$ аралығында бұрыштарға ауытқиды.

$$d\sigma = 2\pi b db \quad (2.8)$$

болғандықтан, (2.7) формуласын былайша ұсынуға болады:

$$\frac{dN}{N} = n d\sigma, \quad (2.9)$$

мұндағы дифференциалдық эффективті қима

$$d\sigma = \left(\frac{qq_0}{4K}\right)^2 \frac{2\pi \sin\theta d\theta}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (2.10)$$

Осылайша, (2.9) формуласы $(\theta, \theta + d\theta)$ бұрыштар аралығында шашыраған бөлшектердің салыстырмалы саны (n) фольганың бірлік бетіне келетін ядролардың мөлшеріне сәйкес дифференциалдық қимаға (2.10) көбейткенге тең екендігін білдіреді.

Мысалы: θ_1 -ден θ_2 -ге дейінгі бұрыштар аралығында шашыраған бөлшектердің dN/N салыстырмалы санын табамыз. Қалғаны берілген деп есептелінеді.

(2.9) формуласына сәйкес dN/N шамасы сақинаның ауданына пропорционал, оның ішкі және сыртқы радиустары b_1 мен b_2 тең, яғни

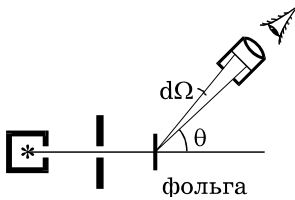
$$dN/N = n(\pi b_2^2 - \pi b_1^2). \quad (*)$$

b_1 мен b_2 мәндері болса, θ_1 және θ_2 бұрыштарымен (2.1) немесе (2.2) формуласы арқылы байланысатыны анық. (*) формуласындағы b параметрін (2.2) өрнегімен ауыстырып, мынаны аламыз:

$$\frac{dN}{N} = n\pi \left(\frac{qq_0}{2K}\right)^2 \left(\text{ctg}^2 \frac{\theta_2}{2} - \text{ctg}^2 \frac{\theta_1}{2}\right).$$

Міне, есептеудің барлығы осы. Іс жүзінде солай жасау керек.

Резерфорд формуласын тексеру. (2.7) формуласы эксперименттік түрде дәлелденді. Ұшып келетін бөлшектер ретінде радиоактивті көзден шығатын α - бөлшектер (олардың заряды $q = 2e$) пайдаланылды.



α - бөлшектердің кинетикалық энергиясы шамамен бірнеше МэВ болды. Егер шашыраған α - бөлшектерді санайтын $d\Omega$ денелік бұрышты анықтай отыра, сонымен бірге θ бұрышын (2.3-сурет) өзгертсе, онда (2.7) формуласынан туындайтыны:

2.3-сурет

$$dN \cdot \sin^4(\theta/2) = \text{const}. \quad (2.11)$$

Тәжірибе жүзінде ең алдымен дәл осы шарттың орындалуы тексерілді. (2.11) формуласының сол жақ бөлігіндегі көбейткіштердің әрбіреуі үш есеге (θ бұрышының өзгерісі үрдерісінде) өзгергеніне қарамастан, олардың көбейтіндісі үлкен дәлдікпен тұрақты болып қалады екен. Бұл (2.7) формуласы α -бөлшектердің шашырау үдерісін дұрыс сипаттайды дегенді білдіреді.

Резерфорд формуласын дәлелдейтін тәжірибелер, өте аз қашықтықтардағы (10^{-12} см-ден 10^{-9} см-ге дейін) Кулон заңының дұрыстығының жанама дәлелі ретінде қарастырылуы мүмкін. Сонымен қатар олар, атомның массасы іс жүзінде оның өте аз аймағында, өлшемдері 10^{-12} см-ден аспайтын ядроға шоғырланған деген болжамдардың дұрыстығын айғақтайды.

Мысал. α -бөлшектің алтын атомының қозғалмайтын ядросының центріне тура бағыттала қозғала отырып жақындайтын қашықтығын табыңыз. Алтын атомының реттік нөмірі $Z = 79$ және ұшып келетін α -бөлшектің ядродан алшақ болған кездегі кинетикалық энергиясы $K = 5,7$ МэВ. α -бөлшектің тоқтаған мезетегі кинетикалық энергиясы толығымен потенциалдыққа ауысады: $K = 2Ze^2/r_{\min}$. Осы жерден:

$$r_{\min} = \frac{2Ze^2}{K} = \frac{2 \cdot 79(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{5,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Жоғарыда айтылғандар ұшып келетін бөлшек пен ядроның арасындағы кез келген қашықтықта Кулон заңының орындалатындығының салдары бола алмайды. Мысалы, үдеткішпен үдетілген протондардың шашырауына арналған тәжірибелер айтарлықтай үлкен энергияларда нысаналық параметр 10^{-12} см шамасынан кем болған кезде, Кулон заңынан күрт ауытқулар байқалатындығын көрсетті. Мұндай қашықтықтарда тебілістің кулондық күштерінен айтарлықтай басым болатын тартылыстың ядролық күштері өз әсерін байқатады.

Сонымен, α -бөлшектің шашырауы бойынша тәжірибелер Резерфорд ұсынған атомның ядролық (планетарлық) үлгісінің дұрыстығына кепіл болды. Алайда, бұл үлгі мен классикалық электродинамиканың заңдарының арасында айрықша қайшылық туындады.

Электрондардың ядроның айналасында Күннің айналасындағы планеталардың қозғалыс траекториясы сияқты траекториямен қозғалады деген болжам шешілмейтін қиындыққа (классикалық көзқарас тұрғысынан) тап болды. Электрон қисайған траекториялар бойынша қозғала отырып үдеуге ие болады, яғни оның электромагниттік толқындар шығаруы керек екені сөзсіз. Бұл үрдеріс энергияның шығынымен ере жүреді, осының нәтижесінде электрон ең ақырында ядроға түсуі керек. Мұндай атомның өмір сүру уақыты 10^{-11} с (2,5-есепті қара) шамасындай болады. Бұл нәтиже қарастырылған атом үлгісінің тұрақсыздық деңгейін айқын дәлелдейді.

§ 2.2. Спектрлік заңдылықтар

Бірінші кезекте бізді бір-бірімен өзара әрекеттеспейтін атомдардың сәулеленуімен шартталған спектрлер қызықтыратын болады. Бұл спектрлер жеке жіңішке спектрлік сызықтардан құралады, оларды *сызықтық* деп атайды.

Спектрлік сызықтардың көп болуы атом ішкі құрылымының күрделілігін көрсетеді. Атомдық спектрлерді зерттеу атомдардың ішкі құрылымын танып білуге себепші болды. Ең алдымен, спектрлік сызықтар ретсіз орналаспай, белгілі бір сызықтар сериясын құрайтындығы белгілі болды. Бальмер (1885) атомдық сутегінің сызықтық спектрін зерттей отыра келесі заңдылықты анықтады. Ол қазіргі заманғы белгіленулерде мынадай түрге ие болады:

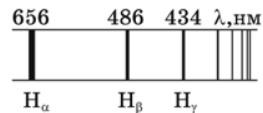
$$\omega = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (2.12)$$

мұндағы, ω – әрбір спектрлік сызыққа сәйкес келетін циклдік жиілік $\omega = 2\pi c/\lambda$, R – Ридберг тұрақтысы.

$$R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}. \quad (2.13)$$

(2.12) формуласын *Бальмер формуласы* деп, ал сәйкес келетін спектрлік сызықтардың сериясын *Бальмер сериясы* деп атайды (2.4-сурет). Бұл серияның негізгі сызықтары спектрдің көрінетін аймағында болады.

Атомдық сутегінің спектрін одан арғы зерттеулер тағы да бірнеше сериялардың бар екендігін көрсетті. Спектрдің ультракүлгін бөлігінде – *Лайман сериясы*:



2.4-сурет

$$\omega = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (2.14)$$

ал, спектрдің инфрақызыл бөлігінде – *Паузен сериясы*:

$$\omega = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (2.15)$$

Сондай-ақ, *Брэккет пен Пфунд* сериялары.

Бұл сериялардың барлығын *Бальмердің жалтыланған формуласы* түрінде көрсетуге болады:

$$\omega = R \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.16)$$

мұндағы $n_0 = 1$ Лайман сериясы үшін, $n_0 = 2$ Бальмер сериясы үшін және т.с.с. n_0 берілген кезде n саны, $(n_0 + 1)$ -ден бастап, барлық бүтін санды мәндерге ие болады.

(2.14) Лайман сериясының максималды толқын ұзындығына $n = 2$ сәйкес келеді, бұл $\lambda_{\text{макс}} = \frac{2\pi c}{\omega_{\text{мин}}} = \frac{8\pi c}{3R} = 121,6 \text{ нм}$ мәніне тең. Сәйкес спектрлік сызықты *сутегінің резонанстық сызығы* деп атайды.

n өскен сайын әрбір серияның сызықтарының жиілігі серияның шегі деп аталатын R/n_0^2 шектік мәнге ұмтылады (2.4-суретті қара). Серияның шекарасынан тыс спектр үзілмейді, ол тұтас спектрге айналады. Бұл тек сутегінің барлық серияларына ғана емес, басқа да элементтердің атомдарына тән.

Мысалы: Атомдық сутегінің Бальмер сериясының сызықтары орналасқан аймақтағы спектрлік аралықты анықтайық (толқын ұзындығы шамасымен). Берілген аралықтың шекаралары – бұл (2.12) формуласындағы $n = 3$ сәйкес келетін серияның негізгі сызығы λ_{32} және де λ_{∞} серияның шекарасы ($n = \infty$). ω жиілік λ толқын ұзындығымен $\omega = 2\pi c/\lambda$ формуласы арқылы байланысатынын ескере отырып, алатынымыз:

$$\lambda_{32} = \frac{2\pi c}{R\left(\frac{5}{36}\right)} = 656 \text{ нм}, \quad \lambda_{\infty} = \frac{2\pi c}{R/4} = 365 \text{ нм}.$$

Осылайша, бізге қажетті серия 365-тен 656 нм-ге дейінгі спектрлік аралығында жатыр, яғни шындығында оның барлық негізгі сызықтары спектрдің көрінетін аймағында орналасқан.

§ 2.3. Бор постулаттары. Франк және Герц тәжірибелері

Бор постулаттары. Резерфордтың планетарлық үлгісінің абсолютті тұрақсыздығы және сонымен бірге атомдық спектрлердің таңғаларлық заңдылығы, атап айтқанда олардың дискреттілігі Н. Борды кванттық физиканың екі негізгі постулатын тұжырымдау (1913) қажеттілігіне әкелді:

1. Атом ұзақ уақыт* бойы, E_1, E_2, E_3, \dots энергияның дискреттік мәндерімен сипатталатын, стационарлық күй деп аталатын, тек белгілі күйлерде ғана бола алады. Бұл күйлерде классикалық электродинамикаға қарамастан атом сәулелендірмейді.

2. Атомның E_2 үлкен энергиялы стационарлық күйден E_1 кіші энергиялық күйге өтуі кезінде $\hbar\omega$ энергиялы жарық кванты шығарылады:

$$\hbar\omega = E_2 - E_1. \tag{2.17}$$

* Бұл уақыттың шамасы 10^{-16} с тең. Макроскопиялық масштабта мұндай уақыт өте аз. Алайда уақыттың атомдық шкаласында электронның, мысалы, 10^{-16} с шамасына тең сутегі атомы ядросының айналасынан айналу периодынан анағұрлым артатындықтан ол айтарлықтай үлкен мәнге ие болады.

Түскен фотон атомды төменгі E_1 энергетикалық деңгейден жоғарырақ E_2 деңгейге өткізеді, өзі жойылып кететін жұтылу жағдайында да осындай қатынас орындалады.

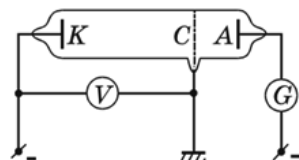
(2.17) қатынасын Бордың жиіліктер ережесі деп атайды. Атомның жоғарырақ энергетикалық деңгейге өтулері басқа атомдармен соқтығысуының салдарынан да болуы мүмкін екендігін ескеру керек.

Осылайша, атом бір стационарлық күйден басқа күйге секірулер (оларды кванттық деп атайды) арқылы өтеді. Өту үдерісі кезінде атомдардың неге ұшырайтындығы Бор теориясында ашық түрде қалады.

Франк және Герц тәжірибелері (1913). Бұл тәжірибелер атомдық күйлердің дискреттілігінің тікелей дәлелін берді. Тәжірибелердің идеясы мынаған негізделген. Электронның атоммен серпімсіз соқтығысулары кезінде электроннан атомға энергияның берілуі іске асады. Егер атомның ішкі энергиясы үздіксіз өзгерсе, онда атомға энергияның кез келген үлесі берілуі мүмкін. Егер де атомның күйлері дискретті болса, онда оның электронмен соқтығысқан кездегі ішкі энергиясы да дискретті түрде атомның стационарлық күйлердегі ішкі энергиясының өзгерісіне тең шамаларға өзгеруі керек.

Сәйкесінше, серпімсіз соқтығысулар кезінде электрон атомға энергияның тек белгілі үлесін ғана бере алады. Оларды өлшей отыра, атомның стационарлық күйлерінің ішкі энергияларының мәндерін анықтауға болады.

Дәл осыны сұлбасы 2.5-суретте көрсетілген қондырғының көмегімен тәжірибе жүзінде тексеру керек болған. Баллонда сынап буларымен қатар қысымы шамамен 1 мм сынап бағанына (≈ 130 Па) тең болатын үш электрод бар: К – катод, С – тор және А – анод.



2.5-сурет

Термоэлектрондық эмиссия салдарынан ыстық катодтан шығатын электрондар, катод пен тордың арасында V потенциалдар айырымымен үдетілген. V шамасын бірқалыпты өзгертуге болады. Катод пен тор арасында потенциалдар айырымы шамамен 0,5 В-қа тең болатын әлсіз тежегіш өріс туындайды.

Осылайша, егер қандай да бір электрон 0,5 эВ-тан кем болатын энергиямен тор арқылы өтетін болса, онда ол анодқа дейін ұшып жете алмайды. Тор арқылы өткен кездегі энергияларының шамасы 0,5 эВ-тан артық болатын электрондар ғана анодқа жетеді. Ол өлшеуге болатын I анодтық ток туындайды.



2.6-сурет

Тәжірибелерде (2.5-суретті қара) I анодтық тогының (G гальванометрмен) V үдетуші кенеуге тәуелділігі (V вольтметрмен) зерттелген. Алынған нәтижелер 2.6-суретте көрсетілген. Максимумдар энергияның $E_1=4,9$ эВ, $E_2=2E_1$, $E_3=3E_1$ және т.с.с.* мәндеріне сәйкес келеді.

Қисық сызығының мұндай түрі атомдардың шындығында 4,9 эВ-қа тең болатын энергияның тек дискреттік үлесін ғана жұта алатындығымен түсіндіріледі.

Электрондардың энергиясы 4,9 эВ-тан кем болған кезде, олардың сынап атомдарымен соқтығысуы тек серпімді (атомдардың ішкі энергиясының өзгеріссіз) бола алады, яғни электрондар торға, тор мен анодтың арасындағы тежеуіш потенциалдар айырымынан өту үшін жеткілікті, энергиямен жететін болады. V үдетуші кенеуге 4,9 В-қа тең болған кезде, электрондар сынап атомдарына барлық энергиясын бере отыра, тордың аймағында серпімсіз соқтығысуға ұшырай бастайды, ал олар тордан тыс кеңістікте тежеуіш потенциалдар айырымынан өте алмайтын болады. Яғни, A анодына тек серпімсіз соқтығысуға ұшырамаған электрондар ғана түсе алады. Сол себепті, 4,9 В үдетуші кенеуінен бастап, I анодтық ток кемитін болады.

Үдетуші кернеудің ары қарайғы өсуі кезінде серпімсіз соқтығысудан кейін электрондардың жеткілікті мөлшері, тордан тыс жердегі тежеуіш өрістен өту үшін, қажетті энергияға ие болып үлгереді. I ток күшінің өсуінің жаңа кезеңі басталады. Үдетуші кернеу 9,8 В-қа дейін артқан кезде, бір серпімсіз соқтығысудан кейін электрондар, екінші серпімсіз соқтығысуға жеткілікті, шамасы 4,9 эВ-қа тең болатын энергиямен торға жетеді. Екінші серпімсіз соқтығысу кезінде электрондар өзінің барлық энергиясын жоғалтады да анодка жете алмайды. Сондықтан I анодтық ток тағы да кеми (2.6-суреттегі екінші максимум) бастайды. Келесі максимумдар осыған ұқсас түсіндіріледі.

Тәжірибелердің нәтижелерінен сынап атомының негізгі күйі мен жақын қозған күйінің ішкі энергияларының айырымы 4,9 эВ-қа тең болатындығы, яғни бұдан атомның ішкі энергиясының дискреттілігі дәлелденетіндігі туындайды.

Осыған ұқсас тәжірибелер кейіннен басқа газдардың атомдарымен жүргізілді. Оларға тән потенциалдар айырымы алынды, оларды резонанстық потенциалдар немесе коздырудың алғашқы потенциалдары деп атайды. Резонанстық потенциал атомның негізгі күйден жақын қозған күйге өтуімен сәйкес келеді. Жоғарырақ қозған күйлерді анықтау үшін аса жетілген әдістеме пайдаланылған, алайда зерттеу қағидасы өзгермеген күйде қалған.

Сонымен осыған ұқсас барлық тәжірибелер атомдардың күйлері тек дискретті ғана өзгереді деген қорытындыға әкеледі.

* 2.6-суреттегі $I(V)$ қисық сызығы, егер катод пен тор арасында сыртқы түйісуші $\Delta\phi$ потенциалдар айырымы жоқ болған жағдайда ғана, сондай түрге ие бола алады. $\Delta\phi$ -дің бар болуы $I(V)$ қисық сызығының солға немесе оңға қарай ығысуына әкеледі. Максимумдардың салыстырмалы орналасуы газдың (атомдардың) түріне ғана тәуелді. Егер E_1 энергиясын әдеттегідей көрші максимумдар арасындағы «қашықтық» бойынша өлшесе, $\Delta\phi$ шамасын жоюға болады.

Франк және Герц тәжірибелері Бордың екінші постулатын да, яғни жиіліктер ережесін дәлелдейді. Сынап булары 4,9 В-қа тең үдетуші кернеуге жеткен кезде, толқын ұзындығы 253,7 нм болатын, ультракүлгін сәуле шығара бастайды екен. Бұл сәулелену сынап атомдарының бірінші қозған күйден негізгі күйге өтуімен байланысты. Шынымен де (2.17) шартынан туындайтыны:

$$E_2 - E_1 = \frac{2\pi c h}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 1,054 \cdot 10^{-27}}{253,7 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} = 4,9 \text{ эВ.}$$

Бұл нәтиже алдыңғы өлшеулермен жақсы үйлеседі.

§ 2.4. Сутегі атомының Бор үлгісі

Бақылау нәтижелерімен үйлесімділікті алу үшін, Бор сутегі атомындағы электронның, импульс моментінің шамасы:

$$M = n\hbar, \quad n = 1,2,3, \dots, \quad (2.18)$$

болатын шеңберлік орбиталармен* ғана қозғалатындығын болжады. Мұндағы n – кванттық сандар.

Осы *кванттау ережесі* көмегімен сутегітекес жүйелердің (H, He⁺, Li⁺⁺...) шеңберлік стационарлық орбиталарының радиустарын және де соған сәйкес энергияны анықтауға болады. Сутегітекес жүйенің ядросының заряды Ze -ге тең болсын делік. Ядроның массасы электронның массасынан едәуір үлкен болғандықтан, электронның қозғалысы кезінде ядроны тыныштық күйде деп есептеуге болады. Борға сүйене отырып, электрон ядроның айналасында r радиусты шеңбер бойымен қозғалады деп есептейік.

Ньютонның екінші заңына сәйкес

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (2.19)$$

мұндағы, m – электронның массасы. Осыдан электронның кинетикалық энергиясы:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{Ze^2}{2r}, \quad (2.20)$$

және де ядроның кулондық өрісіндегі электронның толық энергиясы:

$$E = K + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{2r} \quad (2.21)$$

(2.18) кванттау ережесіне сәйкес, $rmv = n\hbar$ осы жерден:

$$v = \frac{n\hbar}{rm}. \quad (2.22)$$

* Кейіннен Зоммерфельд Бордың тұжырымдарын эллипстік орбиталарға жалпыландырды. Алайда қазіргі таңда мұның мәні жоғалды, біз де бұл сұрақты ескермейтін боламыз.

(2.22)-ні (2.19)-ға қойғаннан кейін n -ші стационарлық орбитаның радиусының өрнегін аламыз:

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{me^2 Z}. \quad (2.23)$$

Сутегі атомындағы ($n=1, Z=1$) электронның бірінші стационарлық орбитасының радиусы мынаған тең:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см}. \quad (2.24)$$

Осыны *Бор радиусы* деп атайды.

Ондағы r -ды (2.23) өрнегіне тең деп есептеу арқылы, n -ші стационарлық орбитадағы электронның E_n энергиясын (2.21) формуласы арқылы анықталады. Біз E_n үшін келесі өрнекті аламыз:

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} \quad (2.25)$$

Бұл формула сутегітекес жүйедегі электронның стационарлық күйлерінің энергиясының деңгейлерін сипаттайды. Сутегі атомы үшін (2.25) өрнегіне сәйкес келетін энергетикалық деңгей сұлбасы 2.7-суретте көрсетілген. $n \rightarrow \infty$ кезінде энергияның деңгейлері өзінің шектік $E_\infty = 0$ мәніне жақындай түседі.

Ең кіші энергиялы ($n=1$) атомның күйін *негізгі күй* деп атайды. Сутегі атомы үшін негізгі күй $E_1 = -13,53$ эВ шамасына сәйкес келеді. Бұл энергия (модулі бойынша) электронның негізгі күйдегі *байланыс энергиясы* болып табылады: $E_{св} = E_1$. Электронды сутегі атомынан жойып жіберу үшін, оған негізгі күйдегі ($n=1$) дәл осындай энергия беру керек. Осы себептен оны *иондалу энергиясы* деп те атайды:

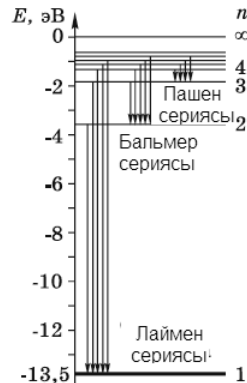
$$E_{ион} = E_{байл} = 13,6 \text{ эВ}.$$

Атом Бор теориясынан алынған бұл мән эксперименттің нәтижелерімен жақсы үйлеседі.

Мысалы: Сутегі атомының бірінші Бор орбитасындағы электронның жылдамдығын анықтайық.

Ол үшін біздің жағдайымызда $n=1$ мен $Z=1$ екенін ескере отырып, (2.23) формуласын (2.22) формуласына қоямыз. Нәтижесінде алатынымыз:

$$v_1 = \frac{e^2}{\hbar} = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



2.7-сурет

Сутегітекес жүйелердің спектрлік сериялары. Бір стационарлық күйден екінші стационарлық күйге өткен кездегі фотонның энергиясын анықтайтын Бордың екінші постулатына және (2.24) формуласына сәйкес алатынымыз:

$$\hbar\omega = E_2 - E_1 = \frac{me^4Z^2}{2h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (2.26)$$

Осы жердегі фотонның жиілігі:

$$\omega = \frac{me^4Z^2}{2h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (2.27)$$

Осылайша, біз Ридберг тұрақтысының қандай шамаларға тәуелді екенін анықтаумен қатар, Бальмердің (2.16) жалпыланған формуласына келеміз:

$$R_\infty = \frac{me^4}{2h^3} \quad (2.28)$$

Бұл өрнекке m_e және \hbar сандық мәндерін қою арқылы, біз (2.13) Ридберг тұрақтысының тәжірибелік мәнімен үйлесімді шаманы аламыз. (2.28) өрнегіндегі R жанындағы индексі бұл шаманың, ядроның массасы айтарлықтай үлкен әрі электронның қозғалысы кезінде ядро тыныштықта болады деген болжамнан алынғандығын білдіреді.

Ядроның массасының шектілігін есептеу (2.28) формуласындағы m электрон массасын электрон – ядро жүйесінің μ келтірілген массасына ауыстыру керектігіне әкеледі: $\mu = mM/m + M$, мұндағы M – ядроның массасы.

Сонда:

$$R = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}} \quad (2.29)$$

Көріп тұрғанымыздай, Ридберг тұрақтысы ядроның массасына да тәуелді. Ядросы протон болып табылатын сутегі атомы үшін (2.29) формуласы тәжірибелік мәнмен дәлірек сәйкес келетін мән береді.

2.7-суреттегі келтірілген энергетикалық деңгейлердің жүйесі Лайман, Бальмер спектрлік серияларын және т.б. сәйкес деңгейлер арасындағы өтулердің тобы ретінде көрнекі түрде елестетуге көмектеседі. Бұл өтулер суретте тік бағытталған кесіндімен белгіленген.

Атомның энергетикалық деңгейлер жүйесін басқаша түрде – *термдер жүйесі* деп атау қабылданған. T терм – (2.16) және (2.25) формулаларына сәйкес төмендегі формула арқылы анықталатын өлшем:

$$T_n = \frac{R}{n^2} = \frac{|E_n|}{h}. \quad (2.30)$$

мұндағы, R – Ридберг тұрақтысы. E_n энергиясымен салыстырғанда, терм – оң шама, және де деңгей қаншалықты төмен болса, соншалықты оның мәні

үлкен болады. Терм ω жиіліктің өлшемдігіндей өлшемдікке ие болады, яғни c^{-1} . Атом кванттық саны n_1 күйден кванттық саны n_2 күйге өткен кездегі шығарылған фотонның сәйкес жиілігі мына формуламен анықталады:

$$\omega_{12} = T_2 - T_1 = \frac{R}{n_2^2} - \frac{R}{n_1^2}. \quad (2.31)$$

(2.15) және (2.28) формулалары негізгі күйдегі сутегітекес жүйенің байланыс энергиясына арналған өрнекті ыңғайлырақ түрде жазуға мүмкіндік береді:

$$E_{\text{байл}} = E_{\text{ион}} = \hbar R Z^2. \quad (2.32)$$

Мысалы: Бальмер сериясындағы үшінші сызыққа толқын ұзындығы $\lambda_3 = 108,5$ нм тен болатын, шығару спектріндегі сутегітекес иондардың негізгі күйіндегі электронның байланыс энергиясын анықтайық. Ізделінді энергия (2.31) формуласымен анықталады. Бұл жағдайда Z белгісіз. Оны табу үшін Бальмер сериясының үшінші сызығының жиілігінің төмендегідей өрнегін пайдаланамыз:

$$\omega_3 = R Z^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{(2+3)^2} \right) = \frac{21}{100} R Z^2. \quad (1)$$

ω_3 жиілігі λ_3 толқын ұзындығымен $\omega_3 = 2\pi c / \lambda_3$ формуласымен байланысқан. Сондықтан (1)-ден туындайтыны:

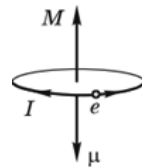
$$R Z^2 = \frac{100 \cdot 2\pi c}{21 \cdot \lambda_3}. \quad (2)$$

Осылайша ізделінді байланыс энергиясы:

$$E_{\text{байл}} = \frac{100 \pi c \hbar}{21 \cdot \lambda_3} = 54,4 \text{ эВ}.$$

Сондай-ақ, (2) формуласынан $Z=2$ екендігін анықтауға болады, яғни біз He^+ ионын пайдаланып отырмыз.

Сутегі атомының магниттік моменті. Электрон v жылдамдығымен r радиусты орбита бойымен қозғалады делік (2.8-сурет). Электронның орбитасын қиып өтетін аудан арқылы әрбір секунд сайын ev заряды өтеді, мұндағы, e – электронның заряды, v – электронның бір секундта ядроны айналғандағы айналым саны. Сәйкесінше, орбита бойымен қазғалатын электрон $I=ev$ дөңгелек ток тудырады. Электронның заряды теріс болғандықтан, электронның қозғалысының бағыты ток бағытына қарама-қарсы болады.



2.8-сурет

Осындай токтың магниттік моменті (Гаусс жүйесінде) анықтамасы бойынша $\mu = IS/c$ немесе $\mu = ev \cdot \pi r^2 / c$. $2\pi r v = v$ екенін ескеріп, алдыңғы өрнекті мына түрде көшіріп жазамыз:

$$\mu = \frac{erv}{2c}.$$

Енді біз электронның импульс моменті $M = rmv$ екенін ескеріп, алатынымыз:

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2mc} \mathbf{M}, \quad (2.33)$$

мұндағы теріс таңбасы μ және M екі моменттің де бағыттары өзара қарама-қарсы екендігін білдіреді.

\mathbf{M} векторын электронның *орбиталық моменті* деп атайды. Ол электронның қозғалыс бағытымен оң бұрандалы жүйесін құрайды (2.8-суретті қара).

Бөлшектің магниттік моментінің оның механикалық моментіне қатынасын *гиромагниттік қатынас* деп атайды. Электрон үшін ол мынаған тең:

$$\frac{\mu}{M} = \frac{e}{2mc}. \quad (2.34)$$

Бордың импульс моментін кванттау ережесін, яғни (2.18) формуласын пайдаланып, (2.33) формуласын мына түрде көшіріп жазамыз:

$$\mu = \mu_B n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.35)$$

мұндағы, μ_B – *Бор магнетоны* деп аталатын шама:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} = 0,927 \cdot 10^{-20} \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}. \quad (2.36)$$

Осылайша, электронның ($n=1$) бірінші бор орбитасымен қозғалысы кезінде оның магниттік моменті бір Бор магнетонына тең болады. Біз келесіде мұның тәжірибемен үйлеспейтіндігін көреміз, яғни алынған нәтиже мүлдем дұрыс емес болады. Осыған қарамастан, біз магнит моментін механикалық моментпен байланыстыратын формулаларды келтірдік, олар бізге дұрыс нәтижелер алуға негіз болады (§ 7.1 қара).

Бор теориясының кемшіліктері. Бор теориясы атом теориясының дамуындағы микродүниенің құбылыстарын зерттеу кезіндегі физиканың тап болған, жаңа кванттық заңдылықтарды түсінудегі елеулі қадам болып табылды. Бұл теория классикалық физика заңдарының ішкіатомдық құбылыстарды сипаттау үшін қолданылмайтындығын айқын көрсетті.

Бор теориясы маңызды нәтижелер берген көптеген эксперименттерді жүргізуге түрткі болды. Тіпті, теория құбылыстарды сандық тұрғыда түсіндіре алмаған көптеген жағдайларда осы құбылыстарды классификациялау және сандық мағыналу кезінде, Бордың екі постулаты негізгі рөл атқарды.

Алайда, Бордың екі постулаты толық теория құруға жеткіліксіз. Олар *кванттау ережелерімен* толықтырылуы керек. Бірэлектронды атом үшін

Бордың асқан шеберлікпен енгізген бұл ережелері мәселелерді түбірімен шешкен жоқ. Оларды тіпті сутегі атомынан кейінгі ең қарапайым, екі электроны баргелий атомына да қолдануға мүмкін болмады. Одан басқа, Бор теориясы спектрлік сызықтардың тек жиіліктерін ғана есептеуге мүмкіндік берді, алайда олардың интенсивтіліктерін есептеу мүмкін болмады.

Бор теориясының ең негізгі тұрлаулы кемшілігі – оның дәйексіздігі: ол классикалыққа да, квантыққа да дәйекті бола алмады. Бұл теория классикалық физика тұрғысынан мүлдем түсініксіз болған атомның стационарлық күйлерінің бар болуын мақұлдады. Сонымен қатар ол стационарлық күйлердегі электрондардың қозғалысына классикалық электродинамиканы (сәулелену болмағандықтан) қолдануға болмайды деп есептегенмен, классикалық механика заңдарын қолданды.

Сонымен, атомның планетарлық үлгісін маңызды теория деп есептеуге болмайды. Ол шынында қате. Бұл үлгінің сутегі атомы жағдайында өте жақсы нәтижелерге әкелу фактісі (кейбір шамаларды есептеу кезінде), ол негізінде, жай ғана кездейсоқтық. Бұл жетістік атомның кванттық теориясының дамуына күшті серпіліс берді. Бор өз теориясын дұрыс теорияны іздеудегі аралық кезең деп қарастырды. Бұндай дәйекті теория болып кванттық физика есептелді.

Есептер

2.1. Тура соқтығысу. Тура соқтығысу кезінде K_α кинетикалық энергиясы бар α -бөлшек алғашқы тыныштық калыпқа түскен ${}^7\text{Li}$ ядроға қандай минимал қашықтыққа жақындайды?

Шешуі: α -бөлшек – ядро жүйесі тұйықталған болып есептеледі, сондықтан жақындау үдерісі кезінде оның импульсі де, сондай-ақ, өзіндік механикалық энергиясы да сақталатын болады. Осы жерден α -бөлшектің ядродан алыста болған кездегі және максимал жақындау мезетіндегі (жүйе бір тұтас болып қозғалады) екі жағдай үшін жазатынымыз:

$$p_\alpha = p_{\alpha+\text{Li}}, \quad K_\alpha = K_{\alpha+\text{Li}} + \frac{qq_0}{r_{\text{мин}}}, \quad (1)$$

мұндағы q мен q_0 – α -бөлшек пен литий атомының ядросының зарядтары. $K = p^2/2m$ екенін ескере отырып, (1) –дегі бірінші теңдікті K арқылы қайта жазамыз:

$$m_\alpha K_\alpha = (m_\alpha + m_{\text{Li}}) K_{\alpha+\text{Li}}. \quad (2)$$

Соңғы теңдіктен $K_{\alpha+\text{Li}}$ табамыз және де алынған өрнекті (1)–дегі екінші теңдеуге қоямыз. Нәтижесінде:

$$r_{\text{мин}} = \frac{qq_0}{K_\alpha} \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{\text{Li}}} \right).$$

2.2. Тура емес соқтығысу. K кинетикалық энергиясы бар α -бөлшек заряды Ze болатын қозғалмайтын ауыр ядроның кулондық өрісінде θ бұрышымен шашырады. Оның қозғалыс кезінде ядроға қандай минимал қашықтыққа жақындағанын табу керек.

Шешуі: Сақталу заңдарын пайдаланамыз. α -бөлшектің импульсі сақталмайды, себебі оған үнемі Кулон күші әсер етеді. Сонымен бірге бұл күштің бағыты ядроның центрі

арқылы өтеді, сол себепті оның осы центрге қатысты иіні нөлге тең, яғни күш моменті де нөлге тең деген сөз. Бұдан туындайтыны, α -бөлшектің ядроның центріне қатысты импульс моменті сақталады. Ол ядродан алыс жерде bmv -ға тең, мұндағы b мен v – ядродан алыс жердегі α -бөлшектің нысаналық параметрі мен жылдамдығы. α -бөлшектің ядромен ең үлкен жақындау кезіндегі v жылдамдығы ядроның центріне қатысты оның радиус-векторына перпендикуляр болады, бұл жағдайдағы α -бөлшектің импульс моменті $r_{\min} \cdot mv'$ тең болады, мұндағы v' – оның жылдамдығы. Осылайша, α -бөлшектің импульс моментінің сақталуынан алатынымыз:

$$bv = r_{\min v} \cdot v'. \quad (1)$$

α -бөлшек кулондық өрісте қозғалатындықтан және де бөгде күштердің болмағандығынан, оның осы өрістегі толық энергиясы да сақталуы керек:

$$K = K' + \frac{qq_0}{r_{\min}}. \quad (2)$$

Осы өрнектің сол жағында α -бөлшектің ядродан алшақ жердегі, ал оң жағында – ядроға максимал жақындаған кездегі энергиялары жазылған.

(1) және (2) формулаларынан r_{\min} қатысты квадраттық теңдеуге келеміз:

$$Kr^2_{\min} - qq_0 r_{\min} - b^2 K = 0. \quad (3)$$

Бұл теңдеудің шешуі:

$$r_{\min} = \frac{qq_0 + \sqrt{(qq_0)^2 + 4b^2 K^2}}{2K} = \frac{qq_0}{2K} \left(1 + \sqrt{1 + \text{ctg}^2 \theta} \right), \quad (4)$$

мұнда (2.1) формуласына сәйкес $qq_0/2bK = \text{tg}(\theta/2)$ екендігі ескерілген. (4) өрнегін соңғы түрде былайша жазамыз:

$$r_{\min} = \frac{Ze^2}{K} \left(1 + \csc \frac{\theta}{2} \right).$$

2.3. Резерфорд формуласы. Жылдамдықтары $v = 6 \cdot 10^6$ м/с болатын протондардың жінішке шоғыры қалыңдығы $d = 1,0$ мкм күміс ($Z=47$) фольгаға қалыпты түседі. Протондардың артқы жарты сфераға ($\theta > 90^\circ$) шашырау ықтималдылығын табу керек. Күмістің тығыздығы $\rho = 10,5$ г/см³ тең.

Шешуі: Изделінді P ықтималдылық артқы жарты сфераға шашыраған протондардың салыстырмалы саны тең:

$$P = \Delta N / N = n\sigma, \quad (1)$$

мұнда осы формуланың оң жақ бөлігі (2.9) өрнегіне сәйкес жазылған, әрі $\sigma - \theta > 90^\circ$ бұрыштарымен шашырауға сәйкес келетін эффективтік қима. Бұл қима $\sigma = \pi b_0^2$ тең, мұндағы $b_0 - \theta = \theta_0 = 90^\circ$ болғандағы нысаналық параметр. b_0 -ден кем болатын нысаналық параметрлері бар барлық протондар $\theta > \theta_0$ бұрыштарымен шашырайтындығы анық.

(2.1) формуласын пайдалана отырып, алатынымыз:

$$b_0 = \frac{Ze^2}{mv^2 \text{tg}(\theta/2)} = \frac{Ze^2}{mv^2}. \quad (2)$$

Енді фольганың бірлік бетіне келетін ядроларының саны $n = n_0 d$, мұндағы n_0 – ядролардың концентрациясы (олардың бірлік көлемдегі саны) деп есептей отыра, σ

үшін πb_0^2 түріндегі өрнегін табайық. (1) формуласына алынған өрнектерді қойған соң табатынымыз:

$$P = \pi n_0 d Z e^2 / m v^2 = 0,006 .$$

Мұнда $n_0 = N_A \rho d / M$, N_A – Авогадро тұрақтысы, M – күмістің мольдік массасы.

- 2.4.** Кинетикалық энергиясы $K = 0,60$ МэВ тең α -бөлшектің жіңішке шоғыры, құрамында $n = 1,1 \cdot 10^{19}$ ядро/см² бар алтын фольгаға түседі. $\theta < \theta_0$ бұрыштарымен шашырайтын α -бөлшектің салыстырмалы санын табу керек, мұнда: $\theta_0 = 20^\circ$.

Шешуі: Біз осы бұрыштар аралығына Резерфорд формуласын тікелей пайдалана алмаймыз, себебі 3° шамасынан кем бұрыштар үшін, жоғарыда айтылғандай, ол жарамсыз. Сол себепті ізделінді шаманы былайша көрсетеміз:

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 - n\sigma(\theta_0) = 1 - \pi n b_0^2 , \quad (1)$$

мұндағы, $b_0 - \theta_0$ шашыраудың бұрышына сәйкес келетін нысаналық параметр. b_0 шамасын (2.1) формуласының көмегімен табамыз:

$$b_0 = \frac{ze^2}{K \operatorname{tg}(\theta_0/2)} . \quad (2)$$

(2)-ні (1)-ге қою арқылы алатынымыз:

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 - \frac{\pi n Z e^4}{K^2 \operatorname{tg}^2(\theta_0/2)} = 0,6 .$$

- 2.5. Атомның классикалық өмір сүру уақыты.** Радиусы $r_0 = 0,53 \cdot 10^{-8}$ см болатын шеңбер бойымен сүтегі атомының (протонның) ядросының айналасында қозғалатын, электронның сәулененуге энергия шығындануы салдарынан ядроға құлау мүмкін болатына τ уақыт аралығын бағалау керек.

Шешуі: Оңай болу үшін ядроға құлауының кез келген мезетінде электрон шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалады деп есептейміз. Сонда, Ньютонның 2-ші заңына сәйкес $m v^2 / r = e^2 / r^2$, осы жерден электронның кинетикалық энергиясы:

$$K = m v^2 / 2 = e^2 / 2r , \quad (1)$$

және ядро өрісіндегі электронның толық энергиясы былайшы болады:

$$E = K + U = \frac{m v^2}{2} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r} . \quad (2)$$

Классикалық электродинамикаға сәйкес бірлік уақытта зарядталған бөлшектің сәулененуге кеткен энергиясының шығыны мына формуламен анықталады:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} \mathbf{a}^2 . \quad (3)$$

(1) мен (2) формулаларын ескере отырып, (3) формуласын төмендегі түрге өзгертеміз

$$-\frac{e^2}{2r} \frac{dr}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} \left(\frac{e^2}{m r^2} \right)^2 .$$

r және t айнымалыларын ажыратып алатынымыз:

$$-r^2 dr = \frac{4}{3} \frac{e^4}{m^2 c^3} dt .$$

Бұл өрнекті r бойынша r_0 -ден 0-ге дейін және t бойынша 0-ден τ -ға дейін интегралдаймыз. Нәтижесінде алатынымыз:

$$\tau = \frac{m^2 c^3 r_0^3}{4e^4} = \frac{(0,911 \cdot 10^{-27})^2 (3 \cdot 10^{10})^3 (0,53 \cdot 10^{-9})^3}{4(4,8 \cdot 10^{-10})^4} = 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ c} \quad (1)$$

2.6. Квантталу. Массасы m бөлшек центрлік симметриялық өрісте дөңгелек орбитасы бойымен қозғалады, оның осы өрістегі потенциалдық энергиясының r қашықтықтан өрістің центріне дейінгі тәуелділігі $U = \kappa r^2/2$ шамасымен өрнектеледі, мұндағы κ – тұрақты. Бордың кванттау шарты көмегімен орбиталардың мүмкін болатын радиустарын және осы өрістегі бөлшектің толық энергиясының мәнін анықтау керек. *Шешуі:* Ньютонның 2-ші заңына негізделіп:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{\partial U}{\partial r} = \kappa r, \quad (1)$$

мұнда оң жақ бөлігінде траекторияға \mathbf{n} нормалмен түсірілген күштің проекциясы жазылған. (2.8) кванттау ережесіне сәйкес алатынымыз:

$$r m v = \hbar n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Осы екі теңдеуден r -дың мүмкін болатын мәндерін табамыз:

$$r_n = \sqrt{n \hbar / \sqrt{\kappa m}}. \quad (3)$$

Толық энергияның мүмкін болатын мәндері:

$$E_n = \frac{m v^2}{2} + \frac{\kappa r^2}{2} = n \hbar \sqrt{\kappa / m},$$

Мұнда (2) және (3) формулалары ескерілген.

2.7. Сутегі атомы. Тыныштықтағы сутегі атомы Лайман сериясының негізгі сызығына сәйкес келетін фотон шығарды. Табу керек:

- а) атомның алған серпілісінің жылдамдығын;
- ә) серпіліс атомының кинетикалық энергиясының шығарылған фотонның энергиясына қатынасын.

Шешуі: а) Бұл үдерісте атом, одан ұшып шыққан фотонның импульсына тең p импульсқа ие болды:

$$p = \hbar \omega / c. \quad (*)$$

Сонымен қатар, атомның E^* қоздыру энергиясы фотон энергиясы мен серпіліске ұшыраған атомның кинетикалық энергиясы арасында таралды:

$$E^* = \hbar \omega + p^2 / 2m,$$

мұндағы, $E^* = \hbar R(1 - 1/2^2) = (3/4)\hbar R$.

Осы үш формуладан табатынымыз:

$$\frac{m}{2} v^2 + m c v - \frac{3}{4} \hbar R = 0,$$

осы жерден атомның серпіліс жылдамдығы төмендегідей болады:

$$v = \frac{3 \hbar R}{4 mc} = 3,27 \text{ м/с},$$

мұндағы, m – атомның массасы.

ә) (*) өрнегін ескере отырып ізделінді қатынасты аламыз:

$$\frac{K}{\hbar \omega} = \frac{p^2/2m}{pc} = \frac{p}{2mc} = \frac{v}{2c} = 0,55 \cdot 10^{-8},$$

яғни, бұл өте кіші шама болып табылады, сол себепті әдеттегідей атомның серпіліс энергиясы ескерілмейді.

2.8. Сутегітекес жүйе. Негізгі күйдегі He^+ ионының ішкі энергиясының өсуінің қандай ең аз мәнінде, ол Бальмер сериясының негізгі сызығына сәйкес келетін, фотон шығару мүмкін?

Шешуі: Ол үшін ионды $n=3$ деңгейінде қоздыру керек екендігін 2.7-суреттен көруге болады. Дәл осы жағдайда аталған фотонның ($n=3$ деңгейінен $n'=2$ деңгейіне өткен кезде) шығарылуы мүмкін. (2.25) және (2.27) өрнектеріне сәйкес ішкі энергияның ізделінді өсуі мынаған тең болады:

$$E_{\text{мин}} = \hbar \omega_{13} = \hbar R Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{8}{9} \hbar R Z^2 = 48,5 \text{ эВ}.$$

2.9. Қандай сутегітекес ионның Бальмер және Лайман серияларының негізгі сызықтарының арасындағы толқын ұзындықтарының айырымы $\Delta \lambda = 59,3$ нм тең болады?

Шешуі: Сол сызықтардың жиіліктеріне арналған өрнекті жазамыз. (2.26) және (2.27) өрнектеріне сәйкес алатынымыз:

$$\omega_B = (5/36)RZ^2, \quad \omega_L = (3/4)RZ^2.$$

Бұл формулалардан табатынымыз:

$$\Delta \lambda = \lambda_B - \lambda_L = 2\pi c \left(\frac{1}{\omega_B} - \frac{1}{\omega_L} \right) = \frac{176}{15} \frac{\pi c}{RZ^2},$$

осы жерден шығатыны:
$$Z = \sqrt{\frac{176}{15} \frac{\pi c}{R \Delta \lambda}} = 3.$$

Бұл екі есе иондалған литий атомы: Li^{++} .

2.10. Не атомындағы электронның байланыс энергиясы $E_0 = 24,6$ эВ. Осы атомнан электронның екеуін де ретімен жою үшін қажетті минимал энергияны табу керек?

Шешуі: Ол $2E_0$ тең болып көрінеді. Алайда, олай емес. Бірінші электронды жойғаннан кейін қалған электрон ядроның кулондық өрісінде болады, бұл – оның байланыс энергиясы артып, екінші электронды жою үшін көп энергия қажет деген сөз. Осылайша, ізделінді энергия:

$$E_{\text{мин}} = E_0 + \hbar R Z^2 = 24,6 + 54,5 = 79 \text{ эВ}.$$

мұндағы, $\hbar R Z^2$ шамасы – бұл He^+ ионының негізгі күйіндегі электронның байланыс энергиясы.

3-тарау

Бөлшектердің толқындық қасиеттері

§ 3.1. Де-Бройль гипотезасы

Луи де-Бройль (1923) материалдық бөлшектер толқындық қасиеттерге де ие болулары керек екендігі жайлы идеяны айтқан және оны ары қарай жетілдірген. Ол кезде парадоксалды әрі тәжірибие жүзінде дәлелденген жарық туралы жағдай қалыптасқан болатын, яғни бір құбылыстарда (интерференция, дифракция және т.б.) жарық өзін толқын ретінде ұстаса, басқа құбылыстарда – бөлшек ретінде ұстайды. Осы жағдай де-Бройльді ұқсас корпускулалық – толқындық дуализмді тыныштықтағы массасы нөлге тең болмайтын бөлшектерге таратуға түрткі болды.

Егер осындай бөлшекпен қандай да бір толқын байланысты болса, онда ол бөлшектің v жылдамдығының бағытымен таралады деп болжауға болады. Осы толқынның табиғаты жайлы де-Бройль нақты ештеме айтпаған. Біз де олардың табиғатын талқыламаймыз, бірақ осы толқындар электромагниттік емес екенін бірден айтып өтеміз. Кейіннен көретініміздей, олар классикалық физикада аналогы жоқ өзіне ғана тән табиғатқа ие.

Сонымен де-Бройль фотондарға қатысты (1.12) қатынасты әмбебап сипатқа ие деген болжамын айтты. Яғни, барлық бөлшектер үшін толқын ұзындығы:

$$\lambda = \frac{h}{\delta} = \frac{2\pi\hbar}{\delta} . \quad (3.1)$$

Бұл формула *де-Бройль формуласы* деген атауға ие болды, ал λ – импульсі бар бөлшектің *дебройльдік толқын ұзындығы*.

Де-Бройль сонымен қатар қос саңылауға түсетін бөлшектердің шоғыры, олардан өткеннен кейін интерференциялану керек екенін болжады.

Бөлшектің E энергиясы мен дебройльдік толқынның ω жиілігінің арасындағы байланыс (3.1) формуласына тәуелді емес екінші қатынас болып табылады:

$$E = \hbar\omega \quad (3.2)$$

Негізінде E энергия әрқашанда ерікті тұрақтыны қосуға дейінгі дәлдікпен анықталған (ΔE -ге қарағанда), сондықтан ω жиілігі негізінен бақыланбайтын шама (дебройльдік толқын ұзындығына қарағанда) болып табылады.

ω жиілік пен k толқындық сан екі – v_ϕ фазалық және u топтық жылдамдықпен байланысқан:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} \text{ және } u = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (3.3)$$

Екі өрнектің де алымы мен бөлімін \hbar -қа көбейтіп алатынымыз:

$$\hbar \omega = E \text{ және } \hbar k = \frac{2\pi \hbar}{\lambda} = p \quad (3.4)$$

мұндағы екінші теңдік (3.1) формуласының негізінде жазылғын.

Релятивистік емес жағдайды қарастырумен ғана шектелеміз. $E = \frac{p^2}{2m}$ (кинетикалық энергия) деп есептеп, онда (3.3) қатынасын (3.4) өрнегінің көмегімен мына түрде көшіріп жазамыз:

$$v_{\phi} = \frac{E}{p}, \quad u = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p^2}{2m} \right) = \frac{p}{m} = v. \quad (3.5)$$

Осы жерден көретініміздей, топтық жылдамдық бөлшектің жылдамдығына тең, яғни E -нің бір мағыналы еместігінен v_{ϕ} -ға қарағанда, негізінен бақыланатын шама болып табылады.

(3.5) өрнегінің бірінші формуласынан дебройльдік толқындардың фазалық жылдамдығы туындайды:

$$v_{\phi} = \frac{E}{\sqrt{2mE}} = \sqrt{\frac{E}{2m}} = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2m}} \quad (3.6)$$

яғни, ω жиілігіне тәуелді, демек дебройльдік толқындар тіпті вакуумда да *дисперсияға* ие болады деген сөз. Одан әрі көретініміздей, дебройльдік толқындардың фазалық жылдамдықтарының қазіргі заманғы физикалық түсіндірілуіне сәйкес тек символдық мәні ғана бар, себебі бұл түсіндіру оларды негізінен бақыланбайтын шамалар қатарына жатқызады. Дегенмен, айтылған нәрсе бірден байқалады, жоғарыда айтып өтілгендей (3.6) өрнегінен E шамасы ерікті тұрақтыны қосуға дейінгі дәлдікпен анықталады.

(3.5) формуласына сәйкес дебройльдік толқындардың топтық жылдамдығының бөлшектің жылдамдығына тең болуының айғағын анықтау, өз уақытында квантық физиканың негіздерінің дамуында, ең алдымен дебройльдік толқындардың физикалық интерпретацияларында маңызды рөл атқарды. Алғашында бөлшектер ұзақтығы айтарлықтай аз толқындық түйдек ретінде қарастырылып, осылайша бөлшектердің қасиеттерінің екіжақтылық парадоксын шешуге әрекет жасалған. Алайда мұндай интерпретация қате болып шықты, себебі түйдектің барлық құраушы гармоникалық толқындар әртүрлі фазалық жылдамдықтармен таралады. Дебройльдік толқындарға тіпті вакуумда да тән болатын үлкен дисперсия бар болғанда, толқындық түйдек «жайылады». Массасы шамамен электронның массасындай болатын бөлшектер үшін түйдек лезде жайылып кетеді, алайда бөлшектің сол кезде тұрақты құрылым болуына қарамастан.

Осылайша, бөлшекті толқындық түйдек түрінде көрсету негізсіз болып шықты. Бөлшектердің қасиеттерінің екіжақтылық мәселесін шешуде басқа тәсілді қолдану қажет болды.

Де-Бройль болжамына оралайық. Егер сол қасиеттер шындығында бар болса, онда бөлшектердің толқындық қасиеттері қандай құбылыстарда орын алатындығын анықтайық. Толқындардың физикалық табиғатына қарамастан – ол интерференция мен дифракция екенін біз білеміз. Олардағы тікелей бақыланатын шама – толқынның ұзындығы болып табылады. Дебройльдік толқындардың ұзындығы барлық жағдайда (3.1) формуласымен анықталады. Соның көмегімен біршама бағалау жүргізейік.

Ең алдымен, де-Бройль болжамы макрокопиялық физика түсініктеріне қайшы келмейтіндігіне көз жеткізейік. Макроскопиялық нысан ретінде, мысалы, тозанды алайық, оның массасы $m = 1$ мг мен жылдамдығы $v = 1$ мкм/с тең деп есептейміз. Оған сәйкес оның дебройльдік толқын ұзындығы:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK}} = 7 \cdot 10^{-20} \text{ см.} \quad (3.7)$$

яғни, тіпті тозаң сияқты макрокопиялық нысанның дебройльдік толқын ұзындығы нысанның өзінің өлшемдерінен өлшенбейтіндей кіші болып келеді. Мұндай жағдайларда, әрине ешқандай толқындық қасиеттер өзін байқата алмайды.

Кинетикалық энергиясы K және $p = \sqrt{2mK}$ импульсі бар электрон үшін жағдай басқаша болады. Оның дебройльдік толқын ұзындығы:

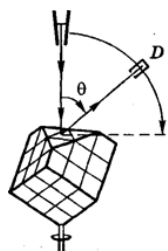
$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mK}} = \frac{1,22}{\sqrt{K}} \text{ нм,} \quad (3.8)$$

мұндағы K эВ-пен өлшенеді. $K = 150$ эВ болғанда (3.8)-ге сәйкес электронның дебройльдік толқын ұзындығы $\lambda \approx 0,1$ нм тең. Кристалдық тор тұрақтысы да шаманың осындай мәнге ие болады. Сондықтан рентгендік сәулелер жағдайындағыдай, кристалдық құрылым электрондардың дебройльдік толқындарының дифракциясын алу үшін сәйкес келетін тор болуы мүмкін. Алайда, де-Бройль болжамының шынайы емес болып көрінуі соншалықты, тіпті көп уақыт бойы эксперименттік түрде тексерілмеді.

§ 3.2. Де-Бройль гипотезасының эксперименттік дәлелдемелері

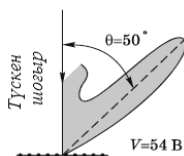
Дэвиссон және Джермердің тәжірибелері (1927). Олардың тәжірибелерінің идеясының мәнісі мынада. Егер электрондардың шоғыры толқындық қасиеттерге ие болса, онда осы толқындардың шағылу құрылымын білмей-ақ, олардың кристаллдан шағылысуы рентген сәулелеріндегідей интерференциялық сипатқа ие болатындығын болжауға болады.

Дэвиссон мен Джермердің тәжірибелерінің бір топтамасында дифракция максимумдарын табу үшін (егер осындай болса) электрондардың үдетуші кернеулері мен бір мезетте D детектордың (шағылған электрондардың есептеуішінің) күйі өлшенді. Тәжірибеде 3.1-суретте көрсетілгендей қырналған никелдің монокристаллы (текше жүйесі) қолданылды.



3.1-сурет

Егер оны тік осьтің айналасында суреттегідей жағдайға бұрса, онда бұл жағдайда қырналған бет түсу жазықтығына (суреттің жазықтығына) перпендикуляр, арақашықтықтары $d = 0,215$ нм тең дұрыс атомдар қатарларымен жабулы болады.



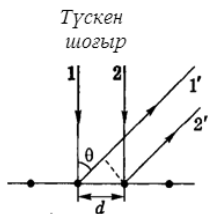
3.2-сурет

Детекторды түсу жазықтығында θ бұрышын өзгерте отыра жылжытқан. $\theta = 50^\circ$ бұрышында және $V = 54$ В үдетуші кернеуде, полюстық диаграммасы 3.2-суретте көрсетілген, шағылған электрондардың максимумы, әсіресе айқын байқалды.

Бұл максимумды жазық дифракциялық торданалынған бірінші реттік интерференция максимумы ретінде жоғарыда аталған периодпен 3.3-суреттен көретініміздей, төмендегі формулаға сәйкес түсіндіруге болады:

$$d \sin \theta = \lambda \quad (3.9)$$

Бұл суретте әрбір қою нүкте, суреттің жазықтығына перпендикуляр түзуде орналасқан атомдарының тізбегінің проекциясы болып табылады. d периоды, мысалы, рентген сәулелерінің дифракциясы бойынша байланыссыз өлшене алады.



3.3-сурет

(3.8) формуласы бойынша $V = 54$ В үшін есептелген дебройльдік толқын ұзындығы $0,167$ нм тең. (3.9) формуласымен анықталған сәйкес толқын ұзындығы болса, $0,165$ нм шамасына тең. Сәйкестігінің жақсы болуы соншама, тіпті алынған нәтижені де-Бройль болжамының сенімді айғағы ретінде қабылдауға болады.

Дэвиссон мен Джермердің тәжірибелерінің басқа топтамасы берілген түсу бұрышында, бірақ V үдетуші кернеудің әртүрлі мәндерінде шағылған электрондық шоғырдың I интенсивтілігін өлшеуге негізделген.

Теория жүзінде бұл кезде кристалдан рентгендік сәулелердің шағылуы тәрізді шағылысудың интерференциялық максимумдары пайда болуы керек. Кристалдың әртүрлі кристалдық жазықтықтарынан түскен сәуленің дифракциясының нәтижесінде атомдардан осы жазықтықтарда айналық

шағылуға ұшыраған толқындар шығады. Интерференция кезінде берілген толқындар бір-бірін күшейтеді, егер де Брэгг-Вульфтің мына шарты орындалса:

$$2d \sin \alpha = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3 \dots, \quad (3.10)$$

мұндағы, d – жазықтық аралық қашықтық, α – сырғанау бұрышы.

Бұл формуланың қорытындысын еске түсіреміз. 3.4-суреттен көретініміздей, көршілес атомдық қабаттардан *айнадай* шағылысқан, 1 және 2, екі толқынның жолайырымы $ABC = 2d \sin \alpha$. Сәйкесінше, интерференциялық максимумдар туындайтын бағыттар (3.10) шартымен анықталады.

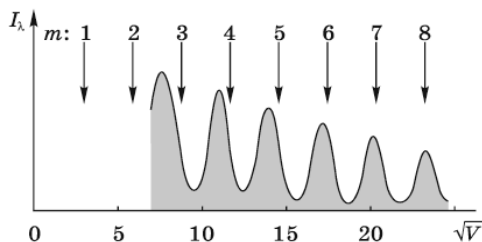
Енді (3.10) формуласына дебройльдік толқын ұзындығына арналған (3.8) өрнегін қоямыз. α мен d -ні тәжірибе жасаушылар өзгеріссіз қалдырғандықтан, (3.10) формуласынан туындайтынды:

$$\sqrt{V_m} \sim m, \quad (3.11)$$

яғни, соның кезінде шағылудың максимумдары пайда болатын $\sqrt{V_m}$ мәндері $m = 1, 2, 3, \dots$ бүтін сандарына пропорционал болу керек, басқа сөзбен айтқанда бір-бірінен бірдей қашықтықта орналасулары тиіс.

Тәжірибеде осы жағдай тексерілген, оның нәтижелері 3.5-суретте көрсетілген, ондағы V , B , I интенсивтіліктің максимумдары бір-бірінен бірдей қашықтықта алшақтанғандығы байқалады (дәл осындай бейне рентген сәулелерінің кристаллдардан дифракциялануы кезінде де пайда болады).

Дэвиссон мен Джермердің алған нәтижелері де-Бройль болжамын айтарлықтай сенімді түрде дәлелдейді. Сондай-ақ, теориялық жағынан, біз көргендей, дебройльдік толқындардың дифракциясын талдаудың рентгендік сәулеленудің дифракциясымен толығымен сәйкес келетіндігін байқаймыз.



3.5-сурет

Сонымен, (3.11) тәуелділігінің сипаты экспериментті түрде дәлелденді, алайда оның теорияның болжауларымен кейбір айырмашылықтары байқалды. Атап айтқанда, эксперименттік және теориялық максимумдардың

(ең соңғылары 3.5-суретте тілшелермен көрсетілген) орналасуының арасында V үдетуші кернеу артқан кезде азая түсетін жүйелік қайшылық байқалады. Бұл қайшылық кейіннен анықталғандай, Брэгг-Вульфтің формуласын қорытқан кезде дебройльдік толқындардың сынуының ескертілмеуімен шартталған.

Дебройльдік толқындардың сынуы жайлы. Дебройльдік толқынның n сыну көрсеткіші, электромагниттік толқындар сияқты, мына формуламен анықталады:

$$n = \frac{v_B}{v_c}, \quad (3.12)$$

мұндағы, v_B мен v_c – осы толқындардың вакуумдағы және ортадағы (кристалда) фазалық жылдамдықтары. Жоғарыда атап өткендей, дебройльдік толқынның фазалық жылдамдығы – негізінен бақыланбайтын шама. Сондықтан (3.12) формуласын n сыну көрсеткішін өлшенетін шамалардың қатынасы арқылы өрнектеуге болатындай етіп осылайша түрлендіру керек.

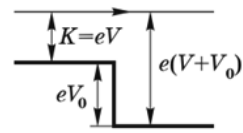
Бұны келесі түрде жасауға болады. Анықтамасы бойынша, фазалық жылдамдық:

$$v = \frac{\omega}{k}, \quad (3.13)$$

мұндағы k – толқындық сан $\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)$. Фотондар сияқты, дебройльдік толқындардың ω жиілігі де орталардың бөліну шекарасынан өткен кезде өзгермейді деп есептей отыра (егер мұндай жорамал қате болса, онда тәжірибе бұны сөзсіз көрсетеді), (3.13) өрнегін ескеріп, (3.12) формуласын мына түрде көрсетеміз:

$$n = \frac{k_c}{k_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_c}. \quad (3.14)$$

Электрондар вакуумнан кристалға (металл) түскенде, потенциалдық шұңқырда болады. Мұнда олардың K кинетикалық энергиясы потенциалдық шұңқырдың «тереңдігіне» өседі (3.6-сурет). $K = eV$ болатын (3.8) формуласынан $\lambda \sim \frac{1}{\sqrt{V}}$ екендігі туындайды. Сондықтан (3.14) өрнегін мына түрде қайта жазуға болады:



3.6-сурет

$$n = \frac{\sqrt{V+V_0}}{\sqrt{V}} = \sqrt{1 + \frac{V_0}{V}}, \quad (3.15)$$

мұндағы, V_0 – кристалдың ішкі потенциалы. V неғұрлым үлкен болса (V_0 -ге қатысты), соғұрлым n бірге жуықтай түсетіндігін көреміз. Осылайша V -ның кішкентай мәндерінде n өзін ерекше айқындай түседі, осыған сәйкес Брэгг-Вульф формуласы келесі түрде ие болады:

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha} = m \cdot \lambda. \quad (3.16)$$

Бұл формуланың дәлелдемесі 3.7-есептің шешімінде келтірілген.

(3.16) Брэгг-Вульфтің формуласында сыну шамасының ескерілуі шындығында 3.5-суретте келтірілген $I(\sqrt{V})$ интенсивтіліктің максимумдарының орналасуын түсіндіретіндігіне көз жеткіземіз. (3.16) формуласындағы n және λ шамаларын V үдетуші потенциалдар айырымы арқылы олардың өрнектері (3.15) және (3.8) формулуларына сәйкес алмастырып,

$$n^2 = 1 + \frac{V_0}{V}, \quad \lambda = \frac{1,226}{\sqrt{V}}, \text{ нм}, \quad (3.17)$$

осыдан алатынымыз:

$$\sqrt{\frac{V_0}{V} + \sin^2 \alpha} = \frac{m \cdot 1,226}{2d \sqrt{V}}. \quad (3.18)$$

Енді, 3.5-суреттегі $I(\sqrt{V})$ таралуы никель үшін $V_0 = 15 \text{ В}$, $d = 0,203 \text{ нм}$ және $\alpha = 80^\circ$ мәндерінде алынғандығын ескереміз. Сонда (3.18) формуласын бірнеше рет өзгерткеннен соң төмендегідей қайта көшіріп жазуға болады:

$$\sqrt{V} = \frac{\sqrt{9,1 m^2 - V_0}}{\sin \alpha}. \quad (3.19)$$

Осы формуламен \sqrt{V} мәнін есептейміз, мысалы, 3-ші реттік ($m=3$) максимум үшін, оның (3.10) Брэгг-Вульфтің формуласынан айырмашылығы аз болып шықты:

$$\sqrt{V} = \frac{\sqrt{9,1 \cdot 3^2 - 15}}{0,985} = 8,13 \text{ В}^{\frac{1}{2}}.$$

3-ші реттік максимумының шынайы орналасуы сәйкестікті талқылауды қажет етпейді.

Сонымен, Дэвиссон мен Джермердің тәжірибелерін де-Бройль болжамының айқын дәлелі деп тану керек.

Томсон және Тартаковскийдің тәжірибелері. Бұл тәжірибелерде электрондардың шоғыры (рентгендік сәулеленудің дифракциясын зерттеу кезіндегі Дебай әдісі бойынша) поликристалды фольга арқылы өткізілген. Рентгендік сәулелену жағдайындағыдай, фольганың артында орналасқан фотопластинада дифракциялық сақиналардың жүйесі байқалды. Екі суреттің ұқсастығы таң қаларлық. Бұл сақиналар жүйесі электрондардан емес, электрондардың фольгаға құлауы нәтижесінде пайда болатын, егер шашыраған электрондардың жолында магнит өрісін туындатсақ (тұрақты магнитті жақындатсақ) екінші реттік рентгендік сәулеленудің нәтижесінде туындайды деген күмәніміз оңай жойылып кетеді. Ол рентгендік сәулеленуге әсер етпейді. Осындай тексеру интерференциялық суреттің бірден

бұзылатындығын көрсетті. Бұл біздің электрондармен жұмыс атқаратынымыздың айқын дәлелі болып табылады.

Г. Томсон шапшаң электрондармен (ондаған кэВ) тәжірибелер жасаса, П. С. Тартаковский салыстырмалы баяу электрондармен (1,7 кэВ-ке дейінгі) тәжірибелерін жүргізді.

Нейтрондар мен молекулалар көмегімен жүргізілген тәжірибелер.

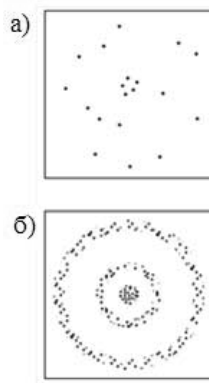
Кристалдардағы толқындардың дифракцияларын сәтті бақылау үшін осы толқындарының толқын ұзындығы кристалдық тордың түйіндерінің арасындағы қашықтықтармен салыстырылатындай болуы керек. Сол себепті ауыр бөлшектердің дифракциясын бақылау үшін, айтарлықтай аз жылдамдықтарға ие болатын бөлшектерді пайдалану қажет. Кристалдардан шағылысу кезіндегі нейтрондар мен молекулалардың дифракциясына арналған тәжірибелер жасалды және де-Бройль болжамының ауыр бөлшектерге де қолданылатындығын толығымен дәлелденді.

Осының арқасында толқындық қасиеттер барлық бөлшектердің әмбебап қасиеті болып табылатындығы эксперимент жүзінде дәлелденді. Олар сол немесе басқа бөлшектің ішкі құрылымының қандай да бір ерекшеліктерімен шартталмаған, тек олардың қозғалысының ортақ заңын көрсетеді.

Жеке электрондардың көмегімен жүргізілген тәжірибелер. Жоғарыда баяндалған тәжірибелер бөлшектер шоғырын қолданумен орындалды. Сондықтан қалыпты сұрақ туындайды: бақылалатын толқындық қасиеттер бөлшектер шоғырының ба әлде жеке бөлшектердің қасиеттерін білдіре ме?

Бұл сұраққа жауап беру үшін В. Фабрикант, Л. Биберман және Н. Сушкин 1949 жылы жасаған тәжірибелерінде әрбір электрон кристалл арқылы алдын ала жеке-жеке өтетіндей және әрбір шашыраған электрон фотопластинаға тіркелетіндей электрондардың айтарлықтай әлсіз шоғырлары қолданылған. Сонымен қатар жеке электрондар алғашында ретсіз түрде фотопластинаның әртүрлі нүктелеріне түсетін болып шықты (3.7a-сурет). Сол кезде айтарлықтай ұзақ экспозиция кезінде фотопластинада, қарапайым электрондық шоғырдан алынған дифракциялық суретке сәйкес келетін дифракциялық сурет пайда болды (3.7б-сурет). Осылайша жеке бөлшектердің де толқындық қасиеттерге ие болатындығы дәлелденді.

Сонымен, біз *бір уақытта* корпускулалық та және толқындық та қасиеттерге ие болатын микрообъектілермен жұмыс істейміз. Бұл бізге кейін электрондар жайлы айтуға мүмкіндік береді, алайда біздің алатын қорытындыларымыз жалпыланған мағынаға ие болады және кез келген бөлшек үшін тең дәрежеде қолданылады.



3.7-сурет

§ 3.3. Микробөлшектердің парадоксалдық күйі

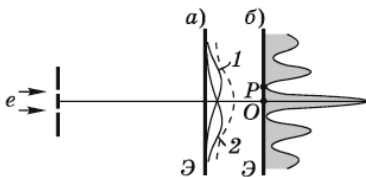
Алдыңғы параграфта қарастырылған тәжірибелер алдымызда тұрған ең сырлы парадокстардың бірі екендігін констатациялауға мәжбүрлейді: «электрон – бір уақытта бөлшекте және толқында болады» деген тұжырымдама нені білдіреді?

Бұл сұраққа екі саңылау арқылы жарықтың (фотондардың) интерференциясын зерттеуге арналған Юнг тәжірибесіне ұқсас ойша эксперимент жасау көмегімен түсінуге тырысайық. Электрондар шоғыры екі саңылау арқылы өткеннен кейін экранда максимумдармен минимумдардың жүйесі пайда болады, егер де әрбір электронға дебройльдік толқын теңерілсе, онда олардың орналасуын толқындық оптика формулалары көмегімен есептеу мүмкін болады.

Екі саңылаудан интерференция құбылысында кванттық теория негізінің мәні жатыр, сондықтан бұл сұраққа ерекше назар аударайық.

Егерде біз фотондармен жұмыс жүргізсек, онда фотонды өзінің ерекшелігіне қарай екі бөлікке бөлшектенеді де, кейіннен интерференцияланады деп есептеу арқылы (бөлшек-толқын) парадоксын алып тастауға болады.

Ал электрондар ше? Олар ешқашан бөлшектенбейді – бұл нақты



3.8-сурет

дәлелденген. Электрон 1-ші саңылау немесе 2-ші саңылау арқылы өте алады. Сәйкесінше, олардың Э экранда таралуы 1 және 2 (3.8а-сурет) таралуларының қосындысы болу керек – ол үзік қисық сызықшаларымен көрсетілген.

Бұл пікірлердегі қисын мінсіз болса да, мұндай таралу іске аспайды. Оның орнына біз басқа таралуды*

бақылаймыз (3.8б-суреті).

Бұл мінсіз қисын мен дұрыс мағынаның қирауы болып табылмай ма? Барлығы да (P нүктесінде) $100 + 100 = 0$ болатындай болып көрінеді. Шын мәнінде, егер 1-ші немесе 2-ші саңылау ашық болса, онда P нүктесіне секундына 100 электрондай келеді делік, егерде екеуі де ашық болса, оғанбіреуі де келмейді.

Ал егер, алдымен 1-ші саңылауды ашсақ, ал одан кейін енін үлкейте отырып, ақырындап 2-ші саңылауды ашсақ, онда P нүктесіне әрбір секунд сайын келетін электрондардың саны дұрыс мағынаға сай 100-ден 200-ге дейін өсуі керек. Шын мәнінде – 100-ден 0-ге дейін.

Егер мұндай рәсімді, мысалы, O нүктесінде (3.8б-сурет) бөлшекті тіркеу арқылы қайталасақ, онда одан кем түспейтін парадоксалды нәтиже туындайды. 2-ші саңылаудың ашылуына қарай (1-ші саңылау ашық болған

* Бұны Мелленштад пен Дюкер (1956), сондай-ақ, Йенсен (1961) өз эксперименттерінде дәлелдеді

кезде) O нүктедегі бөлшектер саны күтілетіндей секундына 200-ге дейін ғана емес, 400-ге дейін өседі!

1-ші саңылаудан өтуі мүмкін болатын электрондарға, 2-ші саңылаудың ашылуы қалай әсеруі мүмкін? Яғни, істің мәнісі мынада, әрбір электрон кез келген саңылаудан өткенде, өз күйін түзете отыра, көршілес саңылауды да «сезеді». Немесе толқын тәрізді бірден екі саңылауданда өте ме!? Әйтпесе интерференциялық сурет пайда болмайды. Қай электронның қайсы саңылаудан өткенін қайтсе де анықтау интерференциялық суреттің бұзылуына әкеп соғады, бірақ ол басқа мәселе болып табылады.

Сонда қорытынды қандай? Осы парадоксалдық нәтижелерді «түсіндірудің» жалғыз-ақ жолы алынған нәтижелермен үйлесімді және бақыланатын құбылыстарды әрқашанда дұрыс болжайтын математикалық формализм құру болып табылады. Әрі бұл формализм, әрине іштей қайшылықсыз болу керек.

Мұндай формализм құрылды. Ол әр бөлшекке қандай да бір $\Psi(r,t)$ *пси-функциясына* сәйкес қояды.

Формалды түрде ол классикалық толқындардың қасиеттеріне ие болады, сондықтан оны *толқындық функция* деп атайды. Осы функциямен оның кеңістік пен уақыттағы күйін басқаратын теңдеулері және оның физикалық мағынасы жайлы егжей-тегжейлі келесі тарауда қарастырылатын болады.

Екі саңылаудан өтетін электрондардың күйіне қайта тоқталып, мынаны мойындауымыз керек: электрон (интерференциялық суретті бұзбай) қай саңылау арқылы өтеді деген сұраққа жауап беру іс жүзінде мүмкін емес, себебі ол траектория жайлы түсінікпен үйлеспейді. Осылайша, жалпы айтқандай электрондарға траекторияны мүлдем тіркеуге болмайды.

Алайда, кейбір нақты шартты жағдайларда, дәлірек айтсақ микробөлшектің дебройльдік толқын ұзындығы өте кіші болғанда, мысалы, саңылаулар арасындағы және атомдар өлшемдерінің арақашықтықтарынан да кіші болған жағдайда траектория түсінігі қайта өз мағынасына ие болады. Бұл сұрақты кеңінен қарастырайық және классикалық теорияны пайдалануға мүмкін болатын жағдайлардағы шарттарды нақтырақ тұжырымдайық.

Классикалық сипаттаманың белгісі. Рөлі Ньютонның (релятивистік емес) механикасын пайдалануға болатындығы жайлы сұрақты шешу кезіндегі жарық жылдамдығының атқаратын рөліндей болатын, қай жағдайларда классикалық ұғымдармен ғана шектелуге болатындығын көрсететін белгілер бар. Бұл белгі h Планк тұрақтысымен байланысты.

h шамасының физикалық өлшемділігі (энергия) \times (уақыт) немесе (импульс) \times (ұзындық) немесе (импульс моменті) тең. Осындай өлшемділігі бар шаманы *әрекет* деп атайды. Планк тұрақтысы әрекеттің кванты болып табылады.

Аталған белгі келесіден құралады. Егер берілген физикалық жүйеде әсер ету өлшемділігі бар қандай да бір сипаттамалық H шамасының мәні h шамасы өлшемімен салыстырмалы болса, онда бұл жүйенің күйі тек кванттық теория аясында ғана түсіндіріледі. Ал егер H шамасының мәні h

шамасымен салыстырғанда өте үлкен болса, онда бұл жүйенің күйі классикалық физиканың заңдарын жақсы сипаттайтын болады.

Дегенмен бұл белгі жуықталған сипаттамаға ие екенін айта кетсейік. Ол тек ептілік таныту керек болған кезді ғана көрсетеді. H шамасының әсерінің аз болуы классикалық тәсілдеменің толық қолданылмауын әрқашан айғақтамайды. Көп жағдайларда ол кванттық тәсілдің көмегімен нақтылауға болатын жүйенің күйі жайлы біраз сапалық ұғымды бере алады.

Әрекет өлшемділігіне ие *макродүние* шамалары \hbar әрекет квантынан үлкен сан есе артады. Бірнеше мысал келтірейік.

1-мысал. Шағын маятник. Оның тербелістерінің орташа энергиясы $E \approx 1$ эрг, ал тербелістер периоды $T \approx 1$ с. Әрекет өлшемділігі бар шама – $E \cdot T$. $E \cdot T / \hbar$ қатынасы $\approx 10^{26}$.

2-мысал. Инерция моменті $I = 1$ г · см² және бұрыштық жылдамдығы $\omega = 1$ рад/с тең айналатын дене. Импульс моментінің әрекет квантына қатынасы $I\omega/\hbar \approx 10^{26}$.

3-мысал. Шағын гармоникалық осциллятор. Оның массасы $m = 1$ г болсын, максимал жылдамдығы $v = 1$ см/с және максимал амплитудасы $a = 1$ см. Сонда оның максимал импульсі $mv = 1$ г · см/с тең. $a \cdot mv$ шамасы әрекет өлшемділігіне ие және қатынас $amv/\hbar \sim 10^{26}$ тең.

Барлық үш жағдайда да $H \gg \hbar$ әсері байқалады, ал бұл мұндай жүйелердің қозғалысын сипаттауды классикалық физика аясындасенімді түрде жүргізуге болатынын білдіреді.

H шамасының әсерін \hbar мәнімен салыстыруға мүмкін болғанда, жағдай мүлдем басқаша болады. Бұл жерде біз мүлдем басқа заңдар – *кванттық физика заңдары* әсер ететін мүлдем басқа тарауға енеміз. Дәл осы заңдармен біз танысатын боламыз.

§ 3.4. Анықталмағандық принципі

Классикалық физикада бөлшектің күйінің түбегейлі сипаттамасы координат, импульс, импульс моменті, энергия және т.б. сияқты динамикалық параметрлермен анықталады. Алайда микробөлшектердің нақты күйі, осыған ұқсас айнымалылар көрсетілуі және өлшенуі мүмкін болатын дәлдіктің нақты шегі бар екендігін көрсетеді.

Анықталмағандықтар қатынастары. *Анықталмағандық принципі* деп аталатын осы шектің бар болу себептерін жан-жақты талдаған В. Гейзенберг (1927) болған. Нақты жағдайларда осы принципті өрнектейтін сандық қатынастар – анықталмағандық қатынастары деп аталады.

Ең маңызды болып саналатын екі анықталмағандық қатынастары бар.

Олардың біріншісі координаталармен бөлшектің импульсінің сәйкес проекцияларының бірізетте өзгеру дәлдігін шектейді. Мысалы, X осіне қатысты проекциясы үшін ол мына* түрде болады:

$$\Delta\delta \cdot \Delta\delta_x \gtrsim \hbar. \tag{3.20}$$

Екіншісі қатынас берілген Δt уақыт аралығындағы ΔE энергиясының өзгерісінің анықталмағандығын көрсетеді:

$$\Delta A \cdot \Delta t \gtrsim \hbar. \tag{3.21}$$

Осы екі қатынастың мәнін түсіндірейік. Оның біріншісі, егер бөлшектің, мысалы, X осі бойымен орналасуы Δx анықталмағандығымен белгілі болса, онда дәл сол мезеттегі бөлшектің осы оське қатысты импульсінің проекциясын тек қана $\Delta p_x \approx \hbar/\Delta x$ анықталмағандығымен өлшеуге болады. Бұл шектеулердің бөлшектің координатасының бір осьпен және импульс проекциясының басқа осьпен бірізетте өлшеуіне қатысы жоқ: x және p_x, y, p_z және т.б. шамалары бірізетте нақты мәндерге ие болуы мүмкін екенін атап өтейік.

Екінші (3.21) қатынасына сәйкес энергияны ΔE қателігімен өлшеу үшін $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$ шамасынан кем болмайтын уақыт қажет. Сутегітекес жүйелердің (негізгі күйден басқасының) энергетикалық деңгейлерінің «жайылуы» осыған мысал бола алады. Бұл осы жүйелердің барлық қозған күйлеріндегі өмір сүру уақыты 10^{-8} с шамасындай болуымен байланысты. Деңгейлердің жайылуы спектрлік сызықтардың кеңеюіне әкеледі (*табиғи кеңею*), яғни ол іс жүзінде бақыланады. Айтылғанның барлығы кез келген тұрақсыз жүйеге де қатысты. Егер оның ыдырауға дейінгі өмір сүру уақыты τ шамасындай болса, онда осы уақыттың шектеулі болуына байланысты жүйенің энергиясы, $\Delta E \approx \hbar/\tau$ шамасынан кем емес жойылмайтын анықталмағандыққа ие болады.

Көп жағдайларда анықталмағандық қатынастарын шебер қолдану құбылыстардың негізгі белгілерін табуға (немесе болжауға) мүмкіндік беретіндігі төменде байқалатын болады.

$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim \hbar$ қатынасы жайлы. Осы қатынастың мүмкіндіктері мен мағынасын толығырақ талқылаймыз. Оның ең алдымен бөлшектердің күйін *классикалық* деп сипаттауға мүмкін болатын, яғни x координатамен p_x импульс проекциясы арқылы, Δx және Δp_x анықталмағандықтардың түбегейлі шегін анықтайтындығына көңіл аударайық. Негұрлым x нақтырақ

* Нақты анықталмағандықтар қатынасындағы Δx пен Δp_x шамаларын орташа мәндерден орташа квадраттық ауытқулар, ал оң жағында \hbar емес $\hbar/2$ емес, тек $\hbar/2$ деп түсіну керек екендігін атап өтейік. Барлық принципалдық мәселелерде $\Delta x \cdot \Delta p_x$ шамасының нақты мәнін емес, тек ретін ғана білу маңызды болғандықтан, біз нақты анықталмағандық қатынастарын қолданбаймыз.

болған сайын, соғұрлым p_x шамасын анықтау мүмкіндігінің дәлдігі кем және керісінше болады.

Табиғатта x және p_x айнымалыларының екеуінің де дәл анықталған мәндеріне ие болатын бөлшектің күйінің *шын мәнінде жоқ болу* фактісі (3.20) қатынасының нақты мағынасын бейнелейтіндігін атап өтейік. Сонымен қатар өлшеулер макроскопиялық құралдар көмегімен жасалатындықтан, біз бөлшектерге оларға тән емес классикалық айнымалыларды қосуға мәжбүрміз. Мұндай тәсілдің шығыны анықталмағандық қатынастарын білдіреді.

Бөлшектердің күйін толқындық функциялар арқылы сипаттау қажеттілігі анықталғаннан кейін, анықталмағандықтар қатынастары – теорияның математикалық салдары ретінде қалыпты түрде пайда болады.

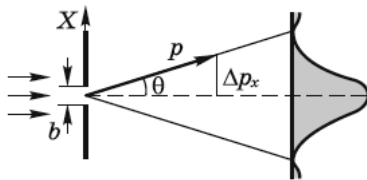
(3.20) анықталмағандықтар қатынасын әмбебап деп есептеп, оның макроскопиялық дененің қозғалысына қалайша әсер етуі мүмкін екендігін бағалайық. Массасы $m=1\text{мг}$ өте кішкене шарды алайық. Мысалы, микроскоптың көмегімен оның орналасуын $\Delta x \approx 10^{-5}\text{см}$ қателігімен анықтайық (ол микроскоптың айыру қабілеттілігімен шартталған). Онда шардың жылдамдығының анықталмағандығы $\Delta v = \Delta p/m \approx (\hbar/\Delta x)/m \sim 10^{-19}\text{см/с}$. Осындай шаманы ешқандай өлшеумен алу мүмкін емес болғандықтан, классикалық сипаттамадан ауытқу айтарлықтай көп емес. Басқаша айтқанда, тіпті осындай кішкене (бірақ макроскопиялық) шар үшін траектория түсінігі аса жоғары дәрежелі дәлдікпен қолданылады.

Атомдағы электронға келсек, ол өзін басқаша ұстайды. Қарапайым бағалау көрсеткендей, сутегі атомының бор орбитасы бойымен қозғалатын электронның жылдамдығының анықталмағандығы жылдамдықтың өзімен салыстырылады: $\Delta v \approx v$. Мұндай жағдайда электронның классикалық орбита бойымен қозғалысы жайлы түсініктер өз мәнін жоғалтады. Жалпы айтқанда, кеністіктің өте кіші аймақтарында микробөлшектердің қозғалысы кезінде траекторияға ұғымы негізсіз болып қалады.

Сонымен бірге, нақты шарттарда тіпті микробөлшектердің қозғалысын классикалық түрде, яғни траектория бойынша қозғалысы ретінде қарастыруға болады. Мұндай жағдайды, мысалы, электромагниттік өрістердегі (электрондық-сәулелік түтіктерде, үдеткіштерде және т.б.) зарядталған бөлшектердің қозғалысы кезінде көруге болады. Бұл қозғалыстарды классикалық түрде қарастыруға болады, себебі олар үшін анықталмағандықтар қатынасымен белгіленетін шектеулер шамалардың өзімен (координаталармен және импульспен) салыстырғанда ескермеуге болатындай аз болады.

Саңылаудың көмегімен жасалатын тәжірибе. Микробөлшектің орналасуын немесе импульсін нақты өлшеуге әрекет жасалған кездерде (3.20) анықталмағандықтар қатынасы байқалады. Әр жолы біз «қанағаттандырмайтын» нәтижеге келеміз: бөлшектің орналасуын анықтау импульстің анықталмағандығының арттырылуына әкеледі, және керісінше болады. Мұндай жағдайды суреттеу үшін келесі мысалды қарастырайық. p

импульсімен еркін қозғалатын бөлшектің x координатасын, оның жолына b ені бар саңылауды қою арқылы, анықтап көрейік (3.9-сурет). Бөлшектің саңылау арқылы өтуіне дейін оның p_x импульсінің проекциясы мынандай нақты мәнге ие болады: $p_x = 0$. Бұл $\Delta p_x = 0$ дегенді білдіреді, алайда (3.20) өрнегіне сай бөлшектің x координатасы мүлдем анықталмаған болып табылады.



3.9-сурет

Егер бөлшек саңылау арқылы өтсе, онда саңылау жазықтығында x координатасы $\Delta x \approx b$ анықталмағандығымен тіркелетін болады. Бұл ретте дифракцияның салдарынан ең үлкен ықтималдылықпен бөлшек 2θ бұрыш аралығында қозғалатын болады, мұнда θ – бірінші дифракциялық минимумға сәйкес келетін бұрыш. Ол саңылаудың екі шетінен алынған толқындардың жол айырымы λ (ол толқындық оптикада дәлелденген) шамасына тең болған кездегі шартпен анықталады:

$$b \sin\theta = \lambda.$$

Дифракцияның нәтижесінде p_x – импульс проекциясының мәнінің анықталмағандығы туындайды, оның таралуы:

$$\Delta p_x \approx p \sin\theta.$$

$b \approx \Delta x$ және $p = 2\pi\hbar / \lambda$ екенін ескере отырып, алдыңғы екі өрнектен алатынымыз:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx p\lambda = 2\pi\hbar,$$

ол (3.20) өрнегімен шамасының реті бойынша қиыстырылады.

Осылайша, бөлшектің x координатасын анықтау талпынысы шындығында бөлшектің импульсіндегі Δp_x анықталмағандығының пайда болуына әкелді.

Өлшеулермен байланысты көптеген жағдайларды талдау, кванттық облыстағы өлшеулер классикалық өлшеулерден түбегейлі өзгеше екендігін көрсетеді. Ақырғыларға қарағанда, кванттық физикада өлшеу дәлдіктерінің табиғи шегі бар. Ол кванттық нысандардың табиғатының өзі ешбір жетілдірілген құралдар мен өлшеу әдістерінің көмегімен де игерілмейді. (3.20) қатынасы дәл осындай шектердің бірін анықтайды. Микробөлшек пен макроскопиялық өлшеу құралының арасындағы өзара әрекетін қажет болатындай соншалықты кішкене қылуға болмайды. Мысалы, бөлшектің координатасын өлшеу микробөлшектің күйінің түбегейлі жойылмайтын және бақыланбайтын бұрмалануына әкеледі, яғни импульстің мәніндегі анықталмағандыққа әкеледі.

Кейбір қорытындылар. (3.20) анықталмағандықтар қатынасы кванттық теорияның іргелі жағдайларының бірі болып табылады. Бірқатар маңызды нәтижелер алу үшін осы қатынастардың біреуі ғана жеткілікті, атап өтсек:

1. Бөлшек тыныштық күйде бола алатын күйдің болуы мүмкін емес.
2. Кванттық нысанның қозғалысын қарастырған кезде көп жағдайларда классикалық траектория ұғымының өзінен бас тартуымызға тура келеді.
3. Көп жағдайда бөлшектің (кванттық нысан ретіндегі) E толық энергиясын U потенциалдық және K кинетикалық деп бөлудің мағынасын жоғалтады. Шын мәнінде, біріншісі, яғни U координатаға, ал екіншісі – импульсқа тәуелді. Дәл осы динамикалық айнымалылар бір мезгілде белгілі бір мәнге ие бола алмайды.

Сутегі атомының өлшемі. Сутегі атомына қатысты маңызды мысалды қарастырмас бұрын, көп жағдайда түсінбестік туғызатын сұраққа тоқталайық. Бөлшек өлшемі l болатын бірөлшемді аймақта «бекітілген» болсын. Бөлшектің E_{\min} минималды энергиясының мүмкін болатын шамасын анықтаған кезде біз әдетте бөлшектің импульсі шамасын реті бойынша оның анықталмағандығына тең деп есептейміз, яғни $p \sim \Delta p$. Қандай негізде?

Оның нәліктен солай екенін түсіну үшін бөлшек бұл аймақта $E > E_{\min}$ энергиясына ие болады деп есептейік. Сонда оның импульсі $p = \langle p \rangle + \Delta p$ түрінде көрсетілуі мүмкін. Енді E энергиясын, яғни сонымен бірге p импульсін де ойша азайта бастаймыз. Бұл кезде Δp өзгермейді, өйткені (3.20) өрнегіне сай $\Delta p \approx \hbar/l$ болады. E энергиясы E_{\min} тең болғанда, p шамасы нөлге айналады сонда Δp шамасы ғана қалады. Бұл шаманы p шамасы деп есептейді. Енді сутегі атомына көшейік.

Оның өлшемін бағалаймыз және электронның нәліктен ядроға құламайтындығын (оны анықталмағандықтар қатынасының көмегімен қалай түсіндіруге болатындығын) түсінуге тырысып көрейік.

Электронның аталған атомдағы орналасуы анықталмағандық принципімен тыйым салынған: оның импульсында шексіз үлкен шашырау болар еді. Сондықтан ядроның кулондық өрісіндегі электронның ең аз мүмкін болатын E_{\min} энергиясын бағалау үшін электронның ядродан арақашықтықтарының шашырауын $\Delta r \approx r$ және $\Delta p \approx p$ шамаларына жатқызуға болады. Сонда (3.20) формуласына сәйкес $p \approx \hbar/r$ болады және E энергия төмендегідей өрнектеледі:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \approx \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{r}. \quad (3.22)$$

$E = \min$ болған кездегі r шамасының мәнін dE/dr туындысын нөлге теңестіру арқылы анықтауға болады:

$$-\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{r^2} = 0.$$

Осыдан туындайтыны:

$$r = \hbar^2 / me^2. \quad (3.23)$$

Шыққан нәтиже толығымен (2.23) бор радиусымен сәйкес келеді.

(3.23)-ті (3.22)-ге қою арқылы, $E_{\text{мин}}$ энергиясын анықтаймыз:

$$E_{\text{мин}} = -\frac{e}{2r} + \frac{me^4}{2\hbar^2} = -13,6 \text{ эВ} \quad (3.24)$$

ол да (2.25) сүтегі атомының негізгі күйінің энергиясымен сәйкес келеді.

Әрине, біздің дәрекі бағалауларымыздың дәл. r және E мәндерімен сәйкес келуін кездейсоқтық деп есептеу керек. Тек осы шамалардың дұрыс реті алынғадығы, толқындық түсініктерге немесе анықталмағандық принципіне сүйене отырып атомдық электронның неліктен ядроға құламайтындығын түсінуге болатындығы ғана маңызды. Атомның өлшемі (3.22) энергиясының қарама-қарсы таңбаларына ие екі қосылғышының келісімге келуінің нәтижесі болып табылады. Егер r -ді азайтып, теріс қосылғышты (потенциалдық энергияны) арттырса, онда кинетикалық энергия артады және керісінше болады.

Осылайша, анықталмағандықтар қатынасы атомда өзін аз арақашықтықтардағы тебіліс күштері сияқты ұстайды. Нәтижесінде электрон ядродан орташа арақашықтықта, яғни осы тебіліс күштерінің әсері кулондық тартылыс күштерімен теңгерілетіндей қашықтықта болады.

Есептер

3.1. Де-Бройль толқындары. Релятивистік емес электронның дебройльдік λ толқын ұзындығы n есе азаю үшін оған қандай ΔE энергия беру керек?

Шешуі: Шектік дебройльдік толқын ұзындығын λ' деп белгілейік. (3.1) өрнегіне сәйкес $\lambda \propto 1/p \propto 1/\sqrt{K}$ екенін ескере отырып, келесі теңдікті жазамыз:

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{K + \Delta E}{K}},$$

мұндағы, K – электронның бастапқы кинетикалық энергиясы. Осы жерден шығатыны:

$$\Delta E = K(n^2 - 1) = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{m\lambda^2} (n^2 - 1).$$

мұндағы, m – электронның массасы.

3.2. Егер B индукциясы бар біртекті магнит өрісіндегі олардың траекториясы шеңбердің қисықтық радиусы R -ға тең болса, онда протондардың дебройльдік толқын ұзындығын анықтау керек.

Шешуі: Ол үшін (3.1) өрнегіне сәйкес ең алдымен протонның импульсін анықтау қажет. Динамиканың негізгі теңдеуін қолданамыз:

$$m \frac{v^2}{R} = evB.$$

Осы жерден $p = ReB$ болады, және де ізделінді толқын ұзындығы

$$\lambda = 2\pi\hbar / ReB.$$

- 3.3. K_1 кинетикалық энергиясына ие массасы m_1 болатын релятивистік емес бөлшек массасы m_2 болатын тыныштықтағы бөлшекке ұшып келіп соқтығысады. Екі бөлшектің массалар центрінің λ дебройльдік толқынын анықтау керек.

Шешуі: (3.1) өрнегіне сәйкес ізделінді толқын ұзындығы $\lambda = 2\pi\hbar / \tilde{p}$ түрінде анықталады, мұндағы \tilde{p} – $Ц$ -жүйесіндегі әрбір бөлшектің импульсі. $Ц$ -жүйесінде екі бөлшектің импульстері модулі бойынша тең, ал бағыты бойынша қарама-қарсы болатындығын ескертейік. Сонымен, мәселені шешу \tilde{p} шамасын анықтауға апарды.

Ол үшін алдымен $Ц$ -жүйесінің v_c жылдамдығын анықтаймыз. Анықтама бойынша

$$v_c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Біздің жағдайда $v_2 = 0$, сондықтан:

$$v_c = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}. \quad (2)$$

Массасы m_1 болатын бөлшектің $Ц$ -жүйесіндегі жылдамдығы $\tilde{v}_1 = v_1 - v_c$ болады, осыдан (2) формуласын ескере отырып табатынымыз:

$$\tilde{v}_1 = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}.$$

Осы бөлшектің $Ц$ -жүйесіндегі импульсі:

$$\tilde{p}_1 = m_1 \tilde{v}_1 = \mu v_1, \quad (3)$$

мұндағы, μ – екі бөлшектен құралған жүйенің келтірілген массасы, яғни

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}.$$

Бастапқы формулаға (3)-ті қойып, қарапайым түрлендірулерден кейін табатынымыз:

$$\tilde{\lambda} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_1 K_1}} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right).$$

- 3.4. K кинетикалық энергияның қандай мәнінде релятивистік электронның λ дебройльдік толқын ұзындығы оның λ_c комптондық толқын ұзындығына тең болады?

Шешуі: $\lambda = \lambda_c$ теңдігін негізге аламыз, мұндағы λ – (3.1) формуласымен, ал λ_c – (1.21) формуласымен анықталады. Сондықтан былай жазуға болады:

$$2\pi\hbar / p = 2\pi\hbar / mc \quad (1)$$

Релятивистік динамикадан білетініміздей (К,5):

$$pc = \sqrt{K(K + 2mc^2)} . \quad (2)$$

(1)-ге (2)-ні қойып, төмендегі теңдеуді аламыз:

$$K^2 + 2mc^2K - m^2c^4 = 0 ,$$

оның шешімі былай:

$$K = \sqrt{2} - 1 mc^2 .$$

- 3.5. V потенциалдар айырымымен үдетілген релятивистік емес электрондардың параллель шоғыры, арақашықтықтары d болатын екі жіңішке саңылауы бар диафрагмаға қалыпты түседі. Саңылаулардан l қашықтықта орналасқан ($l \gg d$) экрандағы интерференциялық суреттің көршілес максимумдарының арақашықтығын анықтау керек.

Шешуі: Толқындық оптикадан белгілі болғандай, ізделінді Δx (интерференциялық жолақтың ені) қашықтық келесі формуламен анықталады:

$$\Delta x = \lambda l / d .$$

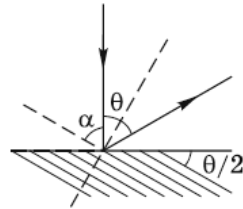
Осы жердегі λ -ның орнына дебройльдік толқын ұзындығына арналған (3.1) формуласын қойып, алатынымыз:

$$\Delta x = \frac{2\pi\hbar l}{d\sqrt{2meV}} ,$$

мұнда $K = eV$ электрондардың кинетикалық энергиясы ескерілген.

- 3.6. $K = 180$ эВ кинетикалық энергияға ие релятивистік емес электрондардың жіңішке шоғыры никель монокристалының бетіне қалыпты түседі. Түскен шоғырдың бағытымен $\theta = 55^\circ$ тең бұрыш құрайтын бағытта 4-ші ретті шағылудың максимумы бақыланады. d жазықтық аралық қашықтықтың қашықтықты сәйкес мәнін анықтау керек. Толқындардың сынуы ескерілмейді.

Шешуі: Есептің шартына сәйкес еңалдымен сұлбаны (3.10-сурет) бейнелейміз. Содан кейін Брэгг-Вульф формуласын қолданамыз



3.10-сурет

$$2d \sin\alpha = n\lambda , \quad (1)$$

мұндағы, α – сырғанау бұрышы, ол суретте көрсетілгендей мынаған тең:

$$\alpha = \pi/2 - \theta/2 , \quad (2)$$

ал λ – дебройльдік толқын ұзындығы:

$$\lambda = 2\pi\hbar / \sqrt{2mK} . \quad (3)$$

және (3) өрнектерін (1)-ші формулаға қойғаннан кейін алатынымыз:

$$d = \frac{\pi \hbar n}{\sqrt{2mK} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} = 0,206 \text{ нм},$$

мұндағы, $n = 4$ – интерференциялық максимумның реті.

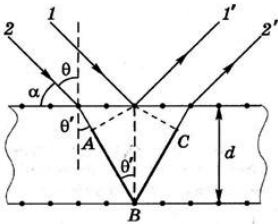
- 3.7. **Де-Бройль толқынының сынуы.** Сынды ескере отырып, Брэгг-Вульф формуласын төмендегідей жазамыз:

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha} = m\lambda,$$

мұндағы, d – жазықтық аралық қашықтық, n – дебройльдік толқындар үшін кристалдың сыну көрсеткіші, m – интерференциялық максимумның реті, λ – дебройльдік толқын ұзындығы.

Шешуі: 1' және 2' сәулелерімен көрсетілген (3.11-сурет) интерференцияланушы екі толқынды қарастырайық. Толқындардың сынуына байланысты θ түсу бұрышы θ' сыну бұрышына тең емес. 1 және 2-сәулелерінің «оптикалық» жол айырымын жазайық. Суреттен көретініміздей, ол мынаған тең:

$$\Delta = n \cdot ABC = n \cdot 2d \cos \theta' \quad (1)$$



3.11-сурет

(бұл жол айырымы суретте қою кесінділермен көрсетілген).

Басқаша жағынан алғанда сыну заңына сәйкес

$$\sin \theta = n \sin \theta'. \quad (2)$$

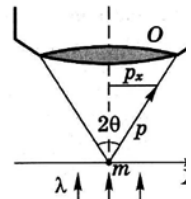
Интерференциялық максимумның пайда болу шарттары – ол $\Delta = m\lambda$, мұндағы $m = 1, 2, \dots$. Бұл шартты (1) және (2) өрнектерінің көмегімен келесі түрде жазамыз:

$$2dn \cos \theta' = 2dn \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n^2}} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = m\lambda. \quad (3)$$

3.11-суретке сәйкес $\sin \theta = \cos \alpha$, сондықтан (3) формуласын есептің шартында көрсетілген түрде де жазуға болады.

- 3.8. **Анықталмағандықтар қатынасы.** Микробөлшектің x – координатасын микроскоптың көмегімен өлшеу (3.12-сурет) оның Δp_x импульсіне $\Delta x \cdot \Delta p_x > \hbar$ болатындай анықталмағандық енгізетіндігіне көз жеткізу керек. Микроскоптың ажыратуы, яғни ең аз ажыратушы арақашықтық $d = \lambda / \sin \theta$ шамасына тең болатындығын ескереміз, мұндағы λ – жарық толқынының ұзындығы.

Шешуі: Микробөлшекте шашыраған және O объективі арқылы өткен p_x фотонның импульсінің проекциясы суретте көрсетілгендей $p \sin \theta = \hbar k \sin \theta$ мәнінен аспайды, мұндағы $k = 2\pi / \lambda$. Бұл шама фотонның Δp_x анықталмағандығын да сипаттайды. Алайда, фотонның микробөлшекте шашырауы кезінде микробөлшек



3.12-сурет

серпіліске ұшырайды, соның нәтижесінде оның импульсі фотон сияқты Δp_x анықталмағандыққа ие болады:

$$\Delta p_x \approx \hbar k \sin \theta.$$

Сонымен қатар, микробөлшектің x координатасының анықталмағандығы $\Delta x \approx d = \lambda / \sin \theta$ тең болатындығын ескере отыра, көз жеткізуге қажетті нәтижені аламыз:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \approx \frac{\lambda}{\sin \theta} \frac{2\pi \hbar}{\lambda} \sin \theta = 2\pi \hbar.$$

- 3.4. Электрон өте биік «қабырғалы» бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда орналасқан. Шұңқырдың ені l . (3.20) формуласының көмегімен электронның мүмкін болатын минимал энергиясындағы шұңқырдың қабырғаларына түсіретін қысым күшін бағалау керек.

Шешуі: Бұл жағдайда $\Delta x \approx l$. Сонымен бірге, минимал энергия кезінде, $\Delta p_x \approx p$ деп есептеуге болады. Онда (3.20) өрнегіне сәйкес $p \approx \hbar / l$ болады және шұңқырдағы электронның толық энергиясы (бұл жағдайда потенциалдық энергия нөлге тең екенін ескеріп) былай анықтаймыз:

$$E = K = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2ml^2}.$$

Енді шұңқырдың бір қабырғасын қандай да бір аз dl қашықтыққа жылжитты деп есептейік. Электронның осы қабырғаға әсер ететін F күші E энергияның кемуінің арқасында Fdl жұмыс жасайды:

$$Fdl = -dE = \left(\frac{\hbar^2}{ml^3} \right) dl.$$

Осы жерден ізделінді күш:

$$F = \frac{\hbar^2}{ml^3}.$$

- 3.5. Массасы m бөлшек бірөлшемді потенциалдық өрісте қозғалады, оның потенциалдық энергия $U = \varepsilon x^2 / 2$ (гармоникалық осциллятор). (3.20) өрнегінің көмегімен осы өрістегі бөлшектің минимал мүмкін болатын энергиясын анықтау керек.

Шешуі: $E = \text{МИН}$ болғанда $p \approx \Delta p_x$ және $x \approx \Delta x$ деп есептеуге болады. Онда (3.20) өрнегіне сәйкес $p \approx \hbar / \Delta x \approx \hbar / x$ және біз E толық энергияға арналған формуланы төмендегідей жаза аламыз:

$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} + \frac{\varepsilon x^2}{2} \approx \frac{\hbar^2}{2mx^2} + \frac{\varepsilon x^2}{2}. \quad (1)$$

$dE / dx = 0$ шартынан $E = \text{МИН}$ болған кездегі x_m мәнін табамыз:

$$x_m = \frac{\hbar^2}{\varepsilon m}. \quad (2)$$

(1) өрнегіне (2) мәнін қойғаннан кейін алатынымыз:

$$E_{\text{мин}} \approx \hbar \sqrt{\varepsilon / m}.$$

Дәл есептеу екі есе кем шаманы береді.

4-тарау

Шредингер теңдеуі. Кванттау

§ 4.1. Кванттық теориядағы бөлшектің күйі

Біз микробөлшектердің парадоксалды күйіне барабар келетін математикалық формализм жайлы сұрақты қарастыруды, іргелі физикалық теория негізделетін ұстанымдарды анықтаудан бастаймыз. Стационарлық күштің өрісіндегі релятивистік емес бөлшектің қозғалысы сипаттайтын қарапайым мысалдың көмегімен осы ұстанымдарды классикалық және кванттық теориядағы мазмұнын егжей-тегжейлі қарастырамыз.

Ол үшін мыналар анықталыну керек:

- 1) бөлшектің күйін беретін шамалар;
- 2) бөлшектің күйінің уақыт бойынша өзгеруін анықтайтын теңдеулер;
- 3) өлшеуге болатын физикалық шамалар, және де белгілі күйде олардың мәндерін алу тәсілі (бұл теорияның қорытындыларын экспериментпен салыстыру үшін қажет).

Оқырманға бұның классикалық теорияда қалай іске асатындығы айтарлықтай жақсы белгілі деп шамалайық. Сондықтан бірден осы сұрақтардың кванттық теориядағы шешіміне көңіл аударамыз.

Анықталмағандықтар қатынасы салдарынан микробөлшектер үшін бөлшектің күйін классикалық тұрғыда анықтау, жалпы айтқанда, мағынасын жоғалтады*. Корпускулалық-толқындық дуализмге сәйкес кванттық теориядағы бөлшектің күйі ресми түрде толқындық қасиеттерге ие комплекстық шама болып табылатын $\Psi(r, t)$ пси-функция арқылы беріледі.

Толқындық қасиеттердің жеке бөлшектерге тән болуы анықталғаннан кейін пси-функциясының физикалық мағынасы түсініле бастады. Осы фактіні Борның пікірі (1926) бойынша былай түсіндіруге болады. Кез келген микробөлшектің қозғалысы жеке-жеке ықтималдық заңдарына бағынады. Осы қозғалысты сипаттайтын ықтималдықтың таралуы айтарлықтай көп бөлшектер санын тіркеу нәтижесінде байқалады. Осы таралу толқынның интенсивтілігінің таралуы сияқты болады: толқынның интенсивтілігі үлкен болатын жерде көп бөлшектер саны тіркеледі.

Кванттық теорияда мәселенің қойылуы оқиғаларды дәл болжауға емес, осы оқиғалардың ықтималдықтарын анықтауға негізделген. Белгілі ережелерге (төмендегіні қара) сәйкес ықтималдықтардың мәндері бойынша, эксперимент арқылы анықталатын, физикалық шамалардың кездейсоқ мәндерінің

* Бұл анықтама бойынша классикалық күйдің функциясы болып табылатын *күй* түсінігіне де қатысты.

орташасын табуға болады. $\Psi(r, t)$ пси-функция барлық ықтималдықтарды анықтауға мүмкіндік беретін шама болып табылады.

Мысалы, t уақыт мезетінде бізге қажетті dV көлемде бөлшекті табу ықтималдығы мына түр анықталады:

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi\Psi^* dV, \quad (4.1)$$

мұндағы Ψ^* — комплекстік-түйіндес функция. Осы жерден ықтималдық тығыздығы, яғни бірлік көлемде бөлшекті табу ықтималдығы:

$$P = |\Psi|^2 = \Psi\Psi^*. \quad (4.2)$$

Бұл шаманы эксперимент жүзінде бақылауға болады, ал пси-функцияның өзі комплекстік бола тұра бақыланбайды. Бөлшектің күйін сипаттайтын классикалық шамалар іс жүзінде бақыланындығын айтып өтейік.

Жалпы айтқанда, пси-функция ерікті тұрақты көбейткішке дейінгі дәлдікпен анықталады. Бұл өзі сипаттайтын бөлшектің күйіне әсер етпейді. Дегенмен, пси-функцияны нормалау* шартын қанағаттандыратындай етіп таңдайды:

$$\int |\Psi|^2 dV = \int \Psi\Psi^* dV = 1, \quad (4.3)$$

мұндағы интеграл бүкіл кеңістік бойынша немесе Ψ нөлден өзгеше болатын аймақ бойынша алынады. (4.3) нормалау шарты $\Psi \neq 0$ болатын бүкіл аймақта бөлшек нақтылықпен табылады дегенді білдіреді. (4.3) шартын қанағаттандыратын Ψ -функциясын нормаланған деп атайды.

Суперпозиция принципі. Сонымен, Ψ -функциясының тікелей өзінің емес, тек оның модулінің квадратының $|\Psi|^2$ немесе $\Psi\Psi^*$ физикалық мағынасы бар. Солай болса да кванттық теорияда эксперимент жүзінде бақыланытын $|\Psi|^2$ шамасына емес, Ψ -функциясына сүйенеді. Ол микробөлшектердің толқындық қасиеттерін: интерференция мен дифракцияны түсіндіру үшін қажет. Мұндай жағдай біздің толқындық теорияда алатын жағдаймен бірдей болады. Толқындық теорияда толқындық өрістердің интенсивтіліктерінің емес, олардың өздерінің суперпозиция принципі қабылданады. Дәл осылайша теорияға интерференция және дифракция құбылыстары енгізіледі.

Дәл осы түрде кванттық теорияда негізгі постулаттардың бірі ретінде *пси-функциясының суперпозиция принципі* қабылданады. Егер белгілі бір жүйеде Ψ_1 және Ψ_2 күйлері мүмкін болатын болса, онда оған мынадай күй бар болады:

$$\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2 \quad (4.4)$$

* (4.3) шарты мүмкін емес болуы мүмкін, мысалы, кеңістіктің барлық нүктелерінде бөлшекті анықтау ықтималдылығы бірдей болған кезде Ψ -функциясы де-Бройльдің жазық толқыны болып саналатын жағдайда. Мұндай жағдайларды бөлшек кеңістіктің үлкен, бірақ шектеулі аймағында орналасады, нақты жағдайды дәріптеушілік деп қарастырған жөн, сонда қиындықтар жойылады.

мұндағы c_1 мен c_2 – белгілі бір тұрақты коэффициенттер. Осылайша Ψ -ді тауып, ары қарай жүйенің осы күйде болу $\Psi\Psi^*$ ықтималдығының тығыздығын анықтауға болады. (4.4) суперпозиция принципінің дәлелі ретінде одан туындайтын салдарлардың тәжірибемен үйлесуін алуға болады.

§ 4.2. Шредингер теңдеуі

Жүйенің күйінің, яғни Ψ -функциясының уақыт бойынша өзгерістерін басқаратын теңдеуді іздестіруді Э. Шредингер (1926) сәтті аяқтады. Ол – релятивистік емес кванттық теорияның негізгі теңдеуі, Шредингер теңдеуі болып табылады. Аталған теңдеу іздеп табылды, ол бұрынғы түсініктер мен теориялардан қорытып шығаруға болмайтын, жаңа іргелі заң болып табылады. Осы теңдеудің дұрыстығы одан туындайтын салдарлардың эксперимент жүзінде дәлелденгендігімен анықталған.

Шредингер осы теңдеуді қорытып алып бірден сутегі атомына қолданды және энергия деңгейлері үшін Бордың алғашқы теориясы бойынша алынған спектрмен, яғни бақылау нәтижелерімен дәл үйлесетін спектр алды.

Шредингер теңдеуі кванттық теорияда, релятивистік емес механикадағы динамиканың негізгі теңдеуі (Ньютонның 2-ші заңы) сияқты рөл атқарады.

Шредингер теңдеуі келесі түрде болады:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U\Psi, \quad (4.5)$$

мұндағы, i – жорамал бірлік ($\sqrt{-1}$), m – бөлшектің массасы, ∇^2 – Лаплас операторы, U – потенциалдық энергия (біз $U(r)$ функциясы уақытқа анық тәуелді болмайтын, *потенциалдық* күш өрістерін қарастырумен шектелеміз).

(4.5) теңдеуінің келесі ерекшелігіне көңіл аударайық. Ψ -функциясының пайымдалуы бойынша бөлшек кеңістікте «жайылып кетеді» делінсе, (4.5) теңдеуіндегі U потенциалдық энергия күш өрісіндегі оқшауланған нүктелік бөлшектің функциясы ретін қарастырылады.

Стационарлық күйлер. Кванттық теорияда стационарлық күйлер – барлық бақыланатын физикалық шамалар уақыт өте келе өзгермейтін күйлер ерекше рөл атқарады. Жоғарыда айтып кеткендей ψ -функциясының өзі іс жүзінде бақыланбайды. Ол стационарлық күйлерде мына түрге ие болады:

$$\Psi(r, t) = \psi(\mathbf{r})e^{-i\omega t}, \quad \omega = E/\hbar, \quad (4.6)$$

мұндағы $\psi(r)$ функциясы уақытқа тәуелді емес, ал ω жиілікке арналған өрнек (3.2) формуласына сәйкес жазылған.

Ψ –функциясының осындай түрінде P ықтималдық тығыздығы тұрақты болып қалады. Шын мәнінде:

$$P = \Psi\Psi^* = \psi(\mathbf{r}) \cdot \psi^*(\mathbf{r}), \quad (4.7)$$

яғни, шынында P ықтималдық тығыздығы уақытқа тәуелсіз болады.

Стационарлық күйлердегі $\psi(r)$ функциясын табу үшін (4.6) өрнегін (4.5) теңдеуіне қойып, алатынымыз:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi = E\psi. \quad (4.8)$$

Осы теңдеуді *стационарлық күйлер үшін Шредингер теңдеуі* деп атайды. (4.5) теңдеуінің бұдан айырмашылығы сонда, оны *уақыттық* немесе *жалпы Шредингер* теңдеуі деп атайды.

Мұнан былай біз тек (4.8) теңдеуімен ғана жұмыс істейміз және оны төмендегідей түрде (әдетте қабылданғандай) жазатын боламыз:

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (4.9)$$

Потенциалдық энергия — $U(r)$ функциясы мұнда классикалық түрде, яғни бөлшек ешқандай толқындық қасиеттерге ие болмайтын жағдайдағыдай анықталатындығын тағы бір рет еске сала кетейік.

Квантталу. Квантталу жасанды түрде енгізілгенде алғашқы Бор теориясына қарағанда, Шредингер теориясында ол дағдылы түрде туындайды. (4.9) теңдеуінің тек *табиғи* немесе *стандартты шарттарын* қанағаттандыратын шешімдерінің ғана физикалық мағынасы бар екендігін ескеру жеткілікті. Бұл шарттар бүкіл кеңістікте, тіпті $U(r)$ потенциалдық энергиясы үзіліске ұшырайтын нүктелерінде де (жазықтықтарда, сызықтарда), $\psi(r)$ пси-функциясы *шектік, бірмәнді, үздіксіз және тегіс* (яғни, үзіксіз) болатындығынан құралады. Бұл шарттар айрықша ешнәрсені білдірмейді. Ол дифференциалдық теңдеудің ізделінді шешіміне келтірілетін әдеттегі талаптар.

Осы шарттарды қанағаттандыратын шешімдер E энергияның тек кейбір мәндерінде ғана мүмкін болады. Оларды *өзіндік мәндер* деп атаса, ал энергияның белгілі мәндеріндегі (4.9) теңдеуінің шешімі болып табылатын $\psi(r)$ функцияларын — E энергияның өзіндік мәндеріне тән *өзіндік функциялар* деп атайды. Квантталудың жалпы және табиғи ұстанымдары осыған негізделген.

E энергияның өзіндік мәндері сәйкес стационарлық күйлердегі энергияның мүмкін болатын мәндері ретінде қабылданады. E энергияның осы мәндері *дискретті* немесе *үздіксіз энергетикалық спектр* құра отырып, дискретті (квантталған) немесе *үздіксіз* бола алады.

Жалпы айтқанда $U(r)$ потенциалдық энергия координатаға тәуелді болған жағдайда, Шредингер теңдеуінің шешімі айтарлықтай ауқымды есеп болып табылады. Бірақ егер де біз дегенмен $\psi(r)$ шешімін тапқан болсақ, онда негізінде біз бөлшектің орналасу ықтималдығының таралуын ғана емес, сондай-ақ, түрлі физикалық шамалардың (мысалға, энергияның, импульстің, импульс моментінің) өзіндік мәндерінің ықтималдықтарын да таба аламыз. Тек $\psi(r)$

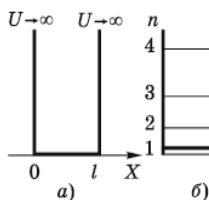
функциясынан осы шамалардың мәндерін қалай шығарып алу тәсілін білсек болғаны. Ол жайлы кейінірек айта кетеміз.

Стационарлық күйлерді тереңірек қарастыру кезінде, олардың мүлдем стационарлы емес екендігі анықталатындығын ескерте кетейік. Сонымен бірге Шредингер теңдеуінің шешімдері белгілі эксперименттік фактілерге қайшы келетін дәлме-дәл стационарлық күйлердің бар болуына әкеледі. Мұнда Шредингер теңдеуінің шектеулі екендігі айқын көрінеді: олар радиациялық ауысуларды сипаттамайды. Дегенмен, Шредингер теңдеулері болжайтын стационарлық күйлер жақсы дәлдікпен қалыпты стационарлық күйлерге сәйкес келеді. Оны тәжірибе дәлелдейді.

Енді кванттау – бұл шындығында Шредингер теңдеуінің шешімдеріне жүктелген, жоғарыда келтірілген шарттардың қалыпты салдары екендігін дәлелдеп көрсететін, бірнеше қарапайым жағдайларды қарастыруға көшейік. Бұл ретте ешқандай қосымша жорамал жасаудың қажеті жоқ.

§ 4.3. Тікбұрышты шұңқырдағы бөлшек

Екі түрлі конфигурациясы – екі жағдайы бар $U(x)$ бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырдағы бөлшектің күйін қарастырайық. Бөлшек тек X осі бойымен ғана қозғала алады деп жорамалданады.



4.1-сурет

1-жағдай. Ол ең қарапайым болып табылады: шұңқырдың ені l -ге тең, шұңқырдың қабылғалары шексіз биік (4.1, а-сурет). Осы жағдайда потенциалдық энергия келесі мәндерге ие болады: ол $(0, l)$ аралығында нөлге тең, ал $x = 0$ және $x = l$ кезінде шексіздікке айналады.

(4.9) Шредингер теңдеуіне негізделеміз. Бірөлшемді жағдай үшін шұңқырдың шегінде ($U = 0$ үшін) бұл теңдеу оңайланады:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (4.10)$$

мұнда мына белгілену енгізілген:

$$k^2 = 2mE/\hbar^2. \quad (4.11)$$

(4.10) теңдеуінің жалпы шешімі мына түрде болады:

$$\psi(x) = a \sin(kx + \alpha), \quad (4.12)$$

мұндағы a мен α – ерікті тұрақты.

Енді ең бастысы: біз $\psi(x)$ функциясының қалыпты (стандартты) шарттарды қанағаттандыруын талап етуіміз керек. (4.12) түріндегі $\psi(x)$

функциясының бірімәнді және шекті екендігін байқаймыз. Ол сонымен қатар үздіксіз болу керек, нақты айтқанда, шұңқырдан тыс бөлшектің болуы мүмкін емес, ол жерде $\psi(x) = 0$ деген сөз, ал ψ – функциясының үздіксіздігі үшін $x = 0$ және $x = l$ кезінде (4.12) функциясы нөлге тең болу керек. Төмендегі шарттан:

$$\psi(0) = a \sin \alpha = 0$$

$\alpha = 0$ екендігі туындайды. Ал мына шарттан:

$$\psi(l) = a \sin kl = 0$$

өз кезегінде төмендегі туындайды:

$$kl = \pm \pi n, \quad (4.13)$$

мұндағы $n = 1, 2, 3, \dots$ ($n = 0$ мәні алынбайды, себебі бұл кезде $\psi = 0$ – бөлшек мүлдем жоқ болады).

(4.13) өрнегінен k -ны (4.11) формуласына қойып алатынымыз:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.14)$$

Энергия квантталған және оның спектрі дискретті болып шықты (4.1, б-сурет).

Сонымен біз E энергияның өзіндік мәндерін таптық, ол – (4.14) формуласы. Енді оларға сәйкес келетін өзіндік функцияларды табайық. Ол үшін (4.13) өрнегінен k -ның мәнін (4.12) формуласына қоямыз, мұндағы $\alpha = 0$ болса, онда:

$$\psi(x) = a \sin(n\pi x/l).$$

a коэффициентін анықтау үшін (4.3) нормалау шартын пайдаланамыз. Біздің жағдай үшін ол мына түрде болады:

$$a^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1.$$

$(0, l)$ аралығының ұштарында интегралдың астындағы функция нөлге тең, сондықтан интегралды синустың квадратының орташа мәнінің (ол $1/2$ -ге тең) l шұңқырдың еніне көбейтіндісі ретінде алуға болады:

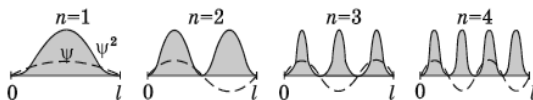
$$a^2(1/2)l = 1,$$

осы жерден $a = \sqrt{2/l}$.

Сонымен, осы жағдайда өзіндік мәндер мына түрге ие болады:

$$\psi_n(x) = \sqrt{2/l} \sin(n\pi x/l), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.15)$$

4.2-суретте бірнеше өзіндік функциялардың графигі үзік сызықтармен, ал ықтималдық тығыздығының таралуы – тұтас сызықтармен көрсетілген. Осы графиктерден төменгі энергетикалық күйде ($n = 1$) бөлшекті ең жоғарғы ықтималдықпен шұңқырдың ортасында байқауға болады, ал оны шұңқырдың шетінің маңында табу ықтималдығы айтарлықтай аз. Бөлшектің мұндай күйі классикалық бөлшектің күйінен күрт өзгеше болады.



4.2-сурет

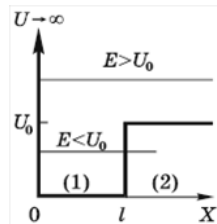
Энергия артқан сайын (яғни, n кванттық сан артқан сайын) $\psi_n^2(x)$ таралуының максимумдары бір-біріне жақындай түседі. n -нің өте үлкен мәндерінде $\psi_n^2(x)$ таралуының суреті «бірігеді» де, тегіс болып көрінеді, яғни бөлшек «классикалық сияқты» әрекет ете бастайды.

Біздің тапқан (4.15) өзіндік функцияларымыз қалыпты шарттардың барлығын қанағаттандырмайтындығын байқауға болады: шұңқырдың шекараларында ψ -функциялары тегіс емес, олар үзіліске ұшырайды. Осы жағдай шұңқырдың шекараларында $U \rightarrow \infty$ шартының салдары болып табылады, ал осындай жағдай ақиқат дүниеде болмайды. Потенциалдық энергияның кез келген шектік үзілуі кезінде ψ -функциясы осыған қарамастан тегіс болып қалады (осы жайлы төменде егжей-тегжейлі айтылады).

Классикаға қарағанда (4.14) формуласына сәйкес шұңқырдағы бөлшектің E минимал энергиясы нөлге тең емес екендігін де ескере кетейік. Осы анықталмағандық принципімен толығымен үйлеседі. Шұңқырдағы бөлшектің координатасының мүмкін болатын мәндерінің аймағы шектеулі болғандықтан, импульс бойынша шашыраңқылық бар болу керек, бұл энергия да нөлден өзгеше болады дегенді білдіреді.

2-жағдай. Бөлшек 4.3-суреттегі көрсетілген $U(x)$ бірөлшемді потенциалдық өрісте қозғалады. Тіпті осы жағдайдың өзі айтарлықтай ауқымды математикалық түрлендірумен байланысты.

Егер бөлшектің толық энергиясы $E < U_0$ болса, онда бөлшек потенциалдық шұңқырда орналасады немесе байланысқан күйде болады. Егер де бөлшек классикалық болса, онда ол осы шартта шұңқырдан тыс шыға алмас еді, себебі онда оның кинетикалық энергиясы теріс болатын еді, ал бұл мүмкін емес жағдай. Шұңқырдың қабырғасынан шағылыса отырып, бөлшек тек соның аймағында қозғалатын еді және де шұңқырдың кез келген жерінде тең ықтималдықпен анықталар еді.



4.3-сурет

Кванттық заңдарға бағынатын бөлшектер өздерін басқаша ұстайды. Нақты қалай екенін анықтау үшін бірөлшемді түрде (4.9) Шредингер теңдеуін пайдаланамыз. 4.3-суретінде көрсетілгендей, $U(x)$ функциясы сатылы түрде болғандықтан, x -тің өзгеру аймағын (1) және (2) бөліктеріне бөліп, тұрақты U мәндерімен әрбір бөлік үшін шешім алған соң, осы шешімдерді ψ -функциясы үздіксіз және тегіс болатындай етіп бір-бірімен «жалғастыру» ыңғайлы болады.

1 бөлігіндегі шешімге 1 индекссін, ал 2 бөлігіндегіге – 2 индекссін жазайық. Енді осы екі бөлік үшін Шредингер теңдеуін жазайық:

$$\psi_1'' + k^2\psi_1 = 0, \quad k^2 = 2mE/\hbar^2, \quad (4.16)$$

$$\psi_2'' + \kappa^2\psi_2 = 0, \quad \kappa^2 = 2m(U_0 - E)/\hbar^2. \quad (4.17)$$

Осы теңдеулердің ортақ шешімі мына түрге ие болады

$$\psi_1(x) = a \sin(kx + \alpha), \quad \psi_2(x) = be^{-\kappa x} + ce^{\kappa x}.$$

Олар қарапайым шарттарды қанағаттандыру керек. ψ -функциясының үздіксіздік шартынан $x \leq 0$ және $\psi_1 \equiv 0$ екенін ескере отырып, алатынымыз $\psi_1(0) = 0$, осы жерден $\alpha = 0$. ψ -функциясының шектілік талаптарынан коэффициент $c = 0$ екені туындайды, себебі оң көрсеткішті экспонента, x ену тереңдігінің артуы салдарынан 2 аймағында бөлшекті анықтау ықтималдығының үздіксіз өсуіне сәйкес келеді. Одан кейін $x = l$ ψ -функциясының үздіксіздік және тегістік талаптары мынаны білдіреді:

$$\psi_1(l) = \psi_2(l), \quad \psi_1'(l) = \psi_2'(l).$$

Осы жерден біз трансценденттік теңдеуге келеміз:

$$\operatorname{tg}kl = -k/\kappa, \quad (4.18)$$

оны синус арқылы төмендегідей көрсеткен ыңғайлырақ:

$$\sin \alpha = 1/\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}.$$

Нәтижесінде алатынымыз:

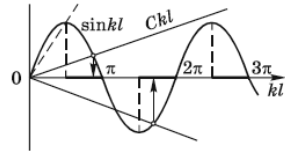
$$\sin kl = \pm Ckl, \quad (4.19)$$

мұндағы $C = \hbar/\sqrt{2ml^2U_0}$.

Осы теңдеудің оң және сол бөліктерінің графигін салып (4.4-сурет) түзудің синусоидамен қиылысу нүктесін табамыз. Сонымен қатар E -нің өзіндік мәндеріне жауап беретін осы теңдеудің түбірлері (4.18) өрнегіне сәйкес $\operatorname{tg}kl < 0$ болатыны қиылысу нүктелеріне сәйкес келетін болады. (4.19)

теңдеуінің түбірлері шенбердің *жұп* ширектерінде (абсцисса осінің осы бөліктері суретте қою кесінділермен көрсетілген) орналасуы керек.

4.4-суретте көрсетілгендей, (4.19) теңдеуінің түбірлері, яғни байланысқан күйлер осындай шұңқырда ығи бар бола бермейді. Үзік сызықтармен Ckl түзуінің шектік орналасуы көрсетілген.

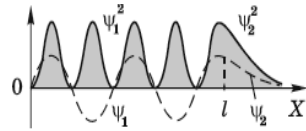


4.4-сурет

Мысалы, осы суреттен туындайтындай бірінші деңгей $Ckl = 1$ болған кездегі $kl = \pi/2$ шартынан байқалады, осы жерден $E = U_0$. Екінші деңгей $-kl = 3\pi/2$ кезінде және т.с.с.

Осылайша, осы шұңқырда $E < U_0$ болған кезде, E энергияның өзіндік мәндерінің спектрі дискретті болып шығады.

Ол мәндерге бөлшектің байланысқан күйлері мен осы күйлерді сипаттайтын ψ -функциялары сәйкес келеді, ол функцияның бірі 4.5-суретте көрсетілген.



4.5-сурет

4.4-суретте көрсетілген график пен есептеулер көрсеткендей, осындай потенциалдық шұңқырдың біре-бір деңгейінің (бұл $l^2 U_0 < \pi^2 \hbar^2 / 8m$ шартында болады) болмауы мүмкін екендігін тағы бір рет айтып өткен жөн. Осы жағдайда бөлшектің қозғалысы шектік аймақта оқшауланбаған, яғни оның қозғалысы *инфинитті* (тұйықтаулы) болады.

Бөлшек қозған күйде бола тұра, оның толық энергиясы $E < U_0$ болатын 2 аймағында (4.3-суретті кара) да табылуы мүмкін деген (классиканың тұрғысынан) таң қаларлық фактіге көңіл аудармауға болмайды. Бұлкванттық теорияда $E = K + U_0$ теңдігінің мағынасы жойылатындығымен түсіндіріледі: анықталмағандық принципінің негізінде K кинетикалық және U потенциалдық энергиялар бірізетте дәл мәндер қабылдай алмайды. Шындығында, U бөлшектің координаталарына, ал K — импульсіне тәуелді. Сондықтан кейбір жерлерде толық энергия $E < U$ болатындығына таңданудың қажеті жоқ.

Мысалға, шұңқырдың тереңдігі, яғни U_0 артқан сайын, E энергияның деңгейлер мен байланысқан күйлердің саны арта береді, ал 2 аймағында бөлшекті анықтау ықтималдығы азырақ болады, $U_0 \rightarrow \infty$ кезінде ол нөлге айналады, ψ -функциясы $x = l$ нүктесінде үзіледі (тегістігін жоғалтады), біз осы жайтты 1-жағдайда кездестіргенбіз және осы шұңқырда $x = 0$ нүктесінде бақыланады.

Осы жерде $U(x)$ функциясының шектік* үзілу орнындағы ψ -функциясының тегістігі жайлы мәселені қозғау орынды. Шредингер теңдеуін ішінде, мысалы, $x = 0$ нүктесінде $U(x)$ секіруі бар, x координатасының кішкене аралығы бойынша интегралдаймыз. Нәтижесінде алатынымыз:

* «Үзілу» жайлы айтқанда, біз бұл терминді математикалық емес физикалық мағынада түсінуіміз керек: $U(x)$ функциясы шын мәнінде секіру жасап, кеністіктің өте кіші аймағында бір мәннен екінші мәнге өзгереді. Дәл сол себепті осындай жерде $U(x)$ графигін іс жүзінде тік кесіндімен бейнелейді.

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}(+\delta) - \frac{\partial \psi}{\partial x}(-\delta) = - \int_{-\delta}^{+\delta} \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) dx,$$

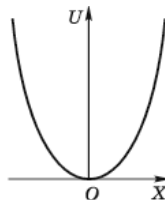
мұндағы x координатасын кішкене $(-\delta, +\delta)$ аралығында аламыз. Секірудің шекті $U(0)$ болуы салдарынан $\delta \rightarrow 0$ кезіндегі аралық та нөлге ұмтылады. Осы жерден $x = 0$ нүктесінен оң және сол жағындағы $\partial\psi/\partial x$ туындылары бірдей болады, яғни ψ -функциясы тегіс болып шығады.

§ 4.4. Кванттық гармоникалық осциллятор

Бірөлшемді гармоникалық осциллятордың энергиясының деңгейлері жайлы есеп өзіндік мәндер жайлы ең маңызды есептердің бірі болып табылады.

Кванттық теорияда күш түсінігі өз мағынасын жоғалтады, сондықтан кванттық гармоникалық осцилляторды m массасына ие, ал $U(x)$ потенциалдық энергиясы классикалық осциллятордың төмендегі мәніндей энергиясына тең болатын бөлшектің күйі ретінде анықтау керек:

$$U = \kappa x^2 / 2, \quad (4.20)$$



4.6-сурет

мұндағы, κ – тұрақты. (4.20) функциясының графигі парабола (4.6-сурет) болып табылады. Классикалық механикаға сәйкес осциллятор $\omega = \sqrt{\kappa/m}$ циклдік жиілігімен гармоникалық тербеліс жасайды. Кванттық теорияда бұл теңдікті жай қандай да бір жаңа тұрақтыны енгізу ретінде (тек солайғана) қарастырған жөн, алайда кейіннен көретініміздей, бұл – тегіннен жасалмайтын шара. Қазір (4.20) формуласындағы κ шамасын ω мен m арқылы өрнектеп, алатынымыз:

$$U = \frac{m\omega^2}{2} x^2. \quad (4.21)$$

Енді (4.9) Шредингер теңдеуіне сүйенеміз, ол біздің бірөлшемді жағдайда төмендегідей түрге ие болады:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2}{2} x^2 \right) \psi = 0. \quad (4.22)$$

Осы теңдеудің, яғни ψ – функциясының шешімін табу ауқымды математикалық есеп болып табылады. Біз үшін бастысы бұл емес. (4.22) теңдеуінің E -нің төмендегідей өзіндік мәндері кезінде шектік, бірмәнді, үздіксіз және тегіс шешімі бар болады:

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega, \quad v = 0, 1, 2, \dots \quad (4.23)$$

(4.23) сәйкес энергетикалық деңгейлердің сұлбасы 4.7-суретте келтірілген. Осы деңгейлердің эквидистантты екендігі, яғни бір-бірінен бірдей қашықтыққа

қалып отырады. Минималды энергия $E_0 = \hbar\omega/2$, оны *нөлдік энергия* деп атайды.

Кванттық осциллятордың минималды энергиясының нөлге тең болуы (бөлшек параболалық потенциалдық шұңқырдың төменгі нүктесінде «орналаса» алмайды) тікбұрышты шұңқыр жағдайындағыдай анықталмағандық принципімен байланысты. Егер де бөлшектің энергиясы нөлге тең болатын болса, онда бөлшек тыныштықта болар еді, әрі оның импульсі мен координаталары бірізетте белгілі мәндерге ие болар еді, ал бұл анықталмағандық принципіне қайшы келеді.

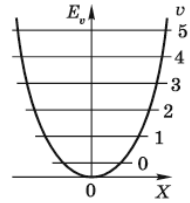
Нөлдік энергияның бар болуы эксперимент жүзінде дәлелденеді.

Шредингер теңдеуінің шеңберінде жүргізілген дәлірек есептеу кванттық осциллятор үшін v кванттық саны бір санына өзгертін тек *көріі* «стационар» деңгейлері арасындағы ауысулар ғана мүмкін екендігін көрсетеді:

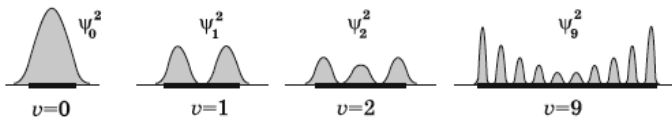
$$\Delta v = \pm 1 \quad (4.24)$$

Бұл шартты кванттық гармоникалық осцилляторға арналған *іріктеу ережесі* деп атайды.

Осы ауысулардың әрбіреуі кезінде энергиясы $\hbar\omega$ болатын фотон шығарылады немесе жұтылады, мұндағы ω – оның циклдік жиілігі. Дәл осы жерде осыдан ертерек енгізілген ω тұрақтысы физикалық мағынаға ие бола бастайды. Кванттық осциллятор тұрақты күйлерде жиілігі ω болатын тербеліс жасайды деп айту іс жүзінде дұрыс емес. Мәселе мүлдем өзге жағдайда болады. Осыны $v = 0, 1, 2$ және v -ның үлкен мәнінде бөлшектің орналасу $\psi^2(x)$ ықтималдығы тығыздығының таралу графигі келтірілген 4.8-суреттің көмегімен түсіндіреміз. X осінде қою кесінділер арқылы ұштарында $E = U$ болатын аралықтар көрсетілген. Тербеліс кезінде классикалық бөлшек аралықтан шығып кете алмайды. Кванттық бөлшек болса, өзін мүлдем басқаша ұстайды. Суреттен көріп отырғанымыздай, ол осы аралықтардың шегінен тыс, $E < U$ болатын жерлерінде де анықталуы мүмкін. Яғни, кванттық осциллятордың тұрақты күйлердегі ешбір қозғалыстары жайлы сөз қозғау мүмкін емес. Біз тек бөлшектің орналасу ықтималдығы тығыздығының таралуы жайлы ғана айта аламыз. Кванттық сан артқан сайын кванттық осциллятор классикалыққа айнала бастайды, оның ықтималдық тығыздығы $x = 0$ кезінде бұрылу нүктелерінде ($E = U$ болатын) минимумнан шексіздікке дейін бір қалыпты өзгереді, яғни, біздің мысалы, $v = 0$ болатын күйдегі (4.8-суретті кара) кванттық осциллятор үшін алатын жағдайға мүлдем қарама-қайшы келеді.



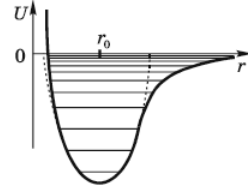
4.7-сурет



4.8-сурет

Молекулалардың тербелістері. Атомдық физикада осцилляторға молекулалардың тербелістері және басқа да көптеген маңызды есептер келтіріледі. Алынған қорытындыларды, мысалы, екіатомды молекулалардың тербелістеріне қолданамыз.

4.9-суретте екіатомды молекуладағы (NaCl типтес) атомдардың өзара әрекетінің U потенциалдық энергиясының атомдардың ядролары арасындағы r арақашықтыққа тәуелділігі бейнеленген. $U(r)$ қисығының түрінен атомдар мен молекулалар ядролар арасындағы r_0 тепе-теңдік арақашықтыққа қатысты тербеліс жасай алады және де сәйкесінше молекулаларда энергияның дискретті тербелмелі деңгейлері бар болуы керек. Олар сол (4.23) формуласымен сипатталады, мұндағы ω -ның орнына енді $\omega_0 = \sqrt{k/\mu}$ мәнін қабылдау керек, μ – молекуланың келтірілген массасы, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$.



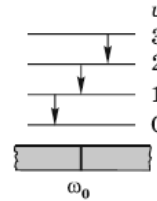
4.9-сурет

Мысал ретінде кейбір екіатомды молекулалардың ω циклдік жиіліктерін келтірейік:

Молекула	$\omega, 10^{14}c^{-1}$	Молекула	$\omega, 10^{14}c^{-1}$
H_2	8,279	HCl	5,632
O_2	2,997	CO	4,088

4.9-суреттегі потенциалдық қисықтың төменгі бөлігі параболамен (ол үзік сызықпен көрсетілген) сәйкес келеді, сол себепті кішкене тербелістерде молекулалар өздерін идеал, гармоникалық осцилляторлар сияқты ұстайды, және де олардың төменгі тербелмелі деңгейлері 4.10-суретте көрсетілгендей эквидистантты болу керек.

Дискретті тербелмелі деңгейлердің болуы молекулалық спектрларда (4.24) іріктеу ережесіне сәйкес осы деңгейлер арасындағы ауысулармен байланысқан сызықтардың пайда болуына әкеледі, сондықтан да бүкіл тербелмелі спектр бір сызықтан құралу керек (4.10-суретті қара). Дегенмен осы кезде нақ тербелмелі емес, *тербелмелі-айналмалы* деп аталатын спектр бақыланады (§ 5.3 қара).



4.10-сурет

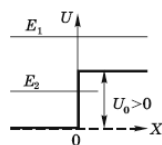
Тербелістердің интенсивтілігінің артуы кезінде туындайтын ангармоникалық (гармоникалықтан ауытқу) ν кванттық санының артуымен энергетикалық деңгейлердің қоюлануына әкеледі, және (4.43) формуласында ангармоникалыққа түзету енгізу қажет.

§ 4.5. Потенциалдық тосқауылдар

Ең алдымен қарапайым жағдайды – тікбұрышты потенциалдық тосқауылды қарастырамыз, онда U потенциалдық энергия тек бір x

координатасына ғана тәуелді болады, әрі $x = 0$ болғанда, ол секіру жасайды (4.11-сурет). Осындай тосқауылда

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ U_0, & x > 0. \end{cases} \quad (4.25)$$



4.11-сурет

Тосқауылдың шекарасының сол жағына толық энергиясы E болатын бөлшек немесе бөлшектер ағыны ұшып келсін делік. Кванттық физика тілімен айтқанда, бұл тосқауылға сол жағынан деброльдік толқын «түседі» дегенді білдіреді:

$$\Psi(x, t) = a e^{i(kx - \omega t)}. \quad (4.26)$$

$x = 0$ кезіндегі Ψ және $\partial\Psi/\partial x$ арналған шекаралық шарттарды қанағаттандыру үшін өткен толқын да шағылған толқын да болу керек. Осы үш толқындағы ω жиіліктер бірдей ($\omega = E/\hbar$), сондықтан кейінгі есептеулерде біз осы толқындардың тек координаталық, атап айтқанда $\psi(x)$ бөлігімен шектеле аламыз.

Біздің есебіміз: ең алдымен шағылған және түскен толқындардың амплитудаларын, содан кейін осындай тосқауыл үшін R шағылу және D өткізу коэффициенттерін анықтау. (4.9) Шредингер теңдеуін негізге аламыз. Біздің жағдайымыз үшін ол мына түрде болады:

$$\psi_x'' + k^2\psi = 0, \quad k^2 = 2m(E - U_0)/\hbar^2. \quad (4.27)$$

Мұнда екі жағдай (4.11-суретті кара): $E > U_0$ және $E < U_0$.

1. $E > U_0$ жағдайында (4.27) теңдеуінің жалпы шешімі мына түрге ие болады:

$$\psi_1(x \leq 0) = a_1 \exp(ik_1x) + b_1 \exp(-ik_1x), \quad k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar. \quad (4.28)$$

$$\psi_2(x \geq 0) = a_2 \exp(ik_2x) + b_2 \exp(-ik_2x), \quad k_2 = \sqrt{2m(E - U_0)}/\hbar.$$

Түскен толқын заттық a_1 амплитудасымен, ал шағылған- b_1 амплитудасымен сипатталады деп есептейік. $x > 0$ аймағында тек өткен толқын ғана болады, сондықтан $b_2 = 0$. $x = 0$ нүктесіндегі ψ және ψ'_x үздіксіздік шартынан туындайтыны:

$$\psi_1(0) = \psi_2(0), \quad \text{немесе } a_1 + b_1 = a_2, \quad (4.29)$$

$$\psi'_1(0) = \psi'_2(0), \quad \text{немесе } a_1k_1 + b_1k_1 = a_2k_2.$$

Осы екі теңдеуді біріктіріп шешу арқылы шағылған және өткен толқындардың амплитудаларының a_1 түскен толқынның амплитудасына қатынасы мына шамаға тең екенін анықтаймыз:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}, \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}. \quad (4.30)$$

Бізге қажетті R және D коэффициенттерін анықтау үшін \mathcal{P} ықтималдық ағынының тығыздығы ұғымын енгіземіз. Осындай ағынның ықтималдығының таралу жылдамдығы бөлшектің классикалық v жылдамдығымен нақты сәйкес келеді және де (3.1) өрнегіне сәйкес $p = \hbar k$ болғандықтан, біз $v = p/m = \hbar k/m$ деп жаза алмыз. Осылайша,

$$v \propto k,$$

ықтималдық ағынының тығыздығы $k\Psi\Psi^*$ шамасына пропорционал болады:

$$\mathcal{P} \propto k\Psi\Psi^*.$$

(4.26) Ψ -функциясының түріне сәйкес түскен, шағылған және өткен толқындар үшін алатынымыз:

$$\mathcal{P} \propto k_1 a_1^2, \quad \mathcal{P}' \propto k_1 b_1^2, \quad \mathcal{P}'' \propto k_2 a_2^2.$$

Енді R шағылу және D өткізу коэффициенттері үшін төмендегі өрнектерді жазамыз:

$$R = \frac{\mathcal{P}'}{\mathcal{P}} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2, \quad D = \frac{\mathcal{P}''}{\mathcal{P}} = \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}. \quad (4.31)$$

Осы жерден $R + D = 1$ екендігі туындайды, ол анықтама бойынша дәл солай болу керек. Сонымен қатар, R мен D бөлшектің бағытына тәуелді емес екендігін байқауға болады: 4.11-суретте солдан оңға қарай ма әлде керісінше ме.

Классикалық жағдайда $E > U_0$ кезінде $R = 0$ болатындығын ескерте кетейік.

2. $E < U_0$ жағдайында (4.30) формулалары дұрыс болып қалады. Алайда k_2 (4.28) формуласына сәйкес жорамалды болады. Сонымен бірге (4.31) өрнегін шағылу коэффициенті үшін мына түрде жазған жөн:

$$R = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2. \quad (4.32)$$

Мұндағы алымы мен бөлімі – комплексті-түйіндескен шамалар. Яғни $R = 1$, яғни бөлшектің шағылуы *толық* болады. Бірақ Ψ -функциясы $x > 0$ кезінде нөлге айналмайды. Шындығында, $k_2 = ik$, мұндағы $k = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$ деп есептеп, $\Psi_2 \propto e^{-kx}$ және бөлшектің орналасу ықтималдығының тығыздығын аламыз:

$$P(x) = P(0)e^{-2kx}. \quad (4.33)$$

x ену тереңдігі артқан сайын $P(x)$ ықтималдық тығыздығы экспоненттік түрде кемитіндігі байқалады. $(U_0 - E)$ айырымы артқан сайын осы кему жылдам жүреді. Әдетте ену тереңдігін $P(x)$ шамасы e есе кемитін l ара қашықтығы ретінде анықтайды. Сонымен бірге (4.33) өрнегіндегі $2kl = 1$ болғандықтан:

$$l = 1/2k = \hbar/\sqrt{8m(U_0 - E)}. \quad (4.34)$$

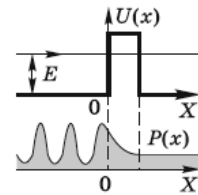
Электрон үшін $U_0 - E \approx 10^{-3}$ эВ болғанда ену тереңдігі $l \approx 10^{-7}$ см екендігіне көз жеткізуге болады.

Осылайша түскен толқынның толығымен шағылуына қарамастан, Ψ -функциясы $x > 0$ аймағына енеді.

Классикалық физикада бөлшектердің тосқауылға енуіне тыйым салынған, себебі бұл аймақта кинетикалық энергия теріс болады, ал мұның болуы мүмкін емес. Алайда E толық энергияны кинетикалық және потенциалдық энергияларға жіктеу (3.20) анықталмағандықтар қатынастарымен сәйкес келмейді.

Туннельдік эффект. Кванттық бөлшектердің толқындық қасиеттерінің салдарынан тосқауылдың астына кіру қасиеті *туннельдік эффекттіге* әкеп соғады. Оның мағынасы мынада. Егер E энергиясы бар бөлшек қандай да бір $U(x)$ потенциалдық тосқауылға ұшып келсе, онда ол туннельмен өткендей, яғни $E < U$ болатын аймақты тосқауыл арқылы белгілі ықтималдықпен өте алады.

4.12-суретте келтірілген қарапайым тікбұрышты потенциалдық тосқауылға сол жағынан ұшып келетін бөлшектің орналасу $P(x)$ ықтималдығының тығыздығын есептеу нәтижелерін мысал ретінде келтіреміз. Біз тосқауылдың сол жағында түскен және шағылған толқындарды, ал тосқауылдың арғы жағында тек өткен толқындығана аламыз. Тосқауылдың ішінде Ψ функциясы толқындық қасиетке ие болмайды, нәтижесінде $P(x)$ іс жүзінде экспоненциалдық түрде кемиді.



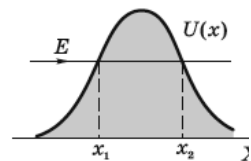
4.12-сурет

Сәйкес есептеу ерікті пішінді потенциалдық тосқауыл (4.13-сурет) жағдайында бөлшектің тосқауыл арқылы өту ықтималдығы, яғни *мөлдірлік коэффициенті* төмендегідей болатындығын көрсетеді:

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U - E)} dx\right). \quad (4.35)$$

$(U - E)$ мәні E -мен салыстырғанда кем болған сайын, осы жуықталған теңдік дәлірек болады.

Туннельдік әсер – классикалық физикадағы (бұл құбылыс іс жүзінде мүмкін емес) аналогы жоқ ерекше



4.13-сурет

кванттық құбылыс. Осы әсермен көптеген физикалық құбылыстар түсіндіріледі: мысалы, электрондардың металдардан суық эмиссиясы, альфа-ыдырау, ядролардың тосын бөлінуі және т.б.

Есептер

4.1. Бөлшектің еркін қозғалысы. X осінің оң бағытымен p импульсімен қозғалатын массасы m еркін бөлшек үшін (4.5) Шредингердің уақыттық теңдеуінің шешімін табу керек.

Шешуі: Бұл жағдайда бөлшектің потенциалдық энергиясын нөлге тең деп есептеуге болады $U(x) = 0$, сонда (4.5) теңдеуі мына түрге ие болады:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad (1)$$

оның шешімін айнымалыларды бөлу әдісімен іздейміз, яғни Ψ -ді екі функцияның көбейтіндісі ретінде аламыз, олардың бірі тек x -ке, ал екіншісі t -ға тәуелді деп есептейміз:

$$\Psi(x, t) = \psi(x) \cdot f(t). \quad (2)$$

(2)-ні (1)-ге қою арқылы, екі тәуелсіз теңдеулерге келеміз:

$$i\hbar \frac{\dot{f}}{f} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\psi''}{\psi}, \quad (3)$$

мұндағы $\dot{f} - t$ бойынша туындысы, $\psi'' - x$ бойынша екінші туындысы. Осы теңдеудің екі бөлігі де тәуелсіз t мен x айнымалыларының функциялары болғандықтан, (3) теңдігінің екі бөлігі де бірдей тұрақтыға тең болған жағдайда ғана ол мүмкін болады. (3) өрнегін (4.9) Шредингер теңдеуімен салыстырғанда осы тұрақтының E -ге тең кендігі байқалады. Осылайша біз екі теңдеу аламыз:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad \dot{f} + i\frac{E}{\hbar} f = 0. \quad (4)$$

Тікелей алмастырудың көмегімен көз жеткізуге болатын олардың шешімі мынадай:

$$\psi(x) \propto e^{\pm ikx}, \quad k = \sqrt{2mE}/\hbar = p/\hbar, \quad (5)$$

$$f(t) \propto e^{-i\omega t}, \quad \omega = E/\hbar,$$

мұндағы k және ω мәндері корпускулалық толқындық дуализм постулаттарына сәйкестендіріліп жазылған.

Нәтижесінде ізделінді шешім (2) өрнегіне сәйкес мына түрге ие болады

$$\Psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)}.$$

Бұл шешім тек $E > 0$ болған кезде, сонымен бірге кез келген E -нің мәндерінде шектік болады.

Дәл осындай түрге деброльдік толқын ұзындығы ие болады. Сәйкес бөлшектің орналасу ықтималдығының тығыздығы:

$$P(x) = \Psi \Psi^* = AA^* = const.$$

Бұл кеңістіктің (X осінің) барлық нүктесінде осындай бөлшектің орналасу ықтималдығының бірдей екендігін білдіреді. Осы қорытынды анықталмағандықтар қатынасымен үйлеседі: $\Delta p_x = 0$ кезінде $x \rightarrow \infty$ болады, яғни бөлшек бүкіл кеңістік бойынша бірқалыпты «жайылған».

- 4.2. Шексіз биік қабырғалары бар тікбұрышты шұңқырдағы бөлшек.** Бөлшек мүлдем өткізбейтін қабырғасы ($0 < x < l$) бар ені l болатын бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда негізгі күйде болады. Бөлшектің ($l/3, 2l/3$) аралығында орналасу ықтималдығын табу керек. Ізделінді ықтималдық:

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \psi^2(x) dx = \frac{2}{\pi} \left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4} \right)_{y_1}^{y_2} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \approx 0,61,$$

мұнда жаңа айнымалы $y = \pi x/l$ енгізілген.

- 4.3.** Егер шұңқырдың шекарасында ($x = 0$) $\partial\psi/\partial x$ туындысының мәні, яғни $\psi'(0)$ белгілі болса, мүлдем өткізбейтін қабырғасы бар ені l болатын бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырдағы массасы m бөлшектің стационарлық күйдегі E энергиясын табу керек.

Шешуі: n -ші стационарлық күйдегі ψ -функциясы (4.15) формуласымен анықталатындығы белгілі. Оның x бойынша туындысын алып, артынша $x = 0$ мәніне сала отырып алатынымыз:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \sqrt{\frac{2}{l}} \frac{\pi n}{l} \cos \frac{\pi n x}{l} \Bigg|_{x=0} = \frac{\pi\sqrt{2}}{l^{3/2}} n.$$

Осы жерден табатынымыз:

$$n = \frac{l^{3/2}}{\pi\sqrt{2}} \psi'(0).$$

Осы өрнекті энергияға арналған (4.14) формуласына қойып, алатынымыз:

$$E = \frac{l\hbar^2}{4m} [\psi'(0)]^2.$$

- 4.4.** Электрон шексіз биік қабырғалы бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда орналасқан. Шұңқырдың қабырғасының ені l -ге тең және ол энергетикалық деңгейлері айтарлықтай тығыз орналасатындай болады. Осы деңгейлердің dN/dE тығыздығын, яғни E -ге қатысты бірлік энергия аралығына келетін деңгейлер саны. $E = 1,0$ эВ және $l = 1,0$ см болған кездегі dN/dE шамасын есептеу керек.

Шешуі. E энергия үшін (4.14) өрнегінен натурал логарифмнің дифференциалын аламыз:

$$\frac{dE}{E} = 2 \frac{dn}{n}.$$

Осы жерден:

$$\frac{dN}{dE} = \frac{dn}{dE} = \frac{1}{2} \frac{n}{E} = \frac{l}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E}},$$

мұндағы n (4.14) өрнегінің көмегімен E арқылы өрнектелген, m — электронның массасы. E мен l -дің берілген мәндері үшін:

$$dN/dE = 0,8 \cdot 10^7 \text{ деңгейлер/эВ.}$$

- 4.5. Массасы m бөлшек мүлдем өткізбейтін қабырғалы бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда негізгі күйде болады. Осы күйде бөлшектің орналасу ықтималдық тығыздығының максималды мәні P_m -ге тең. Шұңқырдың l ені мен бөлшектің E энергиясын анықтау керек.

Шеуі: ψ -функциясына арналған (4.15) өрнегіп пайдалана отырып, негізгі күй ($n = 1$) үшін $P(x)$ ықтималдық тығыздығын жазамыз:

$$P(x) = \psi^2 = \frac{2}{l} \sin^2 \frac{\pi x}{l}.$$

Бұл шама шұңқырдың ортасында, яғни $x = l/2$ кезінде максимал мәнге ие болады. Сондықтан:

$$P_m = \frac{2}{l} \sin^2 \frac{\pi}{2} = \frac{2}{l}.$$

Осы жерден $l = \frac{2}{P_m}$ болады және (4.14) өрнегіне сәйкес:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8m} P_m.$$

- 4.6. Массасы m бөлшек мүлдем өткізбейтін қабырғалы екіөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырда болады. Бөлшектің x және y координаталары сәйкесінше $(0, a)$ және $(0, b)$ аралықтарында жатыр, мұндағы a мен b – шұңқырдың қабырғалары. Бөлшектің нормаланған Ψ -функциясын мен E энергиясының мүмкін болатын мәндерін табу керек.

Шеуі: Бұл жағдайда (4.9) Шредингер теңдеуі мына түрге ие болады:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + k^2 \Psi = 0, \quad k^2 = 2mE/\hbar^2 \quad (1)$$

(біз шұңқыр аралығында $U = 0$ деп есептейміз).

Шұңқырдың қабырғаларында Ψ -функциясы нөлге айналуы керек, себебі ол үздіксіз (шұңқырдан тыс $\Psi = 0$) болып табылады. Сондықтан (Ψ -функциясын шұңқырдың ішінде бірден синустар көбейтіндісі ретінде іздеу қолайлы:

$$\Psi(x, y) = A \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y, \quad (2)$$

себебі екі қабырғаларында ($x = 0$ және $y = 0$) $\Psi(x, 0)$ және $\Psi(0, y)$ өзінен-өзі нөлге тең болады.

Шұңқырдың қарама-қарсы қабырғаларында Ψ -функциясының нөлге айналу шартынан мүмкін болатын k_1 және k_2 мәндерін табамыз:

$$\Psi(a, y) = 0, \quad k_1 = \pm \frac{\pi}{a} n_1, \quad n_1 = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$\Psi(x, b) = 0, \quad k_2 = \pm \frac{\pi}{b} n_2, \quad n_2 = 1, 2, 3, \dots$$

(2)-ні (1) теңдеуіне қойып алатынымыз $k_1^2 + k_2^2 = k^2$, k^2 үшін (1) өрнегі мен k_1 және k_2 үшін (3) формуласын ескере отырып алатынымыз:

$$E_{n_1 n_2} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2} \right). \quad (4)$$

(1) өрнегіндегі A тұрақтысын төмендегі нормалау шартынан табамыз:

$$\iint_{00}^{ab} \psi^2(x, y) dx dy = 1,$$

осы жерден $A = \sqrt{4/ab} = 2/\sqrt{ab}$ екендігі туындайды. Сәйкесінше, нормаланған ψ – функциясы мына түрге ие болады:

$$\psi(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a} n_1\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b} n_2\right).$$

- 4.7. Массасы m бөлшек мүлдем өткізбейтін қабырғалы екіөлшемді квадраттық потенциалдық шұңқырда болады. Шұңқырдың қабырғалары l -ге тең. Алдыңғы есепті шешу нәтижелерін пайдалана отырып, алғашқы төрт деңгейлер үшін E энергиясының мәндерін табу керек.

Шешуі: Осы жағдайда:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (n_1^2 + n_2^2).$$

Есеп $n_1^2 + n_2^2$ шамасы төрт ең кіші мәндеріне ие болатындай етіп, n_1 мен n_2 шамаларының ең кіші мәндерін іріктеуге әкеледі. Кесте құрайық:

n_1	n_2	$n_1^2 + n_2^2$	деңгей нөмірі
1	1	2	1
1	2	5	2
2	2	8	3
1	3	10	4
2	3	13	5
1	4	17	6 және т.с.с.

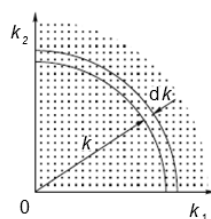
Осы жерден алғашқы төрт деңгейлердің E энергиясы төмендегідей болатындығы байқалады:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} - \text{ні } 2, 5, 8, 10 \text{ бірлігі.}$$

- 4.8. 4.6-шы есептің шарты мен шешімін пайдалана отыра, энергетикалық деңгейлер айтарлықтай тығыз орналасқан деп есептеп, $(E, E + dE)$ энергиялар аралығындағы бөлшектің күйінің dN санын табу керек.

Шешуі: n_1 және n_2 екі санының әрбір мәніне бөлшектің бір күйі сәйкес келеді. n_1 және n_2 мәндерінің маңындағы (dn_1, dn_2) аралығындағы күйлердің саны мынаған тең:

$$dN = dn_1 \cdot dn_2.$$



4.14-сурет

$k_1^2 + k_2^2 = k^2$ теңдеуін, мұндағы $k_1 = \frac{n_1 \pi}{a}, k_2 = \frac{n_2 \pi}{b}$ болатындығын ескере отырып, k_1 мен k_2 шамаларын координата осьтеріне саламыз. Содан соң осы « k – кеңістікте» радиусы k центрі координата басында болатын шеңбер тұрғызамыз. Осы шеңберге түсетін нүктелер бір k мәніне, яғни бір E энергияға сәйкес келеді. Бізге шеңбердің тек 1/4 бөлігі маңызды, себебі k_1 мен k_2 -нің оң мәндерін ғана қарастырған жөн: ψ -функциясына арналған өрнектен көретініміздей теріс мәндер жаңа күйлерді бермейді.

Бірінші ширектегі (4.14-сурет) радиустары k және $k + dk$ болатын екі шеңбердің арасына алынған нүктелер (күйлер) саны мынаған тең:

$$dN = \int dn_1 \cdot dn_2 = \int \frac{ab}{\pi^2} dk_1 dk_2 = \frac{1}{4} \frac{ab}{\pi^2} 2\pi k dk. \quad (*)$$

$k^2 = 2mE/\hbar^2$ екенін ескере отырып, алатынымыз $2kdk = 2mdE/\hbar^2$, және де осы алынған теңдікті (*) өрнегіне қойып табатынымыз:

$$dN = \frac{1}{4} \frac{ab}{\pi^2} \pi 2m \frac{dE}{\hbar^2} = \frac{ab}{2\pi\hbar^2} dE.$$

Осындай шұңқырда dN/dE күйдің тығыздығы E -ға тәуелді болмайтындығы таң қалдырады. Тікбұрышты шұңқырдағы (квадраттық емес) есептеулер төмендегідей нәтиже беретіндігін ескерте кетейік: $dN/dE \propto \sqrt{E}$.

- 4.9.** Массасы m бөлшек $U(x)$ бірөлшемді потенциалдық өрістестационарлық күйде $\psi = A \exp(-\beta x^2)$ болады, мұндағы A мен β – тұрақтылар ($\beta > 0$). $U(0) = 0$ болған кезде, $U(x)$ функциясы түріндегі бөлшектің E энергиясын табу керек.

Шешуі: Ең алдымен $\psi(x)$ -тан x бойынша екінші туындысын аламыз:

$$\psi' = -2A\beta x \exp(-\beta x^2),$$

$$\psi'' = -2A[\exp(-\beta x^2) + x \exp(-\beta x^2)(-2\beta x)] = -2A\beta(1 - 2\beta x^2) \exp(-\beta x^2).$$

Енді ψ'' мен ψ мәндерін Шредингер теңдеуіне қоямыз:

$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0.$$

Экспонентаға қысқартқаннан кейін алатынымыз:

$$-2\beta + 4\beta^2 x^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U) = 0. \quad (1)$$

Осы теңдікте $x = 0$ және сәйкесінше $U(0) = 0$ деп есептеп, алатынымыз:

$$-2\beta + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0, \quad (2)$$

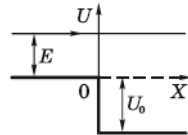
Осы жерден $E = \beta\hbar^2/m$.

(2)-ні ескере отырып (1)-ден татынымыз:

$$U(x) = \frac{2\beta^2\hbar^2}{m} x^2.$$

- 4.10. Бөлшектің табалдырық арқылы өтуі.** Массасы m бөлшек $x = 0$ нүктесінде U_0 секіруге ұшырайтын потенциалдық өрісте (4.15-сурет) солдан оңға қарай қозғалады. $x < 0$ кезінде бөлшектің энергиясы E -ға тең. $E \ll U_0$ болған кездегі шағылу коэффициентін табу керек.

Шешуі. Мұнда § 4.5 келтірілген 1-жағдайдағы пікірлерді қайталаған жөн. Олардан айырмашылығы мынада: 4.15-суреттен көріп отырғанымыздай k_2 -ге арналған (4.28)



4.15-сурет

өрнегінде $E - U_0$ құраушысының орнына $E + U_0$ шамасын қоюмыз керек. Осылайша $k_1 \ll k_2$ екенін ескере отырып ізделінді коэффициентті төмендегідей жазуға болады:

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 \approx \left(1 - 2 \frac{k_1}{k_2} \right) \left(1 - 2 \frac{k_1}{k_2} \right) \approx 1 - 4 \frac{k_1}{k_2} = 1 - 4\sqrt{E/U_0}$$

(мұнда біз $\frac{k_1}{k_2}$ квадраттық шамасын ескермейміз).

Осы жерден E кіші болған сайын R бірге жуықтай түсетінді туындайды. Классикалық тұрғыда бұл іс жүзінде мүмкін емес.

5-тарау

Кванттық теория негіздері

§ 5.1. Физикалық шамалардың операторлары

Кванттық бөлшектің күйі координаталар мен импульс арқылы емес, кескіні нақты потенциалдық өріске тәуелді болатын ψ -функциясының берілуімен анықталатындығы алдыңғы бөлімде айтылған. Сонымен қатар, өздігінен координаталар бойынша таралуды сипаттайтын ψ функциясы сондай-ақ импульстер бойынша және де бөлшектің басқа да, яғни кинетикалық энергия, импульс моменті және т.б. сияқты динамикалық сипаттамалары бойынша таралуын анықтайтындығы айқындалды.

Осылайша, ψ -функциясы толығымен бөлшектің «орналасуын» ғана емес, сонымен қатар оның барлық динамикалық сипаттамаларын да анықтайды. Тек олардың көмегімен ψ -функциясынан бізге қажетті ақпаратты «алу» жолын білу қажет. Енді біз осы есепті шешуге көшеміз.

Физикалық шамалардың орташа мәндері. Түрлі физикалық шамалардың орташа мән түсінігі кванттық теорияда айтарлықтай маңызды рөл атқарады. Осы сұрақты нақты мысалда қарастырайық: біз қарапайымдылық үшін тек бір x кеңістіктік координатасының функциясы деп есептейтін ψ – функциясы белгілі болса, бөлшектің x координатасының орташа мәнін анықтаймыз.

Біз $|\psi(x)|^2$ немесе $\psi(x)\psi^*(x)$ мәндері x координаталық аймағында бөлшекті анықтау ықтималдығының тығыздығы екендігін білеміз. Онда $(x, x + dx)$ аралығында бөлшектің орналасу ықтималдығы $dP = \psi\psi^* dx$ болады және x -тің орташа мәні былайша анықталады:

$$\langle x \rangle = \int x\psi\psi^* dx, \quad (5.1)$$

мұндағы интегралдау бізге қажетті аймақта жүргізіледі. Сонымен қатар (5.1) өрнегіндегі ψ -функциясы нормаланған деп болжанады, яғни (4.3) шартын қанағаттандырады:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi\psi^* dx = 1.$$

Жалпы айтқанда, кез келген координатаның $f(x)$ функциясының орташа мәні (5.1) өрнегіне ұқсас формуласымен анықталады, яғни:

$$\langle f(x) \rangle = \int f(x)\psi\psi^* dx. \quad (5.2)$$

Күйі белгілі $\psi(x)$ пси-функциясы арқылы берілген бөлшектің p_x импульсінің проекциясының орташа мәнін табу жайлы есеп айтарлықтай қиынырақ. Аса ауқымды (осы кітаптың шеңберінен шығатын) есептеулер келесі нәтижелерге әкеледі:

$$\langle p_x \rangle = \int \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx. \quad (5.3)$$

Біркелкілік үшін (5.1)-(5.3) өрнектерін төмендегідей түрде көшіріп жазамыз:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int \psi^* x \psi dx. \\ \langle f(x) \rangle &= \int \psi^* f(x) \psi dx \\ \langle p_x \rangle &= \int \psi^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Осы шамалардың орташа мәндерінің дәл осындай түрде жазылуы бізге келесі параграфта микробөлшектердің өзіне тән қасиеттерін білдіретін барабар математикалық формализмнің дамуына маңызды қадам жасауға көмектеседі.

Операторлар. *Операторлар* деп математикалық амалдаудың символдық белгіленуін айтады, амалдауды бізге қажетті функциямен жасау керек. Оператордың мысалы ретінде x -ке немесе кез келген $f(x)$ функциясына көбейтуді, x бойынша дифференциалдауды, яғни $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$, және т.б. алуға болады. Операторларды басында «қалпақшасы» бар әріптермен белгілеу қалыптасқан, мысалы \hat{Q} , оның қандай да бір $f(x)$ функциясына әсері $\hat{Q}f(x)$ түрінде жазылады.

Операторлардың кейбір қасиеттері. Операторларды қосуға болады: $\hat{A} + \hat{B}$. Осындай қосынды оператордың кез келген $f(x)$ функциясына әсері $\hat{A}f(x) + \hat{B}f(x)$ нәтижесін береді.

$\hat{A}\hat{B}$ операторлардың көбейтіндісі деп кез келген $f(x)$ функциясына әсерінің нәтижесі $\hat{A}(\hat{B}f(x))$ шамасына тең болатын оператор түсініледі. Яғни, $f(x)$ функциясы ең алдымен \hat{B} операторының әсеріне ұшырайды, содан соң алынған нәтижеге \hat{A} операторы әсер етеді.

$\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$ әрқашанда тең бола бермейтінін естен шығармау керек. Егер осындай теңдік сақталатын болса, \hat{A} және \hat{B} операторлары бір-бірімен *коммутирленеді* (коммутирленуші операторлар) деп айтылады. Болмаған жағдайда операторлар коммутирленбейтін болады, оныңмысалы ретінде x және $\frac{\partial}{\partial x}$ операторларын алуға болады. Шынына келетін болсақ:

$$\left(x \frac{\partial}{\partial x} \right) f = x \frac{\partial f}{\partial x}, \quad \left(\frac{\partial}{\partial x} x \right) f = \frac{\partial}{\partial x} (x f) = 1 + x \frac{\partial f}{\partial x}.$$

Сәйкесінше,

$$x \frac{\partial}{\partial x} \neq \frac{\partial}{\partial x} x.$$

Операторларды көбейту және бөлу қарапайым алгебралық сандарды қосу және алу ережелерімен орындалады. Олардың айырмашылығы операторларды көбейткен кезде көбейткіш-оператордың ретін елестетудің ылғи мүмкін болмайтындығында: ол олардың коммутирлейтіндігіне немесе коммутирлемейтіндігіне тәуелді.

Егер кез келген екі f_1 мен f_2 функциялары және кез келген α_1 мен α_2 тұрақтылары үшін төмендегі қатынас орындалса, \widehat{A} операторын *сызықтық* деп атайды:

$$\widehat{A}(\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2) = \alpha_1 \widehat{A}f_1 + \alpha_2 \widehat{A}f_2.$$

Күйлердің суперпозиция принципі атап айтқанда операторлардың сызықтығымен байланысты.

§ 5.2. Кванттық теорияның негізгі постулаттары

Кванттық теорияның жалпы пайымдалуы мынаған негізделген: *кез келген Q физикалық шаманың орташа мәні төмендегі формуламен анықталады:*

$$\langle Q \rangle = \int \psi^* \widehat{Q} \psi dx, \quad (5.5)$$

мұндағы, \widehat{Q} – Q физикалық шамасының операторы.

(5.5) пен (5.4) салыстыра отырып p_x шамаларының операторы төмендегідей болады деген қорытындыға келеміз:

$$\widehat{x} = x, \quad \widehat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}. \quad (5.6)$$

$\widehat{y}, \widehat{z}, \widehat{p}_y, \widehat{p}_z$ операторлары үшін де осыған ұқсас болады.

\widehat{x} және \widehat{p}_x операторлары кванттық теориядағы негізі операторлар болып табылады.

Басқа физикалық шамалардың операторларын табуға мүмкіндік беретін жалпы ереже мынадай:

Шамалар арасындағы байланысқа арналған классикалық физиканың формулаларын кванттық теорияда осы шамалардың операторларын байланыстыратын формулалар ретінде қарастырған жөн.

Осылайша, мысалы, классикалық механикада импульстің квадраты мен оның проекциясының квадраттары арасындағы байланыс мына формуламен беріледі:

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2.$$

Сол себепті импульстің квадратының операторы:

$$\hat{p}^2 = \hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 + \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 + \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial z}\right)^2.$$

Нәтижесінде аламыз:

$$\hat{p}^2 = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) = -\hbar^2 \nabla^2 \quad (5.7)$$

мұндағы, ∇^2 операторы – бұл *лапласиан*, яғни дөңгелек жақшадағы өрнек.

Осыған ұқсас кинетикалық энергияның операторын табамыз:

$$\hat{K} = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \quad (5.8)$$

және бөлшектің толық энергиясының операторы – *гамильтониан* (оны \hat{H} деп белгілейміз):

$$\hat{H} = \hat{K} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U. \quad (5.9)$$

Егер бөлшектің ψ -функциясы белгілі болса, \hat{p}^2 , \hat{K} және \hat{H} операторларының өрнектерін біле тұра (5.5) формуласы арқылы $\langle p^2 \rangle$, $\langle K \rangle$ және $\langle H \rangle$ -тың орташа мәнін табуға болады.

Мысал: $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2l}} e^{ikx}$, $k = p/\hbar$ болатын күйдегі бөлшектің $\langle K \rangle$ кинетикалық энергиясының орташа мәнін табу керек. $\psi(x)$ функциясы $-l < x < l$ аралығында нормаланған, осы аралықтан тыс $\psi(x) = 0$ болады. (5.8) өрнегіне сәйкес төмендегідей болуы керек

$$\begin{aligned} \langle K \rangle &= \int \psi^* \hat{K} \psi dx = \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} e^{-ikx} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{ikx}\right) dx = \\ &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} \frac{\hbar^2}{2m} k^2 dx = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}, \end{aligned}$$

Алайда мұндай қарапайым нәтиже ылғи бола бермейді. Мұнда ол қарапайым дебройльдік толқында импульс пен кинетикалық энергияның айтарлықтай белгілі мәндерге ие болуымен байланысты. Берілген шамалардың орташа мәндері олардың осы дара мәндерімен үйлеседі.

Енді *импульс моментінің операторын* табамыз. Классикалық механикаға сәйкес:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}. \quad (5.10)$$

Ортақ ережеге сәйкес импульс моментінің проекциясының, мысалы, Z осіне қатысты операторы мына түрде жазылады:

$$\hat{M}_z = x\hat{p}_y - y\hat{p}_x = x\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\right) - y\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right). \quad (5.11)$$

Осы операторды кейін декарттық емес, (r, θ, φ) сфералық координаталар жүйесінде қолданауымызға тура келеді. Осы жүйеде \hat{M}_z операторы (5.8)-есепте көрсетілгендей мына түрге ие болады:

$$\boxed{\hat{M}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}}. \quad (5.12)$$

Осы оператордың түрі \hat{p}_x операторының түріне ұқсайтындығын айтып өтейік.

(5.9) толық энергия операторына қайта оралайық. Осы оператордың көмегімен толық, кинетикалық және потенциалдық энергиялардың орташа мәндері арасындағы байланысты табамыз:

$$\langle E \rangle = \int \psi^*(\hat{K} + \hat{U})\psi dV = \int \psi^*\hat{K}\psi dV + \int \psi^*\hat{U}\psi dV.$$

Бұл дегеніміз:

$$\langle E \rangle = \langle K \rangle + \langle U \rangle. \quad (5.13)$$

Алынған теңдік $E = K + U$ өрнегіне баламалы емес. Шынымен де, анықталмағандықтар қатынастары салдарынан K және U шамалары бірмезетте нақты мәндерді қабылдай алмайды, себебі K шамасы p импульске, ал U - x координатасына тәуелді болады. Алайда, E , K және U орташа мәндері арасында классикалық байланыстың сақталатындығын (5.13) формуласынан көруге болады.

Таралудың бар болу белгілері. Қандай да бір Q шамасының орташа мәні мен Q^2 оның квадратының орташа мәні, яғни $\langle Q \rangle$ мен $\langle Q^2 \rangle$ арасындағы байланысты орнықтырайық. Q -дың нақты мәні төмендегідей түрде берілуі мүмкін екендігі белгілі:

$$Q = \langle Q \rangle + \Delta Q. \quad (5.14)$$

$\langle Q^2 \rangle$ -тың орташа мәнін табамыз.

$$\langle Q^2 \rangle = \langle (\langle Q \rangle + \Delta Q)^2 \rangle = \langle \langle Q \rangle^2 + 2\langle Q \rangle\Delta Q + (\Delta Q)^2 \rangle.$$

мұндағы $\langle Q \rangle$ мен $\langle Q^2 \rangle$ – жай сандар. Олардың орташа мәндері олардың өздеріне тең. Орташасы $2\langle Q \rangle\Delta Q = 0$, себебі $\langle \Delta Q \rangle = 0$. Осыдан туындайтыны:

$$\langle Q^2 \rangle = \langle Q \rangle^2 + \langle (\Delta Q)^2 \rangle. \quad (5.15)$$

$(\Delta Q)^2$ оң шамасының орташа мәні теріс бола алмайды және де ол тек жалғыз жағдайда барлық $\Delta Q = 0$ болғанда 0-ге тең болады, яғни ешқандай таралу болмағанда және біздің Q шамамыз тек бір мәнге (нақты анықталғанда) ие болған кезде.

(5.15) формуласы әрбір нақты жағдайда бізге қажетті шаманың таралуы бар ма немесе жалғыз мәнге ие бола ма деген мәселелерді тексеруге мүмкіндік беретін белгілердің рөлін атқарады. Ол үшін $\langle Q^2 \rangle$ пен $\langle Q \rangle^2$ шамаларын салыстыру жеткілікті.

Өзіндік күйлер. Алдыңғы тарауда біз толық энергия айтарлықтай белгілі мәндерге ие болатын (квантталудың мәні, міне, осыған негізделген) күйлердегі бөлшектің ψ -функциясын анықтауға арналған есепті шығарған болатынбыз. Осындай күйлерді *өзіндік* күйлер деп атайды.

Мына пайымдау кванттық теорияның негізгі постулаттарының бірі болып табылады: *Q физикалық шамасы белгілі бір мәнге ие болатын күй төменде келтірілген теңдеудің шешімі болатын ψ -функциясы арқылы сипатталады:*

$$\widehat{Q} \psi = Q \psi, \quad (5.16)$$

мұндағы, $\widehat{Q} - Q$ физикалық шамасының операторы.

Осы теңдіктің қойылған мәселені дұрыс шешетіндігіне көз жеткізейік. Ол үшін (5.16) теңдігін қанағаттандыратын ψ -функциясы арқылы сипатталатын күйдегі Q -дың орташа мәнін табамыз:

$$\langle Q \rangle = \int \psi^* \widehat{Q} \psi dV = \int \psi^* Q \psi dV = Q \int \psi^* \psi dV = Q.$$

$\langle Q \rangle$ тапқанда біз (5.16) формуласына сәйкес интеграл астындағы $\widehat{Q} \psi$ өрнегін $Q\psi$ -ға алмастырып, ψ -функциясының нормалау шартын ескердік. Алынған нәтиже айқын, себебі осы күйде Q -дың басқа мәндері жоқ.

Сонымен, (5.16) теңдігінің шешімі болып табылатын ψ -функциялары шынымен де өзіндік күйлерді сипаттайды.

Жалпы айтқанда, (5.16) теңдеуі жекеше туындылардағы теңдіктер болып табылады. Осындай теңдеулердің бір мағыналы шешімдері үшін математикаға сәйкес қосымша шектеулер қажет, мысалы, шекаралық және бастапқы шарттар.

Кванттық теорияның (5.16) теңдеуін шешу үшін қойған шарттары біршама өзгеше сипатқа ие: барлық жерде *шектік, бірмәнді, үздіксіз* және *тегіс* болатын шешімдердің ғана физикалық мағынасы бар болады. Осы шарттарды жоғарыда айтылғандай, *стандартты* немесе *табиғи* шарттар деп атайды.

Мысал: (5.16) тендеуінің көмегімен X осіне түсірілген импульс проекциясы нақты p_x мәніне ие болатын күйдің ψ -функциясын табамыз. Ол үшін (5.16) тендеуіндегі \hat{Q} операторының орнына (5.6) p_x операторын қоямыз. Сонда:

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} = p_x \psi.$$

Бұл теңдікті және барлық қажетті шарттарды де-Бройль жазық толқынының координаталық бөлігін құрайтын төмендегі функция қанағаттандырады:

$$\psi = e^{ikx}, \text{ мұндағы } k = p_x/\hbar.$$

(5.16) тендеуінің шешімі болатын және табиғи шарттарды қанағаттандыратын функцияларды \hat{Q} операторының *өзіндік функциялары* деп атайды. Осындай шешімдері бар болатын \hat{Q} -дың мәндерін Q физикалық шамасының *өзіндік мәндері* деп атайды. Сондай-ақ, \hat{Q} операторы үшін өзіндік мәндер жиынын берілген физикалық шаманы өлшеу кезінде тәжірибе арқылы табылатын Q мәндері анықтайды.

Q физикалық шамасының өзіндік мәндер жиыны кейбір кезде үздіксіз, ал кейде дискретті болуы мүмкін. Тәжірибе көрсеткендей, соңғы жағдайда Q -дың өлшенген мәндері шындығында да дискретті болып шығады және Q -дың өзіндік мәндерімен сәйкес келеді. Микродүниеде дискреттіліктің мысалы ретінде жеке жіңішке сызықтар қатарынан тұратын атомдардың оптикалық спектрін алуға болады.

(5.16) тендеуі алдыңғы тарауда қарастырылған кез келген физикалық шамалар жағдайы үшін энергияны кванттау ережесінің жалпылануы болып табылады. Осыған көз жеткізу үшін (5.9) \hat{H} операторын (5.16)-ға қоямыз:

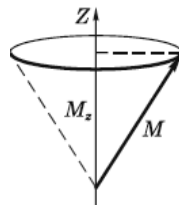
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U\right)\psi = E\psi. \quad (5.17)$$

Бұл (4.3) стационарлық күйлер үшін Шредингер тендеуі. Сондықтан оны (5.16)-дан тек белгіленуі мен өзгешеленетін қысқаша символдық түрде былай жазуға болады:

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad (5.18)$$

§ 5.3. Импульс моментінің квантталуы

Импульс моменті. M импульс моменті қозғалыстың ең маңызды сипаттамаларының бірі болып табылады. Оның мәні жүйе оқшауланған немесе центрлік күштік өрісте қозғалған кезде M -нің сақталуымен байланысты. Алайда кванттық теориядағы импульс моменті классикалықтан айтарлықтай ерекшеленеді. Нақты айтсақ, импульс моментінің модулі проекциялардың тек біреуімен ғана, мысалы M_z айтарлықтай дәлірек беріле алады. Ал қалған екі проекция толығымен анықталмай қалады.



5.1-сурет

Ол M моментінің бағытының кеңістікте анықталмағандығын білдіреді. Осындай жағдайды былайша көрнекі түрде елестетуге талпыныс жасауға болады: осі Z

координаталық осінің бағытымен сәйкес келетін конусты құраушы бойымен M векторы «жайылған» сияқты болады (5.1-сурет). Бұл жағдайда тек M_z проекциясы ғана айтарлықтай белгілі мәнге ие болады. Қалған екі M_x және M_y проекциялары толығымен анықталмаған болып қалады.

Мұнан былай моменттің «векторы» жайлы айтқанда, біз осы шаманың дәл осынадай кванттық мағынасын ойға алатын боламыз.

Осы тарауда біз *бір* электрон үшін ғана моментті қарастырумен шектелеміз. Мұнан былай жүйенің күрделенуіне қарай жүйенің моментіне осының қалай әсер ететіндігін анықтаймыз (§ 6.4).

Импульс моментінің модулі. Моменттің квадратынан бастайық. (5.13)-ке сәйкес ол үшін мына теңдеуді шешу қажет:

$$\widehat{M}^2 \psi = M^2 \psi. \quad (5.19)$$

\widehat{M}^2 операторы айтарлықтай күрделі, және осы теңдеудің шешімі де өте ауқымды болып табылады. Сондықтан біз соңғы нәтижелерді келтірумен шектелеміз әрі берілген оператордың өзіндік мәндері үшін ғана

$$M^2 = l(l + 1)\hbar^2, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.20)$$

мұндағы, l – *орбиталық* (немесе *азимуталдық*) кванттық сан. Осыдан моменттің модулі:

$$\boxed{M = \hbar\sqrt{l(l + 1)}}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (5.21)$$

Осы шаманың дискретті (квантталған) екендігі байқалады.

Классикалық импульс моменті мен оған сәйкес оператордың арасында айтарлықтай елеулі айырмашылық бар екендігін айта кеткен жөн. $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ классикалық момент \mathbf{r} радиус-векторы соған қатысты алынатын O нүктесінің таңдап алынуына тәуелді. Импульс моментінің операторы O нүктесінің таңдап алынуына тәуелді емес (оған сфералық координаталарындағы моменттің проекцияларын жазып, көз жеткізуге болады).

Ол импульс моментінің операторы тек координаталық осьтердің бағытына ғана тәуелді дегенді білдіреді. Сондықтан оны *бұрыштық моментінің операторы* деп атаған дұрыс болады.

Операторлар квадратының өзіндік мәндері мен \widehat{M}^2 және \widehat{M}_z бұрыштық моменттің проекциялары да O нүктесінің таңдалынуына тәуелді болмайды.

M_z моментінің проекциясы. Момент проекциясының күйі екі түрлі бағытта белгілі мәнге ие бола алмайтындықтан, таңдалынды бағытты ерікті түрде алуға болады. Мұндай бағытты әдетте Z осі деп қабылдайды, себебі осындай жағдайда \widehat{M}_z операторы (5.12) карапайым формуласымен анықталады.

Сонымен, осы оператордың өзіндік мәндері мен өзіндік функцияларын анықтау үшін (5.16)-ға сәйкес, келесі теңдеуді шешу қажет:

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} \psi = M_z \psi. \quad (5.22)$$

$e^{\alpha\varphi}$ ортақ көбейткішіне қысқартқаннан кейін $\psi = Ce^{\alpha\varphi}$ мәнін алмасытырып кою $-i\hbar\alpha = M_z$ теңдеуіне әкеледі, мұндағы $\alpha = iM_z/\hbar$. Яғни, (5.22) теңдеудің шешімі төмендегідей:

$$\psi = Ce^{im\varphi}, \quad m = M_z/\hbar. \quad (5.23)$$

Осы функция шектік, үздіксіз және тегіс. Ол әрі бірімәнді болу керек, ол үшін келесі шарт орындалу қажет:

$$\psi(\varphi + 2\pi) = \psi(\varphi).$$

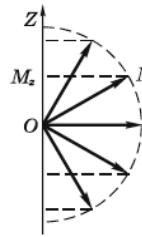
Бұл шарт (5.23) өрнегіндегі m -нің тек бүтін мәндерінде ғана орындалады.

Сәйкесінше, Z осіне түсірілген бұрыштық моменттің проекциясы Планк тұрақтысына еселі болып табылады:

$$M_z = m\hbar, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (5.24)$$

Z осін ерікті түрде таңдап алғандықтан, (5.24) теңдігі бұрыштық моменттің проекциясының *кез келген* бағытта квантталатындығын білдіреді. Ол сұлбалық түрде 5.2-суретте көрсетілген. Әрине, мұндай сұлбаларды дәлме-дәл түсінудің қажеті жоқ, өйткені M «векторы» кеңістікте белгілі бағыттарға іс жүзінде ие болмайды. Кейін анықталатын (§ 7.1) себептер бойынша m санын *магниттік кванттық саны* деп атайды.

Кванттық теория тұрғысынан белгілі l кванттық санға сәйкес келетін ψ_l толқындық функция, бір-бірінен m кванттық санымен өзгешеленетін күйлердің (ψ_{lm} -функциясының) суперпозициясын білдіреді. Басқаша айтқанда, l шамаларымен берілген күй m бойынша айныған болып табылады, сонымен бірге айну жұптылығы, яғни (5.24)-тен туындайтындай қысқасы m -нің әртүрлі мәндерінің саны $2l + 1$ шамасына тең. Кейін (§ 7.1) көрсетілетіндей айнуды магнит өрісіне атомды орналастыру байланысты өлшенеді.



5.2-сурет

Вектордың проекциясы осы вектордың модулінен үлкен бола алмайды, яғни $|M_z| \leq M$, сондықтан (5.20) және (5.21) өрнектеріне сәйкес мына шарт орындалу керек:

$$|m| \leq \sqrt{l(l+1)}.$$

Осы жерден $|m|$ максимал мәні l -ға тең екендігі туындайды.

Біз l -дың берілген мәнінде m саны M_z шамасының спектрін құрайтын $2l + 1$ мәндерін қабылдайтындығын көреміз:

$$l, l-1, \dots, 0, \dots, -(l-1), -l.$$

Кванттық теорияда орбиталдық моментті көрсеткенде тек l ғана аталатындығын ескере кетеміз, себебі ол бұрыштық моментінің модулін де сондай-ақ оның Z осінде проекциясының барлық мүмкін болатын мәндерін де береді. Мысалы, орбиталық момент $l = 2$ деп айтқанда, ол M моментінің модулін және M_z спектрін білдіреді:

$$M = \hbar \sqrt{6}, \quad M_z = 2\hbar, 1\hbar, 0, -1\hbar, -2\hbar.$$

Сонымен біздің алатынымыз:

$$M = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (5.25)$$

$$M_z = \hbar m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (5.26)$$

Мүмкін болатын M және M_z мәндерін анықтайтын алынған нәтижелерді *кеңістіктік кванттау* деп аталады. Кеңістікті кванттау көрнекілік үшін көбінесе график түрінде (5.2-суретті қара) көрсетеді.

Жоғарыда келтірілген пікірлерді қарама-қарсы түрде жүргізуге болады: M -нан M_z -қа емес, керісінше түрде. Сонымен бірге айтарлықтай сабақ болатын тәсілді пайдалануға болады, ал онымен танысу орынды мағына береді.

Сонымен M -ның l санынан тәуелдігін анықтайық. Ол үшін M моменттері бірдей, ал M_z проекцияларының мәні әртүрлі болатын көптеген бірдей бөлшектерді ойша елестетейік. Орташа мәндер үшін келесі теңдік орындалатындығы белгілі:

$$\langle M^2 \rangle = \langle M_x^2 \rangle + \langle M_y^2 \rangle + \langle M_z^2 \rangle. \quad (5.27)$$

Бұл теңдіктің сол жақ бөлігі жай M^2 шамасына тең, ал оң жағы барлық проекциялардың тең ықтималдығы салдарынан $3\langle M_z^2 \rangle$ түрінде көрсетіледі. Сонда (5.27) өрнегі мынадай түрге ие болады:

$$M^2 = 3\langle M_z^2 \rangle. \quad (5.28)$$

Ары қарайда, (5.21) өрнегіне сәйкес l -дың кез келген мәнінде M_z проекциясы $2l + 1$ шамасының әртүрлі мәндерін қабылдай алады. Сондықтан M_z^2 орташа мәні мынаған тең:

$$\langle M_z^2 \rangle = \hbar^2 \langle m^2 \rangle = \hbar^2 \frac{\sum_{m=1}^l m^2}{2l+1}. \quad (5.29)$$

Математикадан білетініміз:

$$\sum_{m=1}^l m^2 = \frac{l(l+1)(2l+1)}{6}.$$

Сонда (5.29) формуласы мына түрге өзгереді:

$$\langle M_z^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{3} l(l+1). \quad (5.30)$$

Соңында (5.30)-ды (5.28)-ге қойғаннан кейін, алтынымыз:

$$M^2 = \hbar^2 l(l+1) \quad (5.31)$$

дәлелдеу керектісі осы еді.

§ 5.4. Ротатор

Кванттық теорияда M импульс моментімен тек электрон ғана емес, сонымен қатар молекулалардың айналуы сияқты маңызды мәселе де байланысты болады.

Классикалық механикада айналатын қатты дененің кинетикалық энергиясы келесі формуламен анықталады $E = M^2/2I$, мұндағы I – сәйкес айналу осіне қатысты дененің инерция моменті.

Мұндай формула кванттық теорияда да орындалады, бірақ тек операторлардың арасындағы байланыс үшін ғана:

$$\hat{E} = \hat{M}^2 / I. \quad (5.32)$$

Осы формуладан \hat{M}^2 операторының өзіндік мәндері сияқты энергия операторының өзіндік мәндері деквантталған шамалар болып табылады. (5.21) өрнегіне сәйкес алатынымыз:

$$E_r = \frac{\hbar^2}{2I} r(r+1), \quad r = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.33)$$

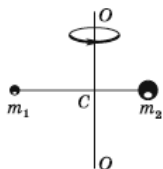
мұндағы r – айналмалы кванттық сан (бұл қатынас молекулалардың айналуына қатысы бар екенін білдіру үшін біз l -ды r -ға алмастырдық).

Кванттық физикада өзгергерілмейтін айналмалы жүйені *ротатор* деп атайды. (5.33) формуласы оның энергетикалық деңгейлерін, яғни молекулалардың айналмалы деңгейлерін анықтайды. Ротатордың (молекулалардың) айналмалы деңгейлерінің арасындағы ашықтық r кванттық санының өсуімен артатындығын осы формуладан көруге болады. Шын мәнінде, r және $r + 1$ деңгейлері арасындағы аралық:

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{2I} [(r+1)(r+2) - r(r+1)] = \frac{\hbar^2}{2I} (r+1). \quad (5.34)$$

r айналмалы кванттық саны үшін төмендегі іріктеу ережесі орындалады:

$$\Delta r = \pm 1. \quad (5.35)$$



5.3-сурет

Сондықтан айналмалы деңгейлер арасындағы ауысу кезінде шығарылатын сызықтардың жиіліктері $\hbar\omega = \Delta E$ шартымен анықталатын мәндерге ие бола алады, осы жерден:

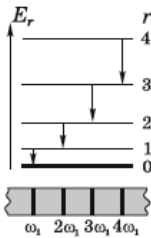
$$\omega = \frac{\hbar}{I} (r+1) = \omega_1 (r+1), \quad \omega_1 = \hbar/I, \quad (5.36)$$

мұндағы r – ауысу жүретін деңгейдің кванттық саны, ($r = 0, 1, 2, \dots$).

Айта кетсек, екіатомды молекула жағдайында I инерция моменті оның C массалар центрі арқылы өтеді OO осіне және молекуланың атомдарының ядролары (5.3-сурет) арқылы өтетін

перпендикуляр түзуге қатысты алынады. Сонда (осыған өз бетінше көз жеткізген тиімді)

$$I = \mu d^2, \quad (5.37)$$



5.4-сурет

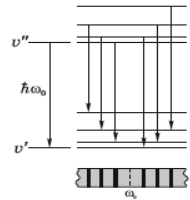
мұндағы d – молекуланың атомдары арасындағы қашықтық, μ – оның келтірілген массасы, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$, m_1 мен m_2 – екі атомның массалары.

Энергияның айналмалы деңгейлерінің және сәйкес спектрлік сызықтардың спектрі 5.4-суретте көрсетілген. Молекулалардың нағыз айналмалы спектрлері алыс инфрақызыл аймағында және сантиметрлік толқындар аймағында орналасады.

$\Delta\omega = \omega_1$ сызықтары арасындағы қашықтықты өлшеу арқылы (5.36) формуласы бойынша I молекуланың инерция моментін және де ядролардың массаларын біле тұра олардың арасындағы d қашықтықты анықтауға болады. Осылайша алынған I және d мәндерін кейбір екіатомды молекулалар үшін келтіреміз.

Молекула	I ,	d ,	Молекула	I ,	d ,
	10^{-40} г · см ²	10^{-8} см		10^{-40} г · см ²	10^{-8} см
H ₂	0,46	0,74	HCl	2,65	1,28
O ₂	19,0	1,20	CO	14,5	1,13

Бұған дейін (§ 4.4) молекулаларда *тербелмелі деңгейлердің* болуы керектігі көрсетілген. Жаңа ғана біз *айналмалы деңгейлерді* бөлек қарастырдық. Жалпы жағдайда қарастырғанда, молекулалар бірмезетте тербеледі де, айналады да. Бұл *тербелмелі-айналмалы жолақтардың* пайда болуына әкеледі, олар бір-бірінен $\Delta\omega = \omega_1 = \hbar/I$ шамасына қалып отыратын, ω_0 жиілігі бар «сызыққа» қатысты симметриялы түрде орналасқан өте жақын сызықтардан құралады. Сәйкес деңгейлердің, жолақтағы спектрлік сызықтардың орналасулары мен ауысуларының сұлбасы 5.5-суретте көрсетілген. Жолақтың ортасында көршілес сызықтардың арасындағы аралық екі есе үлкен болады, өйткені сәйкесінше $\Delta r = \pm 1$ болатын (5.35) іріктеу ережесінің салдарынан ω_0 жиілігі бар сызық пайда болмайды.



5.5-сурет

Есептер

5.1. Келесі операторлық теңдікті тексеру қажет:

$$\left(1 + \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 = 1 + 2\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}.$$

Шешуі: $\hat{Q}^2\psi = \hat{Q}(\hat{Q}\psi)$ екенін ескере отырып, былайша жазамыз:

$$\left(1 + \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\psi + \frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \psi + \frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \left(1 + 2\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi.$$

Осылайша теңдік дәлелденді.

5.2. Операторлардың коммутативтілігі. Операторлардың коммутирленетіндігін тексеру:

а) \hat{x} және \hat{p}_x ; б) \hat{x} және \hat{p}_y ; в) \hat{p}_x және \hat{p}_y .

Шешуі: а) Мәселе айырымды белгілеуге әкеледі:

$$x\hat{p}_x\psi - \hat{p}_xx\psi = -i\hbar\left(x\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}(x\psi)\right) = -i\hbar\left(x\frac{\partial\psi}{\partial x} - x\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\right) = i\hbar\psi.$$

Сәйкесінше, осы операторлар өзара коммутирленбейді.

ә) $x\hat{p}_y\psi - \hat{p}_yx\psi \propto \left(x\frac{\partial\psi}{\partial y} - x\frac{\partial}{\partial y}\right) = 0$,

яғни операторлар коммутативті.

б) $\hat{p}_x\hat{p}_y\psi - \hat{p}_y\hat{p}_x\psi \propto \left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y\partial x} = 0$.

Операторлар коммутативті.

5.3. Өзіндік мәндер мен өзіндік функциялар. $\psi = C \sin 2x$ өзіндік функциясына жатады

$A = -\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ операторының өзіндік мәнін табу керек, C – тұрақты.

Шешуі: (5.16)-ға сәйкес

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi = A\psi. \tag{1}$$

ψ функцияны x бойынша екі мәрте дифференциалдап, алатынымыз:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(2\cos 2x) = 4\sin 2x. \tag{2}$$

(2)-ні (1)-мен салыстырғанда, $A=4$ екенін табамыз.

5.4. $\psi(x) = \psi(x + a)$ болған кездегі $-i\frac{\partial}{\partial x}$ операторының Ψ өзіндік функциясы мен өзіндік мәндерін табамыз, a – тұрақты.

Шешуі: (5.16) өрнегінің негізінде жазатынымыз:

$$-i\frac{\partial}{\partial x}\psi = \lambda\psi, \tag{1}$$

Осыдан:

$$\frac{\partial\psi}{\psi} = i\lambda dx. \tag{2}$$

Осы теңдеуді интегралдап, алатынымыз:

$$\ln \psi = i\lambda x + C, \tag{3}$$

мұндағы, C – ерікті тұрақты. (3)-ті потенциалдап, алатынымыз:

$$\psi = C e^{i\lambda x}.$$

Шарт бойынша (ψ -периодты) туындайтыны:

$$e^{i\lambda x} = e^{i\lambda(x+a)},$$

осыдан:

$$e^{i\lambda a} = 1, \quad \lambda a = 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Нәтижесінде:

$$\psi = C e^{i\lambda x}, \quad \lambda = \frac{2\pi n}{a}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

C тұрақтысы анықталмаған болып қалады.

- 5.5. Орташа мәндер.** Қандай да бір мезетте бөлшек ψ -функциясымен сипатталатын күйде болады, оның координаталық бөлігі $\psi(x) = A \exp\left(ikx - \frac{x^2}{a^2}\right)$, мұндағы A мен a – белгісіз тұрақтылар. а) x координатасының; б) p_x импульс проекциясының орташа мәндерін табу керек:

Шешуі: а) (5.1) формуласына сәйкес:

$$\langle x \rangle = \int x \psi \psi^* dx = AA^* \int_{-\infty}^{+\infty} x \exp\left(-\frac{2x^2}{a^2}\right) dx.$$

Интеграл астындағы функция *тақ* болғандықтан, интеграл нөлге тең, яғни $\langle x \rangle = 0$. б) (5.3) өрнегіне сәйкесалдымен $\partial\psi/\partial x$ туындысын табамыз:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \psi(x) \cdot (ik - 2x/a^2).$$

Осы өрнекті (5.3)-ке қойғаннан кейін алатынымыз:

$$\langle p_x \rangle = -i\hbar AA^* \int_{-\infty}^{+\infty} \left(ik - \frac{2x}{a^2}\right) \exp(-2x^2/a^2) dx. \quad (1)$$

Нормалау шартынан туындайтыны:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi \psi^* dx = AA^* \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2x^2/a^2) dx = 1. \quad (2)$$

Сонымен қатар, (1) интегралы екі интегралдың айырымын көрсетеді. Оның екіншісі нөлге тең, себебі оның интеграл астындағы функциясы *тақ* болып келеді. Бірінші интеграл қалады:

$$\langle p_x \rangle = \hbar k AA^* \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-2x^2/a^2) dx.$$

(2)-ні ескере отырып, нәтижесінде алатынымыз:

$$\langle p_x \rangle = \hbar k.$$

- 5.6.** Бөлшек сфералы-симметриялық потенциалдық өрісте төмендегі нормаланған пси-функциямен сипатталатын күйінде орналасқан:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} \cdot \frac{e^{-r/a}}{r},$$

мұндағы, r – өрістің центрінен арақашықтығы, a – тұрақты. $\langle r \rangle$ -ді табу керек.

Шешуі: Бұл жағдайда (5.1) формуласындағы dx -тың орнында dV көлем элементін түсіну керек. Осы ретінде есептеуді жеңілдету үшін радиустары r және $r + dr$ болатын сфералық қабатты алған жөн. Ол үшін $dV = 4\pi r^2 dr$ болады және

$$\langle r \rangle = \int r \psi^2 4\pi r^2 dr = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2r/a}}{2\pi a r^2} 4\pi r^3 dr = \frac{2}{a} \int_0^{\infty} e^{-2r/a} r dr.$$

Жаңа $2r/a = y$ айнымалысын енгіземіз. Сонда алдыңғы өрнек келесі түрге келеді:

$$\langle r \rangle = \frac{a}{2} \int_0^{\infty} e^{-y} y dy.$$

Интегралды бөліктеп алғанда, оның бірге тең екендігін анықтаймыз. Осылайша:

$$\langle r \rangle = a/2.$$

- 5.7. Бөлшек $\psi(x) = Ax(l-x)$ күйінде болса, онда мүлдем өткізбейтін ($0 < x < l$) қабырғасы бар бірөлшемді тікбұрышты потенциалдық шұңқырдағы бөлшектің орташа кинетикалық энергиясын табу керек.

Шешуі: Ең алдымен A нормалау коэффициентін табамыз:

$$\int_0^l \psi^2 dx = A^2 \int_0^l x^2 (l-x)^2 dx = A^2 l^5 / 30.$$

Нормалау шарты бойынша алынған нәтиже бірге тең болу керек. Осы жерден:

$$A^2 = 30/l^5.$$

(5.5) өрнегіне сәйкес орташа кинетикалық энергия былайша анықталады:

$$\langle K \rangle = \int_0^l \psi(\hat{K}\psi) dx,$$

мұндағы дөңгелек жақшадағы өрнекті (5.8) формуласының көмегімен мына түрде көрсетуге болады:

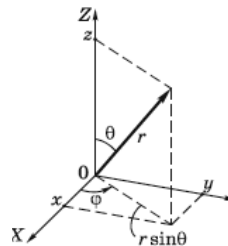
$$\hat{K}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{\hbar^2}{2m} (-2A).$$

$\langle K \rangle$ шамасына арналған өрнекке қойып және интегралдаудан кейін алатынымыз:

$$\langle K \rangle = 5\hbar^2/ml^2.$$

5.8. \hat{M}_z моментінің проекциясының операторы. Сфералық координаттар жүйесінде оператор $\hat{M}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ екенін көрсету керек. Декарттық және сфералық координаталарды байланыстыратын формулалар мен декарттық координаталар жүйесіндегі \hat{M}_z операторы үшін алынған өрнекті пайдалану керек.

Шешуі: 5.6-суреттің көмегімен декарттық және сфералық координаталар арасындағы байланысты жазайық:



5.6-сурет

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi, \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi, \\ z &= r \cos \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Осы формулалардың көмегімен φ бойынша жекеше туындыны x, y, z бойынша туындылар арқылы өрнектейміз.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2)$$

(1) формулаларының $\partial x / \partial \varphi$, $\partial y / \partial \varphi$ және $\partial z / \partial \varphi$ жекеше туындыларын анықтап алып, нәтижелерін (2)-ге қоямыз, алатынымыз:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = -r \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial x} + r \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial y} + 0. \quad (3)$$

(1)-мен салыстырып, (3)-ті былайша қайта көшіріп жазуға болатындығын көреміз:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y} \quad (4)$$

Осы теңдіктің оң жағы толығымен (5.11) формуладағы жақша ішіндегі өрнекпен толығымен сәйкес келеді.

5.9. Молекуланың айналмалы спектрі. Инерция моменті $I = 1,44 \cdot 10^{-39} \text{ г} \cdot \text{см}^2$ және өзіндік тербеліс жиілігі $\omega = 4,1 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ болатын, CO молекуласының тек айналмалы спектрі неше сызықтан құралатындығын бағалау керек.

Шешуі: Ізделінді сызықтар саны (4.23)-ке сәйкес арасындағы аралығы $\hbar\omega$ -ға тең болатын нөлдік және бірінші қозған тербелмелі деңгейлер ($v = 0$ және $v = 1$) арасындағы айналмалы деңгейлер санына тең болу керек. Осылайша есеп $\hbar\omega$ энергиясы бар r деңгейдегі максималды айналмалы кванттық санды анықтауға әкеледі. (5.33)-ті ескере отырып жазамыз:

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2}{2I} r(r+1),$$

осы жерден:

$$r^2 + r - \frac{2\omega I}{\hbar} = 0.$$

Осы теңдеудің шешімі бізге $r_{\text{макс}}$ шамасын береді:

$$r_{\text{макс}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(2\omega I / \hbar)}}{2} \approx 2\omega I / \hbar = 33.$$

Сәйкесінше, берілген молекуланың айналмалы спектрінің саны шамамен 30 сызықты құрайды.

5.10. Тербелмелі-айналмалы жолақ. HCl молекуласының шығу спектрінің тербелмелі-айналмалы жолағының ортасында, іріктеу ережесімен тыйым салынған «нөлдік» сызық болмайтын жердегі көрші сызықтар арасындағы аралық $\Delta\omega_0$ шамасына тең. HCl молекуласының ядролары арасындағы қашықтықты табу керек.

Шешуі. Алдымен көрші айналмалы энергетикалық деңгейлер арасындағы ΔE аралықты табамыз. (5.34)-ке сәйкес:

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{I} (r + 1).$$

Оған сәйкес келетін өту жиілігі:

$$\omega_r = \Delta E/\hbar = (r + 1)\hbar/I.$$

Көрші сызыққа өткен кезде, r бір санына өзгереді, (5.35) іріктеу ережесіне сәйкес көрші сызықтар арасындағы аралық та мына шамаға өзгереді:

$$\Delta\omega = (\Delta r) \cdot \hbar/I = \hbar/I,$$

мұндағы, $\Delta r = 1$. Тербелмелі-айналмалы жолақтың ортасында осы аралық екі есе үлкен болатындығын, сонымен қатар молекуланың инерция моменті үшін (5.37) өрнегін ескеру керек. Нәтижесінде $\Delta\omega_0 = 2\Delta\omega = 2\hbar/\mu d^2$ өрнегін аламыз, осы жерден:

$$d = \sqrt{2\hbar/\mu\Delta\omega_0},$$

мұндағы, μ – молекуланың келтірілген массасы, $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$.

6-тарау

Атомдарды кванттау

§ 6.1. Сутегі атомын кванттау

Ze зарядымен ядроның кулондық өрісінде қозғалатын e электроннан құралатын қарапайым жүйені қарастырайық. Мұндай жүйені *сутегі тектес* деп атайды. $Z = 1$ кезінде сутегі атомы болады, $Z = 2$ кезінде бір мәрте иондалған гелий атомы $-\text{He}^+$ ионы, $Z = 3$ кезінде екі мәрте иондалған литий атомы $-\text{Li}^{++}$ ионы және т.с.с. болады.

Осындай жүйедегі электронның ядромен өзара әрекетінің потенциалдық энергиясы мынаған тең:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{r}, \quad (6.1)$$

мұндағы, r – бірінші жуықтауда нүктелік деп саналатын (осы жерде және келесіде) электрон мен ядроның арасындағы қашықтық.

Осы жағдайда Шредингер теңдеуі мына түрге ие болады:

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0. \quad (6.2)$$

Электрон қозғалатын (6.1) өріс центрлі-симметриялық болып табылады, яғни тек r -ге ғана тәуелді. Сондықтан (6.2) теңдеуінің шешімін r, φ, θ сфералық координаталар жүйесінде жүргізу мақсатқа лайықты болады, мұндағы ∇^2 Лаплас операторы келесі түрге ие болады:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (6.3)$$

Біз бұл жерде (6.2) теңдеуін шешу кезеңдерін келтірмейміз, өйткені бұл аса ауқымды іс (бұған Лаплас операторы түрінің өзі жақсы дәлел болады). Тек шешу үдерісінің мәнісі менақырғы нәтижелерді талдауға ғана тоқталамыз.

(6.2) теңдеуін шешуді ψ -функциясына қойылған табиғи талаптарды, яғни оның бірмәнді, шектік, үздіксіз және тегіс болу керектігін ескеру арқылы айнымалыларды айыру әдісімен жүргізеді. Шешу кезінде E энергиясының *кез келген* он мәндерінде, ал E -нің теріс мәнді аумағында тек E -нің *дискретті* мәндерінде, атап айтқанда, егер төмендегідей мәнге тең болса, сол талаптарды қанаттандыруға болатындығы анықталады:

$$\boxed{E_n = -\frac{me^2 Z^2}{2\hbar^2 n^2}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.4)$$

Осы ($E < 0$) жағдай біз үшін ерекше қызығушылық тудырады, себебі ол электронның (атомдағы электронға) *байланысқан күйлеріне* сәйкес келеді.

Осылайша, $E < 0$ жағдайында Шредингер теңдеуін рет-ретімен шешу (Бордың алғашқы теориясына қарағанда) ешқандай қосымша постулаттарды пайдаланбайтын – энергетикалық деңгейлерге арналған (6.4) формуласына әкеледі. Сондай-ақ, (2.25) формуласымен сәйкестік біздің сол энергетикалық деңгейлер жүйесіне келгенімізді білдіреді (2.7-суретті қара). Осы жағдай деңгейлер арасындағы өту кезіндегі сәуле шығару жиіліктеріне де қатысты болады. Сондықтан қайталаудың қажеті жоқ.

Түсіндірудегі айырмашылық тек электронның күйіне ғана қатысты: Бор теориясында бұл стационарлық орбиталар бойынша қозғалыс болады, ал осы жерде орбиталар физикалық мағынасын жоғалтады да, олардың орнын ψ -функциясы басады.

(6.2) теңдеуінің өзіндік функциялары, яғни ψ -функциялары үш толықсанды параметрлерден – n, l, m құралатындығы анықталған:

$$\psi = \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi), \quad (6.5)$$

мұндағы n – *басты кванттық сан* (осы n шамасы E_n өрнегіндегі шама болып табылады) деп аталады. l және m параметрлері – (5.25) және (5.26) формулалары бойынша M импульс моментінің модулін және де оның M_z проекциясын анықтайтын *орбиталдық және магниттік кванттық сандар*.

Шешу кезінде табиғи талаптарды қанағаттандыратын шешімдер l -дың тек $n-1$ шамасынан артпайтын мәндерінде ғана алынатындығы анықталады. Осылайша, берілген n мәнінде l кванттық саны n -нің келесі мәндерін қабылдай алады:

$$l = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (6.6)$$

Өз кезегінде, берілген l мәнінде m кванттық саны (5.26) өрнегіне сәйкес $2l + 1$ әртүрлі мәндерін қабылдай алады:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (6.7)$$

(6.4) электронның E_n энергиясы тек қана n басты кванттық санға тәуелді. Осы жерден E_n -нің әрбір өзіндік мәніне ($n = 1$ жағдайынан басқа) l және m кванттық сандарының мәндерімен ерекшеленетін бірнеше ψ_{nlm} өзіндік функциялары сәйкес келеді. Бұл электрон бірнеше түрлі күйлерде бола тұра энергияның бір мәніне ие бола алатындығын білдіреді. Мысалы, $E_2 (n = 2)$ энергиясына төрт күй ие болады: $\psi_{200}, \psi_{21-1}, \psi_{210}, \psi_{21+1}$.

Айну еселігі. Энергиялары бірдей болатын күйлерді *айныған* деп, ал E_n энергиясының белгілі мәндеріне ие түрлі күйлер санын – берілген энергетикалық деңгейдің *айну еселігі* деп атайды.

Мүмкін болатын l және m мәндерінің санын ескере отырып сутегітекес жүйенің n -ші деңгейінің айну еселігін анықтауға болады. l кванттық санның әрбір n мәніне m -нің $2l + 1$ мәні сәйкес келеді. Сондықтан берілген n үшін түрлі күйлердің N толық саны мынаған тең:

$$N = \sum_{l=1}^{n-1} (2l + 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2. \quad (6.8)$$

Сәйкесінше, сутегітекес жүйенің n -ші энергетикалық деңгейінің айну еселігі n^2 шамасына тең.

Шындығында, осыдан кейін (§6.3) көрсетілетіндей, электрондағы өзіндік моменттің (спиннің) бар болуы салдарынан осы санды екі еселеу қажет. Осылайша n -ші энергетикалық деңгейдің айну еселігі:

$$N = 2n^2. \quad (6.9)$$

Күйлердің символдары. Атомдағы электронның түрлі күйлерін l орбиталдық кванттық санының мәніне қатысты латын әліппесінің кішкентай әріптерімен белгілеу қабылданған:

l кванттық саны	0	1	2	3	4	5	(6.10)
Күйдің символы	s	p	d	f	g	h	

s -күйлер (немесе-электрондар), p -күйлер (немесе p -электрондар) және т.с.с. деп айту қабылданған.

n басты кванттық санның мәнін берілген l мәні баркүй символының алдында көрсетеді. Мысалы, бас кванттық санына $n = 3$ және $l = 2$ ие болатын электронды $3d$ символымен белгілейді және т.б. Электронның бірнеше күйін ретімен жазып көрсетейік:

$$1s, 2s, 2p; \quad 3s, 3p, 3d; \dots \quad (6.11)$$

(6.2) теңдеуінің өзіндік функциялары екі функцияның көбейтіндісі ретінде көрсетіледі, оның біреуі тек r -ға, ал екіншісі тек θ және φ бұрыштарына тәуелді болады:

$${}_{nlm}(\mathbf{r}, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (6.12)$$

мұндағы бірінші көбейткіш n және l кванттық сандарына, ал екіншісі $-l$ және m кванттық сандарына тәуелді болады.

$Y_{lm}(\theta, \varphi)$ функциясы \hat{M}^2 импульс моментінің квадратының операторының өзіндік функциясы болып табылады. s -күйлер ($l = 0$) үшін осы функция тұрақты болады, сол себепті ${}_{n00}$ түріндегі ψ -функциясы тек r -ға ғана тәуелді болады. Жалпы айтқанда:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \Theta_{l|m|}(\theta) \cdot e^{im\varphi}. \quad (6.13)$$

(6.1) және (6.2) кестелерінде нормалаушы көбейткішке дейінгі дәлдікпен $R_{nl}(r)$ және $\Theta_{l|m|}(\theta)$ құраушыларының ең қарапайым функцияларының түрлері мысал ретіндегі келтірілген.

6.1-кесте

Күй	n, l	$R(\rho)$
1s	1, 0	$e^{-\rho}$
2s	2, 0	$(2 - \rho)e^{-\rho/2}$
2p	2, 1	$\rho e^{-\rho/2}$

6.2-кесте

Күй	$l, m $	$\Theta_{l m }(\theta)$
s	0, 0	1
p	1, 0	$\cos \theta$
	1, 1	$\sin \theta$

Мұндағы $\rho = r/r_1$, $r_1 - (2.24)$ бордың радиусы.

(6.12) және (6.13) формулаларына және осы кестелерге сәйкес, мысалы, $_{211}$ функциясының қалай болатындығын көрсетейік:

$$_{211} = A r e^{-\frac{r}{2r_1}} \sin \theta \cdot e^{i\varphi},$$

мұндағы, A – нормалаушы коэффициент.

Ықтималдық тығыздығының таралуы. Кванттық теорияда атомдағы электронның траекториялары жайлы айтуға болмайды. Тек қана ядроөрісінің сол немесе өзге жерінде электронның орналасу ықтималдығы менкүйінің (ψ -функциясы) ғана мағынасы болады. Көрнекілік үшін электрондық бұл жайлы түсінікті енгізгенде, оның әрбір нүктедегі таралу тығыздығы осы нүктедегі электронның орналасу ықтималдығының dP/dV тығыздығына пропорционал болады.

Электронның орналасу ықтималдығының тығыздығы толқындық функцияның модулінің квадраттымен $|\psi|^2$ немесе $\psi\psi^*$ беріледі. Оңай болу үшін сүтегі атомының электронының сфералық-симметриялық болатын 1s негізгі күйін қарастырумен шектелетік, яғни оның ψ -функциясы тек r -ға ғана тәуелді:

$$_{1s} \propto e^{-\alpha r}, \tag{6.14}$$

мұндағы $\alpha = 1/r_1$, r_1 – бордың радиусы.

dV көлемінде электронның орналасу ықтималдығы $||^2 dV$ шамасына тең екенін білеміз. dV қарапайым көлем ретінде радиусы r және қалыңдығы dr болатын сфералық қабатты аламыз: $dV = 4\pi r^2 dr$. Сонда осы қабатта 1s-электронды табу dP ықтималдығы:

$$dP = A r^{22} dr, \tag{6.15}$$

мұндағы, A – нормалаушы коэффициент. Осыдан dP/dr ықтималдық тығыздығы, яғни r радиусы маңындағы бірлік қалыңдықты сфералық қабатта электронның орналасу ықтималдығы:

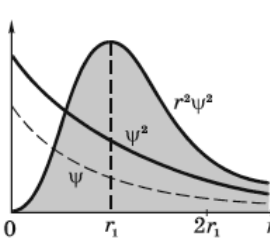
$$dP/dr = Ar^2 e^{-2ar} \propto r^2 e^{-2ar}. \quad (6.16)$$

Осы ықтималдық тығыздықты бірлік көлемге келтірілген радиус-векторлы \mathbf{r} болатын нүктенің маңындағы және $|\psi|^2$ -қа тең болатын dP/dV ықтималдық тығыздығымен шатастыруға болмайды.

$r \rightarrow 0$ және $r \rightarrow \infty$ кезінде (6.16) өрнегі нөлге айналатындығы байқалады. (6.16) өрнегі максимумға жететін r -дің мәнін табайық. Ол үшін (6.16)-ны r бойынша дифференциалдап, алынған өрнекті (экспонентаға қысқартылғаннан кейін) нөлге теңестіреміз. Нәтижесінде электронның ядродан әлдеқайда мүмкін болатын арақашықтығын аламыз:

$$r_m = 1/\alpha = r_1. \quad (6.17)$$

Біз көріп тұрғандай, r_m (2.24) сутегі атомындағы электронның бірінші бор орбитасының радиусымен тура дәлдікпен сәйкес келеді.



6.1-сурет

$\psi(r)$, $\psi^2(r)$ және $dP/dr \propto r^2 \psi^2$ тәуелділіктерінің графиктері 6.1-суретте көрсетілген. Атомның электрондық бұлтындағы кеңістіктік таралуды $|\psi(r)|^2$ пси-функцияның модулінің квадратымен немесе $r^2 |\psi(r)|^2$ шамасымен сипаттауға болатындығына көңіл аудару керек. Бірінші өрнек бірлік көлемдегі, ал екінші өрнек бірлік қалыңдықты сфералық қабаттағы электронның орналасу ықтималдығын анықтайды. Олардың графиктері бір-бірінен айтарлықтай өзгешеленетіндігін

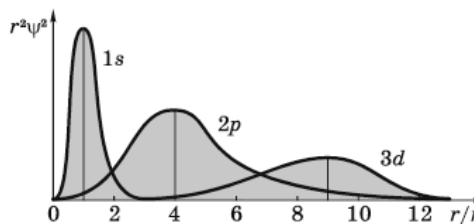
суреттен көруге болады.

$r = 0$ нүктесінде $1s(r)$ тегіс болмайтындығын байқауға болады. Бұл электронның потенциалдық энергиясы $r \rightarrow 0$ кезінде шексіздікке (ядро нүктелік болады деп болжанғанда) айналуының салдары болып табылады. Ядроның негізгі өлшемдерін есепке алу ψ -функциясының осы кемшілігін жояды.

Атомдағы электроның қозғалыс күйінің қандай да бір жуықталған аналогы әрқашан бола бермейді. Мысалы, барлық s -күйлерде электронның орбиталдық моменті нөлге тең болады ($l = 0$). Классикалық көзқарас тұрғысынан бұл электронның радиус бойымен қозғалысына сәйкес келеді, яғни электрон қозғалған кезде ядроның алып отырған аумақты кесіп өтуі керек болады. Бұл классикада мүмкін емес. Ал кванттық теорияда нөлдік орбиталдық моментіне ие күй бар болады – ол электронның s -күйлері, осындағы электрондық бұлттың «тығыздығының» таралуы сфералық-симметриялы болады. Сонымен, негізгі $1s$ -күйде электронның бұрыштық моменті, Бор теориясына қарағанда, нөлге тең болады.

Қорытындысында электронды бұлттардың басқа да күйлердегі (p, d, \dots) таралуы жайлы бірнеше сөз айтып өтейік. Мұнда ол енді сфералық-

симметриялық болмайды және де θ бұрышына айтарлықтай күшті дәрежеде тәуелді болады. Сонымен қатар, θ бұрышымен орташаландырғанда, ψ -функциясының тек r -ге тәуелділігі қалады және де $l = n - 1$ (яғни электронның ядродан ең ықтималды қашықтығы) болатын күйлердегі таралудың максимумдары сәйкес бор орбиталарына келеді. Бұл 6.2-суретте үш түрлі күй үшін көрсетілген, мұнда абцисса осінде ұзын тік кескіндермен сутегіндегі атомының бор теориясындағы сәйкес орбиталардың радиустары белгіленген. Бор теориясымен ұқсастық осы қарапайым (бірақ қызық) фактімен аяқталады.



6.2-сурет

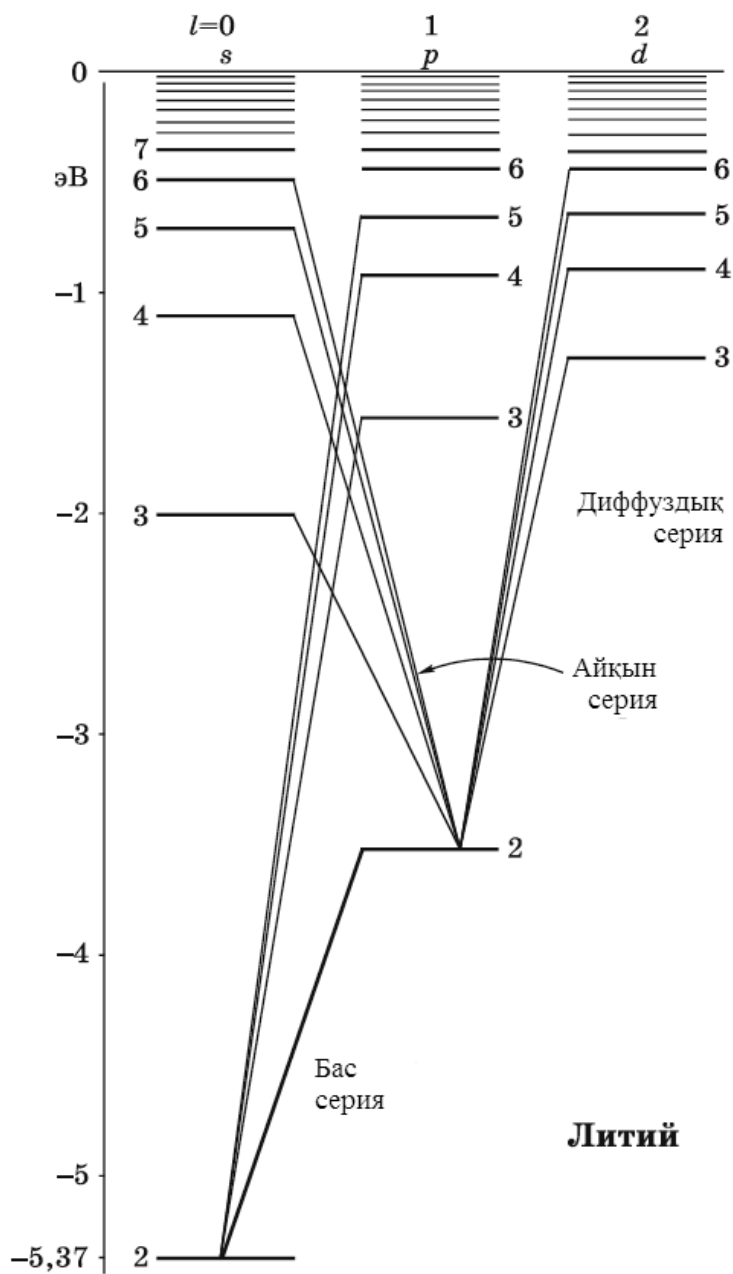
§ 6.2. Сілтілі металдардың спектрлері мен деңгейлері

Сілтілі металдардың спектрлері. Сілтілі металдар атомдарының шығару спектрлері сутегі атомының спектрі сияқты, көптеген спектрлік сызықтардан құралады. Осы спектрлік сызықтарды мұқият жіктеу оларды серияларға топтастыруға мүмкіндік берді, олардың әрқайсысы қозған атомының қандай да бір белгілі деңгейге өтуімен байланысты болады. Ол *литий* атомдары үшін 6.3-суретте көрсетілген.

Басқа сілтілі металдардың деңгейлерінің сұлбасы осыған ұқсас құрылымға ие.

Алынған нәтижелерді талдау сілтілі металдардың атомдарының электрондық қабықшасының айтарықтай сипатты құрылымымен салыстыруға мүмкіндік берді. Егер сілтілі металдың атомы тек Z электрондарға ғана ие болатын болса, онда $Z - 1$ электрондары ядромен бірге салыстырмалы түрде орнықты *қаңқа* құрайды, оның электрлі көрісінде атомының қаңқасымен айтарлықтай әлсіз байланысқан сыртқы (валенттік) электрон қозғалады.

Белгілі бір мағынада сілтілі металдардың атомдары сутегітектес болып келеді, алайдатолығымен емес. Себебі сыртқы электрон электрондық қаңқаны біршама деформациялап, сонымен өзі қозғалатын өрісті бұрмалайды. Бірінші жуықтауда қаңқаның өрісін қаңқаның ортасында орналасқан $+e$ нүктелік заряды өрісінің және де нүктелік дипольдің өрісінің суперпозициясы ретінде қарауға болады. Сонымен қоса, дипольдің осі ылғи сыртқы электронға бағытталады.



6.3-сурет

Сондықтан соңғының қозғалысы қаңқаның өрісі бұрмалануына қарамастан сфералық-симметриялық болып сақталатын жағдайдағыдай жүреді.

Бұл қаңқаның осындай өрісіндегі сыртқы электронның потенциалдық энергиясын көрсетуге мүмкіндік береді:

$$U(r) = -\frac{e^2}{r} - C\frac{e^2}{r^2}, \quad (6.18)$$

мұндағы, C – қандай да бір тұрақты.

(6.18) потенциалдық энергиясы бар электрон үшін Шредингер теңдеуінің шешу $E < 0$ аумағындағы (сыртқы электронның байланысқан күйлері үшін) E энергияның рұқсат етілген мәндері тек n бас кванттық санға ғана (сутегі атомы жағдайындағыдай) тәуелді болмай, сонымен қатар l орбиталдық кванттық санға да тәуелді болатындығына әкеледі:

$$E_{nl} = \frac{\hbar R}{(n+\sigma)^2}, \quad (6.19)$$

мұндағы σ_l – l -ге тәуелді болатын *ридбергтік түзету* (немесе кванттық ақау). Литийдің (6.3-суретті қара) негізгі күйі болып $2s$ саналады, себебі $n = 1$ болатын күй негіз қаңқаның құрамына кіретін екі электронмен алынған болады.

(6.19) энергетикалық деңгейге (2.30) өрнегіне сәйкес түрге ие болатын терм сәйкес келеді:

$$T_{nl} = \frac{R}{(n+\sigma)^2} \quad (6.20)$$

Электрон энергиясының l орбиталдық кванттық санға тәуелділігі сілтілі металдар атомдарының энергиялары деңгейлерінің сутегі атомының энергиясының деңгейлерінен түбегейлі айырмашылығы болып саналады. Осы тәуелділік берілген жағдайда l бойынша айнудың алып тасталатындығын білдіреді. Физикалық түрде бұл сілтілі металдардың атомдарында сыртқы электрондар атомдық қаңқаның электрлік өрісінде орналасуымен байланысты. Соңғысының заряды нүктелік емес және де оның таралуы сфералық-симметриялықтан біршама өзгешеленеді. Қаңқаның электрлік өрісі енді кулондық болмайды ($\propto 1/r^2$ болмайды). Осының арқасында электронның E энергиясы тек қана n -ға ғана емес, сонымен қатар l -ға да тәуелді болады. Басқаша айтқанда, осы жағдайда l бойынша айналуы тасталады.

Сілтілі металдардың иондарының спектрлерін зерттеу атомдық қаңқаның (яғни ядро мен $Z - 1$ электрондардың) импульсінің моменті нөлге тең екендігін көрсетті. Сәйкесінше, сілтілі металдың атомының орбиталдық моменті оның сыртқы электронының моментіне тең болады және l кванттық санымен анықталады (6.3-суретте көрсетілгендей).

Іріктеу ережесі. Сәуле шығару (және жұтылу) сыртқы электронның бір деңгейден келесі деңгейге өтуі нәтижесінде іске асады. Алайда барлық өтулер мүмкін болмайды. Тек сыртқы электронның l орбиталдық кванттық саны бірге өзгергендегілері ғана мүмкін болады:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (6.21)$$

Бұл тек s - пен p -күйлері арасындағы, p -мен d -күйлері арасындағы ауысулар ғана рұқсат етілген болады дегенді білдіреді (6.3-суретті қара). Сонымен қатар, n бас кванттық санының кез келген бүтін санға өзгере алатындығын айтып өтейік.

Мысалы. $4s$ деңгейіне ылғи қоздыратын литийдің атомдарынан құралатын көз қанша спектрлік сызықтарды шығаратынын анықтайық.

(6.21) іріктеу ережесіне сәйкес осындай ауысулар алтау болады (6.3-суретті қара), олар төмендегідей:

$$4s \rightarrow 3p, 4s \rightarrow 2p, 3p \rightarrow 3s, 3p \rightarrow 2s, 3s \rightarrow 2p, 2p \rightarrow 2s.$$

Кванттық теория тұрғысынан қарастырғанда, іріктеу ережесі бір кванттық күйденбасқа кванттық күйге өту ықтималдығымен байланысты. Іріктеу ережесімен рұқсат етілмеген ауысулардың ықтималдығы іс жүзінде нөлге тең болады екен.

Спектрлік сериялар. (6.21) іріктеу ережесін ескере отырып литий атомының спектрлерінде келесі сериялардың бақыланатындығын оңай аңғаруға болады:

бас:	$\omega = 2s - np,$	$n = 2, 3, 4, \dots$	(6.22)
айқын:	$\omega = 2p - ns,$	$n = 3, 4, 5, \dots$	
диффуздық:	$\omega = 2p - nd,$	$n = 3, 4, 5, \dots$	

Мұндағы ω – шығару сызығының жиілігі. Бас серияның $2s - 2p$ өтуіне сәйкес келетін спектрлік сызық ең қарқынды болып келеді. Бұл сызық *резонанстық* деп аталады.

(6.22) сериялары символдық түрінде жазылған. Айқын түрде оларды сәйкес екі термдердің айырмасы ретінде жазады. Мысалы, литийдің бас сериясы үшін:

$$\omega = \frac{R}{(2+\sigma_s)^2} - \frac{R}{(n+\sigma_p)^2}, \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (6.23)$$

Басқа сериялар үшін осыған ұқсас болады. Байқағанымыздай, ридбергтік түзулету бойынша әр серия практикалық түрде әрқашанда тұрақты болады, бірақ сериядан серияға қарай өзгереді.

Спектрлік сызықтардың нәзік құрылымы. Сілтілі металдардың атомдарының спектрлік сызықтарын жоғарыға жырату қабілеттілігі бар

құралдармен зерттеу кезінде осы сызықтардың екі еселі (дублетті) болатындығы анықталды, яғни *нәзік құрылымды* құрайды.

Бірнеше құраушылардан құралған спектрлік сызықтарды *мультиплеттер* деп атайды. Түрлі атомдардың мультиплеттеріндегі құраушылар саны екеуге (дублеттер), үшеуге (триплеттер), төртеуге (квартеттер) және т.б. тең бола алады. Жеке жағдайларда спектрлік сызықтар жалғызданған да болуы мүмкін (синглеттер).

Нәзік құрылым, яғни спектрлік сызықтардың бөлшектенуі энергетикалық деңгейлердің (термдердің) өздерінің бөлшектенуі мен туындағаны айқын. Сонымен қатар бұл Шредингер теңдеуінің шешімінен туындамайды. Осындай түсініксіз бөлшектенудің себебі неде? Осы сұрақтың жауабын келесі параграфта аламыз.

§ 6.3. Электронның спині

Спин болжамы. Спектрлік сызықтардың нәзік құрылымы, яғни алдыңғы параграфтың соңында айтылғандай, олардың бөлшектенуі энергетикалық деңгейлердің өздерінің бөлшектенуінің салдары болып табылады. Гаудсмит пен Уленбекке (1925) электронның *спин* деп аталған өзіндік моментінің бар болуы жайлы гипотезаны ұсынуға түрткі болды, бұл ең бірінші экспериментті факті болып есептелді. Кейіндері осы болжам басқа да бірқатар дәлелді эксперименттік фактілермен дәлелденді.

Спин болжамы көптеген эксперименттік фактілерді қарапайым түрде түсіндіруге мүмкіндік берді, олардың кейбіреуін ары қарай да қарастыратын боламыз.

Спин дегеніміз – классикалық баламасы жоқ, елеулі кванттық сан. Оның алғашында бөлжалға айналатын бөлшек жайлы түсінікпен ортақ ешнәрсесі жоқ (осы жерден оның аталуы туынайды).

Спинді масса және заряд сияқты электронның ішкі қасиеттері сипаттайды. Спин бір уақытта кванттық және релятивистік* қасиет бола алатындығы анықталды. Орбиталдық моментпен салыстырғанда, спин әрқашан сақталады (ішкі қасиеті сияқты).

Электронның спині кванттық теорияның жалпы заңдары бойынша анықталады. Орбиталдық моментке ұқсас сол бір күйде анықталған мәндер M_s^2 спиннің квадратына ие бола алады (яғни, M_s спиннің модуліне де) және еркін таңдалынған Z осіне түсірілген M_{sz} проекцияларының бірі:

$$M_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, s = 1/2, \quad (6.24)$$

мұндағы, s – *спиндік кванттық сан*, және:

$$M_{sz} = \hbar m_s, m_s = \pm s = +1/2 \text{ және } -1/2. \quad (6.25)$$

* Дирак (1928) электронның спині өзінен-өзі оның релятивистік толқындық теңдеуге негізделген электрондық теориясына енеді.

$s = 1/2$ мәні келесілерден пікірлерден алынған. Орбиталдық моментке ұқсас берілген s мәніне сәйкес келетін m_s проекциясының мүмкін болатын мәндерінің саны $2s + 1$. Осы санның электрон үшін екіге тең екендігі эксперимент жүзінде анықталды, яғни $2s + 1 = 2$ осы жерден $s = 1/2$ болады.

Бөлшектердің көбінің спині бар екендігін айтып өтейік. Байқауымыз бойынша. Мысалы, протон мен нейтрон үшін $s = 1/2$, ал фотонда $s = 1$ шамасына тең.

Электронның спині $s = 1/2$ -ге, ал оның m_s проекциялары $1/2$ мен $-1/2$ -ге тең болғандықтан, сутегі атомының n -ші энергетикалық деңгейінің айну еселігі n^2 -қа емес $2n^2$ -қа тең болатындығы түсінікті болады. Осылай бола тұра бұл n -ші деңгейдің айну еселігі емес, n кванттық санына сәйкес келетін екі деңгейшенің айнуының қосынды еселігі болады.

Электронның толық импульс моменті. Механикалық моменттермен (орбиталдық және спиндік) магниттік моменттер байланысады. Олардың өзара әрекеті нәтижесінде моменттер қосылады – *электрон импульсінің толық моменті туындайды*. Осыны символдық түрде былайша жазады: $M_j = M_l + M_s$, мұндағы, j – *толық моменттің кванттық саны*.

Кванттық теорияда бұрыштық моменттерді қосу ережесі моменттердің орбиталдық немесе спиндік болуына тәуелді емес. Сондықтан M_j электронның толық моменті орбиталдық және спиндік моменттерге арналған формулаларға ұқсас анықталады, атап айтқанда:

$$M_j = \hbar\sqrt{j(j+1)}, j = l + s = l \pm 1/2. \quad (6.26)$$

Осылайша, j кванттық саны *жартылай бүтін* болып табылады, себебі l – бүтін болады, сонымен бірге $l = 0$ болса, онда $j = s = 1/2$ болады. Сондай-ақ, j әрқашан оң болады.

s спиннің алдындағы \pm таңбасына байланысты (6.26) өрнегінде шартты түрде спиндік момент орбиталдық моментпен (+ таңбасы) «бағыттас» немесе «бағыты бойынша» (- таңбасы) олар өзара қарама-қарсы болады деп айту қабылданған.

(6.26) моментінің Z осіне түрілген проекциясы мына түрде анықталады:

$$M_{jz} = \hbar m_j, m_j = j, j - 1, j - 2, \dots, -j, \quad (6.27)$$

яғни, берілген j мәнінде m_j мәндерімен ерекшеленетін $2j + 1$ кванттық күйлер мүмкін болады. Мысалы, $l = 1$ кезінде:

$$j_1 = 1 + 1/2 = 3/2, \quad m_j = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2,$$

$$j_2 = 1 - 1/2 = 1/2, \quad m_j = 1/2, -1/2.$$

Егер де $l = 0$ болса, онда импульс моментінің барлығы спиндік болып есептеледі.

Ортақ нәтижелер. Олардың ұқсастығына көңіл аударту және де есте сақтауды жеңілдету үшін бұрыштық моменттердің (орбиталдық, спиндік және толық) өзіндік мәндерін және де олардың Z осінде түсірілген проекцияларын бір кестеге (6.3-кесте) жазайық.

6.3-кесте

$M_l = \hbar\sqrt{l(l+1)},$	$l = 0, 1, 2, \dots$	(6.28)
$M_{lz} = \hbar m_l,$	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$	

$M_s = \hbar\sqrt{s(s+1)},$	$s = 1/2,$	(6.29)
$M_{sz} = \hbar m_s,$	$m_s = +\frac{1}{2}, -1/2.$	

$M_j = \hbar\sqrt{j(j+1)},$	$j = l \pm s = l \pm 1/2,$	(6.30)
$M_{jz} = \hbar m_j,$	$m_j = j, j-1, \dots, -j.$	

Мұнан былай осы формулаларға бірнеше рет сілтеме жасайтын боламыз.

Нәзік құрылым. Литий атомының мысалында спиннің көмегімен спектр сызығының дублеттік құрылымын қалай түсіндіруге болатындығын қарастырайық. Атомдық қаңқа моментінің нөлге тең болуы салдарынан литий атомының моменті сыртқы (валентті) электронның моментіне тең болады. Ал осы электронның моменті орбиталдық момент пен спиндік моменттің қосындысына тең. Берілген электронның толық моменті (6.30) өрнегіне сәйкес j кванттық санымен анықталады:

$$j = l \pm 1/2,$$

мұндағы, l және $1/2$ –орбиталдық және спиндік кванттық сандар. $l = 0$ болған жағдайда j кванттық саны тек қана бір мәнге ие болады: $j = 1/2$.

Біз M_l және M_s моменттерінің бір-бірімен өзара әрекет ететіндігін білеміз. Осы өзара әрекеттесудің энергиясы орбиталдық және спиндік моменттердің өзара «бағдарлануына» тәуелді, ал бұл энергетикалық деңгейлердің бөлінуіне әкеледі.

Осылайша, $P(l = 1)$ қатардың әрбір деңгейі (термі) $j = 1/2$ және $3/2$ болатын екі деңгейшеге, $D(l = 2)$ қатардың әрбір деңгейі $-j = \frac{3}{2}$ және $5/2$ және т.с.с. болатын деңгейшелерге бөлшектенеді. Тек қана бір $j = 1/2$ мәні сәйкес келетін $S(l = 0)$ деңгейлері қатары есепке алынбайды; сол себепті осы қатардың деңгейлері бөлшектенбейді (синглетты болып қалады).

Сонымен, S қатардан басқа, деңгейлердің әрбір қатары тек дублетті құрылымға ие болады. Деңгейлерді (термдерді) l, s және j кванттық сандарының мәндерін, яғни тікелей электронның бұрыштық моментінің

«құрылымын» анықтайтын символмен белгілеу қабылданған. Символдық түрде ол былай жазылады:

$$\nu(L)_j, \quad (6.31)$$

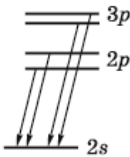
мұндағы, L – (6.10) өрнегіне сәйкес латынша бас әріптермен: S, P, D және т.б. белгіленген, l кванттық санымен анықталатын, күйдің символы; ν – *мультиплеттілік* деп аталады, ол спинмен $\nu = 2s + 1$ өрнегі арқылы байланысқан.

Сілтілі металдардың атомдарының термдерінің бірнеше алғашқы қатарын жазып алайық:

$${}^2S_{1/2}; \quad {}^2P_{1/2}, \quad {}^2P_{3/2}; \quad {}^2D_{3/2}, \quad {}^2D_{5/2}; \dots \quad (6.32)$$

Сілтілі металдардың атомдары үшін дублетті бөлшектену («бас» деңгейлер арасындағы ара қашықтықпен салыстырғанда) өте аз болады.

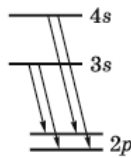
Жеңіл атомдар үшін деңгейлердің нәзік бөлшектенуінің шамасы 10^{-5} эВ-тан артық емес. Ал ауыр атодар үшін эВ-тың ондық үлестеріне дейін жетуі мүмкін (мұны нәзік бөлшектену деп атау қиын болады). Салыстыру үшін 6.3-суреттегі екі деңгей арасындағы айырымды келтіреміз, ол ~ 2 эВ-қа тең.



6.4-сурет

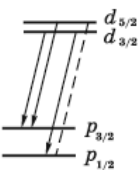
j үшін іріктеу ережесі. j кванттық санына төмендегі өрнек орындалатындай деңгейлер арасындағы ауысулар ғана мүмкін болатын іріктеу ережесі әсер етеді:

$$\Delta j = 0, \pm 1. \quad (6.33)$$



6.5-сурет

Спектрлік сызықтардың нәзік құрылымы эксперименттік түрде сутегі атомында да байқалды. Алайда сутегі атомының деңгейлерінің бөлшектенуі өте аз болады, сол себепті оны көп жағдайда ескермейді (өте нәзік зерттеулерден басқаларын).



6.6-сурет

Нәзік құрылымның заңдылықтары. Үш жағдайдағы мысалы, литийдің спектрлік сызықтарының нәзік құрылымдарының пайда болуын түсіндірейік.

Бас серия. Бір-бірінен аз мәнге қалып отыратын p -термдерінің деңгейшелерінен бірдей $2s$ деңгейге өтуі нәтижесінде екі жақын орналасқан сызықтар, яғни дублет пайда болады (6.4-сурет). Түрлі p -термдерінің бөлшектенуі түрліше болады, осы жерден сәйкес келетін дублеттердің бөлшектенуінің бақыланатын әртүрлілігі туындайды.

Айқын серия. s деңгейлерден $2p$ деңгейге өтулері (6.5-сурет) осы серияның сызықтарының сол бірдей бөлшектенуіне әкеп соғады, себебі ол барлық сызықтарда бір ғана $2p$ деңгейінің бөлшектенуімен шартталған.

Диффуздық серия. d -деңгейден $2p$ деңгейге өтуі салдарынан (6.6-сурет) – спектрлі сызықтар *триплетті* болып келеді, себебі j кванттық саны 2-ге өзгертін өтулер (6.33) іріктеу ережесіне сәйкес тыйым салынған. Үзік сызықпен бейнеленген $d_{5/2} - 2p_{1/2}$ өтуі сондай (жоғарыда айтылғандай) болады. d -деңгейлерінің бөлшектенуі $2p$ деңгейінің бөлшектенуінен айтарлықтай кем болады. Сондықтан триплеттің құраушылары әрқашан ажыратыла бермейді, ал сызықтардың өзі бұзылған болады (осы жерден серияның аталуы туындайды).

Осылайша сілтілі металдардың спектрлік сызықтарының деңгейлерінің нәзік құрылымы электронның спинімен немесе *орбиталдық-спиндік өзара әрекетпен* шартталған болады.

Қорытындысында шешімдері жиі қиындық тудыратын мысалды қарастырайық.

Мысал. Белгілі бір сілтілі металдың толқын ұзындығы λ болатын айқын сериясының басты сызығы толқын ұзындығының айырымы $\Delta\lambda$ болатын дублетті құрайды. Осы серияның келесі сызықтарының ω жиілігіндегі бөлшектену шамасын табамыз.

Айқын серияның барлық сызықтары синглеттік s деңгейлерден сол бір жалғыз төменгі бөлшектенген p деңгейге ауысумен шартталғандықтан, ауысулардың энергияларының айырымы әрбір дублетте бірдей болады. Яғни, $\Delta\omega$ шамасының бөлшектенуі де бірдей болады. Біздің жағдайымыз үшін $\Delta\lambda \ll \lambda$ болғандықтан, $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ байланысын ескере отырып төмендегідей жазуға болады:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \Delta\lambda.$$

§ 6.4. Көпэлектронды атомның механикалық моменті

Бұрыштық моменттерді қосу. Есептеулерден көретініміздей (оны біз қалдырып кетеміз) жүйенің *жыиынтық орбиталдық моменті* төмендегі өрнекпен анықталады:

$$M_L = \hbar\sqrt{L(L+1)}, \quad (6.34)$$

мұндағы, L – қорытқы моменттің орбиталдық кванттық саны. Орбиталдық моменттері l_1 және l_2 болатын екі бөлшектен құралатын жүйе жағдайында L кванттық саны бүтін, оң таңбалы әрі мынадай мәндерге ие бола алады:

$$L = (l_1 + l_2), (l_1 + l_2 - 1), \dots, |l_1 - l_2|. \quad (6.35)$$

Осы жерден L (яғни, қорытқы момент те) шамасы $2l_1 + 1$ немесе $2l_2 + 1$ түріндегі түрлі мәндерге (l -дың екі шамасының *кишісін* алу керек) ие болатындығы туындайды. Мұны оңай тексеруге болады: мысалы, $l_1 = 2$ және $l_2 = 3$ үшін $2 \cdot 2 + 1 = 5$ болатын L -дің түрлі мәндерін аламыз: 5, 4, 3, 2, 1.

Егер жүйе екі бөлшектен емес, одан да көп бөлшектерден құралса, онда қорытқы орбиталы моментті анықтайтын L кванттық саны (6.35) ережесін

дәйекті түрде пайдалану арқылы анықталады, алайда бұл ары қарай қажет болмайтындықтан, біз мұнымен тоқталмаймыз.

Қорытқы орбиталдық моменттің қандай да бір Z бағытына проекциясы (6.28) өрнегіне ұқсас анықталады:

$$M_z = \hbar m_L, \quad m_L = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L. \quad (6.36)$$

Осындай түрде жүйенің *жиынтық спиндік моменті* де анықталады:

$$M_S = \hbar \sqrt{S(S+1)}, \quad (6.37)$$

мұнда бөлшектердің санының жұп не тақ болуына байланысты, қорытқы спиндік моменттің S кванттық саны бүтін немесе жартылай бүтін бола алады. Егер N бөлшектің саны *жұп* болса, онда $S = Ns, Ns - 1, \dots, 0$, мұндағы $S = 1/2$, яғни бұл жағдайда S -бүтін сандар болады. Мысалы, $N = 4$ болғанда S шамасы 2, 1, 0 мәндеріне тең бола алады. Егерде N *тақ* болса, онда S шамасы Ns -тен бастап s -ке дейінгі барлық жартылай бүтінмәндерді қабылдайды, мұндағы $s = 1/2$. Мысалы, $N = 5$ болғанда, S -тың мүмкін болатын мәндері $5/2, 3/2$ және $1/2$ -ге тең болады.

Байланыс түрлері. Көп электронды атомдағы әрбір электронды орбиталдық және спиндік моменттермен сипаттауға болады. Атомның толық механикалық моменті неге тең? деген орынды сұрақ туындайды. Бұл сұрақтың жауабы – орбиталдық, спиндік немесе спинді-орбиталдық моменттердің қайсысы бір-бірімен өзара әрекет ететіндігіне байланысты болады.

Ең маңыздысы әрі кең таралғаны *қалыпты байланыс* немесе *Рессель-Саундерс байланысы* болып табылады. Бұл байланыс электрондардың орбиталдық моменттері спиндік моменттерге қарағанда бір-бірімен күштірек өзара әрекет етеді. Спиндік моменттер де осыған ұқсас болады. Осының салдарынан барлық орбиталдық моменттер M_L қорытқы орбиталдық моментке, ал спиндіктер – M_S қорытқы спиндік моментке айналады. Осыдан кейін M_S және M_L шамаларының өзара әрекеті атомның M_J жиынтық моментін анықтайды:

$$M_J = \hbar \sqrt{J(J+1)}, \quad (6.38)$$

мұндағы *толық моменттің J кванттық саны* төменде келтірілген мәндердің біріне ие бола алады:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Сонымен, S бүтін болса (яғни, электрондар саны жұп болғанда), J *бүтін* болады, ал егер S жартылай бүтін болса (электрондар саны тақ болғанда), J *жартылай бүтін* болады. Мысалы, былай:

L	S	J -дың мүмкін болатын мәндері
2	1	3, 2, 1
2	3/2	7/2, 5/2, 3/2, 1/2

Байланыстың осындай түрі әдеттегідей жеңіл және аса ауыр емес атомдарға тән.

Алайда қалыпты байланыс мүмкін болатын жалғыз ғана байланыс емес. Бұл байланыстың шектік жағдайларының тек біреуі ғана. $j - j$ байланысы деп аталатын басқа шектік жағдайы, яғни әрбір электронның спинді-орбиталдық өзара әрекеті басты болып табылған жағдай. Осы жағдайда атомның қорытқы моменті $M_J = \sum M_j$, яғни M_J жеке спинді-орбиталдық моменттердің қосындысына тең болады.

Мұндай байланыс ауыр атомдарда кездеседі, алайда өте сирек. Негізінде байланыстың күрделірек аралық түрлері іске асады. Бірақ біз оларды талқыламаймыз, негізінен айтарлықтай маңызды әрі жиі кездесетін тек қалыпты байланыспен шектелеміз.

Спектрлік белгіленулер. Қалыпты байланыс жағдайында термдерді (6.31)-ге ұқсас символдармен белгілеу қалыптасқан:

$${}^{\nu}(L)_J, \quad (6.39)$$

мұндағы, $\nu = 2S + 1$ – мультиплеттілік, J – толық моменттің кванттық саны. (6.31)-дегі белгіленуден айырмашылығы тек j және s кіші әріптерінің сәйкес S және J бас әріптерімен ауыстырылуында ғана.

Екі электрондв термдердің мысалын келтірейік. Мұнда екі жағдай мүмкін болады: $S = 0$ (электрондардың спиндері қарама-қарсы) және $S = 1$ (спиндер бағыттас).

Бірінші жағдайда $J = L$ және $2S + 1 = 1$, яғни барлық термдер – *синглеттер* болады. Екінші жағдайда $2S + 1 = 3$, яғни барлық үш терм де – *триплеттер* болады. Сонымен бірге екінші жағдайда J -дің үш мәні мүмкін болады: $L + 1$, L және $|L - 1|$. Осы айтылғандар көрнекілік үшін 6.4 және 6.5-ші кестелерінде келтірілген.

ν мультиплеттілік $S < L$ жағдайында ғана деңгейшелердің санын беретіндігін атап өтейік (ал, $S > L$ жағдайында деңгейшелердің саны $2L + 1$ шамасына тең).

6.4-кесте

6.5-кесте

S	L	J	Синглеттер
0	0	0	1S_0
0	1	1	1P_1
0	2	2	1D_2

S	L	J	Триплеттер
1	0	1, 0	3S_1 3S_0
1	1	2, 1, 0	3P_2 3P_1 3P_0
1	2	3, 2, 1	3D_3 3D_2 3D_1

Іріктеу ережесі. Сілтілі металдардың атомдарының сыртқы электронны қарастыру кезінде термдердің арасындағы өтулердің барлығы мүмкін бола бермейтіндігі атап айтылған. Тек (6.21) және (6.33) іріктеу ережелеріне бағынатындары ғана мүмкін болады.

Күрделі атомдарға өту кезінде іріктеу ережесін анықтап алған жөн. Эмпирикалық түрде қалыпты байланыс кезінде L, S және J кванттық сандары үшін іріктеу ережесі төмендегідей болады:

$$\Delta L = 0, \pm 1. \quad (6.40)$$

$$\Delta S = 0. \quad (6.41)$$

$$\Delta J = 0, \pm 1. \quad (6.42)$$

Алайда осы кезде $J = 0 \rightarrow J = 0$ өтуіне *тыйым салынады*.

Көрсетілген іріктеу ережелері кванттық теориямен дәлелденгендіктен, ылғи айтарлықтай қатаң түрде бола бермейді (дегенмен біз ол жағдайларды қарастырмаймыз). Бұл ережелердің мәнісі тек L, S, J кванттық сандарының осындай өзгерістерінде ғана өтулердің ықтималдықтары айтарлықтай маңызды болатындығында екендігін ескертейік.

§ 6.5. Паули принципі. Электрондық қабықшаларды толтыру

Осы тараудың алдыңғы параграфтарында біз атомдардағы электрондар кванттық сандардың төрттік n, l, m_l, m_s немесе n, l, j, m_j жиыны сәйкес келетін түрлі күйлерде бола алатындығын анықтадық.

Атом қозбаған күйде болсын делік. Осы кезде оның электрондары қандай күйлерде бола алатындығын анықтайық.

Алғашында барлық электрондар ең аз мүмкін болатын энергиялы деңгейді толтырулары керек сияқты болып көрінеді. Ал тәжірибе мұның олай емес екенін көрсетеді.

Атомның Z реттік номерінің артуы бойынша атомның электрондық деңгейлерінің толтырылуы қатаң белгілі реттілікпен жүзеге асады. Толтыру ретінің осындай болуының себебін Паули анықтаған (1940). Бұл *Паули принципі* деп аталған ұлы жаңалық болды:

Кез-келген кванттық күйде бірден артық электрон орналаса алмайды.

Сондықтан қозбаған атомның әрбір келесі электроны әлі толтырылмаған деңгейлердің ең тереңін алуы керек. Мұқият тексеру Паули принципінің дәлелді айғағы болып есептелді.

Басқаша айтқанда, *атомда (және де кез келген кванттың жүйеде) барлық төрт кванттық сандардың бірдей мәніне ие электрон бола алмайды.*

Атап айтқанда, Паули принципі неліктен атомдарда электрондардың барлығы дерлік рұқсат етілген ең төменгі энергетикалық деңгейде болмайтындығын түсіндірді.

§ 6.3-да берілген n мәніне бір-бірінен l, m_l, m_s кванттық сандарымен ерекшеленетін $2n^2$ күйлері сәйкес келетіндігі көрсетілген. Атомның электрондарының n кванттық санның бірдей мәндерімен жиынтығы қабықшаны құрайды. n -нің мәндеріне сәйкес қабықшаларды латын әліппесінің бас әріптерімен төмендегідей түрде белгілейді:

n мәні	1	2	3	4	5	6
Қабықша	K	L	M	N	O	P

Қабықшаларды l кванттық санымен ерекшеленетін төменгі қабықшаларға* бөледі. Төменгі қабықшасы түрлі күйлер m_s және m_l кванттық сандарының мәндерімен ерекшеленеді. Төменгі қабықшадағы күйлер саны $2(2l + 1)$ шамасына тең. Төменгі қабықшаларды сандық индексі бар латынша бас әріппен (K, L_1, L_2, \dots) немесе төмендегідей белгілейді:

$$1s, 2s, 2p; 3s, 3p, 3d; \dots$$

мұндағы сандар n кванттық санын, яғни сәйкес қабықшаға (K, L, M, \dots) қатысы бар екендігін білдіреді.

Атомдағы электрондардың мүмкін болатын күйлерімен олардың қабықшаларда таралуы және төменгі қабықшаларда таралуы 6.6-кестеде көрсетілген, онда $m_s = +1/2$ және $-1/2$ белгіленулерінің орнына көрнекілік үшін \uparrow және \downarrow көрсеткіштері пайдаланылған. K, L, M, \dots қабықшаларындағы мүмкін болатын күйлер саны сәйкесінше 2, 8, 18, ... шамаларына, яғни $2n^2$ -қа тең болады.

6.6-кесте

Қабықша	K		L			M								
Төменгі қабықша (n, l)	1s	2s	2p			3s	3p			3d				
m_l	0	0	+1	0	-1	0	+1	0	-1	+2	+1	0	-1	-2
m_s	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow$
Электрондар саны	2	2	6			2	6			10				

Толығымен толған қабықшалар мен төменгі қабықшалар $L = 0$ және $S = 0$ мәндеріне ие болады, яғни $J = 0$ өрнегі де орындалады. Мысалы, $3d$ -төменгі қабықшасы: жиынтық кванттық сан $m_L = \sum m_l = 0$, әрі бұл жалғыз

* Кейбір авторлар қабықшаларды қабаттар деп, ал қабыршақтарды – қабықшалар деп атайды, сондықтан қабылданған терминологияға мұқият болу керек.

ғана мән болғандықтан, $L = 0$ болады. Спинге қатысты ұқсас болады. Шындығында $J = 0$ болады деген сөз.

Бұл маңызды нәтиже: атомның белгілі L және S кванттық сандарында толған төменгі қабықшаларды ескермеуге болады (біз мұны сілтілі металдардың атомдары жағдайында пайдаланған болатынбыз).

Мысал: Қай элементтің атомында K, L және M -қабықшалары, $4s$ -төменгі қабықшасы толған және $4p$ -төменгі қабықшасы жартылай толған болатындығын анықтаймыз.

Осы сұрақтың шешімі атомдағы электронның санына тең болатын Z атомдық нөмірін анықтауға әкеледі. Әрбір қабықшада $2n^2$ электрондар бар. Яғни, толған K, L және M -қабықшалардағы электрондар саны:

$$2 + 8 + 18 = 28.$$

Толған $4s$ -төменгі қабықшасында – екі электрон, ал жартылай толған $4p$ -төменгі қабықшасында үш электрон болады. Осылайша, барлық электрондар саны $28 + 2 + 3 = 33$. Бұл Z шамасын береді, ал ол As атомына сәйкес келеді.

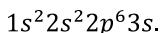
§ 6.6. Д. И. Менделеевтің элементтер периодтық жүйесі жайлы

Элементтердің периодтық жүйесін түсіну ұғымы атомның электрондық бұлтының қабықшалы құрылымы жайлы идеяға негізделген. Периодтық жүйенің ең алғашқы 22 элементтің құрылысының үдерісі 6.7-кестеде келтірілген.

Әрбір келесі атом алдыңғысынан ядроның зарядына 1-ді (e) қосып және де Паули принципімен шешілген аз энергиясы бар күйге орналасытырылған бір электронды қосу арқылы алынады. Осылайша, үшінші элемент (литий) толған K -қабықшасынан басқа, $2s$ төменгі қабықшасында орналасқан бір электронға ие болады. Осы электрон ядромен басқаларына қарағанда әлсіздеу байланысыпәрі сыртқы (валентті, оптикалық) болып келеді. Осы электронның негізгікүйі $n = 2$ мәнімен сипатталады. Міне осымен литий атомының (6.3-суретті қара) сұлбасында негізгі деңгейі неліктен 2 санымен белгіленгендігін түсіндіруге болады.

6.7-кестесіне келтірілген кейбір түсініктемелер.

1. Электрондардың күйлер бойынша таралуын *электрондық конфигурация* деп атайды. Оларды символдық түрде, мысалы былайша белгілейді:



Бұл атомда екі $1s$ -электрон, екі $2s$ -электрон, алты $2p$ -электрон және де бір $3s$ -электрон бар болатындығын білдіреді. 6.7-кестеден бұл Na атомының электрондық конфигурациясы екендігін байқауға болады.

2. Электрондармен толығымен толтырылған қабықшаны (немесе төменгі қабықшаны) *тұйықталған* деп атайды. Алдыңғы параграфта біз тұйықталған қабықшадағы (төменгі қабықшадағы) барлық үш (L, S, J) кванттық сандардың нөлге тең болатындығын анықтағанбыз. Осындай қабықшалардың негізгі термадері 1S_0 болып табылады. 6.7-кестеде ол He, Be, Ne, Mg және т.б. элементтерінің атомдарында кездеседі.

6.7-кесте

Элемент Z	L			M			N		Негізгі терм
	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	
1 H	1	—	—	—	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
2 He	2	—	—	—	—	—	—	—	1S_0
3 Li	2	1	—	—	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
4 Be	2	2	—	—	—	—	—	—	1S_0
5 B	2	2	1	—	—	—	—	—	$^2P_{1/2}$
6 C	2	2	2	—	—	—	—	—	3P_0
7 N	2	2	3	—	—	—	—	—	$^4S_{3/2}$
8 O	2	2	4	—	—	—	—	—	3P_2
9 F	2	2	5	—	—	—	—	—	$^2P_{3/2}$
10 Ne	2	2	6	—	—	—	—	—	1S_0
11 Na	2	2	6	1	—	—	—	—	$^2S_{1/2}$
12 Mg	2	2	6	2	—	—	—	—	1S_0
13 Al	2	2	6	2	1	—	—	—	$^2P_{1/2}$
14 Si	2	2	6	2	2	—	—	—	3P_0
15 P	2	2	6	2	3	—	—	—	$^4S_{3/2}$
16 S	2	2	6	2	4	—	—	—	3P_2
17 Cl	2	2	6	2	5	—	—	—	$^2P_{3/2}$
18 Ar	2	2	6	2	6	—	—	—	1S_0
19 K	2	2	6	2	6	—	1	—	$^2S_{1/2}$
20 Ca	2	2	6	2	6	—	2	—	1S_0
21 Sc	2	2	6	2	6	1	2	—	$^2D_{3/2}$
22 Ti	2	2	6	2	6	2	2	—	3F_2

Әрбір төменгі қабықшадағы электрондарды *эквивалентті* деп атайды, оларда бірдей n және l мәндері бірдей болады.

3. Тіптен К калий атомына дейін қабықшалармен төменгі қабықшаларды толтыру реттілігі «мінсіз» сипатқа ие болады. Бірінші «жаңылу» К калий атомымен болады: сыртқы электрон $3d$ -күйінің орнына $4s$ күйіне

орналасады. Мұндай жағдай периодтық жүйедегі жалғыз жағдай емесәрі бұл мұндай конфигурациялардың энергетикалық тұрғыда тиімдірек болып келетіндігімен байланысты болады (есептеулер мұны толығымен растады).

4. Атомдардың химиялық және бірқатар физикалық қасиеттерінің бақыланатын периодтылығы *сыртқы* валентті электрондардың күйімен тусіндіріледі. Осы периодтылықтың атомдардың электрондық конфигурациясының белгілі периодтылығымен, атап айтқанда, сыртқы электрондардың конфигурациясымен байланысты екендігі анықталды,

5. 6.7-кестенің оң жақ бағанасында атомдардың негізгі термдері келтірілген. Алғашқы төрт атом үшін негізгі күйді анықтау қиындық тудырмайды, ол үшін Паули принципі жеткілікті. Алайда В бор үшін анықталмағандық туындайды: p -электронның өзіне ғана $l=1$ және $s=1/2$ күйлері сәйкес келеді, осы жерден $j=3/2$ немесе $1/2$ болады, яғни екі күй: $P_{3/2}$ және $P_{1/2}$. Олардың ішіндегі қайсысы негізгі болып табылатындығын тек *Хунд ережелерінің* көмегімен анықтауға болады.

Хунд ережелері. Бұл баламалы электрондар жүйесіне қатысты (оларда n және l шамалары бірдей болады), яғни бір төменгі қабықшада орналасатын электрондарға арналған жартылай эмпирикалық ережелер. Мұндай ережеден екеу болады:

1. Берілген электрондық конфигурацияның минималды энергиясына ең үлкен мүмкін болатын S спиндік саны бар және де осындай S мәнінде ең үлкен мүмкін болатын L мәндері бар терм ие болады.

2. Сондағы кванттық сан бірінші жағдайда: егер төменгі қабықша жартысынан кем толтырылған кезде, ал екіншісі – қалған жағдайларда орындалады:

$$J = \begin{cases} |L-S|, \\ L+S \end{cases}$$

Осы ережелерді p -қабықшасына қолданайық. Онда барлығы $2(2l+1)=6$ электрон орналаса алады. Мысалға, O оттегі атомын алайық (6.7-кестеден байқап отырғанымыздай, оның электрондық конфигурациясы $1s^2 2s^2 p^4$ түрінде болады), яғни p -төменгі қабықшасы толығымен толтырылмаған. Түрлі m_l мәндеріне ие күйді суреттейік. p -төменгі қабықшасы үшін ол $+1/2, 0$ және $-1/2$ болады, яғни үш ұяшық:

m_l	+1/2	0	-1/2
m_s	↑↓	↑	↑

Содан кейін осы күйлерді (ұяшықтарды) электрондармен толтырамыз. Әрбір электрон үшін $m_s = +1/2$ немесе $-1/2$ болады. Көрнекілік үшін біз осы m_s мәндерін бұрынғыдай бағытталған сәйкес ↑ және ↓ көрсеткіштері арқылы бейнелейтін боламыз.

Спиндері \uparrow болатын (олар Паули принципі бойынша әрбір ұяшықта бірден артық бола алмайды) ұяшықтарды толтырудан бастайық. Спині \downarrow болатын қалған төртінші электронды, m_l шамасының мәні *максималды* болатын, ұяшыққа орналастыру керек. Дәл осымен біз m_s және m_l шамаларын максималды мәндермен қамтамасыз етеміз:

$$m_s = \sum m_s = 1, \quad m_l = \sum m_l = 1.$$

Дегенмен m_s пен m_l -дың максималдық мәндері S пен L -ге тең, яғни $S=1$ және $L=1$ болады.

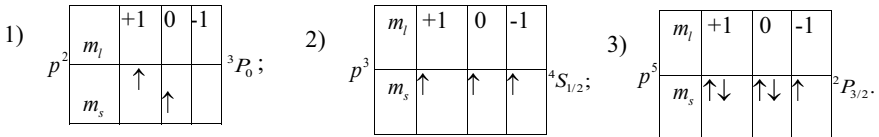
Дәл осы жағдайда төменгі қабықша жартысынан көбірек толтырылған, сол себепті Хундтың екінші заңы бойынша

$$J = L + S = 2.$$

Осылайша, берілген конфигурацияның негізгі термі – ол 3P_2 .

В бор атомына қайтып оралайық. Оның толтырылмаған p -төменгі қабықшасында тек бір ғана электрон. Бұл жағдайда максималды мәндер $m_s = 1/2$ және $m_l = +1$ болатындығын оңай түсінуге болады, яғни $L=1$ және $S=1/2$ болады. Төменгі қабықша жартысынан кемірек толтырылған, сондықтан $J = |L - S| = 1/2$ болады. Әрі біз негізгі терм ${}^2P_{1/2}$ болып табылады деген қорытындыға келеміз.

Төменде көрсетілген кестелердегі p^2, p^3 және p^5 конфигурациялары үшін m_l ұяшықтары бойынша p -электрондарының әрбіреуінің негізгі термге сәйкес келетін таралуының дұрыстығына (Хунд ережелерінің көмегімен) өз бетімен көз жеткізу тиімді болады:



Мысал ретінде кері есепті қарастырайық.

Мысал. Хунд ережелері көмегімен негізгі термі 3F_2 болатын атомның жалғыз толтырылмаған төменгі қабықшасындағы электрондар санын табамыз.

F символы $L=3$ екендігін білдіреді. Спиндік санды мультиплеттіліктен табамыз: $3 = 2S + 1$, осы жерден $S=1$. $J=2$ болғандықтан, онда ол тек $J = L - S$ түрінде ғана көрсетіледі, ал бұл Хундтың екінші заңына сәйкес d төменгі қабықшасы (оған $L=3$ жауап береді) жартысынан кемірек, әрі тек төмендегідей тәсілмен ғана толтырылады:

m_l	+2	+1	0	-1	-2
m_s	\uparrow	\uparrow			

Оған d^2 болатын электрондық конфигурация сәйкес келеді. Мысалы, Ti титан атомы ($1s^2 2s^2 p^6 3s^2 p^6 d^2 4s$).

§ 6.7. Сипаттамалық рентгендік спектрлер

Рентгендік түтікшенің антикатодын электрондармен атқылау кезінде туындайтын рентгендік спектрлер екі түрлі: тұтас және сызықтық болады. Тұтас спектрлер антикатод затында жылдам электрондардың тежелуі кезіндепайда болады және электрондардың қарапайым *тежегіш* сәулеленуі (§ 1.2 кара) болып табылады. Осы спектрлердің түрі антикатодтың материалына тәуелді болмайды.

Түтікшедегі кернеудің артуы кезінде тұтас спектрмен қатар сызықтық спектр де туындайды. Ол жеке сызықтардан құралады және антикатодтың материалынан тәуелді болады. Әрбір элементтің өзіне ғана тән сызықтық спектрі болады. Сондықтан ондай спектрлерді *сипаттамалық* деп атайды.

Рентгендік түтікшеде кернеудің артуымен тұтас спектрдің қысқа толықынды шекарасы ығысады (§ 1.2 кара), ал сипаттамалық спектрдің сызықтары орналасуларын өзгертпей қарқындырақ бола түседі.

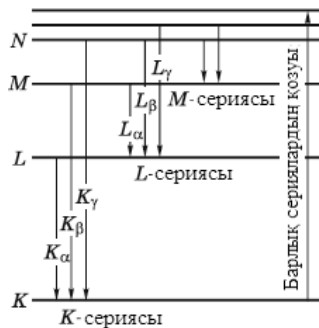
Сипаттамалық спектрлердің ерекшеліктері.

1. Оптикалық сызықтық спектрлардың күрделілігімен және әртүрлілігімен салыстырғанда, түрлі элементтердің рентгендік сипаттамалық спектрлары өздерінің қарапайымдылығымен және біркелкілігімен ерекшеленеді. Элементтің Z атомдық нөмірінің өсуімен олар қысқа толқынды жаққа қарай бірқалыпты ығысады.

2. Түрлі элементтердің сипаттамалық спектрлары ұқсас сипатқа (біртектес) ие болады, егер бізге қажетті элемент басқасымен байланысты болса олар өзгермейді. Мұны тек электрондардың атомдарының ұқсас құрылымға ие бөліктеріне, яғни *ішкі бөліктеріне* өткен кезде сипаттамалық спектрлардың туындауымен ғана түсіндіруге болады.

3. Сипаттамалық спектрлар бірнеше сериялардан құралады: K, L, M, \dots . Әрбір серия – λ толқын ұзындығының кему ретіне қарай бірнеше сызықтар саннан тұрады: $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, \dots, L_\alpha, L_\beta, L_\gamma, \dots$ және т.б.

Сипаттамалық спектрларды талдау атомдарға рентгендік K, L, M, \dots термдер жүйесінің тән болу түсінігіне әкелді (6.7-сурет). Осы суретте сипаттамалық спектрлардың пайда болуының сұлбасы көрсетілген. Атомның козуы ішкі электрондардың бірінің (айтарлықтай үлкен энергиялы электрондардың немесе фотондардың әсерінен) жойылуы кезінде туындайды. Егер K -деңгейдің ($n=1$) екі электронының бірі жұлынып



6.7-сурет

алынса, онда босап қалған орынды L, M, N, \dots және т.б. жоғарырақ деңгейдің электроны басып алуы мүмкін. Нәтижесінде K - сериясы пайда болады. Дәл осындай түрде басқа L, M, \dots сериялары да туындайды.

6.7-суреттен көретініміздей, K сериясы қалған сериялардың туындауымен қоса жүреді, себебі оның сызықтарының шығарылуы кезінде L, M, \dots және т.б. деңгейлерінен электрондар босайды, ал олар болса жоғарырақ деңгейлердің электрондарымен толтырылатын болады.

Мозли заңы. Мозли (1913) эксперименттік түрде K_α -сызықтарының ω жиілігі элементтің Z атомдық нөмеріне тәуелді болатындығын көрсететін заңды анықтады:

$$\omega_{K_\alpha} = \frac{3}{4} R(Z - \sigma)^2, \quad (6.43)$$

мұндағы, R - Ридберг тұрақтысы ($2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$), σ - жеңіл элементтер үшін іс жүзінде бірге ($\sigma=1$) тең болатын тұрақты сан. Осы заң өз кезеңінде периодтық жүйедегі элементтердің орналасуын анықтау кезінде маңызды рөл атқарды.

Мысал. Ванадийдің ($Z = 23$) K -және L - электрондарының ΔE байланыс энергиясының айырымын есептейік.

6.7-суретке көңіл аударсақ жеткілікті, мұнда біз ізделінді байланыс энергиясының айырымы L -және K -деңгейлерінің арасындағы өтудің, K_α жиілігімен, яғни Мозли заңымен байланысты болатын жай энергиясына тең екендігін көреміз. Осылайша:

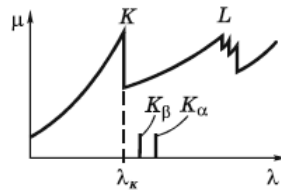
$$\Delta E = \hbar \omega_{K_\alpha} = \frac{3}{4} \hbar R Z - 1^2 = 5 \text{ кэВ}.$$

Мозли заңы жеңіл элементтер үшін айтарлықтай дәл орындалады. Ал ауыр элементтер үшін σ түзетуі бірден едәуір өзгешеленеді. Мысалы, қалайы үшін (0,29), цезий үшін (0,00) және вольфрам үшін (-2,1) болады.

Бір жағынан қарағанда, Мозли заңында орын алатын жиіліктер сәйкес рентгендік термдер арасындағы өту мен шартталғандығы түсінікті. Ал екінші жағынан қарағанда, ω мәнін $T = R Z - 1^2 / n^2$ түріндегі термдердің айырымы ретінде көрсету талпынысының сәтсіз екендігін мойындау керек: түрлі термдер үшін σ түзетулерінің айырмашылықтары өте үлкен. Мұның мәнісі неде екендігін біздің әлі анықтауымыз керек, алайда термдердің осындай түрімен Мозли заңын (6.43) құрастыру мүмкін емес.

Жұту спектрінің ерекшеліктері.

Заттың μ жұту коэффициенті ол арқылы рентгендік сәулелену өткен кезде толқын ұзындығынан өсуімен мүлдем арта түседі. Алайда λ_K шамасының белгілі бір мәнінде



6.8-сурет

ол күрт төмендеп кетеді, ал содан кейін қайта бірқалыпты арта бастайды (6.8-сурет, мұнда сәулелену сызқтары да көрсетілген).

Заттың рентгендік сәулеленуді жұтуының мұндай ерекшелігі айтарлықтай оңай түсіндіріледі. Рентгендік сәулеленудің толқын ұзындығы K -деңгейін, яғни қалғандарын да қоздыру үшін тым аз болсын делік. Осының салдарынан зат арқылы өтетін шоғырдың қарқындылығы кемитін болады. Белгілі бір λ_K -ның мәнінен бастап, толқын ұзындығының артуы кезінде рентгендік кванттың энергиясы K -деңгейін қоздыру үшін жеткіліксіз болады. Жұту салдарынан күрт азаяды. Жұту жолағының K -шеті пайда болады. Толқын ұзындығының ары қарайғы артуы кезінде жұту қисығында L_I, L_{II}, L_{III} , үш (6.8-суретті кара) жұтудың жаңа L -шеті пайда болады. Толқын ұзындығының ары қарайғы артуы бес өркештен құралатын жұту жолағының M -шетінің пайда болуымен ере жүреді және т.б. Жеңіл элементтер үшін тістер өте тығыз орналасады және де есептеулерде оларды ығи бір толқын ұзындығымен λ_L немесе λ_M түрінде белгілейтіндігін байқауға болады.

Сонымен, мысалы, жұту сызығының K -шеті K -деңгейінің қозуының тоқтатылуымен байланысты. Бұл λ_K толқын ұзындығы K -электронның (E_K) байланыс энергиясын сипаттайды дегенді білдіреді:

$$E_K = \hbar\omega_K = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_K} = \frac{1,24}{\lambda_K \text{ нм}} \text{ кэВ.}$$

Өртүрлі элементтер үшін жұтылудың K - және L -шеттеріне сәйкес келетін толқын ұзындықтарының мәндері тәжірибе жүзінде анықталып және арнайы кестелер түрінде көрсетілген.

Рентгендік спектрлердің нәзік құрылымы. Сипаттамалық спектрлерді толық жете талдау рентгендік термдердің құрылымын анықтауға әкелді (6.9-сурет). K -термі жеке болып қалады. L -термі үш еселі, ал M - термі бес еселі болып келеді.

Бөлшектену себебін түсіндірейік.

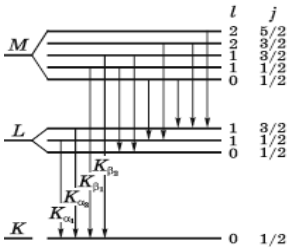
Ең алдымен біз, ауыр атомдардың тереңірек қабаттарында іске асатын, jj -байланысы жағдайымен кездесетінімізді ескерейік.

K – қабықшасында $n=1$ болады, яғни әрбір электрон $l=0, s=1/2$ және $j=1/2$ мәндеріне ие болады деген сөз (бұл жалғыз-ақ мән).

L – қабықшасында $n=2$ болады, яғни әрбір электрон $l=0$ немесе 1 мәндеріне тең. $l=0$ болғанда $j=1/2$ болады, ал $l=1$ болғанда (6.30) өрнегіне сәйкес $j=1/2$ және $3/2$ -ге тең болады. Сонымен біз мұнда жұту жолағының L -шетінің еселігімен дәл сәйкес келетін үш төменгі қабықшаға ие болады. Нақты айтсақ $n=2$ болғанда (L – қабықша)

l	0	1
j	$1/2$	$1/2, 3/2$

M -қабықшасы үшін де осыған ұқсас және т.б. (6.9-суретті кара).



6.9-сурет

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ және т.б. индекстермен белгіленеді. Мысалы, K_α -сызығы K_{α_1} және K_{α_2} дублеттерінен құралады. L және де басқа сериялар күрделі мультиплеттік құрылымға ие болады.

Сонымен қатар, термдер арасындағы ауысулардың тек қана *іріктеу ережесіне* бағынатындары ғана мүмкін болатындығын ескеру керек:

$$\Delta l = \pm 1, \Delta j = 0, \pm 1. \quad (6.44)$$

Енді 6.9-суретте бейнеленген ауысулар түсінікті болу керек: тек олар осы іріктеу ережелерін қанағаттандырады. Біз K -серияның сызығы дублетті құрылымға ие екенін көріп тұрмыз. Дублеттердің компоненттерін

Есептер

- 6.1. Сутегі атомы.** Сутегі атомының электроны $\psi = Ae^{-\alpha r}$ толқындық функциясымен сипатталатын стационарлық күйінде орналасады, мұндағы A және α – тұрақтылар. Электронның E энергиясын және α тұрақтысын табу керек.
Шешуі: Осы жағдайда (6.4) Шредингер теңдеуі мынадай түрге ие болады

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (1)$$

ψ -функциясының r бойынша бірінші және екінші туындысын есептеп алып олардың өрнектерін (1)-ге қоя отырып келесі түрдегідей жинақтаймыз:

$$\left(\alpha^2 + \frac{2mE}{\hbar^2} \right) - \left(\frac{2me^2}{\hbar^2} \right) \frac{1}{r} = 0. \quad (2)$$

Осы жерден r -дың кез келген мәнінде осы қатынастың нөлге тең болуы, тек екі жақша жеке-жеке нөлге тең болған жағдайда ғана мүмкін болатындығын көреміз. Осыдан

$$E = -\frac{\alpha^2 \hbar^2}{2m}, \quad \alpha = \frac{me^2}{\hbar^2}.$$

- 6.2. Сутегі атомының центрінде электрон тудыратын φ_0 орташа электростатикалық потенциалды табу керек, егер электрон нормаланған ψ -функциясымен $\psi = A \exp(-\frac{r}{r_1})$ сипатталған негізгі күйде орналасқан болса, мұндағы $A = 1/\sqrt{\pi r_1^3}$, r_1 -бірінші бор радиусы.**

Шешуі: $1s$ -күйіндегі электронның заряды – бұл электрондық бұлттың сфералық-симметриялық заряды, оның тығыздығы $\rho = -e\psi^2(r)$. Радиустары r және $r+dr$ болатын сфералық жұқа қабатты ойша бөліп алайық. Осы қабаттың $dq = \rho \cdot 4\pi r^2 dr$ толық заряды атомның центрінде $d\varphi = dq/r$ потенциал тудырады. Осы өрнекті r бойынша 0 -ден ∞ -ке дейін интегралдау арқылы, табатынымыз:

$$\varphi_0 = \int dq = \int_0^{\infty} \frac{\rho}{r} 4\pi r^2 dr.$$

Соңғы интегралды кестелік түрге келтіре отыра, алатынымыз:

$$\varphi_0 = -\frac{e}{r_1} \int_0^{\infty} x dx = -\frac{e}{r_1}.$$

Осы интеграл жеке немесе тікелей кестеден алынады, әрі ол бірге тең болады.

- 6.3.** $2p$ күйіндегі сутегі атомының электронының ядродан ең ықтимал арақашықтығын табу керек.

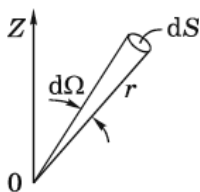
Шешуі: Бұл күйде электрондық бұлт сфералық-симметриялы болмайды. (6.12) формуласына сәйкес

$$\psi = R(r) \cdot Y(\theta, \varphi).$$

Ең алдымен r, θ, φ кеңістігінің қандай да бір нүктесінің маңындағы көлемнің dV элементінде электронның орналасу ықтималдығын анықтау керек:

$$dP = \psi^2 dV = AR^2(r) Y^2(\theta, \varphi) r^2 dr d\Omega, \quad (1)$$

мұндағы көлем $dV = dS dr$ (6.10-сурет). $d\Omega = dS/r^2$ болғандықтан $dV = r^2 d\Omega \cdot dr$ болады.



6.10-сурет

Енді электронның радиустары r және $r+dr$ болатын сфералық қабатта болу ықтималдығын анықтайық. Ол үшін (1)-ді $d\Omega$ денелік бұрышы бойынша интегралдау керек:

$$dP = AR^2(r) r^2 dr \int Y^2(\theta, \varphi) d\Omega \quad (2)$$

(2)-дегі интеграл r -ға тәуелді емес, бұл қандай да бір сан. Яғни, былайша жазуға болады:

$$dP = BR^2(r) r^2 dr \quad (3)$$

және де қабаттың бірлік қалыңдығына есептегендегі ықтималдық:

$$dP/dr = BR^2(r) r, \quad (4)$$

мұндағы, B – қандай да бір тұрақты. Енді r -дің орнына жаңа $\rho = r/r_1$ айнымалысын енгіземіз және 6.1-кестеге сәйкес $R(\rho)$ шамасын айқын түрде көшіріп жазамыз. Нәтижесінде (4) өрнегі мынадай түрге келеді

$$dP/dr \propto \rho^2 R^2 \quad \rho = \rho^4 e^{-\rho}. \quad (5)$$

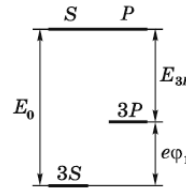
$f \rho = \rho^4 e^{-\rho}$ функциясы максимумға не болады. Ол бақыланатын ρ мәнін табайық. Ол үшін $f \rho$ -ны ρ бойынша дифференциалдап алынған нәтижені нөлге теңестіреміз. Нәтижесінде алатынымыз

$$\rho_{\text{макс}} = 4.$$

ρ – бұл r_1 бірліктеріндегі r қашықтық болса, онда табылған $\rho_{\text{макс}}$ мәні (2.23) өрнегіне сәйкес екінші бор радиусына сәйкес келеді.

- 6.4. Сіттілік металдардың атомдары.** На атомының $3P$ -терминнің ридбергтік түзетуін табу керек, оның қозуының бірінші потенциалы $\varphi_1 = 2,10 B$, ал валенттік электронның негізгі $3S$ -күйдегі байланыс энергиясы $E_0 = 5,14 \text{ эВ}$.

Шешуі: (6.19) формуласын қолданаық. Осы формуланың құрамында бізге қажетті түзету бар. Осы формуладағы сол жақ бөлігін ($3P$ -күйінің энергиясын) 6.11 суретіне сәйкес төмендегідей түрде келтіруге болады:



6.11 сурет

$$E_{3p} = - E_0 - e\varphi_1 = -(5,14 - 2,10) \text{ эВ}$$

(деңгейдің энергиясы осы деңгейдегі байланыс энергиясының теріс таңбасына тең деп есептейміз). Осылайша (6.19) формуласы мынадай түрге келеді

$$E_0 - e\varphi_1 = \frac{\hbar R}{3 + \sigma_p},$$

осы жерден

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\hbar R}{E_0 - e\varphi_1}} - 3 = -0,88.$$

- 6.5.** Егер айқын серияның бас сызығы мен оның қысқа толқынды шекарасының толқын ұзындықтары сәйкесінше $\lambda_1 = 813 \text{ нм}$ және $\lambda_K = 350 \text{ нм}$ шамаларына тең екендігі белгілі болса, онда литий атомының негізгі күйдегі валенттік электронының байланыс энергиясын табу керек.

Шешуі: (6.19) сәйкес $2s$ -күйдегі электронның байланыс энергиясы мынаған тең:

$$E_{\text{байл}} = |E_{2s}| = \frac{\hbar R}{(2 + \sigma_s)^2}. \quad (1)$$

Есеп σ_s -ті түзетуді табуға әкеледі. 6.3-суретті және (6.19) формуласын пайдалана отырып, энергиялардың айырымын жазамыз:

$$\hbar\omega_K - \hbar\omega_1 = \frac{\hbar R}{(3 + \sigma_s)^2} \quad (2)$$

$\omega = 2\pi c / \lambda$ екенін ескере отырып (2)-ні былайша көшіріп жазамыз:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{R\lambda_1\lambda_K}{2\pi c(\lambda_1 - \lambda_K)}} - 3. \quad (3)$$

(3)-ті (1)-ге қоя отырып алатынымыз:

$$E_{\text{байл}} = \frac{\hbar R}{\left(\sqrt{\frac{R\lambda_1\lambda_K}{2\pi c(\lambda_1 - \lambda_K)}} - 1\right)^2} = 5,3 \text{ эВ},$$

мұндағы $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_K$.

6.6. Импульс моменті. Электрондық конфигурациясы $1s^2 2p 3d$ болатын атомның максималды мүмкін болатын толық механикалық моментін және термнің сәйкес спектрлік символын табу керек.

Шешуі. Максималдық момент максималды орбиталдық және спиндік моменттерден құралады. Бұл сәйкесінше кванттық сандарға да қатысты:

$$L_{\text{макс}} = 1 + 2 = 3, S_{\text{макс}} = 1/2 + 1/2 = 1.$$

Нәтижесінде алатынымыз:

$$J_{\text{макс}} = 3 + 1 = 4, M_{\text{макс}} = \hbar\sqrt{20}, {}^3F_4.$$

6.7. ν мультиплеттігі беске тең, J кванттық саны бойынша айну еселігі жетіге және кванттық орбиталдық санының мәні осы жағдайларда максималды мүмкін болатын мәнге тең атомның термінің спектрлік символын анықтау керек.

Шешуі. $\nu = 2S + 1$ мультиплеттіктен $S = 2$ екенін анықтаймыз, ал $(2J + 1)$ айну еселігінен $J = 3$ мәнін аламыз. Ары қарай жалпы айтқанда, егер L және S белгілі болса, онда (6.38) формуласындағы J кванттық саны $L + S$ -тан $|L - S|$ -ке дейінгі мәндерді (бірлік арқылы) қабылдай алатындығын білеміз. Осы жерден $J = 3, S = 2$ мәндеріне және L максималды болу керек деген талапқа мынадай шарт жауап береді:

$$J = L - S, \text{ осы жерден } L = J + S = 5.$$

Осы күйдің спектрлік символы 5H_3 .

6.8. J бойынша айну еселігі жетіге тең, L және S кванттық сандары $L = 3S$ қатынасымен байланысатын термнің спектрлік символын жазу керек.

Шешуі. J бойынша айну еселігі, яғни $2J + 1 = 7$ шарты бойынша $J = 3$ мәнін табамыз. Осы жерден S тек қана бүтін сан болатындығы туындайды: 1, 2, ... L сәйкесінше 3, 6 ... тең.

$S = 1$ және $L = 3$ болғанда, J -дың кез келген мәнінің бірі үшке тең болады. Егерде басқа жұпты: $S = 2$ және $L = 6$ алып қарасақ, онда олардан $J = 3$ мәнін алу мүмкін емес. S -тың өзге үлкен мәндерінде де солай болады.

$S = 1, L = 3, J = 3$ қалады. Сәйкес спектрлік символ 3F_3 .

6.9. Хунд ережелері. Жалғыз толтырылмаған төменгі қабықшасының электрондық конфигурациясы d^6 болатын термнің негізгі атомының айну еселігін табу керек.
Шешуі. d символы $l=2$ -ге сәйкес келеді. S -тың қосындысы максималды әрі осымен бірге L дамаксималды болатындай (турасында ең алдымен m_s және m_L максималды мәндері жайлы айту керек) Хунд ережелеріне сәйкес қыла отырып, электрондардың m_l кванттық санының мәндері бойынша таралуының кестесін құрастырайық. Келтірілген кестеден максималды қосынды $m_s = 2$, сондықтан $S=2$ болатындығын байқаймыз. Сонымен қатар, максималды мән $m_L = 2$ болғандықтан, $L = 2$ деген сөз. Төменгі қабықша жартысынан астам толтырылғандықтан, онда Хундтың екінші ережесі бойынша $J = L + S = 4$.

m_l	+2	+1	0	-1	-2
m_s	↑↓	↑	↑	↑	↑

Сонымен, осы конфигурацияның негізгі термі 5D_4 болады және де оның айну еселігі (түрлі m_J саны) былай анықталады $2J+1$, яғни тоғыз.

6.10. Рентгендік спектрлер. Рентгендік сәулеленудің жұту спектріндегі жұтудың K - және L - шеттерінің жиіліктерінің айырымы $\Delta\omega = 6,85 \cdot 10^{18} \text{ c}^{-1}$ шамасына тең болатын жеңіл элементтің Z реттік нөмірін табу керек.
Шешуі. Негізінде $\hbar\Delta\omega$ – бұл дегеніміз K - және L -денгейлеріндегі электронның байланыс энергиясының айырмасы, олардың арасындағы өту жиілігі (6.43) Мозли заңымен (6.7-суретті қара) анықталады. Осылайша, төмендегі теңдіктен

$$\frac{3}{4}R(Z-1)^2 = \Delta\omega$$

табатынымыз:

$$Z = 1 + \sqrt{4\Delta\omega / 3R} = 22, \text{ яғни ол титан.}$$

6.11. Жұту жолағының L -шетінің толқын ұзындығы λ_L тең болатын ванадийдің ($Z = 23$) K -электронының байланыс энергиясын анықтау керек.
Шешуі. 6.7-суретте көрсетілген сұлбаның көмегі бойынша ізделінді байланыс энергиясын мына түрде жазуға болады

$$E_K = \hbar\omega_L + \hbar\omega_{K\alpha},$$

мұндағы $\omega_L = 2\pi c / \lambda_L$ және $\omega_{K\alpha}$ – (6.43) Мозли заңымен анықталатын жиілік. Нәтижесінде

$$E_K = \hbar \left[\frac{2\pi c}{\lambda_L} + \frac{3}{4}R(Z-1)^2 \right].$$

7-тарау

Атомның магниттік қасиеттері

§ 7.1. Атомның магниттік моменті

Орбиталдық магниттік момент. Атомның M механикалық моменті μ магниттік моментімен байланысты болатындығы жайлы мұның алдында бірнеше мәрте айтып өтілген. §2.3-да сутегі атомындағы электронның орбиталдық қозғалысымен шартталған μ -дың M -мен байланысына арналған (2.33) классикалық өрнек алынған. Кванттық теорияда μ және M шамаларын $\hat{\mu}$ және \hat{M} операторларымен ауыстырған жөн:

$$\hat{\mu} = -\frac{e}{2mc}\hat{M}, \quad \hat{\mu}_z = -\frac{e}{2mc}\hat{M}_z. \quad (7.1)$$

Осы жерден электронның магниттік моментінің қасиеттерін зерттеу $\hat{\mu}$ және $\hat{\mu}_z$ операторларының қасиеттерін зерттеуге әкелетіндігін көруге болады. $\hat{\mu}$ және \hat{M} , $\hat{\mu}_z$ және \hat{M}_z операторлары бір-бірінен тұрақты көбейткішке өзгешеленетіндіктен, олардың қасиеттері толығымен үйлесімді: магниттік және механикалық моменттер бірдей ережелер бойынша квантталады.

Стационарлық күйде белгілі мәндер μ_L магниттік моменттің тек модуліне ғана және де оның ерікті Z осінің бір проекциясына ие болады. (7.1)-ді және (6.34) пен (6.36)-ны ескере отырып, $\hat{\mu}$ және $\hat{\mu}_z$ операторларының өзіндік мәндерін жазамыз:

$$\mu_L = -\mu_B \sqrt{L(L-1)}, \quad L=0,1,2,\dots \quad (7.2)$$

$$\mu_{Lz} = -\mu_B m_L, \quad m_L=0,\pm 1,\pm 2,\dots,\pm L, \quad (7.3)$$

мұндағы μ_B – (2.36) Бор магнетоны: $\mu_B = e\hbar/2mc$. Ол магниттік моменттің (нақтырақ айтсақ оның μ_z проекцияларының) квантының рөлін атқарады. Қорыта келе, айтатын болсақ:

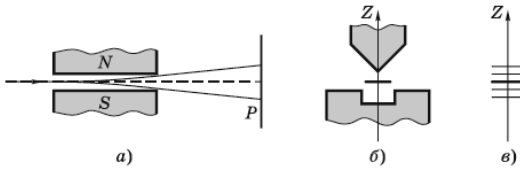
1) магниттік моменттің механикалыққа моментке қатынасын, яғни

$$\mu/M = e/2mc, \quad (7.4)$$

гиромангниттік қатынас деп атайды;

2) жоғарыда келтірілген формулалардағы теріс таңбасы μ және M «векторларының» бағыттары бойынша («вектор» түсінігінің классикалық мағынасында) өзара қарама-қарсы екендігін көрсетеді.

Штерн және Герлахтың тәжірибелері. Атомның магниттік моментінің бар болуын және олардың квантталуын эксперимент жүзінде Штерн және Герлах (1921) дәлелдеген. Олардың тәжірибелерінде атомдар шоғыры өте біртекті келген магниттік өріс (7.1 а-суреті) арқылы өткізілген. Өрістің біртектілігінің қажетті дәрежесі электромагниттің (7.1 б-суреті) N және S полюстық ұштарының арнайы пішінінің көмегімен алуға болады. Магниттік өрісті өткеннен кейін атомдар шоғыры P фотопластинкаға түсіп, сонда із қалдырған.



7.1-сурет

Егер атомдар магниттік моментке ие болса, онда электродинамикаға сәйкес оларға, Z осіне түсірілген проекциясы (7.1 б-суретін қара) төмендегідей, күш әсер ететін болады?

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad (7.5)$$

мұндағы, μ_z – атомның магниттік моментінің Z осіне түсірген проекциясы. Осы формуладан μ_z -дың кіші мәндерінде қажетті эффектін алу үшін өрістің айтарлықтай үлкен біртектілігін, яғни $\partial B_z / \partial z$ қамтамасыз ету керек. Міне, дәл осы жағдай полюстық ұштардың көрсетілген пішіні көмегімен іске асты.

Магниттік өріс жоқ болған кезде P фотопластинкадағы шоғырдың ізі бір жолақ ($z = 0$) түрінде болады. Магниттік өрісті қосқанда шоғырдың бөлшектенуі (7.1 в-суретін) байқалды, ол (7.5) формуласындағы μ_z магниттік моменттің проекциясының квантталуының салдары болып табылады: μ_z тек бірқатар дискреттік мәндерді ғана қабылдай алады. Тәжірибелерде сонымен қатар түрлі атомдар үшін шоғыр бөлшектенетін құраушылардың саны немесе тақ немесе жұп болғандығы анықталды.

Алынған нәтижелерді талдау құраушылардың тақ саны тек M_L орбиталдық механикалық моментке ие болатын атомдарда туындайтындығын көрсетті, сонда магниттік өріс L бойынша айнауды алып тастады да құраушылардың саны (m_L мәндері) $2L + 1$ шамасына тең, яғни тақ болады.

Егерде атомның моменті орбиталдық және спиндік моменттердің қосындысы, яғни J кванттық санымен анықталатын болса, онда құраушылардың саны $2J + 1$ тең болады, және де J -дың мәнінің жартылай бүтін немесе бүтін болуына байланысты құраушының мәні сәйкесінше жұп немесе тақ болады.

Атап айтқанда, сутегі немесе күміс атомдарын өткізген кезде шоғыр екі құраушыға бөлшектенді, ал бұл өз тұрғысында күтпеген жағдай болды, себебі негізгі күйде олардың орбиталдық моменттері нөлге тең (ал, спиндік моменттер әлі белгісіз еді) болып шоғыр бөлшектенбеуі керек еді.

Алайда, көп ұзамай бұның себебі анықталды: бұл атомдар спиндік моменттерге ($s = 1/2$) ие болады, ал m_s құраушысының $2s + 1$ саны тәжірибеге толық сәйкестіктен 2-ге тең.

Спиндік магниттік момент. Магниттік өрістің, яғни $\partial V_z / \partial z$ біртексіздік дәрежесін біле тұра, Штерн мен Герлах фотопластикадағы шоғырдың бөлшектену шамасы бойынша, μ_B спиндік магниттік моменттің магниттік өрістің бағытына түсірген проекциясының мәнін есептеді. μ_B бір Бор магнетонына тең екені анықталды. Бұл нәтиже де алғашында күтілмеген жағдай болды, себебі ол орбиталдық моменттерді байланыстыратын (7.4)-тен екі есе артық болатын гиромангниттік қатынасқа әкеледі. Осыған байланысты спин екі *еселенген магнетизмге* ие болады деп айтады.

Сонымен, спиндік магниттік момент және оның ерікті Z осіне түсірген проекциясын төмендегідей анықтайды:

$$\mu_s = -2\mu_B \sqrt{S(S+1)}, \quad (7.6)$$

$$\mu_{sz} = -2\mu_B m_s, \quad m_s = S, S-1, \dots, -S. \quad (7.7)$$

$S = 1/2$ кезінде $m_s = +1/2$ және $-1/2$ болады.

Электронның спиндік магниттік моменті бір Бор магнетонына тең деп айту қабылданған. Мұндай терминология магниттік моментті өлшеген кезде біз әдетте оның проекциясын өлшейміз, ал ол дәл бір μ_B -ге тең болуымен шартталған.

Штерн және Герлахтың тәжірибелері электронда спиннің* бар болуының тағы да бір сенімді дәлелі болып табылады.

Атомның толық магниттік моменті. Спиннің магнетизмінің екі еселенуі салдарынан μ/M_J толық моменттердің гиромангниттік қатынасы айтарлықтай күрделірек бола түседі. Ол L, S және J кванттық сандарына тәуелді болады. Кванттық теорияда жүргізілетін сәйкес есептеу магниттік момент пен оның Z осіне проекциясын табуға мүмкіндік берді:

$$\mu = -\mu_B g \sqrt{J(J+1)}, \quad (7.8)$$

$$\mu_z = -\mu_B g m_J, \quad m_J = J, J-1, \dots, -J. \quad (7.9)$$

мұндағы, g – *Ланде көбейткіші* (немесе *факторы*):

* Осы тәжірибелерден басқа магнитті механикалық құбылыстар – Эйнштейн мен де Хаас тәжірибелері, сондай-ақ, Барнетт тәжірибесі жайлы атап өткен жөн.

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (7.10)$$

Атап айтқанда, сиглеттік күйлерде ($S = 0$) $J = L$, $g = 1$ болады, біз (7.2) және (7.3) формулаларына келеміз. Ал $L = 0$ ($J = S$, $g = 2$) кезінде – (7.6) және (7.7) формулаларын аламыз.

Сонымен қатар кейбір «айрықша» жағдайларды атап өтейік. Мысалы:

1) 3P_0 күйінде $g = 0/0$ болады. Осы анықталмағандық абыржытпау керек, себебі $J = 0$ кезінде механикалық момент нөлге тең, яғни магниттік момент те жоқ болады деген сөз;

2) ${}^4D_{1/2}$ күйінде $g = 0$ болады, яғни механикалық момент бар, ал магниттік момент жоқ;

3) ${}^6F_{1/2}$ күйінде $g = -2/3$ болады, ал бұл аталған күйде (7.8) және (7.9) формулаларындағы теріс таңбасы жойылады деген сөз. Классика тілінде бұл μ және M «векторлары» «бір бағытты» (өзара қарама-қарсы емес) болады дегенді білдіреді.

4) 5P_1 күйінде $g = 5/2$ болады, яғни кейбір күйлерде Ланде факторы екіден үлкен де бола алады (кейбір авторлардың тұжырымдауларына қарамастан).

$g = 0$ және $g < 0$ болған 2) және 3) жағдайлары классикалық физикада баламасы жоқ, тек кванттық эффектілерді білдіреді.

§ 7.2. Зееман және Пашен-Бак эффектілері

Зееман эффектісі. Егер көзді магниттік өріске енгізгенде оның спектрлік сызықтары бөлшектенуге ұшырайды. Міне, осы *Зееман эффектісі* (1896) болып табылады.

Сызықтардың бөлшектенуі энергетикалық деңгейлердің өздерінің бөлшектенуімен байланысты, себебі магниттік моменті бар атом магниттік өрісте қосымша энергияға ие болады:

$$\Delta E = -\mu_B B, \quad (7.11)$$

мұндағы, μ_B – атомның толық магниттік моментінің \mathbf{B} өрістің бағытына проекциясы. (7.9) формуласын ескере отырып, әрбір төменгі деңгейге арналған энергияның өрнегін жазамыз:

$$E = E_0 + \Delta E = E_0 + \mu_B g B m_J, \quad m_J = J, J - 1, \dots, -J, \quad (7.12)$$

мұндағы, E_0 – магнит өрісі жоқ болған кездегі деңгейдің энергиясы.

Осы жерден, J кванттық саны бар деңгейлер магниттік өрісте бір-бірінен бірдей аралыққа қалып отыратын $2J + 1$ төменгі деңгейлерге бөлшектенетіндігі туындайды, әрі бөлшектену шамасы g Ланде

көбейткішіне тәуелді, яғни көрші төменгі деңгейлер арасындағы δE қашықтықтар g -ға пропорционал болады: $\delta E \propto g$. Осылайша, деңгейлердің бөлшектенуі нәтижесінде магниттік өріс m_j бойынша айнуын алып тастайды.

Сондай-ақ, m_j кванттық сан үшін төменде көрсетілген іріктеу ережесі орындалатын түрлі деңгейлерге қатысты төменгі деңгейлер арасындағы ауысуар ғана мүмкін болатындығын ескерген жөн:

$$\Delta m_j = 0, \pm 1. \quad (7.13)$$

(7.12) және (7.13) формулалары Зееман эффектісін түсіну үшін негізді құрайды.

Осыған қоса, $\Delta m_j = 0$ мәніне сәйкес келетін құраушыларды π -құраушылар, ал $\Delta m_j = \pm 1$ – σ -құраушылар деп атайды. Бақылау кезінде магниттік өріске *перпендикуляр* түрде π - және σ -құраушылары болады. Магниттік өрістің *бойымен* бақылаған кезде π -құраушылары жойылып, σ -құраушылары ғана қалады.

Жиілігі ω_0 болатын спектрлік сызықтың зеемандық құраушысының ω жиіліктері мына формуламен анықталады:

$$\omega = \frac{E_2 + \Delta E_2}{\hbar} - \frac{E_1 + \Delta E_1}{\hbar} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} + \frac{\Delta E_2 - \Delta E_1}{\hbar} = \omega_0 + \Delta\omega_0.$$

(7.12) өрнегіне сәйкес, $\Delta\omega$ – *зеемандық ығысу* (ығыспаған сызыққа қатысты):

$$\Delta\omega = (m_2 g_2 - m_1 g_1) \delta\omega_0, \quad (7.14)$$

мұндағы $\delta\omega_0 = \mu_B B / \hbar$ болады, оны *лоренцтік ығысу* деп атайды.

Қарапайым Зееман эффектісі. Олай деп спектрлік сызықтың үш құраушыға бөлшектенген кездегі эффектін аятады (магниттік өріске перпендикуляр түрде бақылаған кезде). Қарапайым эффект нәзік құрылымы жоқ спектрлік сызықтарға тән. Осы сызықтар синглеттік деңгейлер ($S = 0$, $J = L$, $m_j = m_L$, $g = 1$) арасындағы өтулер кезінде туындайды. Сондықтан (7.14) формуласы төмендегідей түрге ие болады:

$$\Delta\omega = \Delta m_L \delta\omega_0, \quad (7.15)$$

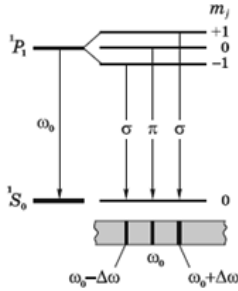
мұндағы $\Delta m_L = 0, \pm 1$, яғни шындығында зеемандық ығысудың үш құраушысы туындайды:

$$\Delta\omega = \delta\omega_0, 0, -\delta\omega_0 \quad (7.16)$$

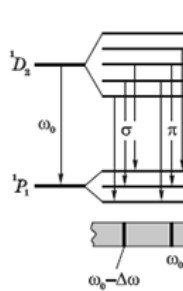
7.2-суретте $^1P \rightarrow ^1S$ өтуі үшін деңгейлердің бөлшектенуі көрсетілген.

Өріс болмағанда (сол жақта) ω_0 жиіліктің бір сызығы бақыланады. Өрісті қосқанда (7.16) өрнегіне сәйкес үш зеамандық құраушылар туындайды.

7.3-суретте ${}^1D \rightarrow {}^1P$ өтуі үшін күрделірек жағдай көрсетілген. Алайда мұнда да (7.13) іріктеу ережелерінің көмегімен зер салып бақыласак, (7.16) үш зеамандық құраушылар ғана туындайды. Оларға сәйкес келетін өтулер осы суреттің оң жағында көрсетілген.



7.2-сурет



7.3-сурет

Мысал. Индукциясы $B = 10^4$ Гс (1 Тл) болатын магниттік өрістегі қарапайым Зеаман эффектісі жағдайындағы $\lambda = 550$ нм спектрлік сызықтың $\delta\lambda$ бөлшектенуін толқын ұзындығымен бағалайық.

$\lambda = 2\pi c/\omega$ болғандықтан алатынымыз

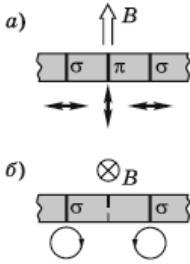
$$\delta\lambda = \frac{2\pi c}{\omega^2} \delta\omega_0.$$

$\delta\omega_0$ шамасын (7.14) өрнегіне сәйкес $\mu_B B/\hbar$ шамасына тең болатын лорецттік ығысу деп есептеп, алатынымыз:

$$\begin{aligned} \delta\lambda &= \lambda^2 \frac{\mu_B B}{2\pi\hbar} = (5,5 \cdot 10^{-5})^2 \frac{0,927 \cdot 10^{-20} \cdot 10^4}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-10} \cdot 1,054 \cdot 10^{-27}} = \\ &= 1,4 \cdot 10^{-9} \text{ см} = 0,014 \text{ нм}. \end{aligned}$$

Көріп отырғанымыздай, зертханалық жағдай үшін айтарлықтай маңызды магнит өрісінің индукциясы кезінде бөлшектену тым аз болады. Сондықтан осындай бөлшектенуді анықтау үшін Фабри-Пероның интерферометрлері тәрізді жоғары ажыратқыштық қабілеті бар құралдарды пайдаланады.

Зеамандық құраушылардың поляризациясы жайлы. Қорыта келе айтқанда, π - және σ -құраушылары поляризацияланған болып табылады. **В** магниттік өрісіне **перпендикуляр** түрдегі бақылау кезінде 7.4 а-суретінде көрсетілгендей барлық үш құраушы да сызықты поляризацияланған: π -құраушыларындағы **E**-векторының тербелісі **В**-ның бойымен бағытталған, ал σ -құраушыларындағы – **В**-ға перпендикуляр болады. **В** магниттік өрісінің



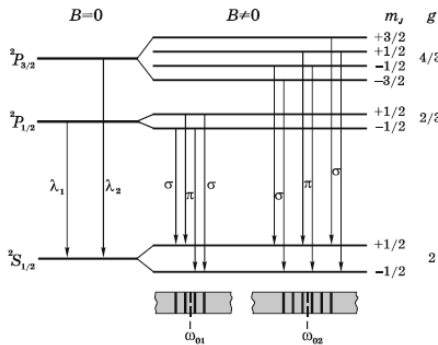
7.4-сурет

бойымен бақыланған кезде π - құраушы жоқ болады (жойылып кетеді), ал σ -құраушылары бірі-біріне қатысты қарама-қарсы бағыттарда шеңбер бойымен поляризацияланады.

Күрделі Зеeman эффектісі. Магниттік өрісте орналасқан көздің спектрлік сызығы үштен* көп құраушылар санына бөлшектенген кездегі эффектіні күрделі Зеeman эффектісі атайды. Бұл (7.12)-ден көретініміздей деңгейлердің өздерінің бөлшектенуінің g Ланде көбейткішіне тәуелділігімен, яғни ең соңында тіптен электронда *спиннің* бар болуымен және де оның екі еселенген магнетизмімен байланысты болады.

Күрделі Зеeman эффектісін түсіндірген кезде $L - S$ қалыпты байланысының (§6.4-ты қара, Рессель-Саундерс байланысы) орынды болуын болжауды негізге аламыз. Бұл тәжірибе жүзінде дәлелденеді.

7.5-суретте деңгейлердің бөлшектенуінің және олардың арасындағы өтулердің айтарлықтай егжей-тегжейлі сипаттамасы көрсетілген. Осы суреттің сол жағында магниттік өріс жоқ болған кездегі табиғи бөлшектену (нәзік құрылым, λ_1 және λ_2 құраушылары) көрсетілген. Оң жағында – магниттік өрістегі зеемандық бөлшектену мен (7.13) іріктеу ережесі бойынша мүмкін болатын өтулер көрсетілген. Магниттік өріс бар болған кезде бастапқы сызықтың осы жағдайда болмайтындығын атап өтейік. ${}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ сызығының орнына төрт зеемандық құраушылар пайда болады, олардың ығысулары $\Delta\omega = (\pm 2/3, \pm 4/3)\delta\omega_0$. ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ сызығының орнына алты зеемандық құраушылар пайда болады, олардың ығысулары $\Delta\omega = (\pm 1/3, \pm 3/3, \pm 5/3)\delta\omega_0$.



7.5-сурет

* Күрделі эффект кезіндегі зеемандық құраушылардың саны бірнеше ондыққа жетеді.

Күрделі Зеeman эффектісі спектрлік сызықтардың зеемандық бөлшектенуі нәзік құрылымның* құраушылары арасындағы қашықтықпен салыстырғанда кіші болған кезде әлсіз магниттік өрісте бақыланады (яғни, 7.5-суретіндегі $\lambda_1 - \lambda_2$ айырымымен салыстырғанда).

Әлсіз магниттік өрісте берілген спектрлік сызық қандай (қарапайым немесе күрделі) Зеeman эффектісіне ұшырайды деген сұраққа ылғи бірден жауап беру мүмкін емес.

Мысал. Осы сұрақты төменгі өтулермен шартталған сызықтарға келтіреміз:

а) ${}^1D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$; б) ${}^5I_5 \rightarrow {}^5H_4$.

Ең алдымен өтулер іске асатын күйлердің арасында Ланде көбейткіштері тең бе әлде тең емес па екендігін тексеру керек. (7.10)-ның көмегімен төмендегі жағдайға көз жеткізуге болады:

- а) $g_1 \neq g_2$ болғандықтан, Зеeman эффектісі күрделі болады;
- б) $g_1 = g_2$, яғни – қарапайым болады.

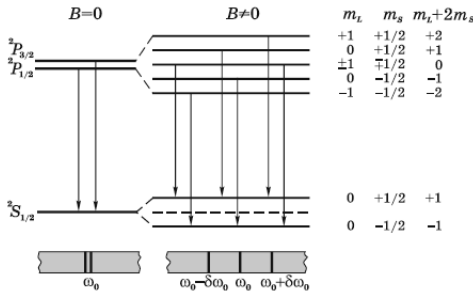
Пашен-Бак эффектісі. Күшті магниттік өрісте (басқа шектік жағдай) M_L және M_S моменттерінің арасындағы байланыс үзіледі де, олар магниттік өріске қатысты бір-бірінен тәуелсіз әрекет етеді. Осы жағдайда магниттік моменттермен байланысқан қосымша энергия былайша анықталады:

$$\Delta E = \mu_B B m_L + 2\mu_B B m_S = \mu_B B (m_L + 2m_S). \quad (7.17)$$

Мүмкін болатын өтулер келесі іріктеу ережелеріне сәйкес келеді:

$$\Delta m_L = 0, \pm 1, \quad \Delta m_S = 0. \quad (7.18)$$

Нәтижесінде 7.6-суретте сұлбалық түрде көрсетілген қалыпты зеемандық триплет туындайды.



7.6-сурет

* Осыған байланысты жалғыз сызықтар (синглеттер) үшін аталған шарт ешқашан орындалмайды. Мұндай сызықтар үшін кез келген магниттік өріс күшті болып табылады, ал оларда бақыланатын эффектi әрқашан қарапайым болады.

Егер күшті магниттік өрісте сызықтардың магниттік бөлшектенуі нәзік бөлшектенуден артық болатын болса, онда біз Пашен-Бак эффектiсiн бақылаймыз деген сөз.

Осылайша, магниттік өрiстiң B индукциясын арттыра отырып бiз алдымен сызықтардың нәзік бөлшектенуiн ($B \approx 0$ болғанда), содан соң Зеemannның күрделi эффектiсiн (көптеген құраушылардың) және де одан кейiн күштi өрiс кезiнде – қарапайым эффектiсiн (триплет) бақылайтын боламыз.

Бiз шектiк жағдайларды қарастырып өттiк. Аралық жағдайлардағы (өрiстердегi) спектрлiк сызықтардың бөлшектену бейнесi ең күрделiсi болып табылады.

§ 7.3. Электрондық парамагниттік резонанс (ЭПР)

Жоғарыда магниттік өрiстегi парамагниттiк атомның J кванттық саны бар әрбiр деңгейi $2J + 1$ төменгi деңгейлерiне (мүмкiн болатын m_J санына) бөлшектенетiндiгi анықталды. Сонымен бiрге көршi төменгi деңгейлер арасындағы қашықтық (7.12) өрнегiне сай $\delta E = \mu_B g B$ тең болады, себебi $|\delta m_J| = 1$.

Егер осындай күйде орналасқан атомға жиiлiгi ω болатын төменгi шартты қанағаттандыратын электромагниттiк толқынды бағыттасак:

$$\hbar\omega = \delta E = \mu_B g B, \quad (7.19)$$

онда түскен толқынның магниттiк құраушысының әсерiнен (7.13)-шi iрiктеу ережесiне сәйкес бiр сол деңгейге қарасты көршi төменгi деңгейлер арасындағы атомның өтулерi iске асатын болады. Ерiксiз өтулермен байланысты осы құбылысты алғаш рет Завойский Е. К. (1944) бақылаған. Ол резонанстық сипатқа ие болғандықтан *электрондық парамагниттiк резонанс** (ЭПР) деген атауға ие болды: өтулер түскен толқынның дәлме-дәл белгiлi жиiлiгi кезiнде туындайды.

(7.19) өрнегiнiң көмегiмен зертханалық жағдайларға тән магниттiк өрiстiң индукциясы $B = 10^4$ Гс (1 Тл) болған кездегi ν резонанстық жиiлiктi бағалайық, $g \sim 1$ деп есептеп, алатынымыз:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\mu \cdot B}{2\pi\hbar} \approx 10^{10} \text{ Гц},$$

ол шамамен бiрнеше сантиметрлiк толқын ұзындығына сәйкес келедi. Яғни, резонанстық жиiлiктер радиоауқымында болады. Оларды аса жоғары жиiлiк (АЖЖ) деп атайды.

Резонанс кезiнде энергия өрiстен атомға ғана берiлiп қоймай, сонымен қатар атомның жоғарырақ зеemannдық төменгi деңгейден одан төменiрек деңгейге өтуi кезiнде – керi бағытта берiледi. Алайда жылулық тепе-теңдiк

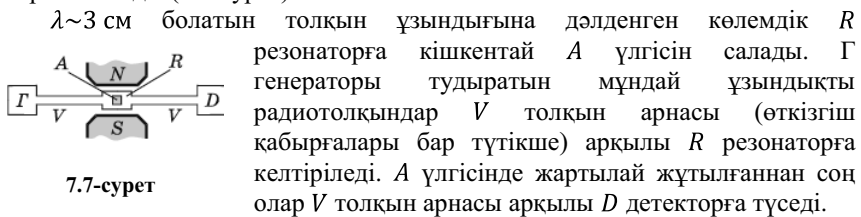
* Ең алдымен ядролық магниттiк резонанс бақыланғандығын айта кетейiк, Раби (1938).

кезінде аз энергиялы атомдар саны көп энергиялы атомдар санынан арта түседі. Сондықтан, атомдардың энергиясын арттыратын өтулер кері бағыттағы өтулерден артық болады. Сол себепті, нәтижесінде парамагнетик радиожиіліктік өрістің энергиясын жұтады да қызып кетеді.

ЭПР бойынша жасалған эксперименттер (7.19) өрнегіндегі резонанстық шарты бойынша өзге белгілі шамалары бойынша g , B , $\omega_{\text{рез}}$ шамаларының бірін анықтауға мүмкіндік береді. Мысалы, B өрістің индуктивтілігі мен $\omega_{\text{рез}}$ шамасын жоғары дәлдікпен өлшеу арқылы, ЭПР-дың көмегімен g шамасын, содан кейін J кванттық саны бар күйдегі атомның магниттік моментін табуға болады.

Кристалдар мен сұйықтықтардағы атомдар оқшауландырылмайды, себебі өзге атомдармен өзара әрекет етеді. Осы өзара әрекет зеемандық бөлшектенудің көрші төменгі деңгейлерінің арасындағы аралықтардың түрлі және де ЭПР сызықтарының шектік енге ие болуына әкеледі.

ЭПР-ды зерттеу үшін *радиоспектроскоп* деп аталатын құралдар пайдаланылады. Олардағы ω жиілік тұрақты түрде ұсталып тұрып, NS электромагниті тудыратын магниттік өрістің B индукциясы кең ауқымда өзгертін болады (7.7-сурет).



7.7-сурет

Эксперимент барысында электромагнит тудыратын магниттік өріс бір қалыпты өзгереді. (7.19) шартын қанағаттандыратын B индукциясының мәнінде үлгі толқынды қарқынды (резонанстық) түрде жұтады.

ЭПР – заттың құрылымының көптеген нәзік ерекшеліктерін ашуға мүмкіндік беретін қарапайым радиоспектроскопия әдістерінің бірі екендігін атап өткен жөн. Радиоспектроскопиялық әдістеріне оптикалық әдістердің ажыратқыштық қасиеттерінен жүз есеге артылатын аса жоғары ажыратқыштық қасиеттері тән.

Есептер

7.1. Атомның магниттік моменті. Кванттық сандары $S = 1$, $L = 2$ күйдегі және Ланде факторы $g = 4/3$ болатын атомның магниттік моментінің модулін есептеу керек.

Шешуі: Атомның магниттік моменті (7.8) формуласымен анықталады. Оны есептеу үшін J -ды білу керек. (7.10) өрнегін пайдаланамыз. Оған есептің шартында берілген мәндерді қойған соң алатынымыз:

$$J^2 + J - 12 = 0,$$

осы жерден $J = 3$ болады. Ізделінді магниттік моменттің модулі

$$\mu = (8/\sqrt{3})\mu_B.$$

- 7.2. D_2 күйдегі атомның магниттік моментінің проекциясының максимал мәні төрт Бор магнетонына тең. Осы күйдің ν мультиплеттілігін анықтау керек.

Шеуі: (7.9) формуласын пайдаланамыз. Төменгі шарттан

$$\mu_{z\max} = gJ\mu_B = 4\mu_B$$

$g = 2$ мәнін табамыз. $L = 2$ және $J = 2$ екендігін біле тұра, (7.10) өрнегінің көмегімен S кванттық санын анықтаймыз:

$$S^2 + S - 12 = 0, \quad S = 3.$$

Осы жерден мультиплеттілік шамасы $\nu = 2S + 1 = 7$ болады.

- 7.3. Магниттік моменті нөлге тең, толық моменті $M_J = \hbar\sqrt{2}$ және $S = 2$ болатын атомның термінің спектрлік символын жазу керек.

Шеуі: Механикалық момент бар болған кезде Ланде көбейткіші $g = 0$ болғандықтан магниттік момент нөлге тең бола алады. M_J мәніне арналған өрнектегі түбір астындағы $2 = J(J + 1)$ санынан $J = 1$ екенін ескере отырып осы шартты жазамыз. Сонымен, (7.10) g нөлге тең болу шартынан төмендегі теңдеуге келеміз

$$L^2 + L - 12 = 0,$$

осы жерден $L = 3$. Сәйкес спектрлік символ 5F_1 .

- 7.4. Хунд ережелерінің көмегімен атомның негізгі күйдегі магниттік моментін табу керек, оның жалғыз толтырылмаған төменгі қабықшасы тура жартысына бес электронмен толтырылған.

Шеуі: Төменгі қабықшада жалпы $2(2l + 1)$ күй болады. $2l + 1 = 5$ шартынан $l = 2$ мәнін табамыз, яғни $m_{l\max} = 2$ болады. Бұл d -төменгі қабықша. Ол үшін толтырылу кестесін құрамыз:

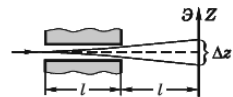
m_l	+2	+1	0	-1	-2
m_s	↑	↑	↑	↑	↑

Электрондар Хундтың бірінші ережесі бойынша спиндер қосындысы максималды болатындай етіп орналасқан. Сонымен, $S = 5/2$, $L = 0$. Хундтың екінші ережесі бойынша $J = L + S = 5/2$. Негізгі терм ${}^6S_{5/2}$. Осы күй үшін Ланде көбейткіші $g = 2$ және магниттік моменті төмендегідей болады:

$$\mu = \mu_B g \sqrt{J(J + 1)} = \sqrt{35}\mu_B.$$

- 7.5. **Штерн және Герлах тәжірибесі.** ${}^4F_{3/2}$ негізгі күйіндегі ванадий атомының жіңішке шоғыры күрт біртегіс көлденең магниттік өріс арқылы өтіп Э экранға түседі (7.8-сурет). Егер l арақашықтығы, $\partial V/\partial z$ магниттік өрістің градиенті және атомдардың K кинетикалық энергиясы белгілі болса, бөлшектенген шоғырдың экрандағы шеткі құраушылары арасындағы Δz қашықтықты табу керек.

Шеуі: Экрандағы ығысу мына формуламен анықталады:



7.8-сурет

$$\delta z = \frac{a_z t_1^2}{2} + v_z t_2, \quad (1)$$

мұндағы t_1 мен t_2 – магниттік өрістегі атомның қозғалысының және магнит пен экран арасындағы уақыттар. Біздің жағдайда $t_1 = t_2 = t$. Сонымен қатар, $v_z = a_z t$ болғандықтан, (1) өрнегін қайта көшіріп жазамыз:

$$\delta z = \frac{3}{2} a_z t^2. \quad (2)$$

Ендігі ескеретініміз

$$a_z = \frac{F}{m} = \frac{\mu_z \partial B}{m \partial z}, \quad \mu_z = gJ\mu_B,$$

мұндағы g көбейткіші (7.10) өрнегіне сәйкес $2/5$ шамасына тең. Уақыт $t = l/v$, v – атомдардың жылдамдығы, $v = \sqrt{2K/m}$. Осы өрнектерді (2)-ге қойып алатынымыз

$$\Delta z = 2\delta z = \frac{3}{2} gJ\mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \frac{l^2}{K}.$$

7.6. Зеeman эффектісі. а) ${}^2F_{5/2}$ және б) ${}^4F_{1/2}$ термдері әлсіз магниттік өрісте неше төменгі деңгейге бөлшектенеді?

Шешуі: Бұл (7.9) формуласындағы m_J түрлі шамасының санына тәуелді, ал ол біз білетіндей $2J + 1$ тең. Бірақ ол әрқашан солай бола бермейді. (7.9) магниттік моменттің проекциясы m_J -ға ғана тәуелді емес, сондай-ақ, g факторға да тәуелді болады. Мүмкін $g = 0$ шығар? Соны тексерейік.

а) жағдайында $g = 6/7$, сондықтан осы терм $2J + 1 = 6$ төменгі деңгейшелерге бөлшектенеді.

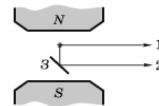
б) жағдайында $g = 0$, сондықтан $\mu = 0$, яғни екінші терм мүлдем бөлшектенбейді. Бұл мүлдем ойламаған жағдай болып көрінеді. Бірақ g факторының мәнін (ол нөлге тең емес па екенін) алдын ала тексермей қойылған сұраққа жауаптың дұрыс болмай шығуы мүмкін екендігіне біз енді көз жеткіздік.

7.7. Күрделі Зеeman эффектісі. ${}^2S_{1/2}$ -күйіне өтумен шартталған қандай да бір спектрлік сызық әлсіз магниттік өрісте алты құраушыға бөлшектенді. Бастапқы термнің спектрлік символын анықтау керек.

Шешуі: іріктеу ережелеріне ($\Delta S = 0$, $\Delta L = \pm 1$ және $\Delta J = 0, \pm 1$) сәйкес ${}^2P_J \rightarrow {}^2S_{1/2}$ деп жазуға болады. Тек J кванттық сан ғана анықталмаған болып қалды. ΔJ үшін іріктеу ережесінен J екі мәнге ие болатындығы туындайды: $1/2$ немесе $3/2$. $J = 1/2$ болғанда, төрт құраушы, ал $J = 3/2$ кезінде – алты құраушы туындайды (7.5-сурет). Екінші жағдайда үш емес нақты алты құраушы туындайтындығына көңіл аударған жөн. Бұл ${}^2P_{3/2}$ және ${}^2S_{1/2}$ термдеріндегі Ланде факторының мәндерінің түрлі ($4/3$ және 2) болуымен шартталған. Осылайша, бастапқы термнің символы ${}^2P_{3/2}$.

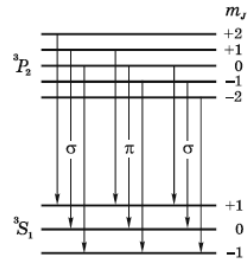
7.8. Күрделі Зеeman эффектісіне ұшырайтын бір спектрлік сызықты 1 бағытында, сонымен қатар 3 айнасынан шағылғаннан кейін 2 бағытында да бақылайды (7.9-сурет). Егер спектрлік сызық ${}^3P_2 \rightarrow {}^3S_1$ өтуімен шартталған болса, онда екі бағытта қанша құраушы бақыланатын болады?

Шешуі: Магниттік өрісте бөлшектенген термдер арасындағы мүмкін болатын өтулерді бейнелейік (7.10-сурет). Жоғарғы



7.9-сурет

төменгі деңгейлер төменгілерге карағанда тығыздау орналасқан, себебі олардың Ланде көбейткіштері сәйкесінше $3/2$ және 2 мәндеріне тең болады. Сондықтан (7.13) іріктеу ережесіне сәйкес барлық бейнеленген өтулер түрлі болады, біз 1 бағытында тоғыз құраушыны бақылайтын боламыз. Ал 2 бағытында магниттік өріске перпендикуляр емес оның бойымен сәулелену бақыланады. Сондықтан π -құраушы жойылып, алты σ -құраушысы қалады.



7.10-сурет

- 7.9. ЭПР. Индукциясы $B = 2,00$ кГс болатын тұрақты магнит өрісі мен оған перпендикуляр жиілігі $\nu = 3,50$ ГГц болатын B_ν айнымалы өрістің бір уақытта әсер етуі кезінде энергияның резонанстық жұтылуын бақылайтын никель атомдарының магниттік моментін табу керек.
 Шешуі: (7.19) өрнегіне сәйкес резонанс кезінде

$$\hbar \cdot 2\pi\nu = \delta E_{\text{рез}} = \mu_B g B.$$

Осы жерден Ланде факторын табамыз: $g = 1,25$. Содан кейін, (7.10) формуласы мен есептің шартының ($L = 3$, $S = 1$) көмегімен J кванттық санын анықтаймыз:

$$J^2 + J - 20 = 0, \text{ осы жерден } J = 4.$$

Нәтижесінде алатынымыз:

$$\mu = \mu_B g \sqrt{J(J+1)} = 5,6 \mu_B.$$

8-тарау

Атомдық ядро

§ 8.1. Атомдық ядроның құрамы мен сипаттамасы

Ядроның құрамы. Атомдық ядроның протондар мен нейтрондардан құралатындығы тәжірибе жүзінде дәлелденді. Осы бөлшектерді *нуклондар* деп атайды.

Протон (p) оң e зарядқа және төмендегі массаға ие болады:

$$m_p = \begin{cases} 1836,15 m_e \\ 1,00759 \text{ м. а. б.} \\ 938,28 \text{ МэВ,} \end{cases}$$

мұндағы, m_e — электронның массасы, м. а. б. — *массаның атомдық бірлігі**. Осы жерде протонның массасының энергетикалық бірліктердегі (ядролық физикада қабылданғандай) мәні де келтірілген.

Протон $s = 1/2$ спиніне және өзіндік магниттік моментіне ие болады:

$$\mu_p = 2,793 \mu_n,$$

мұндағы, μ_n — *ядролық магнетон* (нуклондардың магниттік моменттері өлшенетін бірлік):

$$\mu_n = \frac{eh}{2m_p c} = 5,05 \cdot 10^{-24} \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}.$$

Ядролық магнетон Бор магнетонынан 1836 есе кіші, яғни протонның өзіндік магниттік моменті электронның магниттік моментінен 660 есе кіші.

Нейтрон (n). Оның электрлік заряды нөлге тең, ал массасы протонның массасына жуық:

$$m_n = \begin{cases} 1838,68 m_e \\ 1,00898 \text{ м. а. б.} \\ 939,55 \text{ МэВ} \end{cases}$$

ол протонның массасынан 0,14%-ға немесе $2,5m_e$ -ге артық.

Нейтронның спині $s = 1/2$ және электрлік зарядтың жоғына қарамастан, нейтронның магниттік моменті бар болады:

$$\mu_n = -1,91 \mu_n.$$

* Массаның атомдық бірлігі ^{12}C бейтарап атомының массасының $1/12$ шамасына тең, яғни $1 \text{ м. а. б.} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ немесе $931,50 \text{ МэВ}$.

Минус таңбасы нейтронның спинімен магниттік моментінің «бағыттарының» қарама-қарсы екендігін білдіреді.

Нейтрон еркін күйде тұрақсыз болады, әрі ол протонға айналып және электрон мен тағы бір бөлшекті – (ν) нейтриноны* шығара отырып, өздігінен ыдырайды:

$$n \rightarrow p + e + \nu \quad (8.1)$$

Жартылай ыдырау периоды (нейтрондардың бастапқы санының жартысы ыдырайтын уақыт) жуық шамамен 12 мин-қа тең.

Атомдық ядроның сипаттамасы. Z зарядтық және A массалық сандар атомдық ядроны сипаттайтын негізгі шамалар болып табылады. Z саны ядродағы протондар санына тең болып оның Ze электрлік зарядын анықтайды. Оны *атомдық нөмір* деп те атайды. A массалық сан ядродағы нуклондар санын анықтайды. Ядродағы нейтрондар саны $N = A - Z$ шамасына тең.

Ядроның осы сипаттамаларын символдық түрде былайша белгілейді:

$${}^A_ZX, \quad (8.2)$$

мұндағы, X дегеніміз берілген ядро тиесілі элементтің химиялық символы болып табылады, мысалы, 2_1H , 4_2He , ${}^{238}_{92}U$ және т.б. Z периодтық жүйедегі элементтің орнымен анықталатындықтан, Z санының (8.2) символдық белгіленуін әдетте көрсетпейді.

Көпшілік мақұлдаған терминологияға сәйкес ядродағы протондар мен нейтрондардың берілген санына ие болатын нақты атомдарды *нуклидтар* деп атау қабылданған. Бірдей протондар саны бар (яғни, бір химиялық элементке тиесілі) нуклидтарды *изотоптар* деп атайды.

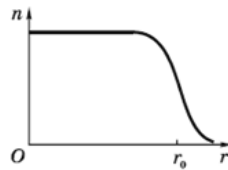
Изотоптардың атомдары іс жүзінде өте жуық физикалық химиялық қасиеттерге ие болады. Бұл атомның электрондық қабықшасын құруға ядро негізінде тек өзінің электрлік өрісімен ғана әсер ететуімен байланысты. Кейбір жағдайларды ескермегенде, изотоптарда осы өрістер бірдей болады. Осы айырмашылық үш нуклидтерде: 1_1H , 2_1H және 3_1H күштірек байқалады, олардың ядролары да бір-бірінен айтарлықтай ерекшеленеді. Сондықтан, осы үш нуклидқа әртүрлі атаулар қойылған - сәйкесінше қарапайым сутегі, *дейтерий* және *тритий*, ал дейтерий мен тритийдің ядролары – *дейтрон* (d) және *тритон* (t).

Түрлі атомдардың изотоптар саны әртүрлі болады, олардың ішінде тұра құтылары да радиоактивтілері де болады.

Ядролардың өлшемдері. Атомдық ядроның (кез келген кванттық жүйенің) нақты белгілі шекарасы болмайды. Ядроларда электрондар мен нуклондардың шашырауы бойынша жасалған эксперименттерде әрбір ядрода ядролық заттың ρ тығыздығы іс жүзінде тұрақты болатын ішкі аймақ және осы тығыздық нөлге дейін төмендейтін беттік қабаттың болатындығы

* Төменде осы бөлшек жайлы сұрақ анықталатын болады.

анықталды. Нуклондардың концентрациясының ядроның центріне дейінгі қашықтыққа қатысты әдеттегі таралуы, яғни $n(\mathbf{r})$ 8.1-суретте көрсетілген, мұндағы r_0 – ядроның радиусы – нуклондардың концентрациясы екі есе төмендейтін ядроның центрінен алғандағы арақашықтық.



8.1-сурет

Бірінші жуықтауда ядроны радиусы төмендегідей сфералық деп есептеуге болады:

$$r_0 = (1,2 \div 1,3)A^{1/3} \text{ фм}, \quad (8.3)$$

мұндағы, $1 \text{ фм} = 10^{-13} \text{ см}$. Осы формуладан маңызды қорытынды туындайды: A массалық санымен анықталатын ядроның массасы оның V көлеміне пропорционал, себебі $V \propto r_0^3 \propto A$. Сәйкесінше, барлық ядролардағы заттың тығыздығы шамамен бірдей болады, есептеулерден көретініміздей $\rho \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ мәніне тең – бұл айтарлықтай әсер ететін шама!

I ядроның спині. Ол нуклондардың спині мен олардың орбиталдық моменттерінен құралады. Спинді анықтау кезінде, ерікті Z осіне түсірілген спиннің максимал проекциясын көрсететін бір санды атайтындығын еске түсірейік.

Нуклонның спині $1/2$ -ге тең, сондықтан нуклонның санының тақ немесе жұп болуына байланысты ядроның I спині бүтін де, сонымен қатар жартылай бүтін де бола алады.

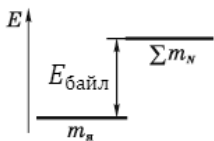
Барлық тұрақты ядролардың негізгі күйлерінде $I \leq 9/2$ болады. Ол ядродағы нуклондардың көпшілігінің импульсінің моменттері «қарсы параллель» орналаса отырып, бірін-бірі өзара теңеретіндігін көрсетеді. Протондар мен нейтрондар сандары жұп болатын барлық ядролардағы негізгі күйдің спині $I = 0$ болады.

Ядроның спинімен магнит моменті байланысты. Электрондардың магнит моменттерінің ядромен өзара әсерлесуі энергетикалық деңгейлердің қосымша бөлшектенуіне әкеледі, нәтижесінде нәзік құрылымның сызықтары да өз кезегінде бөлшектенуге ұшырайды – спектрлік сызықтардың *аса нәзік құрылымы* бақыланады. Сәйкес бөлшектену өте кішкентай (шамамен бірнеше мыңдаған нм) және оны тек ажыратқыштық қабілеті өте жоғары болатын спектрлік құралдардың көмегімен бақылай аламыз (мысалы, Фабри-Перо интерферометрлерімен).

§ 8.2. Ядроның массасы мен байланыс энергиясы

Ядроның массасы аддитивті шама болып табылмайды: ол ядроны құрайтын нуклондар массаларының қосындысына тең емес. Ядродағы нуклондардың күшті өзара әрекеті соның себебі болып табылады. Осы өзара әрекеттің салдарынан ядроның жеке еркін нуклондарға толығымен бөлінуі

үшін, $E_{\text{байл}}$ ядроның байланыс энергиясын анықтайтын, минимал жұмыс атқару қажет. Керісінше, еркін нуклондардан ядроның пайда болуы кезіндеосы энергия бөлінеді (мысалы, электромагниттік сәулелену түрінде).



Бөлшектің тыныштық энергиясы оның массасымен $E_0 = mc^2$ түрінде байланысатындығы белгілі. Яғни, ядроның тыныштық энергиясы берілген ядроның (8.2-сурет) құрамына кіретінеркін нуклондардың энергиясы тыныштық энергияларының қосындысынан аз болады, осыдан біздің алатынымыз:

8.2-сурет

$$E_{\text{байл}} = \sum m_N - m_{\text{я}}, \quad (8.4)$$

мұндағы, $\sum m_N$ – нуклондар массаларының қосындысы, $m_{\text{я}}$ – ядроның массасы. Мұнда, ары қарай да, бөлшектердің массалары энергетикалық бірліктер менөрнектелген. (8.4)-ті тереңірек талдап жазсақ:

$$E_{\text{байл}} = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}, \quad (8.5)$$

мұндағы, Z және N – ядродағы протондар мен нейтрондар саны, яғни:

$$Z + N = A.$$

(8.5) формуласы практикалық есептеулер жүргізуге ыңғайсыз, өйткені кестелерде ядролардың массалары емес нуклидтардың, яғни $m_{\text{я}}$ атомдардың массаларыкелтіріледі. Осы жағдайды ескере отырып, былай істейміз. Егер протонның массасын ${}^1\text{H}$ (m_{H}) нуклидтың массасымен, ал $m_{\text{я}}$ ядроның массасын – сәйкес келетін $m_{\text{а}}$ нуклидтың массасымен алмастырсақ, (8.5) қатынасы іс жүзінде өзгермейді. Басқаша айтқанда, біз (8.5) өрнегіне Z электрондарды қосыпалып, соншасын азайтамыз, әрі ядроның массасымен салыстырғанда өте аз болып келетін электрон мен ядроның байланыс энергиясын ескермеуге болады.

Сонда (8.5) формуласын мына түрде жазуға болады:

$$E_{\text{байл}} = Zm_{\text{H}} + Nm_n - m_{\text{а}}. \quad (8.6)$$

Сонымен қатар, есептеулерді жеңілдету үшін Δ массаның ақауы деген ұғым енгізіледі, ол масса (м.а.б. өлшеміндегі) мен ядроның немесе нуклонның A массалық санның айырымы ретінде алынады: $\Delta = m - A$. Сонда:

$$m_{\text{H}} = 1 + \Delta_{\text{H}}, \quad m_n = 1 + \Delta_n, \quad m_{\text{а}} = A + \Delta_{\text{а}}, \quad (8.7)$$

және де (8.6) формуласын мына түрде келтіруге болады:

$$E_{\text{байл}} = Z\Delta_{\text{H}} + N\Delta_n - \Delta_{\text{а}}, \quad (8.8)$$

мұндағы, $N = A - Z$. Сәйкесінше кестелерде де, 8.1-кестеде көрсетілгендей, нуклидтердің массаларын емес, олардың массаларының ақауларын келтіреді.

8.1-кесте

Z	Нуклид	$\Delta = m - A$ массаның ақауы, м.а.б.
0	n	0,008665
1	H	0,007825
	^2H	0,014102
	^3H	0,016049
2	^3He	0,016030
	^4He	0,002604

Δ массалар ақауларының кең ауқымды кестесі Қосымшада келтірілген, одан Δ шамасының оң датеріс те бола алатындығын көруге болады. «Санақ басы» ретінде ^{12}C нуклиды қабылданған, оның массасының ақауы $\Delta = 0$.

Меншікті байланыс энергиясы. Орташа есеппен бір нуклонға келетін, яғни $E_{\text{байл}}/A$, байланыс энергиясын *меншікті байланыс энергиясы* деп айтады. Бұл шама *ядроның беріктік* өлшемін сипаттайды: $E_{\text{байл}}/A$ неғұрлым үлкен болса, соғұрлым ядро берігірек болады.

Мысал: (8.1) кестесінің көмегімен ^4He ядросындағы меншікті байланыс энергиясын анықтайық.

(8.8) формуласын қолдана отырып, жазатынымыз:

$$E_{\text{байл}} = 2 \cdot 0,007825 + 2 \cdot 0,008665 - 0,002604 = 0,030376 \text{ м. а. б.}$$

1 м.а.б. 931,5 МэВ энергиясына сәйкес келетіндігін ескере отырып, алатынымыз:

$$E_{\text{байл}} = 28,3 \text{ МэВ} \quad \text{және} \quad E_{\text{байл}}/A = 7,1 \text{ МэВ.}$$

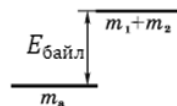
Салыстыру үшін: атомдардағы электрондардың байланыс энергиясы шамамен 10эВ-қа тең, бұл шын мәнінде ядроның меншікті байланыс энергиясының шамасымен салыстырғанда ескермеуге болатындай аз.

Массасы m ядроның, мысалы, массалары m_1 және m_2 болатын екі бөлшекке, бөлшектену формуласы (8.8) өрнегіне ұқсас түрге ие болады. Осыған қажетті жұмыс бастапқы ядродағы осы бөлшектердің $E_{\text{байл}}$ байланыс энергиясына тең. Ол былайша анықталады (8.3-сурет):

$$E_{\text{байл}} = \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_a, \quad (8.9)$$

мұндағы сол жақтағы барлық үш қосылғыш – бұл нуклидтардың берілген ядроларына сәйкес келетін массалардың ақаулары (м.а.б. немесе МэВ бірлігіндегі). Массалардың орнына массалардың ақауларын пайдалана отырып, біз есептеу үдерісін айтарлықтай жеңілдететінімізді тағы бір рет айта кетейік.

Ядроның бөлшектену үдерісі кезінде протондар мен нейтрондар саны өзгермейді, сондықтан $E_{\text{байл}} = (m_1 + m_2) - m$, мұндағы m_1 және m_2 – массасы m бастапқы ядроның бөлшектену салдарынан пайда болған ядролардың массалары; протондармен нейтрондардың массалары (және тыныштық энергиясы) қысқарады да, осы үш ядроның теріс таңбалы байланыс энергиясы ғана қалады. Нәтижесінде алатынымыз:



8.3-сурет

$$E_{\text{байл}} = E_{\text{байл я}} - (E_{\text{байл 1}} + E_{\text{байл 2}}), \quad (8.10)$$

мұндағы, $E_{\text{байл я}}$ – бастапқы ядроның байланыс энергиясы.

Ядролық физикада сол немесе өзге ядролық реакцияларды талдау кезінде (8.9) және (8.10) формулаларына ұқсас формулалар кеңінен қолданады.

Алдыңғы мысалда алынған ${}^4\text{He}$ ядросының байланыс энергиясын айталық, осы ядродағы бір нейтронның байланыс энергиясымен (яғни, осы ядродан бір нейтронды алуға жұмсау үшін қажетті жұмыспен) салыстырып көрейік.

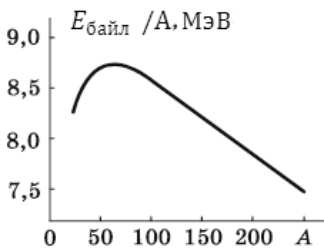
Осы үдерісте ${}^4\text{He}$ нуклиды ${}^3\text{He}$ нуклидіне айналады, сонда (8.9) формуласы мен 8.1-кестесін пайдалана отырып жазатынымыз:

$$E_{\text{байл}} = \Delta_1 + \Delta_3 - \Delta_4 = 0,02125 \text{ м. а. б.} = 19,8 \text{ МэВ.}$$

мұндағы $\Delta_1, \Delta_3, \Delta_4$ – ${}^1\text{H}, {}^3\text{He}$ жне ${}^4\text{He}$ нуклидтерінің массаларының ақауы.

Алынған нәтиженің меншікті байланыс энергиясынан (7,1 МэВ) айырмашылығы таңғалдырарлықтай әсер береді. Алайда, олар шын мәнінде әртүрлі шамалар болып табылады. Әрине осы үдерісті жалғастыра беруге болады: ${}^3\text{He}$ ядросынан мысалға, протонды алып, яғни осы ядролы протонның байланыс энергиясын табамыз. ${}^3\text{H}$ нуклидын аламыз. Одан кезек-кезек бірінші, содан кейін екінші нейтронды аламыз. Осы барлық үдерістердің қосынды жұмысы, яғни тиісті байланыс энергияларының қосындысы, біз күткендей ${}^4\text{He}$ ядросының байланыс энергиясына, яғни 28,3 МэВ тең болатындығын байқаймыз.

$E_{\text{байл}}/A$ меншікті байланыс энергиясына қайтып ораламыз. Бұл шама A массалық санға тәуелді болады. Тиісті тәуелділік графигі 8.4-суретте көрсетілген. Осы графиктің түрін талдау бізге ядролардың қасиеттері жайлы тіптен нуклондар арасындағы ядролық күштердің сипаты жайлы маңызды ақпарат береді.



8.3-сурет

Өрескел жуықтауда, ядролардың меншікті байланыс энергиясы A санына тәуелді емес және шамамен 8 МэВ-қа тең деп есептеуге болады. Меншікті байланыс энергиясының A -ға жуықталған тәуелсіздігі, ядролық күштердің қанығу қасиетіне ие болатындығын білдіреді. Ол әрбір нуклонның тек шектеулі көршілес нуклондармен ғана өзара әрекет ететіндігіне негізделген. Меншікті байланыс энергиясы

A -ға сызықты тәуелді болар еді (егер де әрбір нуклон барлық қалғандарымен өзара әрекеттессе, онда осы өзара әрекеттесудің энергиясы $A - 1$ шамасына пропорционал болар еді). Ядролық күштердің қанығуының арқасында ядроның ішіндегі ядролық заттың тығыздығы біртекті. Дәл осының салдарынан ядроның сызықтық өлшемі A массалық санымен (8.3)-ке сәйкес $A^{1/3}$ түрінде пропорционал болады.

Осы жерден ядролық күштердің *қысқа әрекетті* болып табылатындығы туындайды, оның радиусы шамамен ядродағы нуклондардың арасындағы орташа арақашықтыққа тең ($\sim 10^{-13}$ см).

Массалық сандары $A \sim 50 \div 60$, яғни Cr-нан бастап Zn-ке дейінгі элементтердің ядролары ең берік ядролар болып табылады. Осы ядролардың меншікті байланыс энергиясы нуклонға 8,7 МэВ шамасына дейін жетеді. A -ның артуына да, кемуіне де орай меншікті байланыс энергиясы кемиді, ауыр ядроларға жеңілірек (және берігірек) ядролар құрай отыра бөлінуі энергетикалық тұрғыдан қолайлы, ал жеңіл ядроларға, керісінше, ауырлау ядролар құрай отыра бір-бірімен бірігуі тиімді болып табылады.

Екі жағдайда да энергия бөлінеді. Мысалы, ^{235}U ядросының бөлінуі кезінде – шамамен 200 МэВ (негізінен тебуші кулондық күштердің әсерінен ұшып шығатын жарықшақтардың кинетикалық энергиясы түрінде) болады. Ал дейтронның тритонмен бірігуі ($d + t = \alpha + n$) кезінде α -бөлшектің синтезі – ^4H нуклидінің ядроларының $-17,6$ МэВ энергияны бөліп шығара отырып жүзеге асады. Бірінші жағдайда бөлетін энергияны *атомдық*, ал екіншіде – *термоядролық* деп атайды. Екінші жағдайда біріншіге қарағанда бірлік массаға 5 есе көп энергия бөлінеді, сондықтан басқарылатын термоядролық синтез мәселесі аса маңызды болып саналады.

§ 8.3. Ядролық күштер

Ядролық күштердің ерекшеліктері. Ядролардағы нуклондардың байланыс энергиясының (атомдағы электрондардың байланыс энергиясымен салыстырғанда) үлкен болуы нуклондар арасында тартылыстың күшті ядролық күштердің әсер ететіндігін, және олармен салыстырғанда тебілістің электромагниттік күштері жүз есе әлсіз болатындығын білдіреді.

Ядролық күштердің өздеріне тән ерекшеліктері төмендегідей болады:

1. Осы күштер *қысқа әрекетті* болып табылады, оның әсер ету радиусы $\sim 10^{13}$ см. Айтарлықтай аз арақашықтықтарда нуклондардың тартылысы оның тебілісімен алмасады.
2. Олар *зарядтық тәуелсіздікке* ие болады, ол $n - n, p - p, n - p$ нуклондарының өзара әрекет күштерінің бірдей болуымен байқалады.
3. Бұл күштер *центрлік болып табылмайды*. Жалпы айтқанда, оларды өзара әрекеттескен нуклондардың центрі арқылы өтетін, түзу бойымен бағытталған түрінде есептеуге болмайды. Центрленбеушілік жағдайы нуклондардың спиндерінің бағдарына осы күштердің тәуелді болу факторымен байланысты.

4. Қанығу қасиетіне ие болады: ядродағы әрбір нуклон жақын орналасқан нуклондардың шектеулі санымен ғана әрекеттеседі. Ол іс жүзінде меншікті байланыс энергиясының A массалық санға тәуелсіз болуымен байқалады.

Нуклондардың өзара әрекеттесу механизмі. Классикалық физикаға сәйкес бөлшектер арасындағы өзара әрекеттесу күш өрістерінің көмегімен жүзеге асады. Осылайша, тыныштықтағы электрлік заряд, қандай да бір күшпен басқа зарядқа әсер ететін, өзінің маңында электр өрісін тудырады.

Кванттық физика мұндай түсінікті өзгертпей, өрістің өзінің кванттық қасиеттерін ескерді: кез келген өріске белгілі бөлшек, яғни өзара әрекеттесудің тасымалдаушысы болып келетін – *өрістің кванты* сәйкес келу керек. Өзара әрекеттесуші бөлшектердің бірі өрістің квантын шығарады, ал екіншісі оны жұтады. Бөлшектердің өзара әрекеттесу механизмі осыған негізделген. Бөлшектермен алмасу үдерісі бөлшектердің барлық өзара әрекеттесуінің негізін қалайды, әрі ол табиғаттың іргелі кванттық қасиеті болып табылады (мысалы, электромагниттік өзара әрекеттесу фотондармен алмасу арқылы жүзеге асады).

Нуклондардың өзара әрекеттесуі кезінде өрістіңкванттары π -мезондар болады, оның бар болуын Юкава(1935) болжаған. Оның бағалауы бойынша осы бөлшектер массасы бойынша электрон мен нуклон арасындағы аралық орынды алған.

Өзара әрекеттесудің осыған ұқсас үдерістерінің кванттық табиғаты анықталмағандықтар қатынасының негізінде ғана жүзеге аса алатындығына негізделген. Классикалық заңдар бойынша мұндай үдерістер энергияның сақталу заңдарының бұзылуы салдарынан жүзеге аспайды. Мысалы, тыныштықтағы еркін нейтрон өздігінен, массаларының қосындысы нейтронның массасынан артық болатын, нейтрон + π -мезонға айнала алмайды.

Кванттық теория осы салынған тыйымды жояды. Осыған сәйкес жүйенің күйініңбар Δt уақытындағы энергиясы, $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$ қатынасын қанағаттандыратын, ΔE анықталмағандығымен ғана анықталады. Жүйенің энергиясының, ұзақтығы $\Delta t \approx \hbar/\Delta E$ шамасынан артылмайтын, ΔE ауытқуына ие болатындығы осы қатынастан туындайды.

Осы жағдайда π -мезонды шығару кезінде энергияның сақталу заңының бұзылуы байқалмайды.

Энергия-уақыт анықталмағандықтар қатынасына сәйкес $m_\pi c^2$ энергиясы бар шығарылған π -мезон төменде келтірілген шамадан артық болмайтын шектік уақыттағана өмір сүре алады:

$$\tau_\pi \approx \hbar/m_\pi c^2. \quad (8.11)$$

Бұл уақыт өткен соң π -мезонды өзі шығарған нуклон жұтады. π -мезонның нуклоннан алыстау арақашықтығы осы кезде мына шаманы құрайды:

$$l \approx c \tau_{\pi} \approx \hbar / m_{\pi} c, \quad (8.12)$$

ол π – мезонның $c = \lambda_c / 2\pi$ комптондық толқын ұзындығына тең.

Шығарылуымен жұтылуы энергияның сақталу заңының бұзылуымен жүзеге асады деп есептелетін бөлшектерді – *виртуал* деп атайды.

Егерде нуклонға жақын жерде басқа бөлшектер болмаса, онда нуклонның шығарған барлық виртуал π – мезондарын дәл осы нуклон жұтады. Бұл жағдайда, жеке нуклон әрқашан «мезондық тонмен» қоршалған деп айтады. Бұл (8.12) комптондық толқын ұзындығынан артық емес l арақашықтығына алыстай отырып, нуклоннан тоқтаусыз шашырайтын және жұтылатын виртуал π – мезондарының бұлттары.

Екі нуклон жақындасып олардың мезондық тондары түйісе бастаған кезде, виртуал мезондармен алмасу үшін жағдай жасалады – ядролық өзара әрекеттесу туындайды. Біз ядролық күштердің әсер ету радиусы шамамен (8.12) комптондық толқын ұзындығындай мәнге ие болатындығын көреміз. Осы радиус шамамен 10^{-13} см-ді құрайтындығы және де оның (8.12)-нің көмегімен π – мезонның массасын бағалауға мүмкіндік беретіндігі тәжірибеден белгілі: $m_{\pi} \sim 270 m_e$.

Ядролық күштердің әсер ету радиусының виртуалды бөлшектердің – өзара әрекеттесудің тасымалдаушыларының – массасына тәуелділігі ол іргелі кванттық заң. Дәл осы заңмен электромагниттік күштердің қашықтан әсер етуі анықталады, өйткені электромагниттік өрістің кванттары – виртуал фотондар қанша болса да, мүмкін болатын өте кішкене энергияға ие массасыз бөлшектер болып табылады.

Егер нуклонға π – мезонның тыныштық энергиясынан кем емес энергия берсе, онда бір немесе бірнеше виртуал мезондар, нуклондарға қарамастан бар болатын, қарапайым π – мезондарға алмасады. Бұл, мысалы, энергиялары айтарлықтай жоғары нуклондардың соқтығысуы нәтижесінде пайда болады.

Ядролардың үлгілері. Қазіргі таңда ядроның барлық қасиеттерін тұтас біріктіретін жүйелі түрде аяқталған теория әлі жоқ. Бұл негізінен екі қиыншылықпен байланысты:

1. Ядродағы нуклондардың өзара әрекеттесу күштері жайлы біздің біліміміздің жеткіліксіздігі және
2. Әрбір атомдық ядро ол – көптеген күшті өзара әрекеттесуші бөлшектердің кванттық жүйесі; кванттық теориядағы көптеген денелердің мақсаты өте күрделі әрі аса қиын. Қазіргі кезге дейін оның шешу тәсілдері табылмаған.

Сондықтан атомдық ядро теориясында аса маңызды рөлді ядролық қасиеттердің белгілі жиынтығын айтарлықтай жақсы сипаттайтын және де салыстармалы түрдегі қарапайым математикалық баяндауды ұйғаратын *үлгілер* алады. Сонымен қатар әрбір үлгінің мүмкіндіктері табиғи, шектеулі және де ядроны толық сипаттауға үміттенбейді де.

Ядролардың екі үлгісін қарастырумен шектелейік: тамшылы және қабықшалы.

Тамшы үлгісі. Бұл қарапайым үлгіні М. Борн (1936) ұсынған. Мұнда атомдық ядро тығыздығы өте үлкен ($\sim 10^{14}$ г/см³) зарядталған сығылмайтын сұйықтықтың тамшысы ретінде қарастырылады. Тамшы үлгісі ядроның байланыс энергиясысының жартылай эмпирикалық формуласын қорытып шығаруға мүмкіндік берді және бірқатар басқа да құбылыстарды, атап айтқанда ауыр ядролардың бөліну үдерісін түсіндіруге көмектесті.

Қабықша үлгісі. Гепперт-Майер мен Йенсон (1950) ұсынғаносы үлгі шындыққа жанасатын болып келеді. Аталған үлгі бойынша әрбір нуклон ядроның қалған нуклондарының орташаланған өрісінде қозғалады деп есептеледі. Осыған сәйкес Паули принципін ескере отыра нуклондармен толтырылған дискретті энергетикалық деңгейлер бар болады. Мұндай деңгейлер *қабықшаларға* топтасады, оның әрқайсысында белгілі нуклондар саны орналаса алады. Толығымен толтырылған қабықшалар аса берік құрылымдарды құрайды. Тәжірибеге сәйкес, протондар немесе нейтрондар (немесе осы сандардың екеуі де болуы мүмкін) саны 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 болатын ядролар сондай болып табылады. Осы сандарды және оларға тсәйкес келетін ядроларды *сиқырлы* деп атайды.

Сиқырлы сандарды болжаудан басқа, бұл үлгі ядролардың негізгі және қозған күйлеріндегі спиндерін және де олардың магниттік моменттерін түсіндіруге мүмкіндік берді.

§ 8.4. Радиоактивтілік

Радиоактивтілік ядролардың бір немесе бірнеше бөлшектерді шығара отырып өздігінен (тосын) ыдырауына негізделген. Мұндай ядроларды және оларға тиісті нуклидтарды (тұрақты ядроларға қарағанда) *радиоактивті* деп атайды. Радиоактивті ядроны *аналық* деп, ал ыдырау нәтижесінде пайда болатын ядроларды *туынды* деп атайды.

Радиоактивтілікті ыдырауға қажетті шартыбастапқы ядроның массасы ыдырау өнімдерінің массасынан артылу керектігіне негізделген. Сондықтан әрбір радиоактивті ыдырау энергияның бөлінуімен жүзеге асады.

Радиоактивтілік *табиғи* және *жасанды* деп бөлінеді. Біріншісі табиғи жағдайда болатын радиоактивті ядроға жатады, екіншісі – зертханалық жағдайда алынған ядролық реакциялар нәтижесінде пайда болатын ядроларға жатады. Іс жүзінде олардың бір-бірінен айырмашылығы жоқ.

Радиоактивтіліктің негізгі түрлеріне α -, β - және γ - ыдыраулар жатады. Әрқайсысын жеке сипаттамас бұрын, радиоактивтіліктің барлық түріне тән ортақ осы үдерістердің уақыт бойынша жүру заңын қарастырайық.

Радиоактивті ыдыраудың негізгі заңы. Бірдей ядролар әртүрлі уақытта алдын ала болжауға болмайтын ыдырауға ұшырайды. Сондықтан dt

аз уақыт аралығында ыдырайтын ядролар санын осы сәтте ие болатын ядролар N санына пропорционал деп есептеуге болады, осылайша dt да:

$$-dN = \lambda N dt, \quad (8.13)$$

мұндағы, $-dN-dt$ аралығындағы ядролар санының азаюы (бұл dt аралығындағы ыдыраған ядро саны), λ – *ыдырау тұрақтысы*, әрбір радиоактивті препаратқа тән шама.

(8.13) теңдігін интегралдау мынаны береді:

$$N = N_0^{-\lambda t}, \quad (8.14)$$

мұндағы, $N_0 - t = 0$ мезетіндегі ядролар саны, $N - t$ мезетінде ыдырамаған ядролар саны. (8.14) қатынасын *радиоактивті ыдыраудың негізгі заңы* деп атайды. Ыдырап болмаған ядроның N санының уақыт бойынша экспонентті түрде кемитіндігін көруге болады.

Радиоактивті ыдыраудың қарқындылығы бірлік уақытта ыдырайтын ядро санымен сипатталады. Ол (8.13) өрнегінен көретініміздей, $|dN/dt| = \lambda N$ шамасына тең. Оны *A активтілік* деп атайды. Осылайша активтілік:

$$A = \lambda N. \quad (8.15)$$

Оны *беккерельмен* (Бк); 1 Бк = 1 ыдырау/с; сонымен қатар *кюримен* (Ки) өлшейді, 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Радиоактивті препараттың бірлік массаны есептегендегі активтілікті *меншікті активтілік* деп атайды.

(8.14) формуласына қайтып ораламыз. λ мен A активтіліктің тұрақтылығымен қатар радиоактивті ыдырау үдерісін тағы екі шамалармен: T жартылай ыдырау периодымен және ядроның τ орташа өмір сүру уақытымен сипаттайды.

T *жартылай ыдырау периоды* – бастапқы ядролар санының жартысының ыдырау уақыты. Ол $N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T}$ шартымен анықталады, осы жерден:

$$T = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda. \quad (8.16)$$

τ *орташа өмір сүру уақыты*. ($t, t + dt$) уақыт аралығында ыдырауға ұшыраған $\delta N(t)$ ядролар саны (8.13) өрнегінің оң жақ бөлігімен анықталады: $\delta N(t) = \lambda N dt$. Әрбір ядроның өмір сүру уақыты t -ға тең. Яғни барлық бастапқы ядроға ие болған N_0 -дің әрқайсысының өмір сүру уақыты 0-ден ∞ -ке дейінгі аралықта $t \delta N(t)$ өрнегін уақыт бойынша интегралдау арқылы анықталады. Барлық N_0 ядролардың өмір сүру уақытының қосындысын N_0 -ға бөлу арқылы, біз қарастырылып отырған ядроның τ *орташа өмір сүру уақытын* табамыз:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int t \delta N(t) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N(t) dt.$$

Осы жерге $N(t)$ үшін (8.14) формуланы қойып және бөліктері бойынша интегралдау жүргізіп, нәтижесінде алатынымыз:

$$\tau = 1/\lambda. \quad (8.17)$$

(8.14)-тен көретініміздей τ бастапқы ядролар саны e есе азаятын уақыт аралығына тең.

(8.16) мен (8.17) өрнектерін салыстыра отырып, T жартылай ыдырау периоды және τ орташа өмір сүру уақыты бірдей ретке ие екенін және төмендегі формуламен байланысатынын көреміз:

$$T = \tau \ln 2 = 0,693 \tau. \quad (8.17)$$

Қорытындысында активтілікке және орташа өмір сүру уақытына мысал қарастырайық.

Мысал: Егер оның активтілігі $t_0 = 60$ минут ішінде $\eta = 4\%$ -ға азаятын болса, онда ^{55}Co радионуклидінің орташа өмір сүру уақытын анықтайық.

A активтілік радиоактивті ядро саны сияқты (8.14) заңымен уақыт бойынша азаяды, яғни $A = \lambda N = A_0 e^{-\lambda T}$. Біздің жағдайда $\eta = (A_0 - A) / A_0 = 1 - e^{-\lambda t_0}$. Осы жерден:

$$\ln(1 - \eta) = -\lambda t_0. \quad (*)$$

(8.17)-ге сәйкес $\lambda = 1/\tau$. Сондықтан (*) формуласынан шығатыны:

$$\tau = -t_0 / \ln(1 - \eta) \approx t_0 / \eta = 1 \text{ сағ} / 0,04 = 25 \text{ сағ}.$$

§ 8.5. Радиоактивтіліктің негізгі түрлері

Радиоактивтіліктің негізгі түрлеріне альфа-, бета- және гамма-ыдыраулар жатады. Оларға тән айрықша ерекшеліктерін егжей-тегжейлі қарастырамыз.

Альфа-ыдырау. Осы жағдайда ядро өздігінен α -бөлшек (^4He нуклидының ядролары) шығарады, ол төмендегі үлгі бойынша жүреді:



мұндағы X — аналық ядроның, Y — туынды ядроның символы.

α -бөлшектерді тек ауыр ядролар ғана шығаратындығы анықталған. Ыдырауға ұшыраған ядродан α -бөлшектің ұшып шығуының кинетикалық энергиясы шамамен бірнеше МэВ-ты құрайды. Ауада қалыпты қысым

кезінде α -бөлшектердің жолы бірнеше сантиметрді құрайды (олардың энергиясы өзінің жүру жолында иондарды тудыруға шығынданады).

Аналық ядроның тыныштық энергиясы α -бөлшек пен туынды ядроның тыныштық энергияларының қосындысынан артық болуы салдарынан α -бөлшектердің кинетикалық энергиясы туындайды. Осы артық энергия α -бөлшек пен туынды ядроның арасында олардың массаларына (импульстің сақталу заңына сәйкес) кері пропорционал қатынаспен таралады.

Мысал: ^{213}Po тыныштықтағы ядросы кинетикалық энергиясы $K_\alpha = 8,34$ МэВ шамасына тең болатын α -бөлшекті шығарды. Осы кезде туынды ядро тікелей негізгі күйде болып шықты. Осы үдерісте босап шығатын қосынды Q энергияны табамыз (оны α -ыдырау энергиясы деп атайды).

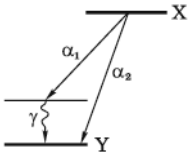
Ізделінді энергия $Q = K_\alpha + K_T$, мұндағы K_T – туынды ядроның кинетикалық энергиясы. Бұны табу үшін $p_\alpha = p_T$ импульстің сақталу заңы мен $K_T = p_T^2/2m_T$ қатынасын пайдаланамыз. Соңғы екі формуладан $m_\alpha K_\alpha = m_T K_T$ өрнегі туындайды.

Осы теңдіктегі K_T мәнін Q -ға арналған өрнекке қойып, нәтижесінде алатынымыз:

$$Q = K_\alpha(1 + m_\alpha/m_T) = (213/209)K_\alpha = 8,50 \text{ МэВ.}$$

Туынды ядроның алатын энергиясының салыстырмалы үлесі шамамен 2%-ға кем, оған соңғы формуладағы жақшаның ішіндегі бөлшекті есептеу арқылы көз жеткізуге болады

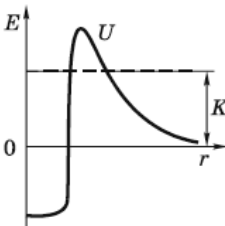
Радиоактивті препарат энергиялары бойынша ерекшеленетін α -бөлшектердің



8.5-сурет

бірнеше моноэнергетикалық тобын шығарады. Бұл Y туынды ядросының тек негізгі күйде ғана емес, сонымен қатар, қозған күйлерде де туындай алатындығымен түсіндіріледі (8.5-суретте қарапайымдылық үшін тек бір ғана қозған деңгей көрсетілген). Тікелей негізгі күйге өтуімен шартталған α -бөлшектер тобы ең қарқынды болып табылады. Туынды ядроның қозған деңгейлері арқылы жүретін ыдыраулар γ – кванттарының шығарылуымен ере жүреді.

Альфа бөлшек ядроның радиоактивті ыдырау сәтінде ғана туындайды.



8.6-сурет

Ядродан шығып кеткен кезде оған биіктігі оның өзінің энергиясынан артық болатын потенциалдық тосқауылдан өту керек болады (8.6-сурет). Тосқауылдың ішкі жағы ядролық күштермен, ал сырқы жағы туынды ядро мен α – бөлшектің кулондық тебіліс күштерімен шартталған.

Осы жағдайларда α – бөлшектің тосқауылдан өтуі *туннельдік эффектiнiң* арқасында жүзеге асады (§ 4.5). Кванттық теория α – бөлшектің толқындық қасиеттерін ескере отыра, белгілі ықтималдықпен

оның осындай тосқауыл арқылы енуіне «мүмкіндік береді». Жүргізілген сәйкес есептеулер өлшеу нәтижелерімен дәлелденеді.

Бета-ыдырау. Бастапқы ядро A массалық саны тура сондай, ал бастапқыдан ± 1 шамасына ерекшеленетін Z зарядтық саны бар басқа ядроға айналу арқылы өздігінен жүретін үдерісті бета-ыдырау деп атайды. Бұл β – ыдырауының электронды (позитронды) шығаруымен немесе оның атомның қабықшасынан қармауымен ере жүретіндігімен байланысты. β – ыдыраудың үш түрін ажыратады:

- 1) ядро электрон шығаратын және оның Z зарядтық саны $Z + 1$ шамасына өзгертін *электрондық β^- -ыдырау*;
- 2) ядро позитрон шығаратын және оның Z зарядтық саны $Z - 1$ шамасына өзгертін *электрондық β^+ -ыдырау*;
- 3) ядро атомның электрондық қабықшасының (әдетте K -қабықшасының) электрондарының біреуін қармап алатын және оның Z зарядтық саны $Z - 1$ шамасына тең болатын *K -қармау*. K -қабықшасындағы босап қалған орынға басқа қабықшадан электрон өтеді, сондықтан да K -қармау ылғи сипаттамалық рентгендік сәулеленумен ере жүреді.

β -ыдыраудың энергиясы. Егер аналық және туынды атомдарының (M_a және M_T) массалары, сонымен қатар m_e -электронның массасы белгілі болса, онда β^- -ыдырау, β^+ -ыдырау және K -қармау кезінде босап шығатын энергияның қалай анықталатындығын айқындаймыз.

β^- -ыдырау кезінде реттік нөмірі Z болатын ядро төмендегі үлгі бойынша ыдырайды:

$$M(Z) \rightarrow M(Z + 1) + m_e, \quad (8.20)$$

мұндағы M – ядроның массасы. Алайда кестелерде әдетте *атомдардың* (нуклидтердің) массалары келтіріледі. (8.20) өрнегіндегі атомдардың массаларына көшу үшін осы қатынастың екі бөлігіне де Z электроннан, яғни Zm_e массасын келесі түрде қосамыз:

$$Zm_e = (Z + 1)m_e - m_e, \quad (8.21)$$

Нәтижесінде нуклидтардың массалары үшін төмендегі қатынасты аламыз:

$$M_a(Z) \rightarrow M_T(Z + 1). \quad (8.22)$$

Осы жерден β^- -ыдыраудың энергиясы:

$$Q = M_a - M_T, \quad (8.23)$$

мұндағы массалардың энергетикалық бірліктерде (МэВ) алынатындығын ескерте кетейік. Осыған ұқсас β^+ -ыдырау үшін:

$$\begin{aligned} &+ \frac{M(Z) \rightarrow M(Z-1) + m_e}{Zm_e = (Z-1)m_e - m_e} \\ &M_O \rightarrow M_T + 2m_e. \end{aligned} \quad (8.24)$$

Сәйкесінше β^+ -ыдырау кезінде:

$$Q = M_a - M_T + 2m_e. \quad (8.25)$$

Соңында K -қармау жағдайында:

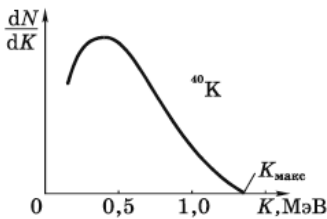
$$\begin{aligned} &+ \frac{M(Z) + m_e \rightarrow M(Z-1)}{Zm_e - m_e = (Z+1)m_e} \\ &\frac{M_o(Z) \rightarrow M_T(Z-1)}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

және де K -қармау кезінде бөлінетін энергия:

$$Q = M_a - M_T \quad (8.27)$$

β^- -ыдырау кезіндегі Q энергияға арналған (8.23) өрнегімен сәйкес келеді.

(8.23), (8.25), (8.27) формулаларының сонымен бірге осы үш үдерістің энергетикалық мүмкіндіктері шартын анықтайтындығын атап өту жөн: $Q > 0$ шарты орындалу керек.



8.7-сурет

Электрондардың энергиялар бойынша таралуы. Барлық β -спектрлерінің ортақ қасиеті ол – бірқалыптылық және әрбір спектрде шектік $K_{\text{макс}}$ кинетикалық энергияның бар болуы, яғни осы мәнде β -спектрі үзіліуге ұшырайды (8.7-сурет). $K_{\text{макс}}$ энергиясы аналық ядроның массасы және электрон мен туынды ядроның массаларының қосындысының арасындағы айырымға сәйкес келеді.

Қандай себептермен $K < K_{\text{макс}}$ энергиялы электрондар туындайды? Спектр

ыдырау кезіндегі бөлінетін энергияның $1/3$ -ге жуық бөлігін тіркейді. Қалған $2/3$ бөлігі қайда жоғалып кетеді? Бұл энергияның сақталу заңының бұзылуы емес па? Сол кезде туындаған « β -ыдырауының мәселесін» Паули (1930) шешті. Ол электронмен бірге өте жоғары ену қабілеттілігінің салдарынан көзге шалынбайтын электрлік бейтарап бөлшек шығарылады деп болжады. Оны ν нейтрино деп атады.

Сонда ғана ыдырау кезінде бөлінетін энергияның электрон мен нейтрино арасында әртүрлі қатынаста таралатындығы түсінікті болады, осылайша біз 8.7-суретте бейнеленген спектрді аламыз.

Нейтриноның бар болуы жайлы болжамның пайдасына тағы бір маңызды жағдай бар ол – ыдырау реакциясында импульстің моментінің сақталуының қажеттілігі. Себебі, β -ыдырауына тән ерекше қасиет ол – ядрода нейтронның протонға айналуы және керісінше болуы. Сондықтан β -ыдырау ядро ішіндегі емес, *нуклон ішіндегі* үдеріс деп айтуға болады. Осыған

байланысты жоғарыда аталған β -ыдыраудың үш түрі *нуклондардың ядродағы** келесі түрлендірулерімен шартталған:

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^{-} + \nu && (\beta^{-} - \text{ыдырау}), \\ p &\rightarrow n + e^{+} + \nu && (\beta^{+} - \text{ыдырау}), \\ e^{-} + p &\rightarrow n + \nu && (K - \text{қармау}). \end{aligned}$$

Нейтрон, электрон мен протонның спиндері бірдей $1/2$ шамасына тең екендігі белгілі. Егерде, мысалы, нейтрон $n \rightarrow p + e^{-}$ түрінде ғана ыдыраса, онда моменттерді қосудың кванттық заңына сәйкес туындайтын бөлшектердің қосынды спині 1-ге немесе 0-ге тең болар еді.

Осылайша, β -ыдырауға тағы да бір бөлшектің қатысуы моменттің сақталу заңымен мәжбүрленеді, сондай-ақ, бұл бөлшек $1/2$ (немесе $3/2$) спиніне ие болу керек. Қазіргі таңда нейтриноның спині $1/2$ шамасына тең екендігі дәлелденген.

Тікелей нейтриноны бақылау өте қиын. Бұл олардың электрлік зарядының нөлге тең, массасының өте кішкентай болуымен және де олардың ядролармен өзара әрекетінің эффективті қимасы тым кіші болуымен шартталған. Теориялық бағалауларға сәйкес судағы энергиясы 1 МэВ болатын нейтриноның еркін жол жүруінің орташа ұзындығы шамамен 10^{16} км-ді (немесе 100 жарық жылын!) құрайды. Бұл жұлдыздардың өлшемдерінен айтарлықтай артық болады. Мұндай нейтринолар Күннен өтсе алса, онда Жерден еркін өтеді.

Нейтриноны қармау үдерісін тіркеу үшін олардың ағындарының тығыздығы өте үлкен болу керек. Бұл нейтриноның қуатты көзі ретінде пайдаланылған ядролық реакторларды жасағаннан кейін ғана мүмкін болды.

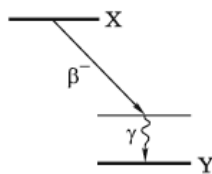
Нейтриноның бар болуының нақты эксперименттік дәлелі 1956 жылы алынды.

Гамма-ыдырау. Ыдыраудың бұл түрі қозған ядроның қалыпты күйге өтуі кезінде энергиялары 10 МэВ-тан 5 МэВ-қа дейінгі аралықта өзгеретін γ -кванттарын шығаруына негізделген. Шығарылатын γ -кванттары ядроларының спектрінің дискретті болуы маңызды, себебі өздерінің энергетикалық деңгейлері дискретті.

Еркін нуклон γ -квант шығара алмайды, әйтпесе импульс пен энергияның сақталу заңдарының бір мезетте орындалуы (бұған өз бетінше көз жеткізуге болады) бұзылар еді. Дегенмен, мұндай үдеріс мүмкін болады әрі ядроның ішінде жүзеге асады, себебі шығарылған (немесе жұтылған) γ -квант оның өзін туындатқан нуклонмен ғана емес, сонымен қатар ядроның қалған нуклондарымен импульсімен алмаса алады. Осылайша, β -ыдырауға қарағанда γ -ыдырау – нуклон ішіндегі емес *ядро ішіндегі* үдеріс.

* Нақты қай «көзге шалынбайтын» бөлшек екеніне тоқталудың әзірге қажеті жоқ, біз тек «нейтрино» терминін ғана пайдаланатын боламыз. Келесі тарауда әртүрлі нейтриноның және де олардан басқа антинейтрино деп аталатын бөлшектердің бар екендігін көреміз.

X аналық ядросының негізгі күйдегі Y туынды ядроға ыдырауына тыйым салынған жағдайда β^- – ыдырауы кезінде қозған ядролар пайда болады. Сонда Y туынды ядросы қозған күйлердің бірінде болады, одан негізгі күйге өтуі γ -кванттарының шығарылуымен ере жүреді (8.8-сурет).



8.8-сурет

Қозған ядро негізгі күйге басқа жолмен де өте алады, яғни қозу энергиясын тікелей, мысалы, K-қабықшасының атомдық электрондарының біріне беру жолы арқылы. β^- -ыдырауымен бәсекелес бұл үдерісті электрондардың *ішкі конверсиясы* деп атайды.

Ішкі конверсияның электрондарының моноэнергетикалы болуы айқын. Бұл оларды спектрі үздіксіз болатын, β^- -ыдырауы кезінде шығарылатын электрондардан ажыратуға мүмкіндік береді.

Ішкі конверсия электрондардың жоғарғы қабықшалардан ішкі конверсияның электроны босатқан орынға өтуі кезінде туындайтын рентгендік сәулеленумен ере жүреді.

Мысал. Қозу энергиясы $E^* = 103$ кэВ болатын қозған ^{81}Se ядросы, γ -квантын немесе атомның K-қабықшасынан конверсиялық электронды шығара отырып, негізгі күйге өтеді. K-электронның байланыс энергиясы $E_K = 12,7$ кэВ. Екі жағдайдағы ядроның серпімінің v жылдамдығын табу керек.

Бірінші жағдайда серпім ядросының импульсі $mv = \hbar\omega/c$. Мұндағы $\hbar\omega \approx E^*$ болады, себебі ауыр ядроның серпім энергиясы ескермеуге болатындай аз. Сонда:

$$v = \frac{E^*}{mc^2} c = \frac{0,103}{81 \cdot 931,5} 3 \cdot 10^8 = 0,41 \text{ км/с.}$$

Екінші жағдайда $pc = \sqrt{K_e(K_e + 2m_e c^2)}$ релятивистік қатынасын (Қ.5) пайдаланған жөн, мұндағы ядроның импульсі $pc = mv$ болғанда $K_e = E^* - E_K = 90,3$ кэВ. Сонда:

$$v = c \frac{\sqrt{K_e(K_e + 2m_e c^2)}}{mc^2} = 1,26 \text{ км/с.}$$

§ 8.6. Мессбауэр эффекті

Атомдар жиілігі атомның негізгі күйінен оған жақын орналасқан қозған күйге өтуіне сәйкес келетін жарықты қарқынды түрде жұтатындығы белгілі. Бұл құбылысты *резонанстық жұту* деп атайды. Басқаша сөзбен айтқанда, атом шығарған фотондар бірінші қозған күйден негізгі күйге өткен кездееш қиындықсыз дәл сондай атомдармен жұтылады, себебі олардың жиіліктері сәйкес келеді.

Ядроның γ -кванттарды сәулелендіру жағдайы басқаша болады. γ -кванттың энергиясы мен импульсі көрінетін жарықтың фотонының сол мәндеріне қарағанда көп есе үлкен, сондықтан серпім энергиясы да айтарлықтай үлкен болады. Екі бірдей бастапқыда тыныштықта болатын

ядроны елестетейік, оның біреуі негізгі күйде, ал екіншісі козу энергиясы E^* болатын қозған күйде орналасады. Негізгі күйге өту кезінде қозған ядро γ -квантын бөліп шығарады, оның $\hbar\omega$ энергиясымен мен $\hbar\omega/c$ импульсі төмендегі сақталу заңын қанағаттандырады:

$$E^* = \hbar\omega + K, \hbar\omega/c = p, \quad (8.28)$$

мұндағы, K – серпім энергиясы. Осы теңдеулерден туындайтыны:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2mc^2}, \quad (8.29)$$

мұндағы, m – ядроның массасы.

(8.28) формулаларының біріншісіне сәйкес γ -квантының $\hbar\omega$ энергиясы E^* ядролық өтудің энергиясына қатысты ядроның K -серпім энергиясындай шамаға ығысады. Сондықтан ығысу* төмендегідей болған кезде ғана γ -квантын басқа ядро жұта алады:

$$K < \Gamma, \quad (8.30)$$

мұндағы Γ – қозған E^* деңгейдің ені.

(8.30) қатынасының қаншалықты орындалатындығын тексерейік. Мысалы, ^{57}Fe ядросы бірінші қозғанкүйден өткен кезде энергиясы $\hbar\omega \approx 14$ кэВ болатын γ -квантын шығарады. Сондағы оның энергиясы төмендегі елшемге ығысады:

$$K = \frac{(\hbar\omega)^2}{2mc^2} = \frac{(14 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 57 \cdot 931,5} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ МэВ} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

Өмір сүру уақыты $\tau \sim 10^{-7}$ с болатын бірінші қозған деңгейдің Γ ені $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$ анықталмағандықтар қатынасына сәйкес мынаған тең:

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx 10^{-8} \text{ эВ}. \quad (8.31)$$

Осылайша, K ығысуы Γ шамасынан кем емес, керісінше бес есеге көп болады, ол резонанстық жұтудың мүмкіндіктерінен асып түседі.

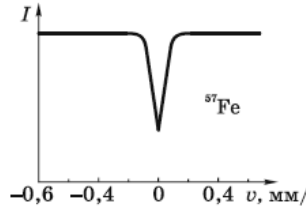
Солай бола тұра γ -сәулелерінің *резонанстық жұту құбылысын* Мессбауэр (1958)¹⁹¹ ^{191}Ir изотопында анықтаған. Бұл тек кристалдың құрамына кіретін ядролармен ғана мүмкін болатындығы анықталды. Бұл ретте γ -квантын серпімі бар ядроның шығару ықтималдығы бар, ол серпімді ядро емес, өзінің ішкі күйін өзгертпей жалпы кристалл қабылдайды (яғни тордың тербелістерін еш қоздырмай). Кристалдың массасы жеке ядроның массасына

* Нақты қай «көзге шалынбайтын» бөлшек екеніне тоқталудың әзірге қажеті жоқ, біз тек «нейтрино» терминін ғана пайдаланатын боламыз. Келесі тарауда әртүрлі нейтриноның және де олардан басқа антинейтрино деп аталатын бөлшектердің бар екендігін көреміз.

қарағанда салыстыруға болмайтындай үлкен, сондықтан кристалдың серпім энергиясы іс жүзінде нөлге тең. Нәтижесінде шығарған γ -квантының жиілігі резонанстық мәнге қатысты ығыспайды, және де осы γ -кванты кристалдың құрамына кіретін басқа бір осындай ядромен жұтылуы мүмкін.

Мессбауэр эффектінің мағынасы γ -кванттарын *серпімсіз*, яғни резонанстық шығару және жұтуға негізделген. Бұл әсерді аса төмен температураларда ғана бақыланады, кей кездерде бөлме температурасында да мүмкін болады (Fe болған жағдайында).

Мессбауэр эффекті былай бақыланады. γ -сәулеленуінің көзін аз ν жылдамдығымен жұтқышқа қарсы бағытта немесе кері бағытта қозғалысқа ұшыратады. Сонда жұтқыштың артындағы γ -кванттарының жарық жылдамдығын өлшейді. Егер $\nu \neq 0$ болса онда резонанс бұзылады: жұту және шығару сызықтары Доплер эффектінің салдарынан бір-біріне қатысты жылжиды. Егер $\nu = 0$ болса, онда 8.9-суретте көрсетілген резонанстық жұтылу бақыланады.



8.9-сурет

Қозған ядролық деңгейлердің Γ енінің E^* козу энергиясына өте кішкентай қатынасы бойынша ($\Gamma/E^* \sim 10^{-12} \div 10^{-16}$) Мессбауэр эффекті ешбір басқа әдіспен өлшенбейтін, энергияның өте кішкентай өзгерістерін өлшейтін бірегей әдісті береді.

Атап айтқанда, осы әсердің көмегімен тәжірибе жүзінде *спектрлік сызықтардың гравитациялық ығысуын* (фотонның тартылыс көзінен алыстау кезіндегі фотонның жиілігінің кемуі) ашу мүмкіндігі туды. Ол үшін шамамен 20 м негізіндегі 10^{-15} мәніне жуық фотон энергиясының салыстырмалы өзгерісін өлшеу керек болатын, оны ең алғаш рет Паунд пен Ребка (1960) жасаған.

Осы сұрақты толығырақ қарастырайық. γ -квантының (гравитациялық ығысуы) Жер бетінен $l \approx 20$ м шамасына алыстауы кезіндегі жиілігінің салыстырмалы кемуін табамыз.

γ -кванты өзін гравитациялық массасы $\hbar\omega/c^2$ болатын, γ -квантының dr жолындағы энергиясының өсімшесі осы жолдағы F_r гравитациялық күштің жұмысына тең болатын бөлшек сияқты ұстайды деп есептеп табатынымыз:

$$d(\hbar\omega) = F_r dr = -\gamma \frac{(\hbar\omega/c^2)M_{\text{ж}}}{r^2} dr, \quad (1)$$

мұндағы, γ – гравитациялық тұрақты, $M_{\text{ж}}$ – Жердің массасы; «-» таңбасы күштің проекциясының $F_r < 0$ болуымен байланысты. (1) өрнегіндегі ω және r айнымалыларын бөлу арқылы алатынымыз:

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\gamma M_{\text{ж}}}{c^2} \frac{dr}{r^2} \quad (2)$$

Осы теңдеуді ω_0 -ден ω -ға дейінгі жиілік бойынша және R Жердің радиусынан $R + l$ шамасына дейінгі аралықта r бойынша интегралдаймыз:

$$\ln \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\gamma M_B}{c^2} \left(\frac{1}{R+l} - \frac{1}{r} \right) = -\gamma \frac{M_B}{R(R+l)} \frac{l}{c^2} \approx -g \frac{l}{c^2}, \quad (3)$$

мұндағы, g – гравитациялық өрістің кернеулігі ($g = \frac{\gamma M_B}{R^2}$). Мұнда $l \ll R$ болатындығы ескерілген. (3) өрнегінен туындайтыны:

$$\omega = \omega_0 e^{-gl/c^2} \approx \omega_0 (1 - gl/c^2),$$

себебі $gl/c^2 \ll 1$ болады. Жер бетінен алыстаған сайын γ -кванттың жиілігі кемитіндігін байқауға болады.

γ -кванттың жиілігінің ізделінді салыстырмалы өзгерісі:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \approx g \frac{l}{c^2} = \frac{9,8 \cdot 20}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 2 \cdot 10^{-15}.$$

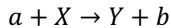
Осы ығысудың өте аз болуына қарамастан (ығысу сызықтың енінің жүздік бөлігін құрайды), оны айтарлықтай жоғары дәлдікпен өлшеп әрі зертханалық жағдайда тәжірибе жүзінде гравитациялық ығысудың бар болуын дәлелдеді.

§ 8.7. Ядролық реакциялар

Ядролық реакция – элементар бөлшекпен немесе басқа ядромен атомдық ядроның күшті өзара әрекеттесу үдерісі, бұл үдеріс ядроларды түрлендірумен ере жүреді. Бұл өзара әрекет бөлшектердің шамамен 10^{-13} см арақашықтыққа дейінгі жақындасуы кезіндегі ядролық күштердің әсер етуінің салдарынан туындайды.

Ядролық реакциялар ғана ядролардың қасиеттері жайлы кең ауқымды ақпарат беретіндігін атап өтейік. Сондықтан ядролық реакцияларды зерттеу ядролық физиканың ең басты мәселесі болып табылады.

a бөлшегінің X ядросымен өзара әрекеті ядролық реакцияның ең көп таралған түрі болып саналады, осының нәтижесінде b бөлшегі мен Y ядросы пайда болады. Онымына түрде белгілеуге болады:



немесе қысқартылған түрде:

$$X(a, b)Y. \quad (8.32)$$

Көбінесе n нейтрон, p протон, d дейтрон α -бөлшегі және γ -кванты a және b бөлшектерінің ролін атқарады. (8.32) өрнегін ядролық реакция дей отыра, біз b бөлшегінің a бөлшегіне тең емес екендігін білдіреміз. Басқа жалпы жағдайда бұл үдерісті *шашырау* деп атайды.

(8.32) ядролық реакция нәтижесінде туындайтын бөлшектер b және Y ғана емес, сонымен қатар b' және Y' тәрізді басқада болуы мүмкін. Мұндай жағдайда, ядролық реакцияның *бірнеше арналары* бар деп айтады, және де түрлі арналарға түрлі ықтималдықтар сәйкес келеді.

Ядролық реакцияның шығымы. Ядролық физикада өзара әрекеттің ықтималдығын σ *эффektivті қима* арқылы сипаттау қабылданған. σ шамасы X ядросының қимасының ауданы ретінде көрнекі түрде түсіндіріледі, яғни ұшып келіп соқтыққан бөлшек ядроға түскенде реакцияға ұшырайды.

Егер X ядросының нысанасы ядролар бірін-бірі жабатындай *жіңішке* болса, онда X ядросымен жабылған нысананың S ауданының салыстырмалы бөлігі $\sigma n S / S = \sigma n$ шамасына тең болады, мұндағы n – нысананың *бірлік ауданына* келетін ядролар саны. Сондықтан біз ядролық реакцияны тудыратын a бөлшектерінің $\Delta N / N$ салыстырмалысаны (немесе басқа сөзбен айтқанда, a бөлшегінің ядролық реакцияны тудыруының P ықтималдығы) төмендегідей анықталады деп айта аламыз:

$$\frac{\Delta N}{N} = P = \sigma n. \quad (8.33)$$

Бұл шаманы *ядролық реакцияның шығымы* деп атайды:

$$w = \Delta N / N. \quad (8.34)$$

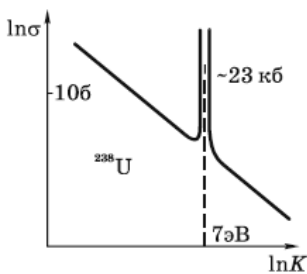
w тікелей өлшенетін шама болып табылады. w және n шамалары белгілі болса, (8.33) өрнегінің көмегімен σ шамасын табуға болады.

Егер *нысана жіңішке болмаса*, онда w шамасына арналған өрнек күрделінеді:

$$w = \frac{\Delta N}{N} = 1 - e^{-\sigma n}.$$

Біз ары қарай тереңірек талқыламаймыз, бірақ бір жағдайға ерекше назар аудару керек. Ядроның геометриялық қимасы шамамен 10^{-24}см^2 -қа тең болады. Бұл шаманы ядролық қималардың бірлігі ретінде қабылдайды және оны *барн* (б) деп атайды:

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{см}^2.$$



8.10-сурет

Бөлшектердің толқындық және кванттық қасиеттерінің салдарынан σ қимасы әртүрлі жағдайларда геометриялық қимадан аз да, көп те (кейде бұл айтарлықтай мағыналы) болуы мүмкін. Бұл әрекеттесетін бөлшектердің өзіне де, сонымен қатар ұшып келетін a бөлшегінің кинетикалық энергиясына да тәуелді болады. Мысал ретінде 8.10-суретте ^{238}U ядросының нейтронды қармап алу қимасының нейтронның K кинетикалық энергиясына тәуелділік қисығы келтірілген.

Ядролық реакциялардың түрлері. Баяу бөлшектер тудыратын реакциялардың екі кезеңде жүретіндігі анықталған. Бірінші кезең – бұл X ядросының ұшып келген a бөлшегін құрама (немесе аралық) ядроны құрай отырып қармап алуы. Бұл ретте a бөлшегінің энергиясы ядроның барлық нуклондары арасында қайта бөлінеді және құрама ядро қозған күйде болып табылады. Ішкі флуктуацияның нәтижесінде ядродан шығу кету үшін жеткілікті болатын энергия бөлшектердің біріне топталғанға дейін ядро осындай күйде болады.

Ядролық реакцияның өтуінің осындай құрылымын Н. Бор (1936) ұсынып, кейіннен тәжірибе жүзінде дәлелдеген. Бұл реакцияларды кей кездері C құрама ядросын көрсету арқылы жазады, мысалға былай:



мұндағы, C әрпіндегі жұлдызша C^* ядросының қозған күйде туындайтындығын көрсетеді.

«Ядролық уақытпен», яғни энергиясы шамамен $1 \text{ МэВ} (v \approx 10^9 \text{ см/с})$ болатын нуклонның ядроның диаметріне тең қашықтықты ұшып өту уақытымен салыстырғанда C^* құрама ядросы айтарлықтай ұзақ мерзімге дейін болады. Ядролық уақыт $\tau_{\text{я}} \approx 10^{-21} \text{ с}$. Ал, қозған күйдегі құрама ядроның өмір сүру уақыты болса $\sim 10^{-14} \text{ с}$ шамасына тең. Яғни, ядролық ауқымда құрама ядро шынымен де ұзақ мерзімге дейін өмір сүреді. Осы уақыт аралығында оның пайда болу тарихының барлық нақыштары жойылады. Сондықтан құрама ядроның ыдырауы – реакцияның екінші кезеңі – ол құрама ядроның құрылу тәсілінен тәуелсіз жүреді.

Энергиясы ондаған МэВ-тан артатын шапшаң бөлшектер тудыратын реакциялар құрама ядроның туындауынсыз жүреді. Әдетте ядролық реакция тура болып табылады. Бұл жағдайда ұшып келетін бөлшек өзінің энергиясын тікелей ядроның ішіндегі қандай да бір бөлшекке береді, мысалы, бір нуклонға, дейтронға, α -бөлшекке және т.б., нәтижесінде бұл бөлшек ядродан ұшып шығады.

Тура әрекеттесудің әдеттегі реакциясы ол – *жұлып алу реакциясы*, мұнда ұшып келіп соқтығысатын бөлшек, мысалы, дейтрон. Дейтронның нуклондарының біреуі ядролық күштердің әсер ету аймағына түскенде оны ядро қармап алады, ал сол сәтте дейтронның басқа бір нуклоны ядролық күштердің әсер ету аймағынан тыс болып ядроның жанынан ұшып кетеді. Жұлып алу реакциясын (d, n) немесе (d, p) түрінде белгілейді.

Ядроларды өте жоғары (бірнеше жүздеген МэВ және одан жоғары) энергиялы күшті өзара әрекеттесуші бөлшектермен атқылаған кезде ядролар көптеген ұсақ жарықшақтарға ыдырап «жарылуы» мүмкін.

Реакцияның энергиясы. Ядролық реакциялар энергияны бөлу арқылы, сонымен қатар жұту арқылы да жүреді деп айту қабылданған. Мұны былай түсіну керек. E_0 және E'_0 – бастапқы бөлшектердің және реакция өнімдерінің

тыныштық энергияларының қосындысы болсын делік. Онда реакциядағы толық энергия сақталады, яғни:

$$E_0 + K = E'_0 + K', \quad (8.36)$$

мұндағы, K және K' – бастапқы бөлшектермен реакция өнімдерінің қосынды кинетикалық энергиялары. Осы теңсіздіктен ($E_0 - E'_0$) қосынды тыныштық энергиясының кемуі ($K' - K$) қосынды кинетикалық энергиясының өсімшесіне тең немесе керісінше болатындығы туындайды. Осы шамаларды Q реакцияның энергиясы деп атайды:

$$Q = E_0 - E'_0 = K - K'. \quad (8.37)$$

$Q > 0$ болатын реакцияларды *экзоэнергетикалық* (кинетикалық энергияны бөле жүретін), ал $Q < 0$ болатын реакцияларды – *эндоэнергетикалық* деп атайды.

Q шамасын ескере отырып ядролық реакцияны жиі түрде былайша жазады:

$$A(a, b)B + Q. \quad (8.38)$$

Есептеулер үшін (8.37) формуласын басқа түрде пайдалану - масса арқылы немесе одан ыңғайлырақ – нуклидтардың Δ массалар ақауы арқылы көрсеткен ыңғайлырақ. Онда:

$$Q = \begin{cases} (m_a + m_A) - (m_b + m_B), \\ (\Delta_a + \Delta_A) - (\Delta_b + \Delta_B). \end{cases} \quad (8.39)$$

Мысал: Реакцияның энергиясы $Q = +2,8$ МэВ болса, онда айтарлықтай баяу нейтрондардың тыныштықтағы ^{10}B нуклидының ядроларымен өзара әрекеттесуі кезіндегі $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ реакциясы нәтижесінде пайда болатын α -бөлшектің кинетикалық энергиясын табамыз.

Есептің шарты бойынша нейтронның энергиясымен және импульсін ескермей былайша жазамыз:

$$Q = K_\alpha + K_{\text{Li}}, \quad p_\alpha = p_{\text{Li}}.$$

Екінші теңдіктен $m_\alpha K_\alpha = m_{\text{Li}} K_{\text{Li}}$ екендігі туындайды. Сонда

$$Q = K_\alpha + \frac{m_\alpha}{m_{\text{Li}}} K_\alpha \text{ және } K_\alpha = \frac{Q}{1 + \frac{m_\alpha}{m_{\text{Li}}}} = \frac{7}{11} Q \approx 1,8 \text{ МэВ.}$$

Ядролық реакцияның энергетикалық сұлбасы. Эксперименттік зерттеулердің басым көпшілігі зертханалық санақ жүйесінде (L -жүйесінде) орындалады, мұнда нысана тыныштықта болады. Теориялық есептеулерде *массалық центр жүйесін* немесе *инерциялық центр жүйесін* (C -жүйесін) пайдалану ыңғайлырақ, мұнда соқтығысатын бөлшектердің импульстерінің қосындысы нөлге тең болады. C -жүйесінде алынған нәтижелерді қажет болған жағдайда L -жүйесіне қайта есептеуге болады.

Экспериментті зерттеулерде бөлшектің энергиясы деп оның K кинетикалық энергиясын есептейді: массасыз бөлшектер үшін K шамасы бөлшектің энергиясымен сәйкес келетіндігін ескере кетейік. Біз де ары қарай осыны қолданатын боламыз (ықшамдылық үшін).

Массалары m және M болатын екі бөлшектен құралатын жүйе үшін әрбір бөлшектің \tilde{p} импульсін және \tilde{K} -жүйесіндегі екі бөлшектің қосынды кинетикалық энергиясын анықтайтын негізгі қатынастарды қорытындысыз келтіреміз:

$$\tilde{p} = \mu v_{\text{сал}}, \quad \tilde{K} = \frac{\tilde{p}^2}{2\mu}, \quad \mu = \frac{mM}{m+M}, \quad (8.40)$$

мұндағы, μ — жүйенің келтірілген массасы, $v_{\text{сал}}$ — бөлшектердің салыстырмалы жылдамдығы $|v_m - v_M|$. Осы жылдамдық L - және \tilde{K} -жүйелерінде бірдей болатындығын ескере кетейік.

Көбінде біз төмендегі ядролық реакциясымен жұмыс жасайтын боламыз:

$$M(m, m')M' + Q,$$

мұндағы m — ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің массасы, M — нысананың тыныштық ядросының массасы. Бұл жағдайда \tilde{K} мен ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің K_m энергиясының арасындағы байланыс (8.40) өрнегіне сәйкес төмендегідей анықталады:

$$\tilde{K} = \frac{\mu v_{\text{сал}}}{2} = \frac{\mu}{m} K_m. \quad (8.41)$$

$\tilde{K}' - \tilde{K} = Q$ шартынан $\frac{\tilde{p}'^2}{2\mu'} - \left(\frac{\mu}{m}\right) K_m = Q$ мұндағы μ' — реакция өнімінің келтірілген массасы. Осы жерден:

$$\tilde{p}' = \sqrt{2\mu' \left(\frac{\mu}{m} K_m + Q\right)}. \quad (8.42)$$

Бұл ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің K_m энергиясы мен Q реакцияның энергиясын біле тұра, біз реакциядан кейін туындаған әрбір бөлшектің \tilde{p}' импульсін және олардың қосынды \tilde{K}' кинетикалық энергияларын анықтай аламыз деген сөз. Керісінше, \tilde{p}' мен Q шамаларын біле тұра K_m шамасын анықтауға болады.

Бөлшектер жүйесінің K кинетикалық энергиясы төмендегідей түрде келтірілуі мүмкін екендігін механикадан білеміз:

$$K = \tilde{K} + K_C, \quad (8.43)$$

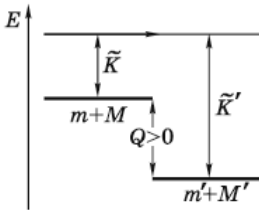
мұндағы, \tilde{K} — \tilde{K} -жүйесіндегі осы бөлшек жүйесінің кинетикалық энергиясы, ал K_C — жүйенің тұтас ретіндегі қозғалысымен, яғни C жүйесінің массалар

центрінің қозғалысымен байланысты кинетикалық энергиясы. K_C энергиясы сақталады сондықтан реакцияға қатыспайды, сондықтан (8.37) формуласын біз мынадай түрде келтіре аламыз:

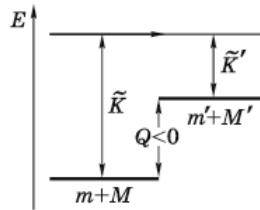
$$Q = K' - K = \tilde{K}' - \tilde{K}. \quad (8.44)$$

Көрнекілік үшін төмендегі екі жағдайға арналған \mathcal{C} -жүйесіндегі энергетикалық шкаладағы ядролық реакцияның сұлбасын суреттейік:

- 1) $Q > 0$, реакция экзоэнергетикалық (8.11-сурет),
- 2) $Q < 0$, реакция эндоэнергетикалық (8.12-сурет).

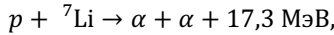


8.11-сурет

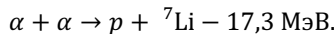


8.12-сурет

Осы суреттерден көретініміз: біріншіден, экзоэнергетикалық реакцияға кері реакциялардың барлығы эндоэнергетикалық болады. Мысал ретінде мына реакцияны:



ал кері реакция ретінде мынаны алуға болады:



Екіншіден, экзоэнергетикалық реакция соқтығысатын бөлшектердің кез келген аз энергиясының мәнінде жүре береді (егер қандай да бір реакциялардың біріне тыйым салынбаса). Ал эндоэнергетикалық реакция болса соқтығысатын бөлшектердің (\mathcal{C} -жүйесіндегі) \tilde{K} қосынды энергиясы *реакция шегі* деп аталатын қандай да бір минималды мәннен артқан жағдайда ғана жүреді.

Реакцияның шегі. Реакцияның шегі, яғни ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің $K_{\text{ш}}$ минималды энергиясы нысананың ядролары тыныштықта болатын \mathcal{L} -жүйесінде өлшенетіндігін ескерте кету маңызды.

Ұшып келіп соқтығысатын бөлшек үшін $K_{\text{ш}}$ өрнегін табамыз. Бұл мәселе \mathcal{C} -жүйесінде оңай шешіледі, мұнда бөлшектердің соқтығысқанға дейінгі \tilde{K}

қосынды кинетикалық энергиясы қандай жағдайда болмасын $|Q|$ -дан кіші болмау керек, яғни $\tilde{K} \geq |Q|$ екендігі анық байқалады (8.12-суретті қара).

Осы жерден жүйенің кинетикалық энергиясы толығымен \mathcal{L} -жүйесіндегі тыныштықтағы m' және M' бөлшектерін тудыруға кететін $\tilde{K}_{\min} = |Q|$ минималды мәнің бар екендігі туындайды.

Енді \mathcal{L} -жүйесіне көшейік. \mathcal{L} -жүйесінде \tilde{K}_{\min} кезінде пайда болған m' және M' бөлшектері тыныштықта болатындықтан, \mathcal{L} -жүйесінде ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің $K_{\text{ш}}$ шектік энергиясының сәйкес мәнінде екі m' және M' бөлшектері де пайда болған соң *бiртұтас* болып қозғалатын болады, олардың импульсінің қосындысы ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің p импульсіне, ал кинетикалық энергиясы $p^2/2(m + M)$ шамасына тең болады. Сондықтан:

$$K_{\text{ш}} = |Q| + p^2/2(m + M).$$

Ал $K_{\text{ш}} = p^2/2m$ болғандықтан, онда осы екі теңдіктерден p^2 -ты жойып жіберіп, алатынымыз:

$$\boxed{K_{\text{ш}} = \frac{m+M}{M} |Q|}. \quad (8.45)$$

Осы шама ұшып келіп соқтығысатын m бөлшегінің *шектік кинетикалық энергиясы*, яғни осыдан бастап эндоэнергетикалық реакция энергетикалық тұрғыда мүмкін болады.

Ядролық физикада әдетте (8.45) релятивистік емес формуласымен шектелуге болады. Алайда релятивистік бөлшектердің қатысуымен жүретін үдерістерде төмендегі өрнектің инварианттылығына сүйенуге тура келеді(К.3):

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = \text{inv}, \quad (8.46)$$

мұндағы, E – жүйенің толық энергиясы.

Мысалы, шектік энергиясының мәні $\varepsilon_{\text{ш}}$ болған кездегі m массалы атомдық ядроның γ -квантының әсерінен бөлшектенуі жағдайында алатынымыз:

$$(\varepsilon_{\text{ш}} + mc^2)^2 - \varepsilon_{\text{ш}} = (m_1 + m_2 + \dots)^2 c^4.$$

Мұнда теңдіктің сол жақ бөлігі \mathcal{L} -жүйесінде, ал оң жағы – \mathcal{L}' -жүйесінде жазылған, мұндағы туындаған бөлшектер тыныштықта болады ($\varepsilon_{\text{ш}}$ мәнінде). Осы теңдіктен алатынымыз:

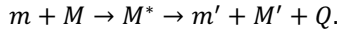
$$\varepsilon_{\text{ш}} = \frac{(m_1+m_2+\dots)^2 - m^2}{2m} c^2 = \frac{(m_1+m_2+\dots-m)(m_1+m_2+\dots+m)}{2m} c^2. \quad (8.47)$$

Алымындағы соңғы екі жақшалардың біріншісі $|Q|$ эндоэнергетикалық реакцияның энергиясын көрсетеді, ал екіншісі $|Q| + 2mc^2$ шамасына тең. Нәтижесінде (8.47) өрнегі мынадай түрде айналады:

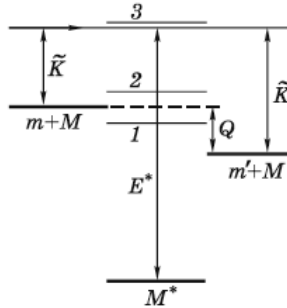
$$\varepsilon_{\text{ш}} = |Q| \left(1 + \frac{|Q|}{2mc^2} \right). \quad (8.48)$$

Осы формула Q энергиясы белгілі эндоэнергетикалық реакция жағдайындағы γ -квантының шектік энергиясының өрнегі болып табылады.

Ядроны қоздыру деңгейлері. Қорытынды ретінде M^* құрама ядросы арқылы өтетін ядролық реакцияның энергетикалық сұлбасын келтіреміз:



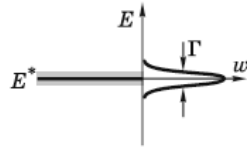
Бұл сұлба 8.13-суретте көрсетілген. Мұндағы $m + M$ және $m' + M'$ – бөлшектердің реакцияға дейінгі және реакциядан кейінгі массаларының қосындылары, \tilde{K} және $\tilde{K}' - \mathcal{U}$ – жүйесіндегі бөлшектердің қосынды энергиясы, E^* – құрама ядроның қозғу энергиясы, Q – реакцияның энергиясы. Суретте құрама ядроның деңгейлері де көрсетілген, олар 1,2,3,... сандарымен белгіленген.



8.13-сурет

Ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің энергиясын, яғни \mathcal{U} -жүйесіндегі \tilde{K} шамасын түрлендіре отырып, әрбір деңгейдің маңында ядролық реакцияның w шығымы максимум арқылы өтіп бірқалыпты өзгеретіндігін байқауға болады (8.14-сурет). Осыдан энергетикалық деңгейдің өздерінің «көмескі» екендігі туындайды. $w(E)$ қисығының ені Γ «биіктігінің» жартысында тең болсын делік. Бұл шама сәйкес деңгейдің энергиясының анықталмағандығын көрсетеді. Энергия және уақыт үшін анықталмағандықтар қатынасынан:

$$\Gamma \cdot \tau \geq \hbar$$

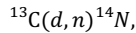


8.14-сурет

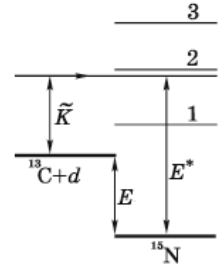
нақты деңгейдің τ өмір сүру уақытын бағалауға болады, яғни құрама ядроның берілген қозған күйде болу уақыты. Әртүрлі деңгейлерге жалпы айтқанда және τ шамаларының әртүрлі мәндері сәйкес келеді.

Бұл тарауды ядроның энергетикалық деңгейлерін анықтауға арналған мысалды қарастырумен аяқтаймыз.

Мысал: Егер көміртегі нысанасын дейтрондармен сәулелендіргенде мынадай ядролық реакция козады:



оның и шығымы дейтрондардың K_d энергиясының келесі мәндерінде максимумға болады: 0,60, 0,90, 1,55 және 1,80 МэВ. Егер ${}^{15}\text{N}$ құрама ядросындағы дейтронның байланыс энергиясы $E_{\text{байл}} = 16,16$ МэВ шамасына тең болса, онда құрама ядроның осы реакция жүретін сәйкес деңгейлерінің E^* энергиясын табамыз.



8.15-сурет

8.15-суреттен көретініміздей:

$$E^* = E_{\text{байл}} + \tilde{K} = E_{\text{байл}} + \frac{\mu}{m_d} K_d, \quad (1)$$

мұнда бастапқы бөлшектердің (C және d) \tilde{K} -қосынды энергиясы (8.41) формуласымен анықталатындығы ескерілген. Нәтижесінде алатынымыз:

$$E^* = E_{\text{байл}} + \frac{m_c}{m_c + m_d} K_d = E_{\text{байл}} + \frac{13}{15} K_d.$$

K_d шамасының берілген мәні бойынша сәйкесінше мына мәндерді аламыз: 16,68, 16,94, 17,50 және 17,72 МэВ.

Есептер

8.1. Ядроның байланысты энергиясы. Протондар мен нейтрондар сандары бірдей, ал радиусы ${}^{27}\text{Al}$ ядросының радиусынан $= 1,5$ есе кіші болатын ядроның байланысты энергиясын табу керек.

Шешуі: Ең алдымен ізделінді ядроның A массалық санын табамыз. (8.3) формуласына сәйкес $A = \left(\frac{r}{r_{\text{Al}}}\right)^3 A_{\text{Al}} = \frac{27}{3} = 8$. Бұл ${}^8\text{Be}$ ядросына сәйкес келеді. Оның (8.8) өрнегі мен 8.1-кестеге сәйкес байланыс энергиясы мынаған тең:

$$E_{\text{байл}} = 4(\Delta_H + \Delta_n) - \Delta_{\text{Be}} = 4(0,007825 + 0,008665) - 0,005308 = 0,060652 \text{ м. а. б.} = 56,5 \text{ МэВ.}$$

8.2. Радиоактивті ыдырау заңы. X радионуклиды әр секунд сайын q радиоактивті ядролар туындайтындай тұрақты жылдамдықпен пайда болады. Осы ядролардың ыдырау тұрақтысы λ -ға тең. $t = 0$ уақыт мезетіндегі ядролар санын $N(0) = 0$ деп есептеп, олардың уақыт мезетіне қатысты жинақталу заңын, яғни $N(t)$ тәуелділігін табу керек.

Шешуі: dt уақыт аралығындағы X нуклидінің ядролар санының dN өсімшесі төмендегі теңдеумен анықталады:

$$dN = qdt - \lambda Ndt = (q - \lambda N)dt.$$

Осы өрнекті интегралдау үшін оңай түрге келтіреміз:

$$\frac{dN}{q - \lambda N} = dt.$$

$N(0) = 0$ бастапқы шартын ескере отырып соңғы теңдеуді N және t бойынша интегралдау мынаны береді:

$$-\frac{1}{\lambda} \ln \frac{q - \lambda N}{q} = t.$$

Потенциалдап нәтижесінде алатынымыз:

$$N(t) = \frac{q}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}).$$

Осы жерден уақыт өте келе X ядролар саны асимптоталы түрде $N_m = q/\lambda$ шамасына жақындай түсегіндігін көруге болады.

8.3. X_1 нуклидің ядроларының радиокативтік ыдырауы кезінде X_2 радионуклиды туындайды. Олардың ыдырау тұрақтылары λ_1 мен λ_2 шамаларына тең. $t = 0$ уақыт мезетінде препараттың құрамында N_{10} мөлшеріндегі тек қана X_1 нуклиды ғана болса, онда мыналарды табу керек:

а) $N_2(t)$ уақыт функциясы ретіндегі X_2 нуклидің ядролар санын;

ә) X_2 нуклидің ядролар саны максимумға жеткен кездегі t_m уақыт мезетін.

Шешуі: а) Бұл жағдайда радионуклидтердің екеуінің ядроларының N_1 және N_2 сандарының уақыт бойынша өзгерісі келесі теңдікпен сипатталады:

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1, \quad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2. \quad (1)$$

Бірінші теңдеу (8.13)-пен сәйкес келеді және де (8.14) тәрізді шешімге ие болады, яғни $N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$. Ал екінші теңдеу бірлік уақыттағы X_2 радионуклидтер ядролар санының өсімшесін сипаттайды. Ол X_1 ядроларының $\lambda_1 N_1$ мөлшеріндегі ыдырауы және де туынды ядроларының ($-\lambda_2 N_2$) мөлшерінде ыдырауының салдарынан азаюы есебінен жүзеге асады. (1) өрнегіндегі екінші теңдеуді төмендегідей түрде көшіріп жазамыз:

$$N_2 + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t}. \quad (2)$$

Осы біртекті емес теңдеудің шешімін біртекті теңдеудің шешімі мен біртекті емесін теңдеудің дербес шешімінің қосындысын ретінде іздейміз:

$$N_2(t) = A e^{-\lambda_2 t} + B e^{-\lambda_1 t}. \quad (3)$$

$N_2(0) = 0$ бастапқы шарты бойынша $0 = A + B$ теңдеуін табамыз, сондықтан (3) формуласын мынадай түрге келтіруге болады:

$$N_2(t) = A(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}). \quad (4)$$

(4)-ті (2)-ге қойып табатынымыз: $A = N_{10} \lambda_1 / (\lambda_1 - \lambda_2)$. Онда (4) мынадай түрге ие болады:

$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

ә) dN_2/dt туындысын алып және оны нөлге теңестіріп, мынаны табамыз:

$$t_m = \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

8.4. Альфа-ыдырау. Тыныштықтағы ^{210}Po ядроларының ыдырауы негізгі күйден басталып α -бөлшектердің екі тобын шығарумен қоса жүреді: энергиясы $K_\alpha = 5,30$ МэВ болатын негізгі және $K'_\alpha = 4,50$ МэВ энергиясына ие әлсіз (интенсивтілігі бойынша). Осы ядролардың α -ыдырау энергиясын және туынды ядролар шығаратын γ -кванттарының энергиясын анықтау керек.

Шешуі: Туынды ядролардың негізгі күйде ғана емес, сонымен қатар қозған күйде де (8.16-сурет) пайда болатындығын есептің шартынан байқауға болады.

Импульстің сақталуынан алатынымыз:

$$p_\alpha = p_T \quad \text{немесе} \quad m_\alpha K_\alpha = m_T K_T, \quad (1)$$

мұндағы «Т» индексімен (^{206}Pb) туынды ядросы белгіленген. α -ыдырауының энергиясы (1)-ді ескере отырғанда мынаған тең:

$$Q = K_\alpha + K_T = K_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_T}\right). \quad (2)$$

Туынды ядро қозған күйде туындайтын кездегі Q' үшін осыған ұқсас өрнек жазамыз:

$$Q' = K'_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_T}\right) \quad (3)$$

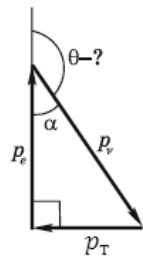
(2) және (3) формулаларынан алатынымыз:

$$\hbar\omega = Q - Q' = (K_\alpha - K'_\alpha) \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_T}\right) = 0,80 \frac{210}{206} = 0,815 \text{ МэВ}.$$

8.5. Бета-ыдырау. Қозғалмайтын ^6He ядросы β -ыдырауға ұшырайды, соның нәтижесінде туынды ядро тікелей негізгі күйде болады. Ыдырау энергиясы $Q = 3,50$ МэВ. Егер $K_e = 0,60$ МэВ энергиясы бар электрон серпім ядросының қозғалысының бағытына тік бұрышпен ұшып шықса, онда нейтрино электронның ұшып шығу бағытына қарай қандай бұрышпен шығарылды?

Шешуі: Ең алдымен импульстер үшбұрышын бейнелейік (8.17-сурет), мұндағы p_T – туынды ядроның серпім импульсі. Суреттен көретініміздей

$$\cos\alpha = p_e/p_\nu \quad (1)$$



8.17-сурет

(К.5)-ке сәйкес $p_e c = \sqrt{K_e(K_e + 2m_e c^2)}$ және $p_\nu c = \varepsilon_\nu = Q - K_e - K_\gamma$. Соңғы теңдіктегі серпім ядросының кинетикалық энергиясын ескермеуге болады. Шындығында, барлық үш бөлшектердің импульстері шамасының реті бойынша бірдей, ал серпім ядросының массасы электронның массасынан біршама артық болатындығын ескере отырып, $K = p^2/2m$ қатынасынан алатынымыз: $K_\gamma \ll K_e$. Осылайша:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{K_e(K_e + 2m_e c^2)}{Q - K_e}} = 0,34.$$

Осыдан $\alpha = 70^\circ$ және $\theta = 110^\circ$.

- 8.6. Реакцияның эффективті қимасы.** Жылулық нейтрондар ағыны пластинкадан өткен кезде $\eta = 100$ есеге азаю үшін, кадмийден жасалған пластинканың қалыңдығы қандай болу керек? Кадмий атомының ядросының нейтронды жұту қимасы $\sigma_a = 2,54$ кб, ал кадмийдің тығыздығы $\rho = 8,65$ г/см³.

Шешуі: Кадмийдің нейтрондар ағынына перпендикуляр болатын шексіз жұқа жазық қабатын ойша бөліп алайық (8.18-сурет). Осы қабаттың 1 см²-на әрбір секунд сайын N нейтрондар саны түсін делік. Онда N санының азаюы мынаған тең деп айтуға болады:

$$-dN = N\sigma n_0 dx, \quad (1)$$

мұндағы, n_0 – бірлік көлемдегі ядролар мөлшері. (1) формуласындағы N және x айнымалыларын бөліп, шыққан өрнекті интегралдаймыз. Нәтижесінде алатынымыз:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\sigma n_0 d,$$

осы жерден ізделінді d қалыңдық мынаған тең болады:

$$d = \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\sigma n_0} = \frac{\ln\eta}{\sigma n_0} = 0,40 \text{ мм.}$$

мұндағы, $n_0 = \frac{N_A \rho}{M}$, N_A – Авагадро тұрақтысы, M – кадмийдің атомдық массасы (112,4 г/моль).

- 8.7. Реакция энергиясы.** Егер ${}^7\text{Li}$ және ${}^4\text{He}$ ядроларының байланыс энергиялары сәйкесінше $E_{\text{Li}} = 39,2$ МэВ және $E_{\text{He}} = 28,2$ МэВ мәндеріне тең екендігі белгілі болса, онда ${}^7\text{Li}(p, \alpha){}^4\text{He}$ реакциясының Q энергиясын табу керек

Шешуі: Реакция энергиясы (8.39) өрнегіне сәйкес мынаған тең:

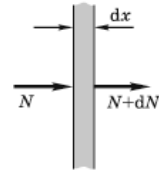
$$Q = (m_{\text{Li}} + m_{\text{H}}) - 2m_{\text{He}}, \quad (1)$$

мұндағы, m – энергетикалық бірліктерде өрнектелген ядролардың массасы. Осы массаларда (8.5) формуласына сәйкес келесі түрде келтірейік:

$$\begin{aligned} m_{\text{Li}} &= 3m_p + 4m_n - E_{\text{Li}}, \\ m_{\text{He}} &= 3m_p + 4m_n - E_{\text{He}}. \end{aligned}$$

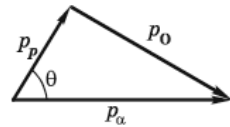
Осы өрнектерді (1)-ге қойып және барлық m_p мен m_n шамаларын қысқартып мынаны аламыз:

$$Q = 2E_{\text{He}} - E_{\text{Li}} = 17,2 \text{ МэВ.}$$



8.18-сурет

- 8.8. Егер ұшып келіп соқтығысатын α -бөлшектің энергиясы $K_\alpha = 4,00$ МэВ және α -бөлшектің қозғалыс бағытына $\theta = 60^\circ$ бұрышпен ұшып шыққан протон $K_p = 2,08$ МэВ энергиясы ие болса, онда ${}^{14}\text{N}(\alpha, p){}^{17}\text{O}$ реакциясының энергиясын анықтау керек.



8.19-сурет

Шешуі: Осы үдерістегі жүйенің импульсі пен толық энергиясы сақталатындығын негізге аламыз. 8.19-суреттің және косинустар теоремасының көмегімен жазатынымыз:

$$p_o^2 = p_\alpha^2 + p_p^2 - 2p_\alpha p_p \cos\theta. \quad (1)$$

Бұдан басқа (8.37) өрнегіне сәйкес Q реакциясының энергиясы мынаған тен:

$$Q = (K_p + K_o) - K_\alpha. \quad (2)$$

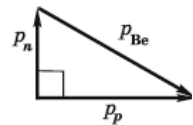
$K = p^2/2m$ екенін ескере отырып (1) және (2) теңдеулерінен K_o мен p_o шамаларын алып тастап бірге шешеміз:

$$Q = (1 + a)K_p - (1 - b)K_\alpha - 2\cos\theta \sqrt{abK_p K_\alpha},$$

мұндағы $a = \frac{m_p}{m_o}$, $b = \frac{m_\alpha}{m_o}$ немесе:

$$Q = \frac{18}{17}K_p - \frac{13}{17}K_\alpha - 2\cos\theta \sqrt{\frac{18 \cdot 13}{17^2} K_p K_\alpha} = -1,2 \text{ МэВ}.$$

- 8.9. **Реакцияның шегі.** Литийден жасалған нысананы кинетикалық энергиясы ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be} + Q$ реакциясының шектік мәнінен $\eta = 1,50$ есеге артық болатын протондар шоғырымен сәулелендіреді, мұндағы $Q = -1,65$ МэВ. Протондар шоғырына тік бұрышпен ұшып шығатын нейтрондардың кинетикалық энергиясын табу керек.



8.20-сурет

Шешуі: Импульстің (8.20-сурет) және энергияның сақталуынан алатынымыз:

$$p_n^2 + p_p^2 = p_{\text{Be}}^2 \quad \text{немесе} \quad mK_n + mK_p = m_{\text{Be}}K_{\text{Be}}, \quad (1)$$

мұндағы $m_n = m_p = m$ деп есептейміз. (8.37) өрнегіне сәйкес екінші теңдеуді жазуға болады:

$$Q = (K_n + K_{\text{Be}}) - K_p \quad \text{немесе} \quad K_p - |Q| = K_n + K_{\text{Be}}. \quad (2)$$

(1) және (2) теңдеулерінен $K_p = \eta K_{p \text{ шек}}$ екендігін ескере отыра бірге шешу арқылы алатынымыз:

$$K_n(m + m_{\text{Be}}) = (m_{\text{Be}} - m)\eta K_{p \text{ шек}} - m_{\text{Be}}|Q|. \quad (3)$$

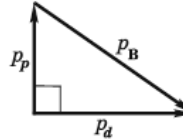
(8.45) сәйкес мынаны да ескеру керек:

$$K_{p \text{ шек}} = \frac{m+m_{Li}}{m_{Li}} |Q|.$$

Сонда (3) формуласынан төмендегі өрнек туындайды:

$$K_n = \left(\frac{m_{Be} - m}{m_{Li}} \eta - \frac{m_{Be}}{m + m_{Be}} \right) |Q| = \left(\frac{6}{7} \eta - \frac{7}{8} \right) |Q| = 0,68 \text{ МэВ}.$$

8.10. Ядроның энергетикалық деңгейлері. Бордан жасалған нысананы энергиясы $K_d = 1,50$ МэВ болатын дейтрондар шоғырымен сәулелендіреді. $^{10}\text{B}(d, p)^{11}\text{B}$ реакциясының нәтижесінде дейтрондар шоғырына тік бұрышпен энергиясы $K_p = 7,64, 5,51$ және $4,98$ МэВ болатын протондар шығарылады. Энергияның осы мәндеріне сәйкес келетін қозған ^{11}B ядроларының деңгейлерінің E^* энергиясын табу керек.



8.21-сурет

Шешуі: Импульстің сақталуынан (8.21-сурет) туындайтыны:

$$p_d^2 = p_B^2 - p_p^2 \text{ немесе } m_d K_d = m_B K_B - m_p K_p. \quad (1)$$

Мұндағы және төмендегі «В» индексі ^{11}B ядросына қатысты болады.

Енді ^{11}B ядросы қозған күйде туындайтындығын ескере отырып энергия балансын жазайық:

$$K_d + Q = K_p + K_B + E^*, \quad (2)$$

Мұндағы Q – (8.39)-формуламен анықталатын реакция энергиясы (көрсетілген), мұнда $Q = 9,23$ МэВ; E^* – ^{11}B ядросының козу энергиясы.

K_B -ны алып тастау арқылы (1) мен (2) теңдеулерін бірге есептеп, алатынымыз:

$$E^* = Q + \left(1 - \frac{m_d}{m_B}\right) K_d - \left(1 + \frac{m_p}{m_B}\right) K_p = Q + \frac{9}{11} K_d - \frac{12}{11} K_p.$$

Берілген K_p мәндерін пайдаланып, алатынымыз:

$$E^* = 2,12, \quad 4,45, \text{ және } 5,03 \text{ МэВ}.$$

9-тарау

Элементар бөлшектер

§ 9.1. Кіріспе

Анықтамалар. Жалпы айтқанда, олардың құрама болып табылатындығына қатысты дәлелдері жоқ микробөлшектерді *элементар* (мағынасы бойынша) деп атайды. Бұл электрондар, протондар, нейтрондар және көптеген басқа бөлшектер. Алайда, осы бөлшектердің көпшілігі *ішкі құрылымға* ие болатындығы анықталғаннан соң элементарлықты анықтау жағдайы күрделене түсті.

Соңғы жағдайға қарамастан, осы бөлшектерді элементар деп атайды. Бұл белгілі бір дәрежеде дәлелденген: осы күнге дейінгі бақыланған барлық құбылыстарда осындай әрбір бөлшек өзін біртұтас сияқты ұстайды. Олар қайта туындайды және де бір-біріне айналады, бірақ қандай да бір құраушыларға бөлшектене алмайды.

Сондықтан ядролық физикада «элементар бөлшектер» атауы атомдар мен атомдық ядролардан айрықша болатын барлық субатомдық бөлшектердің ортақ аталуы болып қабылданған.

Сонымен, біз элементар деп атайтын бөлшектер өздерін біртұтас сияқты ұстап, өзара түрлену және пайда болу қабілеттеріне ие болады. Мысалы, нейтронның ыдырауы:



мұнда нейтрон протон, электрон және нейтриноға айналады. Нейтронның ыдырау өнімдері осы үдерістің өзінде ғана туындайды. Олар ыдырауға дейін мүлдем болмаған, әрі олар нейтронның құрамына енбеген.

Элементар бөлшектерге олардың аса *көптігі* тән. Қазіргі таңда бірнеше жүздеген бөлшектер ашылған, олардың басым көпшілігі тұрақсыз.

Жоғары энергиялы зарядталған бөлшектер көзі ретінде негізінен үдеткіштер алынады. Олар детекторлармен бірге түрлі элементар бөлшектер өзара әрекеттесетін және пайда болатын үдерістерді зерттеуге мүмкіндік береді. Міне, сондықтан элементар бөлшектер физикасын сонымен қатар жоғары энергиялар физикасы деп те атайды. Осыған байланысты біз релятивистік динамика қатынастарын жиі қолданатын боламыз. Бұл қатынастар Қосымшада келтірілген.

Іргелі өзара әрекеттесу. Табиғатта іргелі өзара әрекеттесулердің төрт түрі бар: *күшті, электромагниттік, әлсіз және гравитациялық*. Бұл өзара әрекеттесулер элементар бөлшектер арасында туындайтын үдерістердің интенсивтілігімен ерекшеленеді.

Өзара әрекеттесудің интенсивтілігі жайлы өздері тудыратын үдерістердің жылдамдығы (немесе ықтималдық дәрежесі) бойынша бағалауға болады. Әдетте салыстыру үшін соқтығысатын бөлшектердің энергиясы 1 ГэВ-қа (мұндай энергия элементар бөлшектер физикасына тән) жуық болған кездегі үдерістердің жылдамдығы алынады. Өзара әрекеттесудің осы төрт түрінің салыстырмалы сипаттамалары 9.1-кестеде келтірілген, онда бірлік ретінде қабылданған күштімен салыстырғандағы өзара әрекеттесудің интенсивтіліктері, сондай-ақ сәйкес күштердің әсер ету радиусы мен үдерістердің ұзақтығы көрсетілген.

9.1-кесте

Өзара әрекеттесу	Интенсивтілік	Үдерістердің ұзақтығы, с	Әсер ету радиусы, см
Күшті	1	10^{-23}	10^{-13}
Электромагниттік	10^{-2}	10^{-20}	∞
Әлсіз	10^{-14}	10^{-9}	10^{-16}
Гравитациялық	10^{-31}	—	∞

Осы өзара әрекеттесулердің сипаттамаларына толық тоқталайық.

1. *Күшті өзара әрекеттесулер* атомдық ядроларда нуклондарды ұстап тұрады, олар адрондардың (протон, нейтрон, гиперондар, мезондар және т.б.) көпшілігіне тән. Бұл өзара әрекеттесулер қысқа әсерлі: 10^{-13} см-ден жоғары қашықтықтарда олар әсерін тоқтатады, соның салдарынан күшті өзара әрекеттесулер макроскопиялық өлшемдердегі құрылымды құруға қабілетсіз болады.

2. *Электромагниттік өзара әрекеттесулер* электромагниттік өріс арқылы жүзеге асады. Олар күшті өзара әрекеттесулерден айтарлықтай әлсіз, алайда ұзақ әсерліліктің арқасында электромагниттік күштер көптеген жағдайларда басты болып табылады. Дәл осы күштер атомдық ядролардың бөлінуі кезінде пайда болатын жарықшақтардың екпінін тудырады. Осы күштер біз бақылайтын әртүрлі көріністеріндегі: оптикалық, механикалық, жылулық, химиялық және т.б. барлық электрлік және магниттік құбылыстарға жауап береді.

3. *Әлсіз өзара әрекеттесулер* күшті және электромагниттіктермен салыстырғанда айтарлықтай кішкентай болады. Әлсіз өзара әрекеттесулер әмбебап: олар барлық өзара әрекеттесулерде бар болады.

4. *Гравитациялық өзара әрекеттесулер* ең әлсіз болады. Олар әмбебап. Алайда, элементар бөлшектер үшін осы өзара әрекеттесулердің ешқандай мағынасы жоқ, сондықтан элементар бөлшектердің қазіргі заман физикасы – бұл гравитациясыз физика. Осыған байланысты бұдан ары қарай біз іргелі деп тек күшті, электромагниттік және әлсіз өзара әрекеттесулерді түсінетін боламыз.

Барлық дерлік элементар бөлшектер *тұрақсыз* (фотон, электрон және үш нейтроннан басқалары) болып табылады. Мұндай бөлшектердің өмір сүру

уақыты 10^{-18} -ден 10^{-11} с-қа (*резонанстық* деп аталатындарда бұдан да аз) дейінгі аралықты қамтиды. Алайда, кейбір жағдайларда ол айтарлықтай ұзақ болады: мысалы, еркін нейтронның орташа өмір сүру уақыты 11,7 минутты құрайды.

§ 9.2. Элементар бөлшектерді жіктеу (жүйелеу)

Бозондар мен фермиондар. Барлық бөлшектер (элементар емес бөлшектер мен квази бөлшектерді қосқанда) *бозондар* мен *фермиондар* деп бөлінеді. Бозондар – бұл нөлдік немесе бүтін санды спині бар (фотон, мезон және т.б.) бөлшектер. Ал фермиондар – бұл жартылай бүтін спиніне (электрон, мюон, таон, нейтрино, протон, нейтрон және т.б.) ие бөлшектер.

τ өмір сүру уақыты. Айтып өткендей негізінен барлық бөлшектер тұрақсыз болып келеді, олар басқа бөлшектерге ыдырайды. Өмір сүру уақытына бойынша *тұрақты*, *квазитұрақты* және *резонанстар* деп бөлінеді. Резонанстар деп өмір сүру уақыты $\sim 10^{-23}$ с болатын күшті өзара әрекеттесудің салдарынан ыдырайтын бөлшектерді айтады. Өмір сүру уақыты 10^{-20} с-тан артатын тұрақсыз бөлшектер электромагниттік немесе әлсіз өзара әрекеттесудің арқасында ыдырайды. Сипаттамалық ядролық уақытпен (10^{-23} с) салыстырғанда 10^{-20} с уақытын үлкен деп есептеген жөн. Сол себепті оларды квазитұрақты деп атайды. Ал тұрақты бөлшектерге ($\tau \rightarrow \infty$) тек фотон, электрон, протон және нейтриноны жатқызуға болады.

Өзара әрекеттесуді тасымалдаушылар. Ол элементар бөлшектердің ерекше тобы, оған *фотондар* (электромагниттік өзара әрекеттесудің тасымалдаушысы), оларға тектес *W-* және *Z-бозондар* (әлсіз өзара әрекеттесудің тасымалдаушысы), *глюондар* (күшті өзара әрекеттесудің тасымалдаушысы) мен жорамал *гравитондар* жатады.

Ал қалған бөлшектер өздері қатысатын өзара әрекеттесулерінің сипаттамасына қарай *лептондар* мен *адрондар* деп бөлінеді.

Лептондар. Бұл күшті өзара әрекеттесулерге қатыспайтын және спині $1/2$ -ге тең болатын бөлшектер. Оларға электрондар, мюондар, таондар және оларға сәйкес келетін нейтринолар жатады. Лептондар әлсіз өзара әрекеттесулерге қатысады. Нейтринодан басқа лептондардан сонымен қатар электромагниттік өзара әрекеттесулерге де қатысады.

Барлық лептондарды *нағыз элементар бөлшектерге* жатқызуға болады, өйткені олардың адрондарға қарағанда ішкі құрылымы бақыланбаған.

Адрондар. Күшті өзара әрекеттесулерге қатысатын элементар бөлшектерді *адрондар* деп атаймыз. Әдеттегідей олар электромагниттік және де әлсіз өзара әрекеттесулерге де қатысады. Бұл бөлшектер ең көп бөлшектер (400-ден астам) тобын құрайды.

Адрондарды мезондар мен бариондар деп жіктейді.

Мезондар – ол нәлдік немесе бүтін санды спині бар адрондар (яғни, бозондар). Оларға π -, K -, және η -мезондар, сондай-ақ көптеген мезондық резонанстар, яғни өмір сүру уақыты $\sim 10^{-23}$ с болатын мезондар жатады.

Бариондар – ол жартылай бүтін спиніне (яғни, фермиондар) және протонның массасынан кем массаларға ие адрондар. Оларға *нуклондар* (протондар мен нейтрондар), *гиперондар* және көптеген *бариондық резонанстар* жатады. Протоннан басқа барлық бариондардың тұрақсыз. Протонның массасынан үлкен массаға ие және өмір сүру уақыты үлкен (ядролықпен салыстырғанда $\sim 10^{-23}$ с) болатын тұрақсыз бариондарды *гиперондар* деп атайды. Бұл Λ , Σ , Ξ және Ω гиперондары. Ω -ның спині $3/2$, басқа гиперондардың барлығының спині $1/2$ -ге тең. $\tau \sim 10^{-10} \div 10^{-19}$ с уақыт аралығында олар нуклондар мен жеңіл бөлшектерге (π -мезондарға, электрондарға, нейтриноға, γ -кванттарына) ыдырайды.

Көрнекілік үшін элементар бөлшектердің негізгі жіктеуін (жүйелеуін) 9.2-кестеге келтірейік.

9.2-кесте

Фотондар	Лептондар	Адрондар		
		Мезондар	Бариондар	
			Нуклондар	Гиперондар
γ	e, μ, τ, ν	π, K, η және резонанстар	p, n	$\Lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$ және резонанстар

Элементар бөлшектердің толығырақ жіктелуі артқы бетінде (мұқабаның соңғы беттерінде) кесте түрінде келтірілген. Осы кестедегі бөлшектердің кейбір сипаттамаларына түсініктеме қажеттілік туындау барысына байланысты төменде келтірілетін болады.

§ 9.3 Антибөлшектер

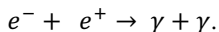
Бөлшектер мен антибөлшектер. Антибөлшектердің бар болуы элементар бөлшектердің әмбебап қасиеті болып табылады. Әр бөлшекке өзінің антибөлшегі сәйкес келеді: мысалы, e^- электронға $-e^+$ позитрон, p^+ протонға $-p^-$ антипротон, n нейтронға $-n$ антинейтрон және т.б. Позитрон мен антипротон, электрон мен протоннан ең алдымен электрлік зарядының таңбасында ерекшеленеді. Антинейтрон нейтроннан магниттік моментінің таңбасымен ерекшеленеді.

Жалпы айтқанда антибөлшектердің бөлшектерден айырмашылығы тек *зарядтарының* (электрлік, бариондық, лептондық, оғаштық) таңбасында, олармен белгілі сақталу заңдарға байланысты (ол жайлы келесі параграфта толығырақ қарастырылады). Олардың масса, спин және өмір сүру уақыты тәрізді сипаттамалары бірдей болып табылады.

Кейбір жағдайларда антибөлшек өзінің бөлшегімен сәйкес келеді, яғни бөлшек пен антибөлшектің барлық қасиеттері бірдей болады. Мұндай бөлшектерді *нағыз бейтарап* деп атайды. Оларға, мысалы, фотон, γ , π^0 -мезон және η^0 -мезондар жатады.

Бөлшектер мен антибөлшектер түсінігі салыстырмалы болып табылады. Электронды бөлшек деп есептейді, әлемде электрондар басым болғандықтан және де позитрондар ерекше бөлшек болғандықтан олар антибөлшек болып саналады. Электрон мен протонды шартты түрде бөлшек деп есептеп, ары қарай сақталу заңдарының көмегімен әрбір элементар бөлшек – бөлшек па әлде анти бөлшек па екендігін нақты анықтауға болады (келесі параграфтағы мысалды қара).

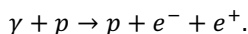
Аннигиляция және жұптардың пайда болуы. Электронның позитронмен кездесуі кезінде олардың аннигиляциясы жүзеге асады, яғни олардың γ -кванттарына айналуы, мысалы, былай:



Осы кезде γ -кванттың біреуінің сәулелене алмайтындығын ескерте кетейік, себебі бұл жағдайда импульстің сақталу заңы бұзылып қалады. Егер үдерісті электрон мен позитронның импульстерінің қосындысы нөлге тең болатын Ц-жүйесінде қарастыратын болсақ.

Аннигиляция үдерісіне кері үдеріс бар – *жұптардың пайда болуы*: γ кванты e^-e^+ жұбын туындата алады. Ол үшін γ -кванттың энергиясы жұптың $2m_e c^2$ өзіндік энергиясынан кем болмау керек. Бұл үдеріс тек атомдық ядроның өрісінде ғана жүре алады, әйтпесе импульстің сақталу заңы бұзылады. Шындығында, Ц-жүйесінде пайда болған жұптың импульсінің қосындысы нөлге тең болар еді, егер оны туындатқан γ -квантының импульсі нөлден өзгеше болса. Атомдық ядро бар кезде ядро γ -квантының импульсін импульстің сақталу заңы бұзбай қабылдайды.

Мысал. Тыныштық күйдегі протонда электрон-позитрон жұбының туындауы мүмкін болатын γ -квантының ε_{\min} ең кіші энергиясын анықтаймыз:



(П.3) өрнегінің инварианттылығын пайдаланып, яғни $E^2 - p^2 = m^2$ теңдігінің сол жақ бөлігін Л-жүйесінде, ал оң жағын – Ц-жүйесінде жазайық:

$$(\varepsilon_{\min} + m_p)^2 - \varepsilon_{\min}^2 = (m_p + 2m_e)^2,$$

мұнда $p_{\min} = \varepsilon_{\min}$ екендігі, сонымен қатар барлық үш бөлшекте Ц-жүйесінде $\varepsilon = \varepsilon_{\min}$ кезінде тыныштықта болу керектігі ескерілген. Жақшаларды ашып сәйкес қосылғыштарды қысқартқаннан кейін, алатынымыз:

$$\varepsilon_{\min} = 2m_e(1 + m_e/m_p) = 2m_e = 1,02 \text{ МэВ}.$$

Тек қана электрон протонмен ғана емес, сонымен қатар кез-келген бөлшек өзінің антибөлшегімен аннигиляцияға ұшырайды. Алайда ауыр бөлшектер мен антибөлшектердің аннигиляциясы кезінде басым көпшілік жағдайда π -мезондар (γ -кванттарының бөлігі айтарлықтай аз мөлшерде) пайда болады. Бұл әртүрлі өзара әрекеттесулердің түрінің пайда болуымен шартталған: электронның позитронмен аннигиляциясы *электромагниттік* өзара әрекеттесумен туындаса, ал одан да ауыр бөлшектердің аннигиляциясы – *күшті* өзара әрекеттесумен туындайды.

§ 9.4. Сақталу заңдары

Сақталу заңдарының маңызы. Сақталу заңдары элементар бөлшектер физикасында аса маңызды рөл атқарады. Ол келесі екі жағдаймен шартталған:

1. Олар әртүрлі өзара әрекеттесулердің салдарын шектеп қана қоймай, сонымен қатар осы салдарлардың барлық мүмкіндіктерін анықтайды, сондықтан болжамдалу дәрежесінің жоғары болуымен ерекшеленеді.

2. Бұл салада сақталу заңдарының ашылуы бірқалыпты теорияның пайда болуынан бұрын болды. Элементар бөлшектер үшін сақталу заңдарының көпшілігі тәжірибелерден анықталған, ал олардың күйінің сәйкес іргелі заңдары әлі белгісіз болған. Сондықтан сақталу заңдары мұнда ең басты рөл атқарады және құрылымы әлі ашылмаған үдерістерді талдауға мүмкіндік береді.

Макроскопиялық үдерістерге қарағанда қарағанда элементар бөлшектер үшін сақталу заңдарының басым көпшілігі орындалады. Бұл заңдардың барлығы *дәл және жуықталған* деп бөлінеді. Дәл сақталу заңдары барлық іргелі өзара әрекеттесулерде, ал жуықталған – тек кейбіреуінде ғана орындалады.

Энергия, импульс және импульс моментінің сақталу заңдары дәл заңдарға жатады. Және де *барлық зарядтардың* сақталу заңдары да дәл заңдар болып табылады (олар жайлы төменде айтылады). Бұл заңдардың пайда болуы әлі анықталмаған. Тек бір нәрсе ғана анық: бұл зарядтардың әрқайсысы бөлшектің қандай да бір ішкі қасиетін сипаттайды.

Көптеген тәжірибелік дәлелдер зарядтарды енгізуге мәжбүрледі, табиғаты электрлік емес және сақталатын зарядтардың бар болуын жоққа шығармаған жағдайда ғана мұны түсіндіру мүмкін болды.

Бес түрлі заряд белгіленген: Q электрлік, B бариондық және L_e, L_μ және L_τ үш лептондық зарядтар. Барлық элементар бөлшектерде бұл зарядтар тек бүтін санды мәнге ие (Q заряды – бұл элементар зарядтың бірлік саны).

Бариондық заряд. Егер де бариондар мен антибариондарға төмендегідей болатын B бариондық зарядын тіркесек онда, бірінші жағдай бариондар (нуклондар мен гипорандар) үшін, екіншісі антибариондар үшін орындалады:

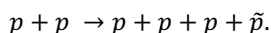
$$B = \begin{cases} +1, \\ -1 \end{cases}$$

ал қалған бөлшектерге – бариондық заряд $B = 0$ болады, сонда бариондар мен антибариондар қатысқан барлық үдерістер үшін қосынды бариондық заряд сақталады. Міне осыны *бариондық зарядтың сақталу заңы* деп атайды.

Басқа зарядтар сияқты бариондық заряд та аддитивті: бөлшектердің күрделі жүйесі үшін әрбір түрдің заряды жүйедегі барлық бөлшектердің сол түрінің зарядтарының қосындысына тең. Мысалы, атом ядросының бариондық заряды берілген ядроның нуклондарының барлық бариондық зарядтарының қосындысына тең. Басқаша айтқанда, ядроның бариондық заряды оның A массалық санына тең.

Бариондық зарядтың сақталу заңына сәйкес, $B = +1$ немесе -1 -ге ие бөлшектері тек $B = 0$ болатын бөлшектерге ғана ыдырамайды. Мысалы, энергияның, импульстің, моменттің және электрлік зарядтың сақталу заңдарымен тыйым салынбаса да, p протон e^+ позитрон мен γ фотона айнала алмайды. Бұл айналуға салынған тыйымды бариондық зарядтың сақталу заңының бұзылуымен түсіндіруге болады: протонда $B = +1$ болса, ал γ -кванты мен позитронда $B = 0$ болады. Мұндай айналу мүмкін болған жағдайда, онда ол заттардың атомдарының аннигиляциясына әкеп соқтырушы еді, себебі пайда болған позитрон атомдық электрондармен аннигиляцияланушы еді.

Осы заңнан антибарион тек өзінің барионымен жұптасып қана пайда болатындығы туындайды. Мысалы, антипротон мына реакцияда туындайды:



Екі антипротон туындауы мүмкін, онда екі жаңа протон да пайда болады.

Лептондық зарядтар. Лептондық зарядтардың үш түрлі бар: L_e электрондық (e мен ν_e үшін), L_μ мюондық (μ мен ν_μ үшін) және таондық L_τ (τ мен ν_τ үшін). Мұндағы ν_e, ν_μ, ν_τ – электрондық, мюондық және таондық нейтрино. Тәжірибеден көретініміздей, бұл *әртүрлі* нейтринолар.

Лептондық зарядтардың көмегімен тәжірибе жүзінде дәлелденген тұйықталған жүйеде кез келген үдерістер кезінде лептондар мен антилептондар санының арасындағы айырманың сақталу заңы оңай түсіндіріледі.

Біріншісі лептондар үшін ($e^-, \nu_e; \mu^-, \nu_\mu; \tau^-, \nu_\tau$), ал екіншісі антилептондар үшін ($e^+, \bar{\nu}_e; \mu^+, \bar{\nu}_\mu; \tau^+, \bar{\nu}_\tau$) орындалады:

$$L_e = L_\mu = L_\tau = \begin{cases} +1; \\ -1. \end{cases}$$

Қалған элементар бөлшектер үшін лептондық зарядтары *нөлге тең* деп қабылдайды.

Лептондық зарядтың сақталу заңы, мысалы, нейтронның ыдырауы кезінде:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \tilde{\nu}_e \quad (9.2)$$

электронмен бірге электрондық антинейтриноның туындауын талап етеді, өйткені бұл екі бөлшектің лептондық зарядтарының қосындысы нөлге тең. Осылайша, біз (8.1) өрнегін нақтылап алдық және де 201-бетте ν шамасының орынына $\tilde{\nu}_e$ шамасы болу керектігі анықталды. Сондай-ақ, осы (9.2) айналуынан p протонның ($B = +1$) бөлшек болу салдарынан, n нейтронның да ($B = +1$) бөлшек болып табылатындығы туындайды.

Лептондық зарядтың сақталу заңымен келесі үдерістердің мүмкін болмайтындығы түсіндіріледі:

$$\nu_e + p \nrightarrow e^{+} + n, \quad \nu_{\mu} + p \nrightarrow \mu^{+} + n, \quad (9.3)$$

алайда басқа сақталу заңдарымен оларға тыйым салынбаған. Ал лептондық зарядтың сақталу заңын қанағаттандыратын мына үдерістер:

$$\tilde{\nu}_e + p \rightarrow e^{+} + n, \quad \tilde{\nu}_{\mu} + p \rightarrow \mu^{+} + n \quad (9.4)$$

тәжірибе жүзінде бақыланған.

Осы екі мысалдан нейтринолардың (электрондық та, мюондық та) өзінің антибөлшектеріне тең еместігін көруге болады. ν_e мен ν_{μ} – әртүрлі бөлшек екендігі белгілі болғаннан кейін, әртүрлі L_e және L_{μ} лептондық зарядтар енгізілді. L_{τ} таондық лептондық зарядын енгізу жағдай да тура осылай болды.

С оғаштық. Гиперондар жоғары энергиялы адрондардың соқтығысуының салдарынан пайда болатындығы анықталды. Демек олардың пайда болуы күшті өзара әрекеттесумен байланысты, және де гиперондардың өмір сүру уақыты шамамен 10^{-23} с (күшті өзара әрекеттесумен шартталған үдерістерге тән уақыт) болу керек. Ал тәжірибе жүзінде олардың өмір сүру уақыты 10^{13} есе үлкен екендігі анықталды. Гиперондардың мұндай күйі оғаш болып көрінді.

Сонымен қатар, бұл үдерістерде гиперондар жеке емес, тек қана жұптасып туындайтындығы анықталды. Мысалы, протондардың соқтығысуы кезінде:

$$p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^{+}, \quad (9.5)$$

сонымен бірге Λ^0 -гипероны тек K^{+} -мезонмен немесе Σ^{+} -гиперонмен бірге ғана пайда болады, алайда ешқашан K^{-} -мезонмен немесе Σ^{-} -гиперонмен бірге пайда болмайды.

Гиперондар мен K -мезондарды *оғаш бөлшектер* деп атайды. Туындағаннан кейін бұл бөлшектер *әлсіз* өзара әрекеттесудің салдарынан баяу және бір-біріне тәуелсіз ыдырайды.

Оғаш бөлшектердің жұптық туындауы мен баяу ыдырауының сандық сипаттамасын беру үшін *S-оғаштық* кванттық саны енгізілді. Егер Λ^0, Σ^+, K^- бөлшектері $S = -1$, ал Ξ бөлшегі $-S = -2$ және Ω^- -гипероны $-S = -3$ оғаштығына ие болады деп есептесек, онда оғаш бөлшектердің күйін түсіндіруге болады. Сәйкес антибөлшектің оғаштығы модулі бойынша бірдей, ал таңбасы бойынша қарама-қарсы болады.

Бұл ретте күшті және электромагниттік өзара әрекеттесулерде оғаштық сақталады, ал әлсіз өзара әрекеттесулерде ± 1 мәніне өзгере алады.

Адрондардың *B* бариондық заряды мен *S* оғаштығы жайлы мағлұматтар 9.3-кестеде көрсетілген.

9.3-кесте

Зарядтар	Мезондар	Бариондар					
		нуклондар		гиперондар			
		π, K^+, η	p	n	Λ	Σ	Ξ
<i>B</i>	0 0 0	+1	+1	+1	+1	+1	+1
<i>S</i>	0 +1 0	0	0	-1	-1	-2	-3

(9.5) реакциясындағы протондар қарапайым бөлшек бола тұра оғаштыққа ие болмайды, оларда $S = 0$. Осылайша, $0 + 0 \rightarrow 0 - 1 + 1$, яғни оғаш бөлшектер жұбының пайда болуы кезінде оғаштық сақталады. Ал оғаш бөлшектердің қарапайым бөлшектерге (оларда $S = 0$ болатын) ыдырауы оғаштықтың сақталу заңының бұзылуымен жүреді. Осы бұзылыммен оғаш бөлшектердің ыдырауының баяулығы түсіндіріледі.

***C* тәнтiлiк (сүйкiмдiлiк) және *b* сұлулық (көркемдiлiк).** Бұл кванттық сандар *S* оғаштық кванттық санының баламалары болып табылады. Олар тек күшті және электромагниттік өзара әрекеттесулерде ғана сақталады. *C* және *b* кванттық сандары өте аз бөлшектерге, яғни экзотикалық (*D*- және *F*-мезондарына, Λ_c^- , Λ_b^- -бариондарына) бөлшектерге тән болғандықтан, біз осымен шектелеміз.

§ 9.5. Жұптылық

Жұптылық түсінігі *инверсия* операциясының салдарынан туындайды. Микробөлшектің күйі кванттық теорияда Ψ -функциясы арқылы сипатталатындығын білеміз. Осы функцияның кеңістіктік инверсия, яғни x, y, z -пен төмендегідей байланысқан x', y', z' координаталарына өту кезінде қалай әсер ететіндігін анықтайық:

$$x' = -x, y' = -y, z' = -z, \quad \text{немесе} \quad r' = -r.$$

9.1-суреттен көріп отырғанымыздай, мұндай түрлендірулер оң бұранда жүйесінен сол бұранда жүйесіне және керісінше өту болып есептеледі. Басқа сөзбен айтқанда, кеңістіктің инверсия, *O* координата басы (кеңістікте ол *XU*-

жазықтығы) арқылы өтетін, осы жазықтыққа перпендикуляр (ол суреттегі Z осі) остің айналасынан 180° -қа бұрылатын кеңістікке қатысты айналық шағылуынан құралады. Нәтижесінде оң «бұранда» (n) сол «бұрандаға» (n') айналады.

Кеңістіктің инверсияның ерекшелігі айналық шағылумен шартталған. Осыған байланысты оны әдетте *айналық шағылу* деп атайды.

Кез келген уақыт мезетінде кеңістіктің инверсия кезінде Ψ -функциясы мүлдем өзгермейді немесе оның таңбасы ғана өзгереді. Бірінші жағдайда, $\Psi(r, t)$ функциясымен сипатталатын күйді *жұп*, ал екіншіде – *тақ* деп атайды.

Инверсия кезіндегі Ψ -функциясының күйі осы функциямен сипатталатын бөлшектердің ішкі қасиеттеріне тәуелді болады. Бөлшек сәйкесінше оң немесе теріс *ішкі жұптылыққа* ($P = +1$ немесе $P = -1$) ие болады деп айтады.

Ішкі жұптылық бөлшектің масс, электрлік заряд және спин сияқты шамалармен қатар нақты ішкі қасиеттерін сипаттайды. Жұп түріне, мысалы, электрондар, протондар мен нейтрондар жатады. Тақ түріне, мысалы, π -мезондар жатады.

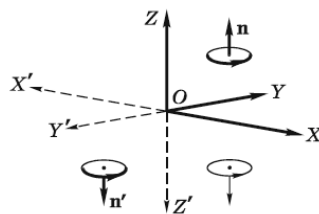
Жұптылық тек кванттық сан болғандықтан, оның классикалық баламасы болмайды.

Жұптылық үш іргелі өзара әрекеттесулердің (күшті, электромагниттік және гравитациялық) айналық шағылуға қатысты симметриясының арқасында маңызды физикалық шама болып табылады. Барлық фундаменталдық өзара әрекеттесулер (әлсізден басқасы) физикалық жүйелерде, сонымен қатар олардың айналық көшірмесі болып табылатын жүйелерде де бірдей жүзеге асады.

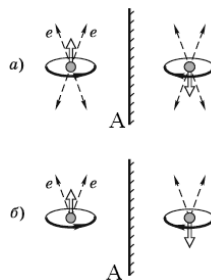
Бұны кеңістіктік инверсияға қатысты *іргелі өзара әрекеттесулердің* (әлсізден басқасының) *инварианттылығы* деп атайды. *Жұптылықтың сақталу заңы* осы симметрияны білдіреді:

Әлсіз өзара әрекеттесудің әсері ескермеуге болатындай аз болған жағдайда кванттық күйдің жұптылығы уақытқа тәуелді болмайды.

Айналық симметриямен қатар, оны сипаттайтын жұптылықтың сақталу заңы әлсіз өзара әрекеттесумен шартталған әсерлерге дейінгі дәлдікпен орындалатындығын атап өткен жөн. Өзара әрекеттесулердің «әлсіздігінің» салдарынан басым көпшілік микробөлшектер үшін сол өзара әрекеттесулерді ескермеуге болады, осы жағдайларда жұптылық айтарлықтай төзімді кванттық сан болып табылады.



9.1-сурет



9.2-сурет

Алайда әлсіз өзара әрекеттесулер (мысалы, ядролардың β -ыдырау, немесе $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ үдерісі) негізгі эффект ретінде болатын үдерістерде жұптылықтың сақталуы, яғни сол жақтағы мен оң жақтағының осы өзара әрекеттесулерге қатысты физикалық тұрғыдағы теңсіздігі бақыланады.

Теориялық түрде бұны Ц. Ли мен Ч. Янг (1956). Олар Ву Цзянь-сун мен оның қызметкерлері жүзеге асырған тәжірибенің идеясын ұсынған. Идеяның мәнісі мынада: егер табиғаттағы оң жақ пен сол жақ ажыратылмайтын болса, онда β -ыдырау кезінде электрондардың ядроның спинінің бағытына және карама-қарсы бағытта ұшып шығуының мүмкіндігі тең болу керек.

Шындығында, ядроның айналық шағылуы кезінде оның «айналуының» бағыты, яғни спиннің бағыты карама-қарсы бағытқа (9.2-суретінде спиннің бағыты қос бағытталған кесіндімен көрсетілген) өзгереді. Егер ядро екі бағытқа бірдей ықтималдықпен электрон шығаратын болса (9.2, *a*-суреті), онда айналық шағылған ядро (спин) – электрондар жүйенің өзінен айнамай қалады (олар тек А айнасына перпендикуляр остің айналасында бір-біріне қатысты 180° -қа бұрылған). Егер де электрондар бір бағытқа көбірек (9.2, *b*-суреті) шығарылатын болса, онда «сол жақ» пен «оң жақ» түрлі болып шығады.

Ву тәжірибелерінде β -активті ^{60}Co кобальттың спиндері магниттік өрістің көмегімен бір бағытқа бағдарланған. Электрондардың басым көпшілігі ядролық спиндердің бағытына карама-қарсы бағытта шығарылатындығы анықталды. Осылайша, әлсіз өзара әрекеттесулердегі (β -ыдыраулармен шартталған) оң жақтағы мен сол жақтағының теңсіздігі эксперимент жүзінде дәлелденді.

§ 9.6. Изотоптық спин

Физикалық қасиеттері бойынша бір-біріне жуық күшті өзара әрекеттесуші бөлшектерді (адрондарды) *изотоптық мультиплеттер* (дублеттер, триплеттер және т.б.) деп аталатын топтарға бөлуге болады. Әрбір мультиплеттегі бөлшектер күшті өзара әрекеттесулерге бірдей мөлшерде қатысады, олардың массалары шамамен тең және бір-бірінен электрлік зарядының шамасымен ерекшелене отырып, олар бірдей бариондық зарядқа, спинге, ішкі жұптылыққа, оғашықтыққа ие болады. Егер де электромагниттік және әлсіз өзара әрекеттесулер болмаған жағдайда осындай бөлшектердің барлық қасиеттері бірдей болар еді.

Электрлік зарядтардан тәуелсіз болуын шын мәнінде күшті өзара әрекеттесулердің *изотоптық* (немесе *зарядтық*) *тәуелсіздігі* деп атайды. Осылайша, протон мен нейтронды изотоптық дублетке біріктіреді. Бұл екі бөлшек бір ғана бөлшектің – нуклонның әртүрлі кванттық күйі ретінде қарастырылады. Изотоптық триплеттер – ол, мысалы, (π^-, π^0, π^+) және $(\Sigma^-, \Sigma^0, \Sigma^+)$ болады. Мультиплеттерге кірмейтін жалғыз бөлшектер де бар болады, оларды *синглеттер* (η – мезон, Λ – және Ω – гиперондары) деп атайды.

Қарапайым спинмен ұқсастығы бойынша әрбір зарядтық мультиплетке T изотоптық спиннің (қысқаша *изоспиннің*) белгілі мәнін тіркейді. T -ның мәнін $2T + 1$ мәні мультиплеттегі бөлшектер санына тең болатындай етіп таңдайды. Мультиплеттің жеке бөлшектеріне түрлі T_z – ойша алынған изотоптық кеңістіктегі Z осіне түсірілген *изоспиннің проекциясының* мәні тіркеледі. Сонымен бірге электрлік заряды үлкен бөлшекке $-T_z$ -тың үлкен мәні тіркеледі. Мысалы, нуклондар үшін $T = 1/2$, протондарда $T_z = +1/2$, нейтрондарда $T_z = -1/2$ болады; π^-, π^0, π^+ үшін T_z -тың мәні $+1, 0, -1$ тең болғанда, π -мезондар* үшін $T = 1$ болады.

Сақталу заңы изоспинмен де байланысқан. Күшті өзара әрекеттесулер кезінде T изоспині де, сонымен қатар оның проекциясы да сақталады. Электромагниттік кезінде – тек T_z ғана, ал T изоспинінің өзі сақталмайды. Әлсіз өзара әрекеттесулер әдетте T изоспинінің өзгеруімен жүзеге асады.

Изоспин түсінігі айтарлықтай кең ауқымды болды. Изотоптық инварианттылықтың негізінде жаңа бөлшектердің массасы мен зарядының бар болуын болжауға болады. Дәл осылайша белгілі π^\pm, Σ^\pm және Ξ^- шамалары бойынша π^0, Σ^0, Ξ^0 бөлшектерінің қасиеттері мен бар болуы жорамалданды. Қорыта келе, изоспин түсінігінің тек элементар бөлшектерге ғана емес, сонымен қатар атомдық ядроларға да тиімді пайдаланылатындығын айта кетейік.

§ 9.7. Адрондардың кварктық үлгісі

Кварктар. Адрондардың көптүрлілігі олардың «элементарлығына» күмән тудырды, сол себепті осы жағдай олардың құралуы мүмкін болатын іргелі, әрі бастапқы бөлшектерді іздестіруге түрткі болды. Қазіргі таңда фотон мен лептондардың ғана ішкі құрылымы анықталмаған. Ал адрондардың құрама сипаты (теориялық және тәжірибе жүзінде дәлелденген) анықталған.

Адрондардың барлығы *кварктар* деп аталатын бөлшектерден құрылады деген гипотезаны 1964 жылы ең алғаш ұсынған Гелл-Манн мен Цвейг болған. Кварктық гипотезаның негізінде әлдеқашан белгілі болған адрондардың құрылымы ғана түсіндіріліп қоймай, сонымен қатар жаңа адрондардың бар екендігі болжалды. Төменде адрондардың кварктық үлгісінің қазіргі заманғы бейнесі көрсетілген.

Қазіргі таңда кварктардың бес түрінің (немесе хош иісінің): u, d, s, c, b бар екендігі анықталды. Барлық кварктардың спині $1/2$ -ге және бариондық заряды $B = 1/3$ -ге тең болады. Осы бөлшектердің (яғни, сәйкес кванттық сандардың) қалған қасиеттері 9.4-кестеде келтірілген.

* π -мезон жағдайында бір зарядтық мультиплетте бөлшек (π^+) пен антибөлшектің (π^-) бірігу жағдайы, мультиплетке кіретін бөлшектер электрлік зарядтың *тек* шамасы немесе таңбасымен ерекшеленуі керек екендігімен түсіндіріледі. Мультиплеттегі бөлшектердің қалған өзге шамалары бірдей болуы керек, аталған триплеттің барлық үш құраушылары үшін осы жағдай орын алады.

9.4-кесте

Кварк	Q электрлік заряды	S оғаштығы	C сүйкімділігі	b сұлулығы
u	$2/3$	0	0	0
d	$-1/3$	0	0	0
s	$-1/3$	-1	0	0
c	$2/3$	0	1	0
b	$-1/3$	0	0	1

Осылайша, кварктар осы күнге дейін белгілі барлық бөлшектерден өзінің Q және B зарядтарының төзімділігімен айтарлықтай күшті ерекшеленеді.

s кваркы оғаштық, c – сүйкімділік b – сұлулық көзі болып табылады.

Сәйкес антикварктар кварктардан Q, B, S, C және b зарядтарының таңбасымен ерекшеленеді.

Кварктардың зарядтарын мезондар мен бариондардың зарядтарымен салыстыра отырып біз әрбір мезон кварк-антикварк жұбынан, ал әрбір барион үш кварктан құралады деген қорытындыға келеміз. Шындығында, тек кварк-антикварк ғана $B = 0$ шамасына ие болады және тек үш кварк ғана спині жартылай бүтін, ал бариондық заряды $B = 1$ шамасына тең болатын бөлшекті құрайды. 9.5-кестеде спиндері жақшада көрсетілген кейбір адрондардың кварктық құрамы келтірілген. Мұнда кварктар мен антикварктардың спиндерінің «бағдары» шартты түрде бағытталған кесінділермен көрсетілген.

9.5-кесте

Бөлшектер	$\pi^+(0)$	$\pi^-(0)$	$p(1/2)$	$n(1/2)$	$\Omega^-(3/2)$
Құрамы	$u\bar{d}(\uparrow\downarrow)$	$\bar{u}d(\uparrow\downarrow)$	$uud(\uparrow\uparrow)$	$udd(\uparrow\uparrow)$	$sss(\uparrow\uparrow)$

Сонымен қатар, шынайы бейтарап π^0 -мезоны сондай кварктардан мен антикварктардан құралады. $u\bar{u}$ және $d\bar{d}$ күйлердің кез келген біреуінде бірдей ықтималдықпен орналаса отырып, осы күйлердің суперпозициясы болып табылады.

9.5-кестеден Ω^- -гипероны спиндері параллель (кейбір өзге адрондарда да осындай жағдай орын алады) болатын үш s -кварктан құралады. Бұл жартылай бүтін спині бар бірдей бөлшектерге бір күйде болуға тыйым салатын Паули принципімен үйлеспейді.

Осы қарама-қайшылықты жою үшін, кварктарды бір-бірінен ажыратуға мүмкіндік беретін қандай да бір ішкі еркіндік дәрежесінің болуы жайлы болжам ұсынылды. Осы еркіндік дәрежесін $t\bar{u}c$ деп атады.

Кварктың әрбір түрі (хош иісі) үш: *қызыл, жасыл және көгілдір* түстерімен сипатталады. Олардың қосындысы *түссіз*. Әрбір антикварктың түсі кварктың түсіне қосымша ретінде қабылданады, сол себепті кварк-антикварк жұбы да түссіз.

Паули принципімен қайшылығы адрондардың *түссіздік принципінің* көмегімен жойылды. Бұл принцип қоспасы түссіз болатын түрлі-түсті кварктардың үйлесімдері ғана мүмкін болады. Осы принципке сәйкес Ω^- -гиперон қоспасы түссіз болатын үш түрлі түсті *s*-кварктарынан құралады. Түстері әртүрлі болатын кварктар бірдей болмағандықтан, Ω^- -гиперонның кварктық құрылымы Паули принципімен үйлеспейтін болады. Антикварктарға әрбіреуі, түс-антитүс құрамын түссіз деп есептейтіндей өз түсіне қосымша болатын, антитүстер берді.

Қазіргі заманғы түсініктер бойынша күшті өзара әрекеттесулер кварктар арасындағы массасыз бөлшек – *глюондармен* алмасу арқылы жүзеге асады. Люондар кварктар тудыратын және өздеріне әсер ететін өрістің кванттары болып табылады. Сондай-ақ, олар түс тасымалдаушылары болып табылады. Сондықтан глюндарды шығарған және жұтқан кездерде кварктардың түстері өзгерсе, олардың хош иістері сақталады. Мысалы, *u*-кваркы *s*-кваркына айналмайды.

Осылайша, түрлі-түсті кварктардың үлгісіне сәйкес кварктар адрондардың түссіздігін бұзбай соларда өзінің түсін үнемі өзгертеді.

Кварктық үлгінің негізіндегі адрондардың сәтті жіктелуі – бұл оның пайдасына жасалған салмақты дәлел болып табылады. Жоғары энергиялық электрондармен нуклондарды және адрондарды тікелей жарықтандыру тәжірибелері жайлы да айтып өткен жөн. Алынған нәтижелерді талдау арқылы адрондар ішінде электрондар электрлік зарядтары $+2/3$ және $-1/3$ болатын нүктелік зарядтарында шашырайды, оның үстіне осы бөлшектер (кварктар) құрылымсыз нүктелік элементтер ретінде әрекет етеді.

Кварктардың ерекше әрекеттілігі. Еркін кварктарды анықтау жолындағы көптеген ізденістер сәтсіз болып шықты. Шамасы, еркін күйдегі кварктар болмайды, бұл кварктар арасындағы өзара әрекеттесу күштерінің ерекше қасиетінің дәлелі болса керек. Атап айтқанда, гипотезалардың біреуіне сәйкес кварктар арасындағы қашықтық артқан сайын олардың арасындағы өзара әрекеттесу күші кемімейді, міне осы жағдайымен кварктар өзге бөлшектерден қатты ерекшеленеді. Сондықтан, адронда кварктарды байланыстыратын қашықтыққа қатысты кемімейтін күшке адроннан кваркты жұлып алу үшін шексіз үлкен энергия жұмсау керек. Кварктардың осындай әрекеттілігі мынаған негізделген: кварктар шығаратын глюндардың барлығы глюондық өрістің жіңішке түтікшесін құрай отырып, кварктар арқылы өтетін түзудің маңында ғана жиналып шоғырланады. Себебі осы кезде глюондық өріс қоршаған кеңістікте «шашырамайтындықтан», глюондар да адрондардан ұшып шықпайды, сондықтан оларды да анықтау мүмкін емес.

Электронмен соқтығысуы нәтижесінде энергияға ие болған кварк адроннан тыс ұшып шықпайды, ол сол энергияны кварк-антикварк жұбын, яғни мезондар негізіндегі жаңа адрондарды құруға жұмсайды.

Еркін күйдегі кварктардың бақыланбайтындығының басқа да себебі бар екендігі жоққа шығарылмайды, мысалы олардың массаларының өте үлкен болуы. Бұл дегеніміз, олардың адрондардағы байланыс энергиясы аса үлкен болғандықтан қазіргі заманғы үдеткіштер үшін мүмкін емес болады.

Дегенмен, қазіргі таңда шынайы элементар немесе іргелі бөлшектер деп фотон, лептондар және кварктарды санайды.

Есептер

Назар аударыңыздар! 9.1-9.6-есептерінде 1-Қосымшада келтірілген қысқартылған белгіленулер қолданылған (мысалы, p мен m – бұл pc және mc^2 шамаларының қысқартылған жазбасы).

9.1. Релятивистік қатынастар. Импульсі p болатын m массалы релятивистік бөлшектің K кинетикалық энергиясын анықтау керек.

Шешуі: $E^2 - p^2 = m^2$, мұндағы $E = m + K$ болатын өрнектің инварианттылығынан табатынымыз:

$$K^2 + 2mK - p^2 = 0,$$

Оның түбірі төмендегідей болады:

$$K = m + \sqrt{m^2 + p^2} = m \left(\sqrt{1 + (p/m)^2} - 1 \right).$$

9.2. Уақытты баяулату. Кинетикалық энергиясы K болатын релятивистік π -мезон пайда болу орнынан ыдырауға дейін орта есеппен l арақашықтығын ұшып өтеді. Осы мезондардың τ_0 өзіндік өмір сүру уақытын табу керек.

Шешуі: Зертханалық санақ жүйесіндегі бөлшектің өмір сүру уақыты мен оның τ_0 өзіндік өмір сүру уақыты $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$ қатынасымен байланысқан, мұндағы $\beta = v/c$ және $\tau = l/v$. Сонда, алатынымыз:

$$\tau_0 = \frac{l}{\beta c} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{l}{c} \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1}. \quad (*)$$

β^2 -ты K арқылы өрнектейміз. Бөлшектің толық энергиясына арналған формуладан алатынымыз:

$$E = m + K = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Осы жерден табатынымыз:

$$\beta^2 = 1 - \left(\frac{m}{m + K} \right)^2.$$

Осы өрнекті (*) өрнегіне қойып, алатынымыз:

$$\tau_0 = \frac{l}{c} \frac{m}{\sqrt{K(K + 2m)}}$$

9.3. Бөлшектердің ыдырауы. Тыныштанған π -мезон муон мен антинейтриноға ыдырады. Муонның кинетикалық энергиясын табу керек.

Шешуі: Ыдырау энергиясы $Q = m_\pi - m_\mu$, мұнда антинейтриноның массасы нөлге тең болатындығы ескерілген. Q энергиясы – бұл муон мен антинейтриноның қосынды кинетикалық энергиясы:

$$Q = K_\mu + E_\nu. \quad (1)$$

Бұдан басқа, жүйенің қосынды энергиясы нөлге тең, ал бұл дегеніміз

$$p_\mu = p_\nu. \quad (1)$$

Осы формулалардан туындайтыны:

$$Q = K_\mu + p_\nu = K_\mu + p_\mu = K_\mu + \sqrt{K_\mu(K_\mu + 2m_\mu)},$$

осы жерден $K_\mu = Q^2 / (Q + m_\mu)$ болады, немесе (1)-ді ескере отырып алатынымыз:

$$K_\mu = (m_\pi - m_\mu)^2 / 2m_\pi.$$

9.4. K_Σ кинетикалық энергиясы бар Σ -гиперон ұшып келе жатып бейтарап бөлшекке және де, Σ -гиперонның қозғалысының бастапқы бағытына тік бұрышпен K_π энергиясымен ұшып шыққан, π -мезонға ыдырады. Бейтарап бөлшектің (оны x көрсеткішімен белгілейміз) тыныштық энергиясын анықтау керек.

Шешуі: Осы үдерістегі импульс пен толық энергияның сақталуын негізге аламыз:

$$p_\Sigma = p_x + p_\pi, E_\Sigma = E_x + E_\pi. \quad (1)$$

p_π және p_Σ векторларының арасындағы бұрыш тік болғандықтан, Пифагор теоремасы бойынша, алатынымыз:

$$p_x^2 = p_\Sigma^2 + p_\pi^2. \quad (2)$$

Сонымен қатар, (1) теңдіктерінің екіншісін квадраттап, жазатынымыз:

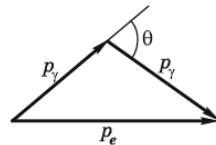
$$E_x^2 = E_\Sigma^2 - 2E_\Sigma E_\pi + E_\pi^2. \quad (3)$$

(Қ.3')-ке сәйкес $E^2 - p^2 = m^2$ екенін ескере отырып, (3)-тен (2)-ні алып тастаймыз. Нәтижесінде алатынымыз:

$$m_x = \sqrt{m_\Sigma^2 + m_\pi^2 - 2(m_\Sigma + K_\Sigma)(m_\pi + K_\pi)}.$$

9.5. Бөлшектердің аннигиляциясы. Кинетикалық энергиясы K_e болатын релятивистік позитрон тыныштықтағы еркін электронға ұшып барып соқтығысады. Аннигиляцияның нәтижесінде энергиялары бірдей екі γ -кванты туындайды. Олардың екеуінің бағыттары арасындағы θ бұрышын анықтау керек.

Шешуі: γ -кванттарының энергиялары бірдей болған кезде осы үдерістің импульстерінің үшбұрышы теңқабырғалы



9.3-сурет

болады (9.3-сурет). Косинустар теоремасы бойынша

$$p_e^2 = 2p_\gamma^2 + 2p_\gamma^2 \cos \theta = 2p_\gamma^2(1 + \cos \theta). \quad (1)$$

Бұдан басқа, аннигиляцияға дейінгі және одан кейінгі толық энергияның теңдеуінен алатынымыз:

$$K_e + 2m_e = 2E_\gamma = 2p_\gamma. \quad (2)$$

p_e -ты K_e арқылы өрнектейміз. (К.5')-ке сәйкес

$$p_e^2 = K_e(K_e + 2m_e). \quad (3)$$

Содан кейін (2) өрнегінен p_γ шамасы мен (3) өрнегін (1) бастапқы формуласына қоямыз. Сонда

$$K_e(K_e + 2m_e) = (K_e + 2m_e)^2 \frac{1 + \cos \theta}{2}. \quad (4)$$

$1 + \cos \theta = 2 \cos^2(\theta/2)$ екенін ескере отырып, нәтижесінде алатынымыз:

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2m_e/K_e}}$$

9.6. Реакцияның энергетикалық шегі. Массасы m релятивистік бөлшек M массалы тыныштықтағы бөлшекке келіп соқтығысуының нәтижесінде жаңа бөлшектердің туындау реакциясын қоздырады:

$$m + M \rightarrow m_1 + m_2 + \dots,$$

мұндағы сол жақта туындайтын бөлшектердің массалары жазылған. $E^2 - p^2$ шамасының инварианттылығын пайдалана отырып ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің шектік кинетикалық энергиясына арналған формуланы алу керек.

Шешуі: Аталған шаманың инварианттылығынан алатынымыз:

$$(K_{\text{шек}} + m) + M^2 - K_{\text{шек}}(K_{\text{шек}} + 2m) = (m_1 + m_2 + \dots)^2, \quad (*)$$

мұндағы теңдіктің сол жағы L -жүйесінде, ал оң жағы C -жүйесінде жазылған. Мұнда $K_{\text{шек}}$ шектік мән кезінде туындаған бөлшектердің тыныштықта (C -жүйесінде) болатындығы ескерілген.

(*) теңдігінің сол жағындағы жақшаны ашып, қысқартып мына формулаға келеміз:

$$(m + M)^2 + 2MK_{\text{шек}} = (m_1 + m_2 + \dots)^2.$$

Осы жерден ізделінді өрнек:

$$K_{\text{шек}} = \frac{(m_1 + m_2 + \dots)^2 - (m + M)^2}{2M}.$$

Есептеу жүргізу үшін алымын түрлендіру (квадраттар айырымы ретінде) ыңғайлы.

9.7. Лептондық және бариондық зарядтар. Осы зарядтардың сақталуының көмегімен келесі үдерістердің мүмкін болатындығын немесе болмайтындығын анықтау керек:

- 1) $n \rightarrow p + e^- + n_e$, 4) $K^+ \rightarrow \mu^+ + n_\mu + \pi^0$,
 2) $\tilde{n}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$, 5) $\pi^- + n \rightarrow K^- + K^0$,
 3) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \tilde{n}_e + n_\mu$, 6) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$.

Шешуі: Келесі үдерістер мүмкін емес: (1), себебі лептондық заряд сақталмайды ($0 \neq 0 + 1 + 1$); (3), себебі электрондық та, мюондық та зарядтар сақталмайды; (5), себебі бариондық заряд сақталмайды ($+1 \neq 0 + 0$).

9.8. Оғаштық. Төменде келтірілген үдерістердің қайсысы оғаштықтың сақталу заңымен тыйым салынған:

- 1) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$, 4) $\tilde{p} + n \rightarrow \Lambda + \tilde{\Sigma}^+$,
 2) $\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+$, 5) $\Sigma^- + p \rightarrow \Lambda + n$,
 3) $\tilde{p} + p \rightarrow \tilde{\Sigma}^+ + \tilde{K}^0 + n$, 6) $\pi^- + n \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$.

Шешуі. S оғаштықтың мәндерін барлық үдерістерге қоямыз:

- 1) $0 + 0 \rightarrow -1 + 1$, 4) $0 + 0 \rightarrow -1 + 1$,
 2) $0 + 0 \rightarrow -1 - 1$, 5) $-1 + 0 \rightarrow -1 + 0$,
 3) $0 + 0 \rightarrow +1 - 1 + 0$, 6) $0 + 0 \rightarrow -2 + 1 - 1$.

Оғаштықтың қосынды мәні (2)-ші және (6)-шы үдерістерде ғана сақталмайтындығы анықталды.

9.9. Төменде келтірілген ыдыраулардың қайсы арналарына тыйым салынған және неліктен:

- а) $\Sigma^- \begin{cases} n + \pi^- & (1) \\ \Lambda + \pi^- & (2) \end{cases}$ б) $\Xi^- \begin{cases} p + 2\pi^- & (1) \\ \Lambda + \pi^-, \Lambda \rightarrow p + \pi^- & (2) \end{cases}$

Шешуі: а) (2) арнасына энергетикалық тұрғыда тыйым салынған: $m_\Sigma < m_\Lambda + m_\pi$;
 б) (1) арнасына S оғаштықтың сақталу заңымен тыйым салынған:

$$-2 \rightarrow 0 + 0 + 0, \text{ яғни } |\Delta S| = 2.$$

9.10. Кварктар. 9.4-кестесінің көмегімен K^+ -мезонның, сонымен қатар Λ^0 және Ω^- гиперондарының кварктық құрамын анықтау керек.

Шешуі: Мезондар кварк пен антикварктан құралуы керек, себебі олардың бариондық заряды $B = 0$ болады. K^+ -мезон жағдайында $Q = 1, B = 0, S = +1$ болады. Бұл тек $K^+(u\bar{s})$ жағдайында ғана мүмкін болады.

Гиперондардың бариондық заряды $B = 1$ болады, Λ -гиперонының оғаштығы $S = -1$, ал Ω -гиперонының $S = -3$ болады. Әрбір кварк $B = 1/3$ шамасына те болады, яғни осы гиперондар үш кварктан құралуы керек. Сонымен қатар, Λ^0 -гипероны үшін $Q = 0$ болады. Бұл тек $\Lambda^0(uds)$ жағдайында ғана мүмкін. Ω^- -гипероны үшін $Q = -1, S = -3$. Бұны тек үш кварктың көмегімен ғана жүзеге асыруға болады: $\Omega^-(sss)$.

Қосымшалар

1. Релятивистік динамиканың негізгі теңдеулері

Бөлшектің релятивистік импульсі:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad (\text{К},1)$$

E толық энергияның K кинетикалық энергиямен байланысы:

$$E = mc^2 + K. \quad (\text{К},2)$$

E толық энергия мен p импульс арасындағы қатынас:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 = \text{inv}, \quad (\text{К},3)$$

$$p = Ev/c^2, \quad (\text{К},4)$$

$$pc = \sqrt{K(K + 2mc^2)}. \quad (\text{К},5)$$

Бұл қатынастарды қазіргі таңда төменгі қысқартылған белгіленулерді пайдалана отырып, тұтас түрде жазу қабылданған:

- 1) mc^2 және pc шамаларын *энергетикалық бірліктерде* өрнектеп m және p түрінде белгілейді (мысалы, МэВ шамасында);
- 2) барлық жылдамдықтарды жарық жылдамдықтарында өрнектеп β түрінде белгілейді:

$$\beta = v/c.$$

Осы белгіленулер формулалардың түрін, сонымен қатар түрлендірулері мен есептеулерін оңайлатады. Жоғарыдағы формулаларды осы белгіленулермен келтіреміз:

$$p = \frac{m\beta}{\sqrt{1-(\beta)^2}} \quad (\text{К},1')$$

$$E = m + K. \quad (\text{К},2')$$

$$E^2 - p^2 = m^2 = \text{inv}, \quad (\text{К},3')$$

$$p = E\beta, \quad (\text{К},4')$$

$$p = \sqrt{K(K + 2m)}. \quad (\text{К},5')$$

2. (2.1) формуласының қорытындысы

Энергияның сақталу заңынан шашыраған бөлшектің импульсінің модулі шашырағанға дейінгі түрде өзгермей қалатындығы туындайды, себебі шашырау жүзеге асатын ядроны біз қозғалмайды (массасының үлкен болуы салдарынан) деп есептейміз. Шашыраған бөлшектің импульс модулінің өсімшесі (Қ.1, б-суреті):

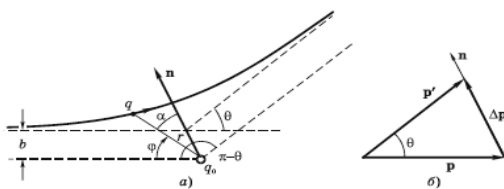
$$|\Delta p| = 2p_0 \sin(\theta/2). \quad (\text{Қ.6})$$

Сонымен қатар, Қ.1, а-суретінен төмендегі жағдай туындайды:

$$|\Delta p| = \int F_n dt = \int \frac{qq_0}{r^2} \cos \alpha \cdot dt, \quad (\text{Қ.7})$$

мұндағы F_n - (q_0) ядросының тарапынан ұшып келіп соқтығысатын бөлшекке (q) әсер ететін кулондық күштің Δp бағытына түсірген проекциясы. (Қ.7)-дағы интегралды Қ.1, а-суретіне сәйкес α, φ, θ бұрыштарының $\alpha + \varphi = (\pi - \theta)/2$ қатынасымен байланысын ескере отырып, алатынымыз:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \varphi.$$



Қ.1-сурет

Сонда $\cos \alpha = \sin(\varphi + \theta/2)$ болады және де $dt = d\varphi/\dot{\varphi}$ шамасына ауыстырған соң (Қ.7) интегралын төмендегідей түрде көрсетуге болады:

$$|\Delta p| = \int \frac{qq_0}{r^2} \frac{\sin(\varphi + \theta/2) d\varphi}{\dot{\varphi}}. \quad (\text{Қ.8})$$

dt шамасын ауыстыру бөлімінде $r^2 \dot{\varphi}$ шамасын алу үшін жасалған. Ол q_0 ядросы арқылы өтетін және сурет жазықтығына перпендикуляр Z өсіне қатысты M_z импульс моментімен байланысқан. Шындығында, $M_z = mrv_\varphi = mr^2 \dot{\varphi}$, мұндағы v_φ - r радиус-векторына перпендикуляр e_φ ортогоналына түсірілген бөлшектің жылдамдығының проекциясы. Ұшып келіп соқтығысатын бөлшекке (q_0 ядросына қатысты) әсер ететін күш моменті

ылғи нөлге тең болады. Сондықтан M_z моменті сақталады және де өзінің бастапқы bp , яғни $r^2\dot{\varphi} = bv_0$ тең болады.

Енді 0 -ден $\pi - \theta$ -ға дейінгі аралықта (К.8)-ны φ бойынша интегралдаймыз. Нәтижесінде, алатынымыз:

$$|\Delta p| = \frac{qq_0}{bv_0} 2\cos\frac{\theta}{2}. \quad (\text{К.9})$$

(К.9) мен (К.6)-ны салыстыру арқылы ізделінді қатынасты аламыз:

$$\text{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{qq_0}{2bK}. \quad (\text{К.10})$$

мұндағы, b – нысаналық параметр, K – ядродан алшақ жердегі ұшып келіп соқтығысатын бөлшектің кинетикалық энергиясы екендігін еске сала кетейік.

3. Кейбір шамалардың бірліктерінің арасындағы қатынастар

Шама	Халықаралық өлшеу бірліктері жүйесі (СИ)	Гаусс жүйесі (СГС)	Қатынас
F күш	Н	дин	10^5
A жұмыс, E энергия	Дж	эрг	10^7
p импульс	кг · м/с	г · см/с	10^5
L импульс моменті	Дж · с	эрг · с	10^7
q заряд	Кл	СГСЭ бірл.	$3 \cdot 10^7$
φ потенциал	В	СГСЭ бірл.	$1/300$
E өрістің кернеулігі	В/м	СГСЭ бірл.	$1/(3 \cdot 10^4)$
p_e электрлік момент	Кл · м	СГСЭ бірл.	$3 \cdot 10^{11}$
I ток күші	А	СГСЭ бірл.	$3 \cdot 10^9$
B магниттік индукция	Тл	Гс	10
p_m магниттік момент	А · м ²	СГСМ бірл.	10^3

Жүйеден тыс бірліктер

$1 \text{ жыл} = 3,11 \cdot 10^7 \text{ с}$ $1 \text{ \AA} (\text{ангстрем}) = 10^{-8} \text{ см}$ $1 \text{ б} (\text{барн}) = 10^{-24} \text{ см}^2$ $1 \text{ Ки} (\text{кюри}) = 3,70 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$	$1 \text{ м. а. б.} = \begin{cases} 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ г} \\ 931,50 \text{ МэВ} \end{cases}$ $1 \text{ эВ} = \begin{cases} 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} \\ 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{cases}$
--	---

4. Халықаралық өлшеу бірліктер жүйесі мен Гаусс жүйесіндегі кейбір шамалардың формулалары

Шама	Гаусс жүйесі	Халықаралық өлшеу бірліктер жүйесі
Кулон заңы	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$
q нүктелік заряд өрісінің потенциалы	$\varphi = \frac{q}{r}$	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$
Тоғы бар түйістің магниттік моменті Лоренц күші	$p_m = \frac{1}{c} IS$	IS
R Ридберг тұрақтысы, c^{-1}	$F = q[\mathbf{vB}]$	$\frac{q}{c} [\mathbf{vB}]$
$R' = \frac{R}{2\pi c}$, cm^{-1}	$R = \frac{me^4}{2\hbar^3}$	$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{2\hbar^3}$
Бірінші бор радиусы	$R' = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3}$	$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{4\pi\hbar^3}$
Сутегі атомындағы электронның байланыс энергиясы	$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}$	$4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2}$
Бор магнетоны	$E_{байл} = \frac{me^4}{2\hbar^2}$	$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{4\hbar^2}$
Гиромагниттік қатынас	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$\frac{e\hbar}{2m_e}$
	$g = \frac{e}{2mc}$	$\frac{e}{2m}$

5. Жеңіл нуклидтердің массалары

Z	Нуклид	$M - A$ нуклидтің массасының артық мөлшері, м.а.б.	Z	Нуклид	$M - A$ нуклидтің массасының артық мөлшері, м.а.б.
0	n	0,00867	6	^{11}C	0,01143
				^{12}C	0
1	^1H	0,00783	7	^{13}C	0,00335
				^{13}N	0,00574
				^{14}N	0,00307
2	^2H	0,01410	8	^{15}N	0,00011
				^{15}O	0,00307
				^{16}O	-0,00509
3	^3H	0,01605	9	^{17}O	-0,00087
				^{19}F	-0,00160
				^6Li	0,01513
4	^4He	0,01603	10	^{20}Ne	-0,00756
				^7Li	0,01601
				^7Be	0,01693

5	${}^8\text{Be}$	0,00531	11	${}^{23}\text{Na}$	-0,01023
	${}^9\text{Be}$	0,01219		${}^{24}\text{Na}$	-0,00903
	${}^{10}\text{Be}$	0,01354	12	${}^{24}\text{Mg}$	-0,01496
	${}^{10}\text{B}$	0,01294			
	${}^{11}\text{B}$	0,00930			
Ескерту. Мұндағы, M – м.а.б.-тегі нуклидтің массасы, A – массалық сан.					

6. Грек әліпесі

A, α – альфа	I, ι – йота	P, ρ – ро
B, β – бета	K, κ – каппа	Σ, σ – сигма
Γ, γ – гамма	Δ, λ – ламбда	T, τ – тау
Δ, δ – дельта	M, μ – мю	Υ, ν – ипсилон
E, ε – эпсилон	N, ν – ню	Φ, φ – фи
Z, ζ – дзета	Ξ, ξ – кси	χ, χ – хи
H, η – эта	O, o – омикрон	Ψ, ψ – пси
$\Theta, \theta, \vartheta$ – тета	Π, π – пи	Ω, ω – омега

7. Кейбір физикалық тұрақтылар

Вакуумдағы жарық жылдамдығы	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Гравитациялық тұрақты	$\gamma = \begin{cases} 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2) \\ 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2) \end{cases}$
Авогадро тұрақтысы	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсал газ тұрақтысы	$R = \begin{cases} 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \\ 8,314 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль}) \end{cases}$
Больцман тұрақтысы	$k = \begin{cases} 1,3807 \cdot 10^{-16} \text{ эрг}/\text{К} \\ 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К} \\ 0,8617 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}/\text{К} \end{cases}$
Элементар заряд	$e = \begin{cases} 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ} \\ 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \end{cases}$
Электронның массасы	$m_e = \begin{cases} 0,911 \cdot 10^{-27} \text{ г} \\ 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ м. а. б.} \\ 0,511 \text{ МэВ} \end{cases}$

Электронның меншікті заряды	$\frac{e}{m_e} = \begin{cases} 5,27 \cdot 10^{-17} \text{ ГСЭ} \\ 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг} \end{cases}$
Протонның массасы	$m_p = \begin{cases} 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ г} \\ 1,007276 \text{ м. а. б.} \\ 938,28 \text{ МэВ} \end{cases}$
Протонның меншікті заряды	$\frac{e}{m_p} = \begin{cases} 2,87 \cdot 10^{-14} \text{ ГСЭ} \\ 0,959 \cdot 10^8 \text{ Кл/кг} \end{cases}$
Планк тұрақтысы	$\hbar = \begin{cases} 1,0546 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с} \\ 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ 0,6582 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с} \end{cases}$
Ридберг тұрақтысы	$R = 2,067 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ $R' = R/2\pi c = 1,097 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$
Бірінші бор радиусы	$r_1 = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см}$
Сутегі атомындағы электронның байланыс энергиясы	$E = 13,56 \text{ эВ}$
Электронның комптондық толқын ұзындығы	$\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-10} \text{ см}$
Электронның классикалық радиусы	$r_e = 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ см}$
Бор магнетоны	$\mu = \begin{cases} 0,9274 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/Гс} \\ 0,9274 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл} \\ 0,5788 \cdot 10^{-8} \text{ эВ/Гс} \end{cases}$
Ядролық магнетон	$\mu_n = \begin{cases} 5,051 \cdot 10^{-24} \text{ эрг/Гс} \\ 5,051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл} \\ 3,152 \cdot 10^{-12} \text{ эВ/Гс} \end{cases}$
Протонның магниттік моменті	$\mu_p = 2,7928\mu_n$
Нейтронның магниттік моменті	$\mu_n = -1,913\mu_n$
Электрлік тұрақты	$\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м}$ $1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магниттік тұрақты	$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ $\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ Гн/м}$

Пәндік көрсеткіш

А

Адрондар 193
Адрондардың кварктық үлгісі 197
Адрондардың түссіздік принципі 199
Айналмалы деңгейлер 103, 104
Айналмалы деңгейлердің спектрі 104
Айналмалы кванттық санды іріктеу ережелері 103
Айналмалы молекуланың спектрі 108
Айналмалы толқындық сан 57
Айналмалы энергия 109
Айну еселігі 111
Активтілік 163
Альфа-бөлшектің шашырауы 172
Альфа ыдырау 164
Альфа-ыдырау энергиясы 165
Аналық ядро 164
Аннигиляция 190
Антибөлшектер 189
Антинейтрон 189
Антипротон 189
Анықталмағандықтар қатынастары 62
Анықталмағандық принципі 62
Аралық (құрама) ядро 174, 179
Атомдық ядроның сипаттамасы 172, 190
Атомның қаңқасы 115

Ә

Әрекет 61

Б

Бальмер сериясы 38
Бальмер формуласы 38
Бариондар 189
Бариондық заряд 191
Бариондық зарядтың сақталу заңы 192
Бариондық резонанстар 189
Барн 173
Бас кванттық сан 117
Беккерель 163
Бетта спектрі 208
Бета-ыдырау энергиясы 165

Бета ыдырау 164
Бозондар 188
Бор магнетоны 140
Бор постулаттары 39
Бор радиусы 43
Бор теориясы 46
Бордың жиіліктер ережесі 40
Бордың кванттау ережесі 50
Боте және Гейгер тәжірибесі 27
Боте тәжірибесі 20
Бөлшектің күйі 72
Брэгг-Вульф формуласы 56
Бұрыштық моменттерді қосу 120
Бұрыштық моменттік операторы 100

В

Виртуалды бөлшектер 161
Ву тәжірибесі 196

Г

γ-сәулелердің резонанстық жұтылуы 170
Гамма ыдырау 164, 168
Гиперондар 189
Гиромангниттік қатынас 46
Глюондар 199
Гравитондар 188
Гравитациялық ығысу 171

Д

Де-Бройль гипотезасы 52
Де-Бройльдік толқын ұзындық 69
Де-Бройль толқыны 67
Де-Бройль толқындарының сынуы 70
Дебройльдік толқындардың топтық жылдамдығы 53
Дебройльдік толқындардың фазалық жылдамдығы 57
Де-Бройль формуласы 52
Дейтерий 154
Дейтрон 154
Дифференциалдық қима 35

Доплер әсері 31
Дэвиссон және Джермер тәжірибесі 54

Е

Екіатомды молекула 103, 104

Ж

j - j байланысы 134
Жалпыланған Бальмер формуласы 38
Жартылай ыдырау периоды 163
Жұптылықтың сақталу заңы 195
Жұптардың туындауы 190
Жұту жолағының шеті 134
Жұптылық 194

З

Зеeman эффектісі 143
Зеемандық ығысу 144

И

Изоспиннің проекциясы 197
Изоспиннің сақталу заңы 197
Изотоптар 154
Изотоптық мультиплеттер 196
Изотоптық (изоспин) спин 196
Изохроматтар әдісі 20
Инверсия 194
Импульс квадратының операторы 95, 96
Импульс моменті 99
Импульс моментінің операторы 96
Импульс моментінің проекциясы 97
Импульс моментінің проекциясының операторы 97

К

K -қармау 166
 K -сериясы 133
Квазитұрақты бөлшектер 188
Кванттау 72
Кванттық осциллятор 81
Кванттық осциллятордың энергиясы 81
Кванттық теорияның негізгі постулаттары 95
Кварктар 197
Кварктың түсі 199
Кварктың хош иісі 197, 199
Кеністіктік кванттау 102
Классикалық сипаттаманың белгісі 61

Коммутирленетін операторлар 94
Комптон әсері 23
Комптон әсері жайлы теория 24
Комптон тәжірибесі 23
Комптондық толқын ұзындық 25
Комптондық ығысу 24
Комптонның кері әсері 30
Корпускулалық толқындық дуализм 22
Кюри 163

Қ

Қабықша 33
Қалыпты байланыс 124
Құрама ядро арқылы жүретін ядролық реакция 174
Қысқа әсерлі өзара әрекеттесу күштері 187
Қысқа толқынды шекара 28, 19

Л

L, S, J кванттық сандарын іріктеу ережелері 126
Лайман сериясы 38
Ланде көбейткіші (факторы) 143
Лептондар 188
Лептондық заряд 192
Лептондық зарядтың сақталу заңы 192
Литий атомы деңгейлерінің сұлбасы 128
Лорентцтік ығысу 144

М

m_L, m_S, m_J магниттік кванттық сандарын іріктеу ережелері 101
Магниттік момент 45, 140
Массаның ақауы 156
Массалық сан 154
Мезондар 160, 189
Мезондық резонанстар 189
Меншікті активтілік 163
Мессбауэр әсері 169
Мозли заңы 133
Молекулалардың тербелістері 83
Мөддірлік коэффициенті 86
Мультиплеттілік 122
Мюондық нейтрино 192

Н

Нағыз бейтарап бөлшектер 190
Нағыз элементар бөлшектер 188

Нәзік құрылым 122
Нәзік құрылымның заңдылықтары 122
Негізгі күй 43
Нейтрино 168
Нейтрон 153
Нейтронның массасы 160
Нормалау шарты 73
Нөлдік энергия 82
Нуклидтар 154
Нуклондар 160
Нуклондардың өзара әрекеттесу механизмі 160
Нысаналық параметр 35, 37

О

Оғаш бөлшектер 193
Оғаштық 203
Оғаштықтың сақталу заңы 203
Оператор 94
Операторлардың коммутативтілігі 105
Орбиталдық (l) кванттық санды іріктеу ережелері 111
Орбиталдық момент 114
Орбиталдық (азимуталдық) толқындық сан 100

Ө

Өзара әрекеттесулерді тасымалдаушылар 188
Өзіндік күйлер 98
Өзіндік мәндер 99
Өзіндік функция 99

П

Пашен-Бак эффектісі 143
Паули принципі 126
Паунд және Ребка тәжірибесі 171
Планк тұрақтысы 101
Позитрондық ыдырау 166
Потенциалдық тосқауыл 14, 16
Протон 153
Протонның массасы 153
Пси-функция 61

Р

Радиоактивтілік 162
Радиоактивті ыдырау заңы 162
Радиоактивті ядро 162
Радиоактивтіліктің түрлері 164

Радиоспектроскопия 149
Реакцияның шегі 177
Резерфорд формуласы 34
Резонанстық потенциалдар 41
Рентгендік сәулелердің дифракциясы 56
Рентгендік спектрлердің аса нәзік құрылымы 134
Рессель-Саундерс байланысы 124
Ридбергтік түзету 117
Ридберг тұрақтысы 133
Ротатор 103

С

Серияның шекарасы 39
Сипаттамалық рентгендік сәулелену 132
Спектрлік белгіленулер 125
Спектрлік заңдылықтар 38
Спиндік магниттік момент 142
Спиндік момент 141, 142
Сутегі атомын кванттау 110
Сутегі атомының бор ұсынған үлгісі 42
Суперпозиция принципі 73
Сұлулық 194, 198

Т

Табиғи (калыпты) шарттар 98
Тақ, жұп күйлер 124, 195
Таондық нейтрино 192
Таралудың бар болу ережелері 97
Тежеуіш рентгендік сәулелену 19
Тербелмелі айналмалы жолақтар 104
Термдер 44
Толық магниттік момент 142
Толтырылған қабықша 129, 162
Толық энергияның (гамильтониан) операторы 96
Томсон және Тартаковский тәжірибесі 58
Триплеттер 125
Тритий 154
Тритон 154
Тербелмелі деңгейлер 83, 104
Толқындық сан 52
Толқындық функция 61
Толық момент 120
Төменгі қабықша 127
Туннельдік әсер 87
Туынды ядро 64
Тұрақты бөлшектер 188
Түрлі-түсті кварктар үлгісі 199

Ф

Фабрикант, Биберман және Сушкин
тәжірибесі 59
Фермиондар 188
Фотон 188
Фотоэффект 13
Фотоэффектінің қызыл шекарасы 14
Фотоэффект үшін Эйнштейн
формуласы 15
Фотоэффектінің шегі 16
Франк пен Герц тәжірибесі 39

Х

Хунд ережесі 130

Ц

C-(санак) жүйесі 8

Ш

Шредингердің стационарлық теңдеуі 74
Шредингердің уақыттық теңдеуі 74
Штерн және Герлах тәжірибесі 75
Шығу жұмысы 15

Ы

Ыдырау тұрақтысы 163
Ықтималдық ағынының тығыздығы 85
Ықтималдық тығыздығы 86

І

Іргелі өзара әрекеттесулер 186
Ішкі жұптылық 195

Ішкі конверсия 169

Э

Эйнштейннің фотоэффект жайлы
теориясы 15
Эквивалентті электрондар 129
Экзоэнергетикалық ядролық реакция 175
Электрлік заряд 195, 198
Электрондық конфигурация 130
Электрондық парамагниттік резонанс
(ЭПР) 148
Элементар бөлшектердің өмір сүру
уақыты 188
Эндоэнергетикалық ядролық реакция 175
Эффективті кима 35

Ю

Юкава гипотезасы 160

Я

Ядролардың үлгілері 161
Ядролық күштердің ерекшеліктері 159
Ядролық күштердің қанығуы 159
Ядролық магнетон 153
Ядролық өзара әрекеттесу күштері 161
Ядролық реакцияның шығымы 173
Ядролық реакцияның энергиясы 174
Ядролық реакцияның энергетикалық
сұлбасы 175
Ядролық үлгі 33
Ядроның қозу энергиясы 169

И.Е. ИРОДОВ

**КВАНТТЫҚ ФИЗИКА
НЕГІЗГІ ЗАҢДАР**

Оқулық

Басуға 12.12.2012 ж. қол қойылды. Қағазы офсеттік.
Қаріп түрі «Times». Пішімі 60x90^{1/16}. Офсеттік басылым.
Баспа табағы 13,5. Таралымы 1100 дана. Тапсырыс № 7583.

Қазақстан Республикасы «Полиграфкомбинат»ЖШС-і,
050002, Алматы қаласы, М. Мақатаев көшесі, 41.

Элементар бөлшектердің кестесі

Бөлшек		Символ*	Масса, МэВ	Зарядтар				
				Q	L_e	L_μ	L_τ	B
Фотон		γ	0	0	0	0	0	0
Лептондар	Нейтрино	$\nu_e \tilde{\nu}_e$	0	0	+1	0	0	0
		$\nu_\mu \tilde{\nu}_\mu$	0	0	0	+1	0	0
		$\nu_\tau \tilde{\nu}_\tau$	0	0	0	0	+1	0
	Электрон	$e^- e^+$	0,511	-1	+1	0	0	0
	Мюон	$\mu^- \mu^+$	105,66	-1	0	+1	0	0
	Таон	$\tau^- \tau^+$	1782	-1	0	0	+1	0
Мезондар	Пи-мезондар	π^0	135,0	0	0		0	0
		$\pi^+ \pi^-$	139,6	-1	0		0	0
	Ка-мезондар	$K^+ K^-$	493,8	+1	0		0	0
		$K^0 \tilde{K}^0$	497,8	0	0		0	0
	Эта-мезон	η	549	0	0		0	0
Фи-мезон	φ	1019	0	0		0	0	
Бариондар	Протон	$p \tilde{p}$	938,26	+1	0		+1	
	Нейтрон	$n \tilde{n}$	939,55	0	0		+1	
	Ламбда-гиперон	$\Lambda^0 \tilde{\Lambda}^0$	1115,6	0	0		+1	
		$\Sigma^+ \tilde{\Sigma}^-$	1189,4	+1	0		+1	
	Сигма-гиперондар	$\Sigma^0 \tilde{\Sigma}^0$	2292	0	0		+1	
		$\Sigma^- \tilde{\Sigma}^+$	1197,4	-1	0		+1	
	Кси-гиперондар	$\Xi^0 \tilde{\Xi}^0$	1314,9	0	0		+1	
		$\Xi^- \tilde{\Xi}^+$	1321,3	-1	0		+1	
Омега-гиперон	$\Omega^- \tilde{\Omega}^+$	1675	-1	0		+1		

* Сәйкес келетін антибөлшектердің символдары оң жағында көрсетілген

Спин, жұптылық I^P	Изоспин		Оғаштық S	Орташа өмір сұру уақыты, τ, c	Бөлшектің ыдырауының негізгі сұлбалары
	T	T_z			
1	—	—	—		—
1/2	—	—	—		—
1/2	—	—	—		—
1/2	—	—	—		—
1/2 ⁺	—	—	—	$2,2 \cdot 10^6$	$e^- \nu_\mu \tilde{\nu}_e$
1/2 ⁺	—	—	—	$3,5 \cdot 10^{-12}$	$\mu^- \nu_\tau \tilde{\nu}_\mu, e^- \tilde{\nu}_e \nu_\tau$
0 ⁻	1	0	0	$0,8 \cdot 10^{-16}$	$\gamma\gamma$
0 ⁻	1	+1	0	$2,55 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu$
0 ⁻	1/2	+1/2	+1	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ \nu_\mu, \pi^+ \pi^0$
0 ⁻	1/2	-1/2	-1	$5,8 \cdot 10^{-8}$	$\pi\mu \nu_\mu$
0 ⁻	0	0	0	$2,4 \cdot 10^{-19}$	$\pi^+ \pi^-$
1	0	0	0	$\sim 10^{-19}$	$\pi^+ \pi^-$
1/2 ⁺	1/2	+1/2	0		—
1/2 ⁺	1/2	-1/2	0	$0,93 \cdot 10^3$	$pe^- \tilde{\nu}_e$
1/2 ⁺	0	0	-1	$2,5 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^-, n\pi^0$
1/2 ⁺	1	+1	-1	$0,8 \cdot 10^{-10}$	$p\pi^0, n\pi^+$
1/2 ⁺	1	0	-1	$< 1 \cdot 10^{-14}$	$\Delta\gamma$
1/2 ⁺	1	-1	-1	$1,5 \cdot 10^{-10}$	$n\pi^-$
1/2 ⁺	1/2	+1/2	-2	$3 \cdot 10^{10}$	$\Lambda\pi^0$
1/2 ⁺	1/2	-1/2	-2	$1,7 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda\pi^-$
3/2 ⁺	0	0	-3	$1,3 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda K^-, \Xi^- \pi^0$

ЕСКЕРТУ. Антибөлшектер бөлшектің масса, өмір сұру уақыты, спин және T изоспинінің мәндері бірдей болатындай және Q электрлік, L лептондық, B бариондық зарядтарының, T_z изоспиннің проекциясының және S оғаштықтың мәндеріне қарама-қарсы болатындай мәндерге ие болады.