

Н.Ілиясов

ЖАЛПЫ

ФИЗИКА КУРСЫ

Н. Ілиясов

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСЫ

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА ЖӘНЕ
БЕЙСЫЗЫҚ ФИЗИКА

Оқу құралы



Алматы
«Білім» баспасы
2003

Қазақстан Республикасы Ақпарат
министрлігінің бағдарламасы бойынша шығарылған

Пікір жазғандар: Физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор *Жаңабаев З. Ж.*,
педагогика ғылымдарының докторы,
профессор *Құрманов М. Қ.*

Илиясов Н.

I 46 **Жалпы физика курсы:** Молекулалық физика. Бейсызық
физика. Оқу құралы. – Алматы: «Білім», 2003. – 352 б.

ISBN 9965–09–228–1

Оқу құралында заттардың газ тәріздес, сұйық, қатты күйле-
ріндегі қасиеттері мен құрылымы қазіргі ғылыми көзқарас
тұрғысында қарастырылған және соңғы кездері қарқынды да-
мып келе жатқан, түбірі бейсызық физика болып табылатын,
ғылымның жаңа методологиялық бағыты – синергетика баян-
далған.

Кітап университеттер мен педагогикалық институттардың физи-
ка-математика факультеттерінің, техникалық жоғары оқу орын-
дарының студенттері мен оқытушыларына арналған. Сонымен
қатар орта мектеп, гимназия, лицей, колледждердің мұғалімдері
мен оқушыларына да көмегін тигізеді деген ойдамыз.

М $\frac{1604000000}{412(05)-03}$

ББК 22.3 я7

ISBN 9965–09–228–1

© Илиясов Н., 2003

© «Білім» баспасы, 2003

АЛҒЫ СӨЗ

Жалпы физика курсының салаларының ішінде молекулалық физика бөлімі ерекше орын алады. Себебі, ол әртүрлі агрегаттық күйлердегі заттардың физикалық қасиеттерін зерттеу мен түсінуге қатысты нақты мәселелерді қамтиды. Сонымен қатар молекулалық физика бөлімінде студенттер физикалық құбылыстарды зерттеудің термодинамикалық принциптерінің негізімен танысады және бірқатар құбылыстарды саналы да терең түсінудің статистикалық әдісін меңгереді.

Оқу құралында табиғат құбылыстарын зерттеудің термодинамикалық және статистикалық әдістерін қолдану идеал газ және олардың қасиеттерін сипаттау, термодинамиканың бастамалары мен бейсызық физика элементтерін қарастыру барысында кеңінен қолданылады.

Мектеп мұғалімдері макрокопиялық жүйелерді зерттеудің осы екі әдісін терең меңгеруі тиіс. Термодинамикада макрокопиялық денелердің жылулық қасиеттерін қарастыруда, олардың ішкі құрылысы ескерілмейді. Ал статистикалық әдіс құбылыстардың себебін ашуға, термодинамика заңдарының қолданылу шегі мен облысын тағайындауға мүмкіндік береді. Демек, бұл екі әдіс бірін-бірі жоққа шығармайды, қайта толықтырады.

Кітаптың екінші бөлімінде бейсызық физиканың өзекті мәселелері – бейсызық маятниктің тербелісі, объектілердің энтропиясының өзгерісі мен олардың фракталдануы қарастырылған. Нақты физикалық құбылыстар, мүмкін болатын өзара әсерлесу эффектілерін жеткілікті дәрежеде ескерген жағдайда бейсызық күрделі заңдылықтарға ие.

«Бейсызық физика» табиғаты тәуелсіз, барлық физикалық құбылыстарға тең ұғымдарды қолданады, жалпы категориялар мен заңдылықтарды тағайындайды. Студенттерде бұл ұғымдар жалпы физика курсың өту барысында қалыптасуы тиіс.

Бейсызық динамикалық жүйелер, фракталдық объектілердің бөріне ортақ қасиеті, құрылымның дамуы мен түзілуінің ықтималдық сипаты ғылымның жаңа методологиялық бағыты – синергетиканың – материя мен оның қозғалысының өзқауым теориясының мазмұнын ашатын қажетті деректер. Синергетикалық заңдылықтар табиғаты әртүрлі физикалық, химиялық, биологиялық, қоғамдық, өлеуметтік, педагогикалық және т.б. құбылыстарда байқалады.

Оқу құралы ғылымның қазіргі жетістіктеріне сай мазмұнда жазылған. Дегенмен оның кемшілігі жоқ деп санаудан аулақпыз. Сондықтан қайсыбір мәселелерді толықтырып жазудың қажеттілігі мен кездейсоқ және техникалық қателерді көрсеткен оқырмандарға алдын-ала алғысымызды айтамыз.

Бірінші бөлім

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА

КІРІСПЕ

Молекулалық физика заттардың физикалық қасиеттерін олардың ішкі құрылысы, оны құрайтын бөлшектердің қозғалысы мен өзара әсерлесулері тұрғысынан зерттейді. Сондықтан, ол зат құрылымының теориясымен тығыз байланысты және оның негізінде, көптеген тәжірбиелік фактілермен дәлелденген заттар құрылысының молекулалы-кинетикалық теориясы жатады. Бұл теория бойынша барлық денелер өте кіші бөлшектерден, молекулалар мен атомдардан құралады. Олар жылулық қозғалыс деп аталған үздіксіз, бейберекет, ретсіз қозғалыста болады.

Ерте заманның өзінде-ақ тұтас болып көрінетін денелер көзге көрінбейтін кіші бөлшектерден тұрады деген жорамалдар айтылған. Бұл жорамалдар бойынша, кіші бөлшектер одан әрі бөлінбейді деп саналған және оларды атом (грекше «бөлінбейтін») деп атаған. Заттың атомдық құрылысы жөніндегі көзқарасты біршама толық баяндаған грек философтары Демокрит (V ғасыр), Эпикур, Лукерций (б.э.д. III–I ғ.) және т.б. Бірақ олар өз ойларын арнайы тәжірибелік фактілерге негіздемеді. Орта ғасырда грек атомистерінің материалистік ілімін қабылдамаған христиан дінінің әсерінен, бұл атомдық көзқарастар өз қолдаушыларын таппағандықтан ілгері дамымады, ұмытылды. Атомдық көзқарастың қайта дамуы қазіргі жаратылыстану ілімінің пайда болуымен тығыз байланысты.

XVII ғасырда Р.Бойль, И.Ньютон және тағы басқа ғалымдар заттардың атомдық құрылысы туралы ойларын ашық жариялай бастады. XVIII ғасырдың орта шенінде орыс ғалымы М.В.Ломоносов заттарды кіші бөлшектерден-корпускалардан құралатыны туралы өз пікірлерін жариялады. Дегенмен, XIX ғасырдың ортасына дейін жылулық құбылыстарды түсіндірудегі негізгі бағыт жылу тегі теориясына жатады. Бұл теория бойынша жылу тегі – дене қызғанда оған құйылатын, ал суығанда одан ағатын көзге көрінбейтін зат. Шамамен жүз жылдан соң, Р.Майердің (1842), Д.Джоульдің (1843) және т.б.

ғалымдардың жүргізген зерттеулерінің нәтижесінде, жылу тегі теориясының дұрыс еместігі толық дәлелденді. Осы теорияға сәйкес, атына заты сай емес терминдер мен атаулар күні бүгінге дейін қолданылып келеді, мысалы жылу мөлшері, жылу сыйымдылығы және т.б.

Молекулалы-кинетикалық теорияның физикадағы өз орнын табуы ХІХ ғасырдың соңында жарияланған Р.Клаузиустың, Д.Максвеллдің, Л.Больцманның және т.б. ғалымдардың еңбектеріне тығыз байланысты. Сол кездің өзінде көптеген атақты ғалымдар Э.Мах, В.Оствальд және басқалары бұл теорияны дұрыстығына күман келтірді, негізсіз деп санады. Молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі дәлелдемесі ретінде 1908 ж. Броундық бөлшектердің қозғалысын зерттеген француз ғалымы Ж.Перреннің еңбектері болып табылады. Қазіргі кезде молекулалы-кинетикалық теорияның дұрыстығына ешкімнің күманы жоқ. Сөзгіштігі, дәлдігі өте жоғары электрондық микроскоптар арқылы жеке молекулалар мен атомдардың суреттерін алуға мүмкіндік туды. Американдық физиктері, Мичиган университетінің профессорлары Ритц пен Бартел, 500 миллион есе үлкейтілген инертті газдар, аргон мен неон атомдарының суретін алды.

Молекула – заттың физикалық қасиетін сақтай алатын ең кіші бөлшек. Табиғатта кездесетін заттар алуан түрлі және соған сәйкес, оларды құрайтын молекулалар да әртүрлі. Молекулалар атомдардан құралады, мысалы, судың молекуласы оттектің бір атомы мен сутектің екі атомынан түзіледі. Бір атомды инертті газдар үшін молекула және атом ұғымы бір. Бірақ жаратылыста бір-бірінен өзгеше атомдардың саны онша көп емес. Қазіргі кезде, Д.И.Менделеевтің химиялық элементтердің периодты жүйесіне сәйкес 106 элемент бар. Оның 88-і табиғи, 18-і жасанды түрде соңғы кездері алынған. Атом оң зарядталған ядродан және электрондық қабаттардан тұрады. Осы қабаттардағы электрондардың саны ядроға оң зарядталған протондардың санына тең және периодтық жүйедегі элементтің реттік санын көрсетеді. Әртүрлі атомдардың ядролары бір-бірінен өзгеше болғанымен электрондары бірдей. Атомды құрайтын элементар бөлшектер ерекше кванттық қасиетке ие, сондықтан олар классикалық емес кванттық механиканың заңдарына бағынады.

§ 1. ФИЗИКАЛЫҚ ҚҰБЫЛЫСТАРДЫ ЗЕРТТЕУДІҢ ЕКІ ӘДІСІ ТУРАЛЫ

Қазіргі кезде ғылымда табиғаттағы, заттардағы жүріп жатқан құбылыстарды, денелердің қасиеттерін зерттеуде және оларды түсіндіру макроскопиялық және микроскопиялық тұрғыда қарастырылады. Бірінші әдіс, макроскопиялық денелердің қасиеттерін, олардың ішкі құрылыстарының ерекшеліктерін есепке алмай зерттеуге негізделген. Термодинамикалық немесе феноменологиялық деп те аталатын бұл әдіс энергияның сақталу және айналу заңына, макроскопиялық денелермен жүргізілетін байқауларға, физикалық эксперименттің нәтижелеріне сүйенеді. Себебі, термодинамика энергияның бір түрден екінші түрге айналу шарттарын зерттейді және жылулық ауысуларды мөлшерлік жағынан сипаттайды. Оның негізінде өте көп тәжірибелік фактілерге сүйеніп тағайындалған іргелі заңдар (бастамалар) жатыр.

Термодинамиканың дамуы макроденелердің жылулық қасиеттерін зерттеумен, олардың күйін анықтаумен тығыз байланысты. Мұнда заттардың физикалық күйі, оларды анықтауға мүмкіндік беретін, макроскопиялық параметрлермен (T , V , P , n және т.б.) сипатталады. Термодинамикалық әдіс, жан-жақты универсал әдіс болғанымен, біраз кемшіліктері бар. Мысалы, кез-келген денені белгілі сыртқы шарттарда сипаттайтын, параметрлер мен коэффициенттер тәжірибелермен анықталады. Яғни, оларды термодинамикалық бастамалар арқылы теориялық тұрғыда алуға болмайды. Сондықтан, термодинамика зерттелінетін құбылыстар мен процестердің ішкі себептерін аша алмайды деген қорытынды жасалады.

Макроскопиялық денелердің қозғалыс заңдарын Ньютон-Эйнштейн механикасы тағайындаған. Бірақ тәжірибелер мен эксперименттер, макроденелердің физикалық қасиеттері тек механикалық қозғалыстың негізінде ғана анықталмайтындығын көрсетті. Мысалы, мұз күн сәулесінің әсерінен, өз күйін өзгертіп суға айналады, ал су бетіндегі қысымның кенет кемуі, оның бу-

лануын арттырады да, оны мұзға айналдырады. Осыдан, жеке молекулалардың қозғалысы механиканың заңдарына бағынғанымен, молекулалар жиынының бейберекет қозғалысы сапалы түрде одан өзгеше болады. Механиканың заңдары қажет, бірақ молекулалық шоқтардың қозғалыс заңдылықтарын зерттеу, тағайындау үшін жеткіліксіз. Сондықтан молекулалы-кинетикалық теорияда, мөлшерлік заңдылықтар, берілген молекулалар жиынын сипаттауға мүмкіндік беретін, шамалардың орташа мәндерін пайдаланатын статистикалық әдіс қолданылады. Бұл микрофизикалық әдістің негізгі мақсаты заттың қасиеттерін, оның ішкі құрылысы жөнінде түсініктер енгізу арқылы тереңірек зерттеу болып табылады.

Молекулалы-кинетикалық теорияда заттың макрокопиялық қасиеттерін, күйлерін сипаттайтын термодинамикалық параметрлерді (қысым, температура, көлем, тығыздық және т.б.) молекулалар әсерінің жалпы көрінісі ретінде қарастырады. Бұл теория жеке молекуланың емес, өте көп молекулалар жиынының әсері мен қозғалысын сипаттайтын шамалардың орташа мәндері пайдаланғандықтан оны статистикалық физика деп атайды. Статистикалық физиканың классикалық теориясы, қазіргі құрылымы ХХ ғ. басында Дж.Максвелдің, Л.Больцманның, Р.Гиббстің еңбектерінің негізінде қаланған.

Физикалық құбылыстарды зерттеудің осы екі макрокопиялық және микрокопиялық әдістері өзара тығыз байланысты және бірін-бірі толықтырып отырады. Термодинамикалық түсініктерді пайдаланбай молекулалық физиканың мәселелерін баяндау мүмкін емес. Ал термодинамикада қарастырылатын құбылыстар мен процестердің табиғатын молекулалы-кинетикалық теорияның көмегінсіз түсінуге болмайды. Мысалы, термодинамика сұйықтың қайнау температурасы сыртқы қысымның арасындағы мөлшерлік байланысты тағайындайды, бірақ оның «механизмінің» ашпайды. Ал процесті заттың қасиеті мен оның молекулалық құрылысының арасындағы байланысты зерттейтін молекулалы-кинетикалық теория түсіндіреді.

Статистикалық физика мен термодинамикалық әдістер заттардың құрылысын газдарда, сұйықтарда және қатты денелерде жүретін процестерді зерттеуде кеңінен қолданылады. Статистикалық әдіс, қатты дене физикасында, кристалдардың жылулық, электрлік және оптикалық қасиеттерін түсіндіретін теория құруға мүмкіндік берді. Термодинамикалық әдіс теплотехникада, газодинамикада және т.б. кеңінен қолданылады. Соңғы кездері космостық процестер термодинамикасы дамып келеді.

§ 2. МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКАНЫҢ НЕГІЗГІ ТҮСІНІКТЕРІ. ЗАТ МӨЛШЕРІ. МОЛЕКУЛАЛАРДЫҢ МАССАСЫ

Жеке атомдар мен молекулалардың массалары өте кіші, мысалы, тәжірибелер арқылы 1 г суда $3,7 \cdot 10^{22}$ молекула бар екендігі анықталған. Осыдан оның бір молекуласының мас-

сасы мынаған тең: $m_o = \frac{0,001 \text{ кг}}{3,7 \cdot 10^{22}} = 2,7 \cdot 10^{-26}$ кг. Органикалық заттардың молекулаларын есепке алмаған жағдайда, қалған заттардың молекулаларының массасы осы шамалас. Сондықтан, есептеулерге оңай болуы үшін, молекуланың абсолют емес салыстырмалы массасын пайдаланады.

Халықаралық келісім бойынша 1961 жылдан бастап барлық атомдар мен молекулалардың массаларын көміртек атомы $^{12}_6\text{C}$ массасының $1/12$ бөлігімен салыстырады (атомдық массалардың көміртектік шкаласы). Сонда заттың салыстырмалы атомдық (молярлық) массасы деп, осы заттың атомының (молекуласының) m_o массасының көміртек атомының m_{oc} массасының $1/12$ бөлігіне қатынасы айтылады:

$$M = \frac{m_o}{\frac{1}{12} m_{oc}}$$

Барлық химиялық элементтердің салыстырмалы атомдық массалары дәл өлшеулер арқылы анықталған. Қоспалы заттың молекуласының құрамына кіретін атомдардың салыстырмалы массаларының қосындысы, оның салыстырмалы молекулалық массасын береді. Мысалы, судың (H_2O) молекуласының салыстырмалы атомдық массасы 18, себебі, сутектің салыстырмалы атомдық массасы, шамамен 1-ге, ал оттектікі 16-ға тең:

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \cdot 1 + 16 = 18.$$

Мысалы, салыстырмалы атомдық массасы A_1 химиялық элементтің m_1 грамында n молекула болсын. Егер салыстырмалы атомдық массасы A_2 басқа химиялық элементтің дәл осы мөлшердегі молекуласын алсақ, онда екінші элементтің атомының массасы m_2 мына қатынаспен анықталады:

$$m_2 = \frac{A_1}{A_2} m_1.$$

Осыдан химиялық қарапайым заттардың мөлшерлерін, олардың массаларының қатынасы салыстырмалы атомдық массаларының қатынасындай етіп алынса, бұл заттардағы атомдар

саны бірдей деген қорытынды жасалады. Демек, кез-келген екі заттың мөлшері, олардың массаларының қатынасы салыстырмалы молекулалық массаларының қатынасындай етіп алынса, олардағы молекулалар саны тең болады. Заттың мөлшерін денені құрайтын атомның немесе молекуланың санымен өлшеген дұрыс болар еді, бірақ кез-келген макроденедегі молекулалар саны өте көп болғандықтан, есептеулерде молекулалар санының абсолют емес салыстырмалы мәнін пайдаланады.

1961 жылдан бастап, зат мөлшері өлшем бірліктердің Халықаралық жүйесінде (СИ) мольмен есептеледі. Бір моль деп, құрамында массасы 0,012 кг көміртеkte қанша құрылымдық элемент болса, сонша құрылымдық элементі бар зат мөлшері саналады. Құрылымдық элементтер ретінде молекулалар, атомдар, иондар және т.б. алынады. Сонда кез-келген заттың бір молінде массасы 0,012 кг көміртеkte қанша бөлшек болса, сонша бөлшек болады. Бұл анықтамадан кез-келген заттың бір моліндегі атомдар саны бірдей, тұрақты болатындығы байқалады. Оны, осы заңды тағайындаған, көрнекті итальян ғалымының құрметіне, Авогадро тұрақтысы деп атаған. Яғни, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. Осыдан көміртект атомының массасы мынаған тең:

$$m_o = \frac{0,012 \text{ кг}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,995 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Молекулалық физикада салыстырмалы атомдық массадан басқа молярлық масса деген ұғым бар. Ол кез-келген заттың бір молінің массасы. Берілген заттың молярлық массасы μ , осы заттың бір молекуласының массасын Авогадро санына көбейткенге тең

$$\mu = m_o \cdot N_A. \quad (1.1)$$

Әр алуан заттың молярлық массалары өртүрлі болғанымен ондағы молекулалар саны бірдей. Бір атомды молекулалардан тұратын заттардың мольдік массасындағы атомдар саны тең болғандықтан, оны атомдық масса деп атайды. Дененің m массасы оның бір молекуласының m_o массасын, осы денедегі N молекулалар санына көбейткенге тең, яғни,

$$m = m_o \cdot N. \quad (1.2)$$

Физикада есептеулерді жеңілдету үшін ν моль саны деген ұғым енгізілген. Бір моль затта Авогадро тұрақтысына тең молекула бар, ал оның көп молінде қанша молекула бар екендігі мына формуламен анықталады:

$$N = \nu \cdot N_A,$$

немесе моль саны мынаған тең:

$$v = \frac{N}{N_A}. \quad (1.3)$$

Осы формулаға (1.1), (1.2) өрнектердегі N_A мен N мәндерін қою мынаны береді:

$$v = \frac{m}{\mu}. \quad (1.4)$$

яғни, v моль саны m зат массасының осы заттың μ молярлық массасына қатынасымен анықталады. (1.3) және (1.4) формулаларын біріктіріп шешу массасы m заттағы молекулалар санын табуға мүмкіндік береді:

$$N = v \cdot N_A = N_A \frac{m}{\mu}. \quad (1.5)$$

Салыстырмалы атомдық массаның өлшем бірлігі жоқ, оның сан мәні көміртегі атомының массасының $1/12$ бөлігі, яғни, $1,66 \cdot 10^{-27} \cdot A$ кг (A – элементтің атомдық салмағы). Мысалы, $A = 15,9994$ оттегі атомының массасы $m_{O_2} = 2,6567 \cdot 10^{-26}$ кг. Заттың молярлық массасы мен салыстырмалы атомдық массасының M арасындағы байланысты табайық. Анықтамадан

$$M = \frac{m_O}{\frac{1}{12} m_{O_2}}$$

(m_O – берілген зат молекуласының массасы, $m_{O_2} = 1,995 \cdot 10^{-26}$

кг). Сонда $m_O = \frac{M}{12} m_{O_2}$. Осыны (1.1) өрнекке қою арқылы молярлық масса анықталады

$$\mu = \frac{M}{12} m_{O_2} \cdot N_A = M \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Мысалы, азоттың O_2 молярлық массасы $0,032$ кг/моль, көмірқышқыл газы (CO_2) үшін $0,044$ кг/моль. Себебі, оттегі екі атомды сондықтан, $M_{O_2} = 32$, ал CO_2 үш атомды, олай болса $M_{CO_2} = 12 + 32 = 44$.

Авогадро тұрақтысын пайдаланып молекулалардың сызықтық өлшемдерін бағалауға болады. Мысалы, су үшін $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$

кг/моль, $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, осыдан бір моль судың көлемі $V = 18 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

Бұдан, Авогадро санын ескеріп, судың бір молекуласының көлемі және диаметрі анықталады:

$$V = \frac{V}{N_A} = 8 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3, d = \sqrt{\frac{6V_O}{\pi}} = 3,8 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Басқа заттардың молекулаларының сызықтық өлшемдері осы шамалас келеді.

§ 3. ЗАТ КҮЙІ. ИДЕАЛ ГАЗ ЖӘНЕ ИЗОПРОЦЕСТЕР

Кез-келген зат қатты, сұйық және газ тәрізді күйлерде бола алады. Мысалы, судың үш күйі бар: мұз, су және бу. Сол сияқты, мысты қыздырса, ол алдымен балқиды соңынан булана бастайды. Олай болса, температурасы мен қысымына байланысты, барлық заттардың үш күйі: қатты, сұйық газ тәрізді фазалары болатындығы анықталған. Заттың осы үш күйін агрегаттық күйлер немесе фазалар деп атайды. Әр заттың өзіне тән қысымдары мен температураларында олар бір мезгілде үш агрегаттық күйде, үш фазада бола алады. Заттың бұл күйі үштік нүкте деп аталады. Мысалы, судың үштік нүктесі 4,6 мм.с.б. қысымға және 0,0075 °C температураға сәйкес келеді.

Химиялық құрылымы біртекті заттардың физикалық қасиеттері, бір агрегаттық күйден екіншісіне өткенде, елеулі өзгерістерге ұшырайды. Бұл жағдай бір фазадағы заттың өртүрлі күйлерінде де байқалады. Мысалы, сығылған газдың қасиеттері, оның атмосфералы қысымдағы қасиеттерінен өзгеше болады. Дене немесе денелер жиынын жүйе (денелер жүйесі) деп атайды. Жүйе екі денеден, мұз бен судан немесе үш денеден, мұз, су және будан құралуы мүмкін. Бұл кезде олар бір фазалы, екі немесе үш фазалы деп аталады. Жүйенің күйі оны сипаттайтын физикалық шамалардың жиынымен – күй параметрлерімен анықталады. Күй параметрлері ретінде заттың массасы m , көлемі V , қысымы P , температурасы T және т.б. алынады. Жылулық тепе-теңдікте осы соңғы үш физикалық шамалар бір-бірімен тығыз байланысты. Шындығында, жүйенің тұрақты температурада белгілі көлемі болса, оның соған сәйкес қысымы да болады. Яғни, жүйенің күйін сипаттайтын кез-келген параметрдің өзгерісі, оның басқа параметрлерінің өзгерісін тудырады. Сондықтан, күй параметрлері өзара белгілі бір функционалды байланыста болады. Жалпы жағдайда, күй параметрлерінің арасындағы байланыс мына түрде сипатталады және ол күй теңдеуі деп аталады:

$$f(P, V, T) = 0. \quad (1.6)$$

Жүйенің бірінен соң бірі тізбектеле жүретін аралық күйлер арқылы, бір күйден екіншісіне өтуін процесс деп атайды. Заттың үш агрегаттық күйінің ең қарапайымы газ күйі, себебі,

оның молекулалары бір-бірінен алшақ орналасқан. Сондықтан, газда оларды құрайтын молекулаларының әсерлесу күшін есепке алмауға болады. Осыдан, газдар үшін жазылған күй теңдеулері қарапайым және оңай шешіледі.

Теориялық тұрғыда күй теңдеуінің (1.6) шешімі жеке жағдайлар үшін анықталған, сондықтан, көбіне нәтижелері график түрінде кескінделетін, тәжірибелік өлшеулерге жүгінеді. Бұның өзінде, осы үш параметрдің бірін тұрақты етіп, қалған екеуінің арасындағы байланысты сипаттайтын қисықтар алынады. Егер температура тұрақты болса көлем мен қысым арасындағы байланысты сипаттайтын қисық изотерма деп аталады. Изотермалар (1.6) теңдеуді көлемге немесе қысымға байланысты шешу арқылы алынады:

$$P = P(V), \quad V = V(P) \quad (1.7)$$

Бұл кезде $T = \text{const}$, ал изотермалар тұрақты $T_1, T_2, T_3 \dots T_n$ температураларға сәйкес келеді.

Осыған ұқсас (1.6) теңдеуінен көлемнің температураға тәуелділігін кескіндейтін қисықтар – изобаралар алуға болады. Бұл кезде $P = \text{const}$, ал

$$V = V(T) \text{ немесе } T = T(V).$$

Сонымен қатар, тұрақты көлемде $V = \text{const}$ қысымның температураға тәуелділігін сипаттайтын изохоралар кескінделеді. Олар төмендегідей теңдеулермен өрнектеледі:

$$P = P(T) \text{ немесе } T = T(P).$$

Жылулық тепе-теңдіктегі кескінделетін графиктер, жүйе күйінің өзгерісін, оның параметрлерінің өзгерулеріне байланысты сипаттайды, яғни жүйеде жүретін жылулық процесті суреттейді. Бірақ әрбір параметрдің өзгерісі жүйенің тепе-теңдіктен ауытқығанын дәлелдейді, демек, бұл кездегі оның әрбір нүктесіндегі қысымы мен температурасын белгілі-бір мәнге ие деп айтуға болмайды. Себебі, цилиндрдегі газ сығылған кезде, поршеннің астыңғы бетіндегі P – қысым, ρ – тығыздық, T – температуралар біршама өзгереді, ал одан алыс жерлерде бұл шамалардың өзгерісі біршама уақыттан соң байқалады. Олай болса, цилиндрдегі газдың өртүрлі нүктелеріндегі күй параметрлерінің мәндері біркелкі емес.

Тәжірибелер, жылулық тепе-теңдіктен шығарылған жүйелердің бастапқы тепе-тең күйіне қайта оралуына біршама уақыт керектігін көрсетеді. Осы, жүйенің тепе-тең күйге қайта оралу процесі релаксация, ал оған жұмсалған уақыт релаксация уақыты деп аталады. Егер релаксация уақыты жүйенің бір тепе-тең күйден екінші тепе-тең күйге өту уақытынан кем болса, онда

газдағы ауытқулардың барлық түрлері жойылып үлгереді де жүйе күйі бірінен соң бірі келіп отыратын тепе-теңдік күйлер арқылы сипатталады. Мұндай процестер квазистатикалық деп аталады. Себебі, бұл кезде жүйе, кез-келген уақыт мезетінде, тепе-тең күйде деп саналады. Олай болса, күй теңдеуімен тек квазистатикалық процестерді ғана зерттеуге болады.

Молекулалық физикада, механикадағы сияқты, құбылыстардың зерттелінуін жеңілдету жолдары қарастырылады. Бұл үшін зат құрылысының қарапайым түрдегі нобайын (моделін) қолданады. Нобай түпнұсқамен ұқсастық қатыстағы, нақты және ойша елестетілетін жүйе. Ол арқылы зерттелінетін объект жөнінде көптеген нақты мағлұматтар алынады. Түпнұсқаның нобайы жасалғанда, оның зерттеушіні қызықтыратын ерекшеліктері сақталады.

Газдың қарапайым нобайы ретінде идеал газ ұғымы қолданылады. Идеал газда, оны құрайтын молекулалар, өзара әсерлеспейтін материалдық нүктелер деп саналады. Екіншіден, сиретілген газдар үшін оның молекулаларының көлемі, аз болғандықтан, ескерілмейді. Сонымен, идеал газ деп, өзара әсерлеспейтін материалдық нүктелер жиынының қасиетіндей қасиеттерге ие газды айтады. Осыдан ең оңай қарапайым теңдеу идеал газ күйінің теңдеуі болып табылады.

Күй теңдеуінен (1.6), әр параметрді қалған екеуінің функциясы ретінде сипаттауға болатындығы байқалады:

$$V = V(P, T), \quad P = P(V, T), \quad T = T(V, P).$$

Мұндай күйлер шексіз көп өртүрлі процестердің басы болады және олар әрқайсына төн белгілері бойынша жеке-жеке топтарға бөлінеді. Жүйенің бір параметрі, өзгермейтін, тұрақты етіп алынған процестер изопрцестер деп аталады. Осыған сәйкес, қысым, көлем және температура тұрақты ұсталынып, қалған екеуінің арасындағы тәуелділік анықталатын процестер, изобарлық, изохоралық және изотермиялық процестер деп аталады.

Газдың қысымы өзгерген кездегі көлемін өзгерту қасиеті сығылғыштық деп аталады, сондықтан мұндай өзгерістер изотермиялық сығылу коэффициентімен α_T сипатталады. Газдың сығылғыштығы, оның қысымының бірлік өзгерісі кезіндегі, көлемнің салыстырмалы өзгерісін көрсетеді және ол мына формуламен анықталады:

$$\alpha_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right), \quad (1.8)$$

бұл жерде $\alpha_T > 0$, себебі, $\left(\frac{\partial V}{\partial P} \right) < 0$.

Қысымның шекті өзгерістері кезінде сығылғыштық коэффициентінің орташа мәні пайдаланылады:

$$\alpha_T = -\frac{1}{V_1} \left(\frac{\Delta V}{\Delta P} \right)_T \quad \text{немесе} \quad \alpha_T = -\frac{1}{V_1} \frac{V_2 - V_1}{\Delta P},$$

мұнан

$$V_2 = V_1 (1 + \alpha_T \cdot \Delta P)$$

Изобаралық процесте $P = \text{const}$, яғни, көлем тек температураның функциясы. Бұл кездегі температураға сәйкес көлем өзгерісі, сан мәні жағынан, газдың температурасын бір градусқа қыздырғандағы көлемнің салыстырмалы өзгерісіне тең шама. Ол α_p көлемнің термиялық ұлғаю коэффициенті деп аталады:

$$\alpha_p = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dt} \right)_p \quad (1.9)$$

Кейде α_p изобаралық ұлғаю коэффициенті деп аталады. Температураның шекті өзгерістерінде (1.9) шамасының орта мәнін пайдаланады. Яғни,

$$\alpha = \frac{1}{V_1} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{немесе} \quad \alpha_p = \frac{1}{V_1} \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}.$$

Бұл кезде, берілген температуралар интервалында, көлем мен температураның арасында сызықты тәуелділік бар деп саналады.

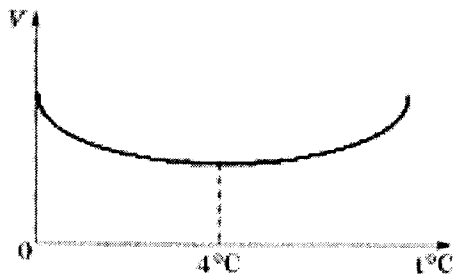
Тәжірибелерде көлемдік ұлғаюдың термиялық коэффициенті бастапқы күймен салыстыру арқылы, көбінесе, $t_1 = 0^\circ\text{C}$ -да анықталады, яғни,

$$\alpha_p = \frac{1}{V_0} \frac{V_t - V_0}{t}$$

және

$$V_t = V_0 (1 + \alpha_p \cdot t).$$

Егер $V = V(t)$ тәуелділігі сызықты болмаса, процесс осы шарт орындалатындай жеке бөліктерге жіктеледі және солар



1-сурет

үшін α_p мәндері есептеледі. Мысалы, судың 1-суретте келтірілген, көлемдік ұлғаю коэффициентінің температураға тәуелділігінің графигі осы жолмен есептелінген. Су үшін изобаралық ұлғаю коэффициенті α_p 4 °C температурадан төмен температураларда теріс, ал одан жоғарғыларда оң.

Изохоралық процесте қысым P температураның T функциясы $P = P(T)$. Тұрақты көлемдегі оның өзгерісі қысымның термиялық коэффициентімен сипатталады:

$$\alpha_v = \frac{1}{P} \left(\frac{dP}{dt} \right)_v. \quad (1.10)$$

Ол, сан мәні жағынан, тұрақты көлемдегі газдың температурасын бір градусқа қыздырғандағы қысымның салыстырмалы өзгерісін сипаттайды. Температураның шекті өзгерістерінде α_v -ның орташа мәні былай анықталады:

$$\alpha_v = \frac{1}{P_1} \left(\frac{\Delta P}{\Delta t} \right)_v \quad \text{немесе} \quad \alpha_v = \frac{1}{P_1} \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1},$$

көлем мен температураның арасындағы тәуелділік, зерттелінетін температура интервалында сызықты болса, қысымның термиялық коэффициентінің орташа мәнін бастапқы күймен салыстыру арқылы, көбінесе $t_1 = 0$ °C-да анықтайды, яғни

$$\alpha_v = \frac{1}{P_0} \frac{P_t - P_0}{t}.$$

Осыдан, t температурадағы қысым мынаған тең:

$$P_t = P_0 (1 + \alpha_v \cdot t).$$

Қатты денелер, сұйықтар мен сығылған газдар үшін изохоралық ұлғаю және қысымның термиялық коэффициенттері заттардың ерекшеліктері мен қасиеттеріне тығыз байланысты. Заттар бір фазалық күйден екіншісіне ауысу процестерінде бұл коэффициенттердің біршама артатыны байқалады.

§ 4. ТЕМПЕРАТУРА ЖӘНЕ ОНЫ ӨЛШЕУ ӨДІСТЕРІ

Молекулалық физикада ең маңызды ұғымның бірі температура. Күнделікті байқаулар, тәжірибелер жылудың ыстық денеден суық денеге берілетіндігін көрсетеді. Температураның ең басты қасиеті, оның жылу алмасудың бағытын анықтайтындығы. Максвеллдің анықтамасы бойынша: «дененің температурасы, оның басқа денелерге жылу беру қабілетімен сипатталатын термиялық күйі». Изобаралық және изохоралық процес-

терде, қысым мен көлем температурамен функционалды байланыста, яғни:

$$T = T(P) \text{ және } T = T(V).$$

Сондықтан, бұл процестерде, көлем мен қысымның өзгерістері арқылы, температураны анықтауға болады.

Температураны өлшейтін құралдар термометрлер деп аталады. Кез-келген термометр, басты қасиетінің бірі температураға байланысты тез өзгертін және оңай белгілеп алуға болатын, термометрлік денеден тұрады. Осы дененің температураға байланысты өзгертін қасиеті термометрлік параметр X деп аталады және оның өзгерісі арқылы температуралық шкала жасалады. Температуралық шкалалар жасауда заттардың көлемінің, қысымының, ұзындығының, электрлік кедергісінің және т.б. параметрлерінің температураға тәуелділігі пайдаланылады.

Температураны өлшеу ыңғайлы болу үшін, термометрлік дене мен оның параметрі, мына түрдегі сызықтық функциямен өзгертіндей тұрғыда таңдап алынады:

$$X = a + bt.$$

Тендеудегі a және b тұрақтылары, X мәнін екі температураға сәйкес анықтау арқылы табылады. Практикалық температуралық шкала былай жасалады: бастапқы қалпына қайта оралатын екі күйдің – қалыпты атмосфералық қысымдағы мұздың еру және судың қайнау нүктелерінің термометрлік параметрлерінің мәндері анықталады. Халықаралық практикалық температуралық шкала бойынша мұздың еру температурасы 0°C , ал судың қайнау температурасы 100°C . Осы екі күйдегі термометрдің көрсетулері жоғарғы тендеу бойынша былай жазылады:

$$X_0 = a + b \cdot 0, \quad X_{100} = a + b \cdot 100$$

және

$$t = \frac{X - X_0}{X_{100} - X_0} \cdot 100.$$

Сонда термометрлік дененің қасиетінің $(X_{100} - X_0)/100$ мөнге өзгеруі $1K$ -ге сәйкес келеді. Судың қайнау және мұздың балқу нүктелері – реперлік нүктелер деп аталады. Термометрлерді градуирлеу үшін халықаралық практикалық температуралық шкала белгілеген нүктелерден басқа да реперлік нүктелер пайдаланылады (1-кесте).

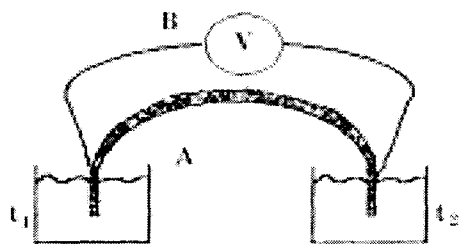
Кестеде өртүрлі заттардың қайнау және кристалдану нүктелері бір атмосфералық қысым үшін берілген. Көп ретте, температураларды өлшеуге, температуралық параметр үшін көлем алынатын, сұйық термометрлер қолданылады. Олар шы-

Тепе-теңдік күй	0 °С
Сутектің үштік нүктесі	-259,340
Сутектің қайнау нүктесі	-252,870
Оттектің үштік нүктесі	216,789
Оттектің қайнау нүктесі	-182,962
Судың үштік нүктесі	0,010
Мұздың балқу нүктесі	0,800
Судың қайнау нүктесі	100,000
Мырыштың қату нүктесі	419,505
Күмістің кристалдану нүктесі	961,930
Алтынның кристалдану нүктесі	1064,430

ныдан жасалады және -200 -ден 600 °С-ға дейін өлшей алады. Бұл термометрлерде сұйық, кварцтан жасалған, капилляр түтіктермен жалғанған, көлемге құйылады. Тұрмыстық термометрлердің көпшілігінде термометрлік дене үшін сынапты пайдаланады. Сынап $-39,8$ °С-да қатады, ал қалыпты қысымда $357,25$ °С-да қайнайды. Мұнанда жоғары температураларды өлшеу үшін түтіктегі сынаптың бетінде $7 \cdot 10^6$ Па қысымдағы инертті газ болуы тиіс. Төменгі -80 °С-ға дейінгі температураларды өлшеуге спирттік термометрлер қолданылады, ал пентан құйылғандары -200 °С-ға дейінгі температураларды өлшейді. Сұйық термометрлерде шкаланың ең кіші бөлігінің құны $0,01$ °С.

Практикада термометрлік дене ретінде, қасиеттері идеал газға жақын, H_2 , N_2 , He газдарын пайдаланатын термометрлер жиі қолданылады. Бұларда температура өзгерісін, тұрақты көлемдегі қысым өзгерістері арқылы бағалайды. Газдық термометрлермен 2 -ден 1300 К температураларды өлшей алады. Мыс, платина және т.б. таза металдардың температуралары 0 -ден 1000 °С аралығында сызықты өседі, сондықтан оларды электрлік термометрлерде көп пайдаланады. Бұларда термометрлік дене ретінде металл жіп алынады, ал температуралық параметр кедергі. Платиналық электрлік термометр $-259,34$ -тен $+630,74$ °С температуралар аралығында эталондық термометр болып саналады.

Электрлік кедергі термометрлерінің қатарына термисторлар да жатады. Бұларда негізгі термометрлік денелерге жартылай өткізгіштер (TiO_2 -нің, MgO -ның қоспалары, Mn , Cu , Co , Ni тотықтары) пайдаланылады. Жартылай өткізгіштердің кедергілері температураға байланысты өседі. Терморезисторлардың сезгіштігі 10^{-3} °С-дан жоғары болмайды.



2-сурет

Температураларды өлшеу үшін, дәнекерленген екі, өртекті металдарды да пайдаланады. Оны термопара деп атайды (2-сурет). Осы суреттегідей етіп дәнекерленген және жалғанған А және В өткізгіштерінің бір ұшын қыздырып не суытатын болса, t_1 және t_2 дәнекерлерінің арасында $1\text{ }^\circ\text{C}$ -ға, шамамен, $1/105\text{В}$ -қа термоэлектрлік қозғаушы күш пайда болады. Егер t_1 дәнекердің температурасын тұрақты ұстаса термоэлектрлік қозғаушы күш тек екінші дәнекердің температурасына тәуелді болады. Көбінесе t_1 дәнекер еріген мұзға батырылып қойылады, ал t_2 қызған денемен жалғанады. Термопараның ЭҚК-і милливольтметрмен өлшенеді. Термопаралар мен термисторлар арқылы $1000\text{ }^\circ\text{C}$ -тан жоғары температураларды өлшеуге, олардың қасиеттерінің кенет өзгеретініне байланысты, қолдану қиынға түседі. Сондықтан бұдан жоғары температураларды, зерттелінетін дененің сәуле шығару интенсивтілігін пайдаланатын, пирометрлермен өлшейді. Ал өте төменгі температураларда, жылу өткізгіштік құбылысының әсерінен зерттелінетін дененің температурасын өзгертуіне байланысты, айтылған термометрлерді қолдануға болмайды. Мұндай заттардың температуралары зерттелінетін дененің қасиетіне байланысты анықталады, мысалы, өте төмен температура оның магниттік қасиетінің өзгерістері (магниттік термометрия) арқылы анықталады.

§ 5. ИДЕАЛ ГАЗ ЗАҢДАРЫ. АБСОЛЮТ ТЕМПЕРАТУРА

Заттың газ тәріздес күйі, төменгі қысымдар мен жоғары температураларда, қасиеттері жағынан ең қарапайым. Сиретілген газдардың бәрі идеал деп саналады және олардың күйлері бірдей заңдылықтармен сипатталады. Газдың меншікті көлемі болмайды және ол өзі сақталған ыдыстың барлық көлеміне біркелкі таралып, ыдыс қабырғаларына қысым түсіреді.

XVII ғасырдың ортасында ағылшын ғалымы Р.Бойль мен француз физигі Э.Мариотт бір-біріне тәуелсіз, идеал газдағы изотермиялық процесті зерттей отырып, газдың көлемі мен қысымын тәуелділігін тағайындайтын, тәжірибеге негізделген

заң ашты. Бойль-Мариотт заңы деп аталған, бұл заң бойынша, берілген газ массасы үшін тұрақты температурада, оның көлемі мен қысымының көбейтіндісі тұрақты мәнге тең:

$$PV = \text{const}, \quad P_1V_1 = P_2V_2 = \dots = P_nV_n. \quad (1.11)$$

График түрінде (1.11) теңдеу P, V координаталар жүйесінде (диаграммада) тең бүйірлі гипербодаларға ұқсас изотермалармен кескінделеді (3, а-сурет). Көлем $V = m/\rho$ екендігін пайдаланып, (1.11) теңдеуін мына түрге келтіреді $\frac{P}{\rho} = \text{const}$. $P\rho$ диаграммада қысым мен тығыздықтың арасындағы тәуелділік түзу сызықтармен кескінделеді (3, б-сурет). (1.8) және (1.11) теңдеулерінен, идеал газ үшін изотермиялық сығылу коэффициенті қысымға кері пропорционал өзгертіндігі көрінеді:

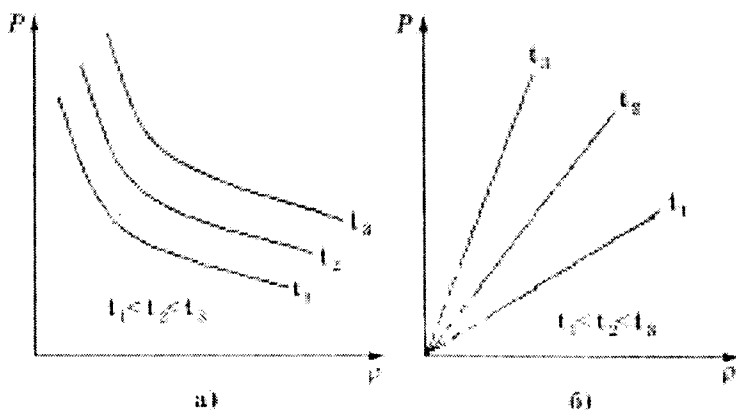
$$\alpha_T = 1/\rho.$$

Идеал газ көлемінің температураға тәуелділігі де тәжірибе арқылы тағайындалған. Бұл тәуелділік изохоралық процесті зерттеген француз ғалымының құрметіне Гей-Люссак заңы деп аталады. Бұл заң бойынша: берілген газ массасы үшін тұрақты қысымда, оның көлемі мен температурасының арасында сызықтық тәуелділік орын алады.

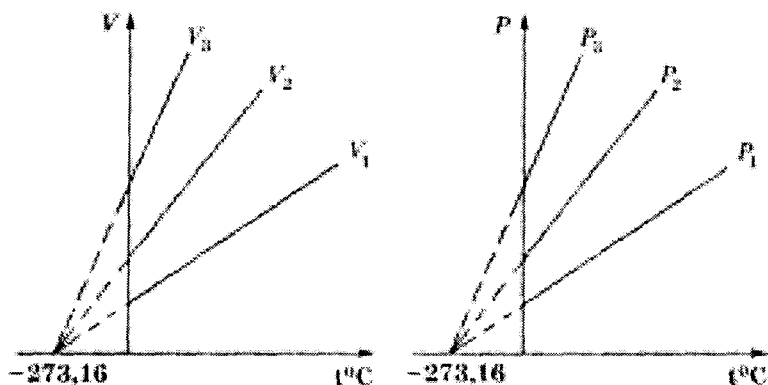
$$P = \text{const}, \quad V = V_0 (1 + \alpha_V \cdot t), \quad (1.12)$$

мұнда V_0 – газдың 0°C -дағы бастапқы көлемі. Тәжірибелер, егер тұрақты қысымда идеал газдың температурасын 1°C -ға өсіргенде, оның көлемі $1/273,16$ есе артатынын көрсетеді. Бұдан

$\alpha_V = \frac{1}{273,16}$ град⁻¹ екендігі шығады. Графикте изобаралық про-



3-сурет



4-сурет

цесс, яғни $V(t)$ тәуелділік түзу сызықпен кескінделеді (4, а-сурет). Қысымның әр мәніне сәйкес осы түзу сызық изобара деп аталады.

Осы сияқты тұрақты көлемде температура мен қысымның арасындағы байланыстылық тағайындалған (Шарль заңы). Берілген газ массасы үшін тұрақты көлемде, оның қысымы мен температурасының арасында сызықтық тәуелділік орын алады:

$$P = P_0 (t + \alpha_p \cdot t). \quad (1.13)$$

Тұрақты көлемде, идеал деп санауға болатын, сиретілген газды 1°C -ға қыздырғанда, кез-келген газ үшін қысымның тер-

миялық коэффициенті $\alpha_p = \frac{1}{273,16}$ град $^{-1}$ екендігін француз ғалымы Р.Шарль тәжірибе жүзінде анықтаған. Графикте изохоралық процесс түзу сызықпен кескінделеді (4, б-сурет) және изохора деп аталады. Суреттен көлемнің әр мәніне өз изохорасы сәйкес келетіні көрініп тұр.

Зерттеулер сиретілген идеал газдар үшін α_v және α_p коэффициенттерінің тәжірибелік мәндері бір-біріне жақын екендігін дәлелдеді. Төменде әр текті идеал газдар үшін осы коэффициенттердің орташа мәндері ($1,3 \cdot 10^5$ Па қысым мен 0-ден 100°C температуралар аралығы үшін) келтірілген (2-кесте).

Кестеден идеал газ деп саналатын сиретілген газдар үшін

$$\alpha_v = \alpha_p = \alpha = \frac{1}{273,16} = 0,00367\text{K}^{-1}. \text{ Барлық изохоралар мен изо-}$$

баралар абцисса осімен, сан мәні $t = 1/\alpha = -273,15^\circ\text{C}$ нүктеде қиылысады (4-сурет). Егер температураның нөлі осы нүктеге өкелінсе, онда Цельсий шкаласы, Халықаралық практикалық шкала деп аталған, жаңа шкалаға ауысады. Бұл ағылшын

Газ	$\alpha_v \cdot 10^6 \text{K}$	$\alpha_p \cdot 10^6 \text{K}$
Азот N_2	3672	3674
Сутек H_2	3663	3661
Гелий He	3660	3658
Көмір қышқыл газы CO_2	3726	3741
Ауа	3674	3671

ғалымының құрметіне Кельвин шкаласы деп аталған және оның бір бөлігінің құны Цельсий градусына тең кельвинмен (К) өлшенеді, яғни, $1\text{K} = 1^\circ\text{C}$.

$-273,16^\circ\text{C}$ температураның ең төменгі мәні, ол температураның абсолют нөлі деп аталады, ал санау Цельсий шкаласының нөлінен емес осы абсолют нөлден басталатын шкала температураның абсолют шкаласы деп аталады. Демек, Халықаралық практикалық шкаламен салынған температура абсолют температура деп аталады. Абсолют температура (T) мен цельсий шкаласы бойынша саналған температураның $t^\circ\text{C}$) арасында мынадай қатынас бар:

$$T = t + 273,15\text{K}.$$

Мысалы, 0°C -ға $273,15\text{K}$, ал судың үштік нүктесіне $273,16\text{K}$ абсолют температуралар сәйкес келеді.

(1.12), (1.13) теңдеулердегі температураларды абсолют температурамен алмастырып және $\alpha_v = \alpha_p = \alpha$ екендігін ескеріп мынадай өрнектер алынады:

$$V = V_0 \left[1 + \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) \right] = V \cdot \alpha \cdot T$$

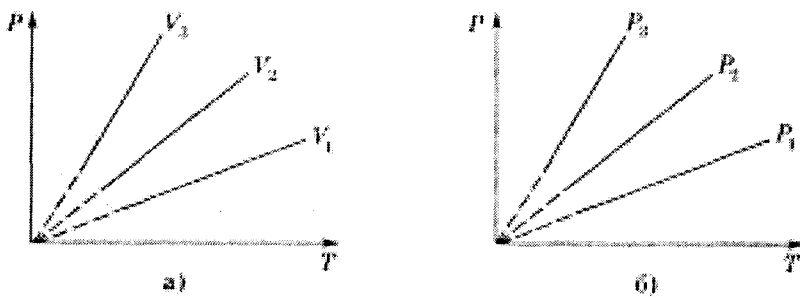
және

$$P = P_0 \left[1 + \alpha \left(T - \frac{1}{\alpha} \right) \right] = P_0 \cdot \alpha \cdot T,$$

бұл жердегі V_0 және P_0 мәндері $T_0 = 273,15\text{K}$ – сәйкес келетін газдың бастапқы көлемі мен қысымы, ал $\alpha = 1/273,15\text{K}$. Осыларды ескерсек жоғарыдағы теңдеулер абсолют температуралар арқылы жазылған Гей-Люссак пен Шарль заңдарына айналады және (1.11) теңдеуімен бірге күй теңдеуінің (1.6) жеке жағдайлары болып табылады:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T}, \quad \text{яғни} \quad \frac{V}{T} = \text{const} \quad (1.14)$$

және



5-сурет

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P}{T}, \quad \text{яғни} \quad \frac{P}{T} = \text{const.} \quad (1.15)$$

Осы (1.14), (1.15)-ші теңдеулер изохоралық және изобаралық процестер үшін дұрыс. Бұлардың VT және PT диаграммаларында салынған графиктері абсолют нөлден басталатын өртүрлі көлемдер мен қысымдарға сәйкес түзу сызықтармен кескінделеді (5-сурет).

Бұрын жасалған Цельсий, Реомюр, Фаренгейт температуралық шкалаларында реперлік нүктелер ретінде, мұздың еру және судың қайнау нүктелері алынған және бұл температуралық интервал, осы үш шкалада сәйкес 100, 80 және 180 бөліктерге бөлінген. Цельсий ($^{\circ}\text{C}$) шкаласында судың реперлік нүктелері ретінде 0 және 100, Реомюр ($^{\circ}\text{R}$) шкаласында 0 және 80, ал Фаренгейт $^{\circ}\text{F}$ шкаласында 32 және 212 сандары алынған. Осы шкалалардың біріне-бірі ауысуы мына формула арқылы оңай жүзеге асырылады:

$$t^{\circ}\text{C} = 0,8t^{\circ}\text{R} = (1,8t + 32)^{\circ}\text{F},$$

мысалы, $t = 20$ болса, осы шкалалар бойынша есептелген температуралар мына мәндерге теңеледі:

$$20^{\circ}\text{C} = 16^{\circ}\text{R} = 68^{\circ}\text{F}.$$

§ 6. ИДЕАЛ ГАЗ КҮЙІНІҢ НЕГІЗГІ ТЕҢДЕУІ

Газдың үш параметрі де – қысымы, температурасы және көлемі бірдей өзгереді процестер табиғатта жиі кездеседі. Берілген газ массасы үшін, осы үш физикалық шаманы байланыстыратын қатынасты газ күйінің негізгі теңдеуі деп атайды және оның жалпы теңдеуі былай жазылады $P = f(V, T)$. Осы теңдеуді алу үшін параметрлері V_1, P_1, T_1 -ге тең 1-ші күйдегі, массасы m газды параметрлері V_2, P_2, T_2 -ге тең 2-ші күйге ауыстыру жолын қарастырайық. Бастапқыда, тұрақты қысымда

($P=\text{const}$) газдың температурасы T_1 -ден T_2 -ге өкелінеді, бұл кезде оның көлемі V_1 -ден V_1^1 -қа жетеді. Осы кездегі изобаралық процестің теңдеуі, Гей-Люссак заңы бойынша, былай жазылды:

$$\frac{V_1^1}{V_1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Соңғы 2-ші күй процесі тұрақты температурада ($T=\text{const}$) жүзеге асыру арқылы алынады. Бұл кезде көлем $V_1^1 \rightarrow V_2$ -ге, ал қысым $P_1 \rightarrow P_2$ -ге теңеледі. Олай болса Бойль-Мариотт заңын қолданып $P_1 V_1^1 = P_2 V_2$ немесе осыдан $V_1^1 = P_2 V_2 / P_1$ екендігі анықталады. Осыны жоғары теңдеудегі V_1^1 -тың орнына қою арқылы мынадай жаңа теңдеу алынады:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

Яғни, берілген газ массасы үшін

$$\frac{PV}{T} = \text{const} \quad \text{немесе} \quad \frac{PV}{T} = B. \quad (1.16)$$

Бұл теңдеуді бірінші рет қорытып шығарған француз физигі Клапейрон теңдеуінен идеал газдың көлемі мен қысымының көбейтіндісінің, оның температурасына қатынасы тұрақты шамаға (B) тең болады деген қорытынды жасалады.

(1.16) теңдеуден изохоралық процесс үшін $P/T = \text{const}$, яғни Гей-Люссак заңы алынады. Бұдан идеал газ үшін қысымның термиялық коэффициентінің температураға кері пропорционал, яғни $\alpha = 1/T$ екендігі табылады. Клапейрон теңдеуіндегі B тұрақтысы өртекті газдар үшін бірдей мәндерге ие емес.

1811 ж. Италиян химигі А.Авогадро: «бірдей қысым мен температурадағы өртекті газдардың көлемдеріндегі молекулалар саны тең болады» деген болжам жасады. Демек, Авогадро заңынан, бірдей қысым мен температурадағы бір моль барлық газдың көлемдері тең. Тәжірибелер қалыпты жағдайда, барлық газдардың бір молінің көлемі $22,41 \text{ л} = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ болатынын дәлелдеді. Олай болса бір моль газ үшін (1.16) теңдеудегі B тұрақтысының мәні барлық газдарға бірдей. Сондықтан оны универсал газ тұрақтысы деп атап R өріпімен белгілеген. Осы анықтамадан бір моль газ үшін (1.16) күй теңдеуін мына түрге келтіруге болады:

$$PV_\mu = RT, \quad (1.17)$$

мұндағы V_μ – бір моль газдың көлемі. Клапейрон теңдеуінің осы түрін алғаш ұсынған орыс химигі Д.И.Менделеев.

Бір моль үшін күй теңдеуінен (1.17) кез-келген массалы газ күйін анықтайтын теңдеуге оңай көшуге болады. Бұл үшін $v = m/\mu$ моль газдың көлемі, оның бір молінің көлемінен қанша есе көп болатынын білсе жеткілікті. Сонда

$$V = v \cdot V_\mu = \frac{m}{\mu} V_\mu$$

теңдеуінен

$$V_\mu = \frac{\mu}{m} V$$

екендігін ескеріп және (1.17) теңдеуге қойып массасы m газдың күйін сипаттайтын, Клапейрон-Менделеев теңдеуі деп аталған өрнек алынады:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1.18)$$

Изотермиялық процестер үшін бұл теңдеудің оң жағы тұрақты шама, бірақ температура өскен сайын артып отырады. Бұдан P, V диаграммада тұрақты жоғарғы температураларға T жоғары изотермалар сәйкес келеді (3, а-сурет).

Енді универсал газ тұрақтысының R физикалық мәнін анықтайық. Ол үшін қозғалмалы поршенді цилиндрде температура-сы T және қысымы P , бір моль газ бар деп санайық (6-сурет). Бұл кездегі цилиндрдің табанынан ауданы S поршенге дейінгі биіктік h_1 болсын. Газды тұрақты қысымда бір кельвинге қыздырсақ поршень жоғары көтеріледі және оның цилиндр түбінен санағандағы биіктігі h_2 -ге теңеледі. Жұмыс $A = F \cdot L$ орын ауыстыру мен күштің көбейтіндісі екені механикадан белгілі. Осыдан цилиндр ішіндегі газдың ұлғаю жұмысы мына формуламен анықталады:

$$A = F \cdot (h_2 - h_1) = P \cdot S (h_2 - h_1) = PV_2 - PV_1,$$

мұнда $F = PS$ поршенге әсер етуші күш, ал $V_1 = S \cdot h_1$, $V_2 = S \cdot h_2$ газдың бастапқы және соңғы көлемдері.

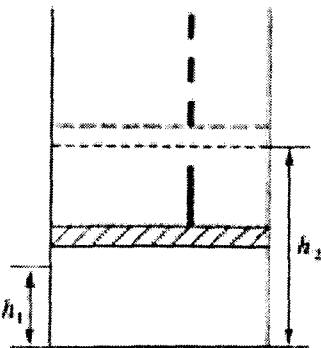
Бір моль газ үшін

$$PV_2 = RT_2 = R(T_1 + 1),$$

ал

$$PV_1 = RT_1.$$

Осыларды жоғарғы теңдеуге қою арқылы, бір моль газды 1К-ге қыздырғанда жасалатын ұлғаю жұмысы универсал газ тұрақтысына теңелетіні анықталады.



6-сурет

Универсал газ тұрақтысының сан мені бір моль газға арналған Клапейрон-Менделеев теңдеуін пайдалану арқылы табылады. Кез-келген газ $T = 273\text{К}$ температура мен $P = 1,013 \cdot 10^5\text{Па}$ қысымда $V_\mu = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ көлем алады. Олай болса:

$$R = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 22,41 \cdot 10^{-3}}{273} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Идеал газ күйінің теңдеуінен (1.18), осы газдың тығыздығын тікелей анықтау қиынға соқпайды. Ол үшін тығыздықтың бірлік көлемге келетін масса, яғни $\rho = m/V$ екенін ескеріп және (1.18) теңдеудің екі жағын да көлемге V бөлу арқылы мына өрнек алынады:

$$P = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu}.$$

Осыдан газдың тығыздығы

$$\rho = \frac{\mu \cdot P}{RT}$$

және оның осы газдың молярлық массасы мен қысымына тура, ал температурасына кері пропорционал екендігі көрінеді.

§ 7. ҚОСПА ГАЗДАР ҮШІН КҮЙ ТЕНДЕУІ

Идеал газ қоспасы үшін ағылшын химигі Дж. Дальтон, арнайы тәжірибелер негізінде, мынадай заң тағайындаған: химиялық тұрғыда бірімен-бірі әсерлеспейтін газдар қоспасы үшін жалпы қысым, оларды құрайтын газдардың парциаль қысымдарының қосындысына тең. Осы қоспаны құрайтын компоненттердің әрқайсысының, басқалары жоқ саналғандағы қысымы, парциаль қысым деп аталады. Дальтон заңы былай жазылады:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = \sum_{i=1}^k P_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k, \quad (1.19)$$

мұнда P_i – реттік нөмірі, i – газ компонентінің қысымы.

Бұл заң төменгі қысымдарда жақсы орындалады, ал жоғарғы қысымдарда, таза газдардағы сияқты, идеал газ күйін сипаттайтын заңдардан ауытқулар елеулі мөндерге жетеді. Оның себебі, сирек газдарда, олардың молекулаларының сызықтық өлшемдерінің, газ құралатын бөлшектердің орта ара қашықтығынан өлдеқайда кіші екендігімен түсіндіріледі. Яғни, қоспаны құрайтын жеке газдардың молекулалары, басқа газ компоненттерінің бар не жоқ екендігіне байланыссыз қозғалады. Олай

болса берілген компоненттің ыдыс қабырғаларына түсіретін қысымы да басқа компоненттердің бар не жоқ екендігіне байланысты емес. Егер ыдыстың көлемі V болса, әр компонент үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуі былай жазылады.

$$P_i V = \frac{m_i}{\mu_i} RT,$$

мұндағы m_i және μ_i қоспаны құрайтын i -ші газ компонентінің массасы мен молярлық массасы. Осындай теңдеуді газдың барлық компоненттері үшін жазып және олардың оң жақтары мен сол жақтарын қосу арқылы мынадай теңдеу алынады:

$$V \sum_I^k P_i = \left(\sum_I^k \frac{m_i}{\mu_i} \right) RT,$$

(1.19) теңдеуді қолданып бұл теңдеуді мына түрге келтіруге болады:

$$PV = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n} \right) RT. \quad (1.20)$$

Бұл қоспалы идеал газдар үшін күй теңдеуі. $\sum_I^k \frac{m_i}{\mu_i}$ қосындысы қоспалы газдағы моль санын анықтайды. Қоспаны эффективтік мольдік массамен де сипаттауға болады, яғни, $\sum_I^k \frac{m_i}{\mu_i} = \frac{\sum m_i}{\bar{\mu}}$. Осыдан эффективтік мольдік масса мына формуламен анықталады:

$$\bar{\mu} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n} \right) = \frac{\sum m_i}{\sum \frac{m_i}{\mu_i}}. \quad (1.21)$$

Бұдан қоспалы газ үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуі (1.20) мына түрде жазылады:

$$PV = \frac{m}{\bar{\mu}} RT.$$

Бұл теңдеу осы қоспаның қасиеттерін, оның эффективті мольдік массасына тең, біртекті таза газдың қасиетімен салыстыруға болатынын білдіреді.

§ 8. ГАЗДАРДЫҢ МОЛЕКУЛАЛЫ-КИНЕТИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ НЕГІЗГІ ҚАҒИДАЛАРЫ

Газдардың қарапайым молекулалы-кинетикалық теориясы классикалық механиканың заңдарына сүйенеді және теориялық, тәжірибелік тұрғыда дәлелденген жалпы түсініктер, көзқарастар негізінде құрылған.

1. Газдар үздіксіз бейберекет қозғалып жүретін бөлшектерден, атомдар мен молекулалардан тұрады.

2. Молекулалы-кинетикалық теорияны қолдануға болатын кіші көлемнің өзінде молекулалар саны өте көп болады.

3. Газ молекулаларының сызықтық өлшемдері олардың ара қашықтықтарымен салыстырғанда әлдеқайда кіші.

4. Сыртқы күштер жоқ кезде газ молекулалары ыдыстың барлық көлемінде біркелкі жайғасады.

Енді молекулалардың көлемдері мен олардың арасындағы әсерлесу күштерін ескермеуге болатын идеал газдарды қарастырайық. Бұл кезде молекулалардың өзара және ыдыс қабырғаларымен соқтығыстары абсолют серпімді шарлардың соқтығысу заңдарына бағынады деп есептеледі. Жеке молекула ыдыс қабырғасына соқтығысу арқылы өзінің импульсын өзгертеді. Оны динамиканың екінші заңына сәйкес былай анықтайды:

$$f \cdot t = m_0 v \cos \alpha - (-m_0 v \cos \alpha) = 2m_0 v \cos \alpha.$$

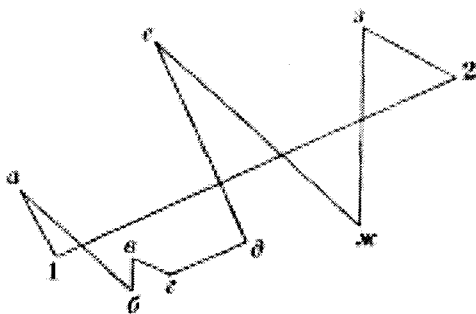
Мұнда \bar{v} – молекуланың орташа арифметикалық жылдамдығы, α – ыдыстың молекула соққан нүктесіне түсірілген нормаль мен оның жылдамдығының арасындағы бұрыш, t – соқтығысу уақыты, m_0 – газдың бір молекуласының массасы, $f \cdot t$ – күш импульсі.

Молекула импульсінің өзгерісі қабырғаның алған импульсіне тең. $f = P \cdot S$ – екендігін ескеріп, ыдыстың бір өлшем ауданына уақыт бірлігінде молекулалардың соқтығысуы нәтижесінде берілген импульс арқылы, газдың ыдыс қабырғасына түсіретін қысымы анықталады:

$$P = 2 \sum_{i=1}^K m_i \bar{v} \cos \alpha \quad (1.22)$$

Молекулалардың өзара соқтығысулары олардың жылдамдықтарының ара қатынасын өзгерткенімен, ыдыс қабырғаларына түсетін қысымға әсерін тигізбейді.

Молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі қағидасының бірі молекулалардың бейберекет қозғалысы. Олардың барлық бағыттағы қозғалыс ықтималдығы бірдей. Газдың кішірек ыдыс-



7-сурет

тың барлық қабырғаларына түсіретін қысымы тең деп саналады. Молекулалардың бейберекет қозғалатындығын 1827 ж. ағылшын ботанигі Броун, өте ұсақ бөлшектердің судағы қозғалысын микроскоппен бақылау арқылы дәлелдеген. Осы броундық бөлшектер тек сынық сызықты траекториялармен қозғалған. 7-суретте броундық бөлшектің 50 с ішіндегі (1-ші мен 2-ші нүктелер аралығы) және сол уақыттағы әр 5 с сайынғы (1а, аб, бв, вг, гд, де, еж, жз, з2) орын ауыстырған нүктелері белгіленген. Осы тәжірибеден броундық бөлшектердің қозғалысы, оған әсер ету арқылы қозғалысқа келтіретін газдың молекулалары сияқты қозғалады деген тұжырым жасалған.

МКТ-ның екінші қағидасы бойынша, молекулалардың орташа жылдамдықтары квадрат түбір астындағы абсолют температураға пропорционал, яғни $\bar{v} \sim \sqrt{T}$. Бұл қорытынды Штерн, Эльдридж және т.б. физиктердің жасаған тәжірибелерінің нәтижелерінен туындайды.

Үшінші негізгі қағида бірдей температуралардағы әртүрлі газ молекулаларының кинетикалық энергиялары бірдей болатынын білдіреді:

$$\frac{m_1 \bar{v}_1^2}{2} = \frac{m_2 \bar{v}_2^2}{2},$$

мұндағы m_1, m_2 – газ молекулаларының сәйкес массалары, \bar{v}_1, \bar{v}_2 – олардың орташа жылдамдықтары.

Бұл формула барлық газдар үшін дұрыс және нақты тәжірибелермен дәлелденген. Теңдіктен, температуралары бірдей әртекті газдар араласқанда, бір газ молекулалары екіншісіне энергия бермейді не алмайды деген қорытынды шықпайды. Қоспа газдың жекелеген молекулалары, біртекті газдың молекулалары сияқты, өзара соқтығысулар кезінде энергияларын және жылдамдықтарын өзгерткенімен, газдың

температурасы өзгермейінше молекулалардың орта жылдамдықтары мен энергиялары өзгермейді.

Газ молекулаларының өзара әсерлесетінін көптеген тәжірибелік фактілер дәлелдегенімен, олардың ара қашықтығы 10^{-9} м асқанда, осы молекулалардың бір-біріне әсері, оларды ескермеуге болатындай дәрежеде кемиді. Осыдан сиретілген газдардың қасиеттерінің идеал газдың қасиеттеріндей болатындығы расталады.

§ 9. МОЛЕКУЛАЛЫ-КИНЕТИКАЛЫҚ ТЕОРИЯНЫҢ НЕГІЗГІ ТЕҢДЕУІ

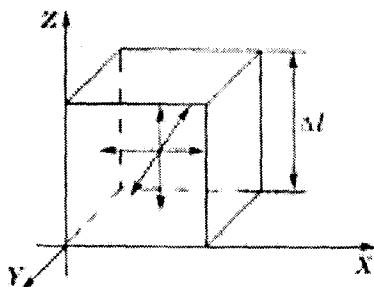
Тәжірибелер негізінде тағайындалған идеал газ заңдары молекулалы-кинетикалық теориямен оңай түсіндіріледі. Бұл теория бойынша, газ бір-бірінен алшақ орналасқан бөлшектер жиыны және олар еркін, бейберекет қозғалатын, тек соқтығысулар кезінде әсерлесетін, абсолют шарлар ретінде қарастырылады. Бұл механикалық модель газдың ыдыс көлемінде біркелкі орналасуын, олардағы диффузия, жылу өткізгіштік, ішкі үйкеліс (тұтқырлық) құбылыстарын тікелей түсіндіруге мүмкіндік береді.

Газ молекулалары өзара серпімді соқтығысады деген болжамнан шығатын қорытындылардан, оның ыдыс қабырғаларына түсіретін қысымының механизмі ашылуымен қабат осы қысымды тікелей есептейтін формула анықталады. Ол үшін, ішінде N молекула бар, қырының ұзындығы Δl куб тәріздіс ыдыс қарастырылады (8-сурет). Ыдыстағы молекулалардың бейберекет қозғалысынан, олардың $1/3$ бөлігі X , $1/3$ -і Y , ал қалған $1/3$ бөлігі Z бағыттарында қозғалады деп саналады. Алдымен, (1.22) формуладан газ молекуласының импульсінің өзгерісі анықталады. Ол $2m_0v$ мәніне тең. Осы импульс өзгерісі қабырға тарапынан молекулаға әсер ететін күш импульсын анықтауға мүмкіндік береді:

$$\Delta f \cdot \delta t = 2m_0v,$$

мұндағы Δf — молекуланың қабырғамен әсерлесу күші, δt — соқтығысу мезеті, ал m_0 — молекуланың массасы.

Молекуланың, қабырғадан серпіліп қарсы қабырғаға соқтығысқаннан кейін, оған қайта келу уақыты Δt деп белгіленеді.



8-сурет

Оны молекуланың қабырғаға әсер ету күшінің орта мәніне $\Delta \bar{f}$ көбейту арқылы күш импульсі анықталады:

$$\Delta \bar{f} \cdot \Delta t = 2mv,$$

ал алдыңғы анықтамадан $\Delta t = 2\Delta l/\bar{v}$. Осы екеуінен бір молекула үшін

$$\Delta \bar{f} = m_0 v^2 / \Delta l.$$

Олай болса, X – бағытындағы қозғалатын молекулалар саны N_I -ге тең болады деп санасақ, онда қабырға түсірілетін күштің орта мәні мына формуламен анықталады, яғни,

$$\bar{F} = \Delta \bar{f} \cdot N_I = \frac{m_0 \bar{v}_1^2}{\Delta l} + \frac{m_0 \bar{v}_2^2}{\Delta l} + \dots + \frac{m_0 \bar{v}_{N_I}^2}{\Delta l}.$$

Осы теңдеудің оң жағын N_I -ге көбейту және бөлу арқылы мынадай формула алынады:

$$F = \frac{N_I \cdot m_0}{\Delta l} \left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{N_I}^2}{N_I} \right),$$

жақшадағы $\bar{v}_{KB}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{N_I}^2}{N_I}$ – орта квадрат жылдамдық

деп аталады. Бұдан газдың X бағытындағы түсіретін күшінің орташа мәнін анықтайтын формуланы, $N_I = N/3$ екендігін ескеріп, былай жазады:

$$\bar{F} = \frac{1}{3} \frac{m_0 \cdot N_0}{\Delta l} \bar{v}_1^2.$$

Теңдіктің екі жағын да Δl^2 -қа бөлу мынаны береді:

$$\frac{\bar{F}}{\Delta l^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{\Delta l^3} m \bar{v}_{kb}^2$$

Өрнектің оң жағындағы $P = F/\Delta l^2$ қысымды, ал сол жағындағы

$n = \frac{N}{\Delta l^3} = \frac{N}{V}$ газ молекулаларының концентрациясын анықтайды. Осыларды пайдалану, жоғарғы теңдікті мына түрге келтіріп жазуға мүмкіндік береді:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}_{kb}^2. \quad (1.23)$$

Бұл формуланың оң жағын екіге көбейту және бөлу арқылы және $m_0 \bar{v}_{kb}^2 / 2 = \bar{\varepsilon}$ екендігін ескеріп, оны мына түрге келтіреді:

$$P = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}_{kb}^2}{2} = \frac{2}{3} n \cdot \bar{\varepsilon}, \quad (1.24)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m_0 \bar{v}_{kb}^2}{2} - \text{молекуланың ілгерілемелі қозғалысының орта}$$

кинетикалық энергиясы. Сонда, идеал газ қысымы, оның бірлік көлеміндегі молекулалардың орта кинетикалық энергиясының $2/3$ бөлігіне тең. (1.23), (1.24) формулалары газдардың молекулалы-кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі деп аталады.

Теңдеу микроскопиялық шамалар (m_0 , \bar{v}_{kb} , $\bar{\varepsilon}$) мен газды біртұтас деп сипаттайтын, тікелей тәжірибелерден анықталатын макроскопиялық шамалардың (мысалы, P) арасындағы байланысты сипаттайды.

Газ қысымы өте көп молекулалардың әсерінен пайда болатын физикалық шама. Аз молекулалардың қысымы туралы сөз қозғауға болмайды. Сондықтан, осындай өте көп молекулалардан құралатын жүйелерде ғана мағынаға ие ұғымдарды статистикалық шамалар деп атайды.

Халықаралық бірлік (СИ) жүйесінде, қысымның өлшем бірлігі ретінде 1 м^2 ауданға әсер ететін 1Н күштің түсіретін

қысымы $1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ алынады. Оны Паскаль (Па) деп атайды. Көп жағдайда қысым атмосферамен, миллиметр сынап бағанасымен өлшенеді.

$$1 \text{ атм.} = 1,01324 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

$$1 \text{ мм. с.б.} = 133,33 \text{ Па.}$$

Молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуінің (1.24) екі жағында бір моль газдың көлеміне V_μ көбейту арқылы мынадай теңдеу алынады:

$$PV_\mu = \frac{2}{3} nV_\mu \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} N_A \bar{\varepsilon},$$

мұндағы $n \cdot V_\mu = N_A$ – Авогадро тұрақтысы. Екіншіден, бір моль газға арналған Клапейрон-Менделеев теңдеуі бойынша $PV_\mu = RT$. Жоғарғы теңдеулерді молекуланың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясына байланысты біріктіріп шешу мынаны береді:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T.$$

Бұл жерде R мен N_A тұрақты шамалар, олай болса олардың қатынасы да өзгермейтін шама және ол Больцман тұрақтысы деп аталады. Яғни,

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Осылардан бір молекуланың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясы мына түрде жазылады:

$$\bar{\varepsilon} = m_0 \bar{v}_{kb}^2 / 2 = \frac{3}{2} kT. \quad (1.25)$$

Бұл теңдеуден температура да қысым сияқты идеал газ молекулаларының орта кинетикалық энергиясымен сипатталатыны көрінеді. Бір немесе бірнеше ондаған молекулалардың температурасы мен орта энергиясы жөнінде сөз қозғалмауы тиіс. Температура, өте көп молекулалардың өсерінен пайда болатын физикалық статистикалық шама. (1.25) теңдеуден орта кинетикалық энергия тек температураның функциясы екендігі және ол молекулалардың массасына байланысты еместігі байқалады.

Егер молекулаларының орта кинетикалық энергиялары әртүрлі газдарды жанастырса, біршама уақыттан соң жүйеде тепеңдік орнайды. Яғни, осы өртекті газдардың молекулаларының орта кинетикалық энергиялары, соқтығысулар нәтижесінде, теңеледі. Осы сияқты ыстық және суық денелерді бір-біріне тигізсе олардың температуралары да теңеледі. Сондықтан, молекулалар қозғалысының орта кинетикалық энергиясы, газдың берілген тығыздықтағы қысымының да, температурасының да өлшемі бола алады.

Идеал газ үшін оның температурасы бір молекуланың орта кинетикалық энергиясының $2/3$ бөлігіне тең деп саналады. Осыдан, температураны θ өріпімен белгілеу арқылы мынадай теңдеу жазылады:

$$\frac{2}{3} \frac{m_0 \bar{v}_{kb}^2}{2} = \theta, \quad (1.26)$$

яғни, температура энергияның өлшем бірлігімен (Дж) өлшенеді, ал бұл практикалық тұрғыда қолайсыз. Сондықтан джоульді градусқа айналдыратын коэффициент енгізілуі тиіс. (1.25) және (1.26) теңдеулерден $\theta = kT$ екендігі шығады. Бұдан Больцман тұрақтысы k , градус пен джоульдің ара қатынасын анықтайды, яғни, k бір градусқа эквивалентті энергия мөлшері.

Молекулалардың бейберекет қозғалысының нәтижесінде, оның энергиясы қозғалыстың үш құраушысының әрқайсына $1/2 kT$ энергиядан келетіндей, теңдей бөлінеді деп саналады. Осыдан, егер молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуіне (1.24) молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясының мәнін (1.25) қойса, қысым мына түрде анықталады:

$$P = nkT. \quad (1.27)$$

Бұл алынған теңдеу де, газ күйін анықтайтын, молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі болып табылады. Өрқайсының концентрациясы n_1, n_2, n_3, \dots – газдардан құралған қоспаның концентрациясы мынаған тең $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$. Олай болса қоспа үшін (1.27) теңдеу мына түрде жазылады:

$$P = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots n_i)kT$$

немесе

$$P = n_1 kT + n_2 kT + n_3 kT + \dots + n_i kT,$$

мұндағы $P_1 = n_1 kT$ – бірінші газдың, $P_2 = n_2 kT$ – екінші газдың және т.с.с. парциаль қысымдары. Осыларды орнына қойып жоғарғы теңдеулерді мына түрге келтіреді:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots P_n = \sum_{i=1}^n P_i.$$

Бұл бұрын баяндалған Дальтон заңының дәлелі екендігі көрініп тұр. (1.27) теңдеу бірлік көлемдегі молекулалар санын анықтауға мүмкіндік береді:

$$n = \frac{P}{kT},$$

егер $n = \frac{N}{V}$ екендігін ескерсек жоғарғы теңдеу мына түрге келеді:

$$\frac{N}{V} = \frac{P}{kT},$$

ал $N = N_A$ – Авогадро тұрақтысына тең болса, бір моль газ үшін жазылған Клапейрон-Менделеев теңдеуі алынады:

$$N_A = \frac{PV_\mu}{kT} \quad \text{немесе} \quad PV_\mu = RT.$$

Сонымен, молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуінен идеал газ күйінің заңдарын түгелдей қорытып шығаруға болады. (1.27) теңдеуден қалыпты атмосфералық қысымда $P \approx 10^5$ Па және $T = 273$ К температурада кез-келген газдың 1 см^3 көлеміндегі, молекулалардың саны тұрақты екендігі көрінеді. Ол Лошмит саны деп аталады:

$$n = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}} = 2,68 \cdot 10^{19}.$$

§ 10. БРОУНДЫҚ ҚОЗҒАЛЫС

Молекулалы-кинетикалық теорияның айқын дәлелдемесі болып табылатын броундық қозғалыс құбылысын 1827 ж. ағылшын ботанигі Броун, суда қалқып жүретін, ұсақ бөлшектердің қозғалысын ұзақ уақыт бақылаулар жүргізу арқылы ашқан. Осы кіші бөлшектер броундық бөлшектер деп аталған және олардың еш уақытта тоқтамайтындығы, үздіксіз бейберекет қозғалыста болатындығы, үлкейетін микроскоптармен зерттеулер арқылы байқалған. Бұл құбылыстың газдарда да жүретіні және осы броундық бөлшектердің сызықтық өлшемдерінің кемуі, ортаның температурасының өсуі, тұтқырлығының артуы, оның қозғалыс интенсивтілігін арттыратыны анықталған.

Арнайы жүргізілген зерттеулер броундық қозғалыстың сипаты осы ұсақ бөлшектер қозғалатын сұйықтың немесе газдың қасиеттеріне тығыз байланысты, бірақ бөлшек жасалған заттың тегіне байланыссыз екендігін дәлелдеді. Сондай-ақ, қатар орналасқан екі броундық бөлшектің қозғалыстарының бір-біріне еш әсері байқалмаған. Осыдан, сұйықтағы ұсақ бөлшектердің қозғалысы, сұйықты құрайтын молекулалардың жылулық қозғалысының әсерінен туындайды деген қорытынды жасалған. Егер, сұйық ішіндегі броундық бөлшектің сызықтық өлшемі үлкен болса, оны әр бағытта соғатын сұйық молекулаларының саны орта шамамен бірдей болғандықтан ол бір орнында қозғалмай дірілдеп тұрады. Тіптен белгілі бір бағыттағы молекулалардың соққылары басқаларынан басым болғанның өзінде, бұл ірі бөлшектер оған жауап беріп үлгермейді.

Сызықтық өлшемдері шамамен $10^{-6} + 10^{-7}$ м ұсақ бөлшектер алатын соққылар онша көп болмайды, сондықтан жеке молекулалар жылдамдықтары мен соққылар санының орта шамадан ауытқулары байқала бастайды. Бұл броундық бөлшекке, сұйық молекулаларының әр бағыттағы беретін импульстерінің біріне-бірі теңелмейтіндігіне әкеледі және осының салдарынан ол жылдамдықтары сан мәні жағынан да, бағыты жағынан да үнемі өзгеріп отыратын, бейберекет қозғалыстар, яғни броундық қозғалыстар жасайды.

Броундық қозғалыстың мөлшерлік теориясын алғаш рет жасағандар А.Эйнштейн мен поляк М.Смолуховский. Енді осы теориядан туындайтын негізгі қатынастардың қарапайым қорытындысын қарастырайық. Сұйық молекулаларының соққыларының теңгерілмейтіндігінен, броундық бөлшекке, оны қозғалысқа келтіретін қорытқы күш F және оған қарама-қарсы бағытталған, сұйықтың тұтқырлығынан пайда болатын

үйкеліс күші f әсер етеді. Броундық бөлшекті радиусы a сфера деп есептесек, үйкеліс күші Стокс формуласымен анықталады:

$$f = 6\pi\eta a \cdot v,$$

бұл жерде η – сұйықтың немесе газдың тұтқырлық коэффициенті, v – броундық бөлшектің жылдамдығы.

Ньютонның екінші заңынан оның қозғалыс теңдеуі былай анықталады:

$$m\ddot{r} = 6\pi\eta a \dot{r},$$

мұнда m – бөлшектің массасы, r – координаталар жүйесіндегі оның радиус векторы, $\dot{r} = v$ – жылдамдығы, ал \ddot{r} – үдеуі. Біз радиус-вектордың \vec{r} координаталар жүйесінің X осіндегі құраушысын қарастырайық. Сонда жоғарғы теңдеу мына түрде жазылады:

$$m\ddot{x} = F_x - 6\pi\eta a \cdot \dot{x}, \quad (1.28)$$

мұнда F_x – қортқы күштің X осі бойынша алынған құраушысы.

Біздің мақсатымыз броундық бөлшектің, молекулалардың соққыларының нәтижесінде, алатын ығысуын x анықтау. Броундық бөлшектің ығысуларының қосындысы нөлге тең, себебі, ығысулардың оң немесе теріс мәндерге ие болу ықтималдығы бірдей. Олай болса, бөлшек ығысуының орта мәні $\bar{x} = 0$, ал осы ығысудың орта мәнінің квадраты \bar{x}^2 нөлге тең болмайды, себебі \bar{x} қай таңбалы болғанымен \bar{x}^2 -тың таңбасы оң. Сондықтан, (1.28) теңдеуді, оған \bar{x}^2 кіретіндей етіп түрлендіру керек. Ол үшін теңдеудің екі жағында x -қа көбейтіп мынадай өрнек алынады:

$$mx\ddot{x} = x \cdot F_x - 6\pi\eta ax\dot{x},$$

Белгілі тепе-теңдіктерді пайдалану мынаны береді:

$$x\ddot{x} = \frac{1}{2} \frac{d^2(x^2)}{dt^2}, \quad x\dot{x} = \frac{1}{2} \frac{d(x^2)}{dt},$$

осыларды орындарына қою арқылы мынадай өрнек алынады:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2(x^2)}{dt^2} - m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -3\pi\eta a + \frac{d(x^2)}{dt} x \cdot F_x.$$

Бұл теңдеу кез-келген бөлшек үшін дұрыс болғандықтан, бөлшектер жиыны үшін алынған шамалардың орта мәндеріне де орындалады. Олай болса:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2(\bar{x}^2)}{dt^2} - m \left(\frac{d\bar{x}}{dt} \right)^2 = -3\pi\eta a \frac{d(\bar{x}^2)}{dt} + \bar{x} \cdot \bar{F}_x,$$

мұндағы \bar{x}^2 – бөлшек ығысуының орта квадрат мәні, $\left(\frac{d\bar{x}}{dt} \right)^2$ –

бөлшек жылдамдығының орта мәнінің квадраты. Теңдеуге кіретін $\bar{x} \cdot \bar{F} = 0$, себебі, бөлшектер жиыны үшін x пен F_x -тың оң және теріс мәндерінің қосындысы нөлге тең. Сонда

$$\frac{m}{2} \frac{d^2(\bar{x}^2)}{dt^2} - m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = -3\pi\eta a \frac{d(\bar{x}^2)}{dt}. \quad (1.29)$$

Осы теңдеудегі $\left(\frac{dx}{dt} \right)^2$ – X осіндегі жылдамдық құраушысының орта мәнінің квадраты. Бөлшектер қозғалысы бейберекет болғандықтан мынадай шарт орындалады:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = \bar{v}_X^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$$

немесе

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2.$$

Соңғы теңдіктің екі жағын да броундық бөлшектің массасына көбейту арқылы оны мына түрге келтіруге болады:

$$m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 = \frac{2}{3} \frac{m \bar{v}^2}{2},$$

мұндағы $\frac{m \bar{v}^2}{2}$ – броундық бөлшектің орта кинетикалық энергиясы. Ол сұйық немесе газ молекулаларымен соқтығысулар арқылы энергия алмаса отырып, сол ортамен жылулық тепе-теңдікте болады. Сондықтан, броундық бөлшек пен орта молекулаларының ілгерілемелі қозғалыстарының кинетикалық энергиялары тең, яғни,

$$\frac{m \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Олай болса

$$m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{2}{3} \frac{m \bar{v}^2}{2} = kT.$$

Осыны (1.29) теңдеуге қою арқылы оны мына түрге келтіреді:

$$\frac{m}{2} \frac{d^2(\bar{x}^2)}{dt^2} - kT = -3\pi\eta a + \frac{d(\bar{x}^2)}{dt}.$$

Бұл теңдеудегі $\frac{d(\bar{x}^2)}{dt}$ мөнін Z деп белгілеп және оны айнымалыларға бөлектеу арқылы мынадай жаңа теңдеу алынады:

$$\frac{m}{2} \frac{dZ}{dt} - kT = -3\pi\eta a Z,$$

ал бұдан

$$\frac{dZ}{Z - \frac{kT}{3\pi\eta a}} = -\frac{6\pi\eta a}{m} dt.$$

Соңғы теңдеудің сол жағын 0 ден Z -ке, ал оң жағын 0-ден t -ға дейін интегралдау арқылы $Z = \frac{d(\bar{x}^2)}{dt}$ шамасының мәні табылады:

$$Z \int_0^Z \frac{dZ}{Z - \frac{kT}{3\pi\eta a}} = - \int_0^t \frac{6\pi\eta a}{m} dt$$

немесе

$$\ln \left(Z - \frac{kT}{3\pi\eta a} \right) - \left(- \frac{kT}{3\pi\eta a} \right) = - \frac{6\pi\eta a}{m} t$$

бұдан

$$Z = \frac{d(\bar{x}^2)}{dt} = \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t} \right).$$

Қалыпты жағдайларда $e^{-\frac{6\pi\eta a}{m} t}$ - шамасының мәні өте аз. Сондықтан

$$\frac{d(\bar{x}^2)}{dt} = \frac{kT}{3\pi\eta a}.$$

Шекті уақыт аралығы Δt мен соған сәйкес орын ауыстырулар үшін бұл теңдеу мына түрге келеді:

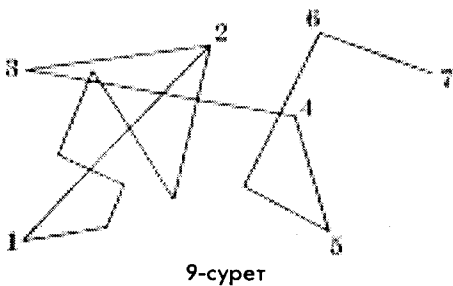
$$\frac{d(\bar{x}^2)}{dt} = \frac{kT}{3\pi\eta a}$$

немесе

$$\Delta \bar{x}^2 = \frac{kT}{3\pi\eta a} \Delta t, \quad (1.30)$$

яғни, броундық бөлшектің, Δt уақыттағы ығысуының орта мәнінің квадраты, осы уақытқа тура пропорционал.

(1.30) формула броундық қозғалысқа қатысатын барлық бөлшектердің ығысуының орта мәнінің квадратын есептеп табуға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, бұл формуламен бірдей уақыт аралығындағы бір бөлшектің ығысуларын зерттеген қолайлы. (1.30) формуланың дұрыстығын, өзінің атақты тәжірибелерімен, француз ғалымы Перрен дәлелдеді.



9-сурет

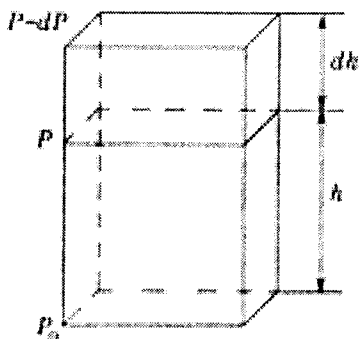
Ол әр 30 с сайын броундық бөлшектің орнын микросоп арқылы белгілеп отырды да, кейін оларды түзу сызықтармен жалғастыру нәтижесінде сынық сызықтар кескінін алды (9-сурет). Егер уақыт 5 с интервалмен алынса, онда суреттегі әр түзу 1-ші мен

2-ші нүктелерді қосатын сынық сызықтар сияқты кескінделер еді. (1.30) формуланы пайдаланып Больцман тұрақтысын, Авогадро санын анықтауға болады.

§ 11. БАРОМЕРЛІК ФОРМУЛА. БОЛЬЦМАН ЗАҢЫ

Тепе-тең күйде газ молекулаларының бейберекет қозғалысы, оның өзі орналасқан көлемде біркелкі таралуын қамтамасыз етеді. Егер газ сыртқы күштер әрісінде табылса, онда оның молекулаларының ыдыс көлеміндегі таралуы біркелкі болмайды. Мысалы, гравитациялық өрістегі ауаны қарастырайық. Ауадан, табанының ауданы бірге тең, тік бағананы ойша бөліп алайық (10-сурет). Биіктігі h ауа бағанасының қысымы P және ол Жер бетінен қашықтаған сайын кемиді. Яғни, биіктік dh мөнге өссе қысым dP шамаға кемиді. Қысымның бұл өзгерісі сан мәні жағынан h және $h + dh$ биіктіктердегі газ бағаналарының салмақтарының айырымына тең. Олай болса биіктігі dh газ бағанасының қысымы мына шамаға кемиді:

$$dP = -\rho g dh,$$



10-сурет

ρ – газдың тығыздығы, $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$ – еркін түсу үдеуі.

Газдың тығыздығы молекулалардың концентрациясы мен оның массасын көбейту арқылы анықталады, яғни, $\rho = m_0 \cdot n$. Екінші жағынан, МКТ-ның негізгі теңдеуінен (1.27), бірлік көлемдегі газ молекулаларының саны мынаған тең:

$$n = \frac{P}{kT}.$$

Осыны жоғарғы теңдеумен біріктіріп шешу тығыздықты анықтайды:

$$\rho = m_0 \cdot P/kT.$$

Мұнан

$$dP = -\rho g dh = \frac{m_0 \cdot g}{kT} P dh$$

немесе

$$\frac{dP}{P} = \frac{m_0 \cdot g}{kT} dh \quad (1.31)$$

Биіктікке сәйкес газдың температурасын тұрақты деп санап (1.31) теңдеуді интегралдау мынаны береді:

$$\ln P = \frac{m_0 g h}{kT} + \ln C,$$

бұл жерде C – интегралдау тұрақтысы. Сонда қысым мынаған тең:

$$P = C \cdot e^{-\frac{m_0 g h}{kT}},$$

интегралдау тұрақтысы C , $h = 0$ -де $P = P_0$ шартынан анықталады, яғни $C = P_0$. Осыдан

$$P = P_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}},$$

ал $k = R/N_A$ және $m = \mu/N_A$. Сонда қысым былай анықталады:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}, \quad (1.32)$$

мұндағы $\mu = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – ауаның эффективті молярлық массасы.

Атмосфералық қысымның Жер бетінен санағандағы биіктікке байланысты кему заңдылығын сипаттайтын бұл өрнек Лапластың барометрлік формуласы деп аталады және оны, еркін түсі үдеуінің биіктікке байланысты өзгерісін ескермеуге болатын, 10–15 км биіктікті қамтитын атмосфераның төменгі қабатында қолдануға болады. Ал одан жоғары биіктіктерде, еркін түсу үдеуінің Жер бетінен қашықтаған сайын кемитіндігі есептелінуі тиіс. Шындығында, бүкіл әлемдік тартылыс заңынан, Жер кіндігінен r қашықтықта еркін түсу үдеуі былай анықталады:

$$g = \gamma \frac{M_{\text{Ж}}}{r^2} = \gamma \frac{M_{\text{Ж}}}{(R_{\text{Ж}} + h)^2},$$

бұл жерде $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ – гравитациялық тұрақты, $M_{\text{Ж}}$ – Жердің массасы, $R_{\text{Ж}} = 6378$ км – оның радиусы, h – зерттелінетін

нүктенің Жер бетінен биіктігі. Осыны орнына қойса (1.31) тендеу мына түрге келеді:

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{M_{\text{ж}} \cdot m_0}{kT} \frac{dh}{(R_{\text{ж}} + h)^2}.$$

Бұл тендеуді интегралдау мынаны береді:

$$\ln P = \frac{M_{\text{ж}} \cdot m_0}{kT} \frac{1}{R_{\text{ж}} + h} + \ln C$$

немесе

$$P = C \cdot e^{\gamma \frac{M_{\text{ж}} m_0}{kT} \frac{1}{R_{\text{ж}} + h}} = C \cdot e^{\gamma \frac{M_{\text{ж}} m_0}{R_{\text{ж}}^2} \frac{R_{\text{ж}}^2}{R_{\text{ж}} + h}} = C \cdot e^{\frac{m_0 g}{kT} \frac{R_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}} + h}}.$$

Бұрын қолданғандай тәсілмен мұнда да $h = 0$ кезде $P = P_0$ шартынан интегралдау тұрақтысы C анықталады:

$$C = P_0 \cdot e^{-\frac{m_0 g R_{\text{ж}}}{kT}}.$$

Осыны жоғарғы тендеуге қою арқылы g өзгермелі кездегі атмосфералық қысымның биіктікке тәуелділігін сипаттайтын формула алынады:

$$P = P_0 \cdot e^{\frac{m_0 g R_{\text{ж}}}{kT} \left(1 - \frac{R_{\text{ж}}^2}{R_{\text{ж}} + h}\right)} \quad (1.33)$$

Бұл тендеуден атмосфералық қысым биіктік бойынша экспоненциалды түрде кемитіндігі байқалады және төменгі температуралар мен ауыр газдар үшін кему көбірек болады (11-сурет). Суреттегі қисықтарды екі түрлі температурадағы бір газ үшін немесе бірдей температурадағы екі әртекті газға сәйкес келеді деп санауға болады.

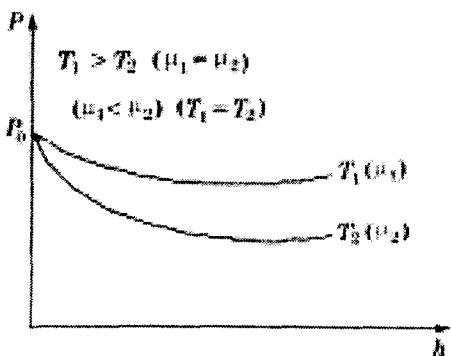
Газдардың молекулалы-кинетикалық теориясының негізгі тендеуі бойынша

$$P = nkT \quad \text{және} \quad P_0 = n_0 kT,$$

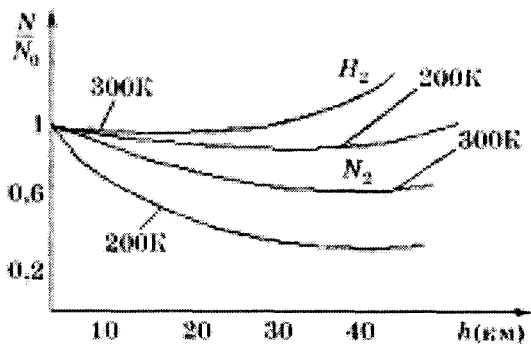
мұндағы n , n_0 – молекулалардың $h = 0$ және h биіктіктердегі концентрациясы. Осыларды (1.32) тендеуге қою арқылы мынадай байланыстылық алынады:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \quad (1.34)$$

Атмосфера әртүрлі газдар қоспасы, сондықтан бұл формула оны құрайтын газдардың (H_2 , O , N_2 ...) дербес концентрацияларын анықтайды. Сонда биіктеген сай-



11-сурет



12-сурет

ын ауыр газдар кеміп, жеңіл газдар көбеюі тиіс. Теория бойынша биіктік пен газдардың салыстырмалы концентрацияларының арасындағы тәуелділікті кескіндейтін әр текті газдар үшін салынған қисықтар (12-сурет) осыны дәлелдейді.

Шындығында, ауа қабаттарының қозғалысы салдарынан, биіктікке байланысты молекулалар концентрациясы аз өзгереді. (1.34) формуладағы $m_0 g h$ – ауа молекуласының потенциалдық энергиясын анықтайды. Егер молекулалар тартылыс күшінің есебінен жерге құлауы тиіс болса, жылулық қозғалысының салдарынан кеңістікке тарап кетуі керек. Жерді қоршаған атмосфераның болуы осы екі әсердің нәтижесі.

Больцман (1.34) қатынастың тартылыс өрісінде жалпы сипаты бар екендігін анықтады. Ауа молекулалары жер бетінде біркелкі таралмайды, потенциалдық энергиясына сай биіктеген сайын оның концентрациясы кемиді, яғни

$$n = n_0 e^{-\frac{E_p}{kT}}, \quad (1.35)$$

E_p – ауа молекуласының потенциалдық энергиясы. Больцман ауа молекулаларының потенциалдық энергияларына сәйкес таралуы жердің ауырлық күшінің өрісінде ғана емес, кез-келген потенциалдық күш өрістері үшін орындалатындығын дәлелдеді. Сондықтан (1.35) формула Больцман заңы, ал потенциалдық күш өрісіндегі молекулалардың сол заңдылықпен таралуы Больцман таралуы деп аталады.

Молекулалы-кинетикалық теорияның дұрыстығын дәлелдеуде француз физигі Ж.Перреннің эксперименттерінің рөлі зор (1909 ж.). Ол, броундық бөлшек өзі қозғалған ортамен жылулық тепе-теңдікте болуы тиіс, сондықтан, сұйықтығы броундық бөлшектер де Больцман заңына бағынады деп санады. Сөйтіп, h сұйық қабатындағы молекулалар санын былай анықтады:

$$n_h = n_0 \cdot e^{-P'(h-h_0)/kT},$$

бұл жерде P' – Архимед заңына сәйкес түзету енгізілген броундық бөлшектің салмағы. Бұны логарифмдеу мынаны береді:

$$\ln \frac{n_h}{n_0} = - \frac{P'(h - h_0)}{kT}.$$

Егер h_1 биіктіктегі бөлшектер санын n_1 , ал h_2 – үшін n_2 деп белгілесек, бұл теңдеу мына түрге келеді:

$$\ln \frac{n_1}{n_0} = - \frac{P'(h_1 - h_0)}{kT}$$

және

$$\ln \frac{n_2}{n_0} = - \frac{P'(h_2 - h_0)}{kT}.$$

Осы теңдеулердің біріншісінен екіншісін алу мынаны береді:

$$\ln \frac{n_1}{n_2} = - \frac{P'(h_2 - h_1)}{kT},$$

мұндағы $k = R/N_A$, ал $P' = \pi r^3(\rho - \rho_0) \cdot g$ екендігін ескеріп және броундық бөлшектерді радиусы r шар тәріздес деп санап, Авогадро тұрақтысын анықтауға болады:

$$N_A = \frac{3RT \ln(n_1/n_2)}{4\pi r^3(\rho - \rho_0)g(h_2 - h_1)},$$

Осындағы ρ – броундық бөлшектің, ал ρ_0 – сұйықтың тығыздықтары және n_1 , n_2 , h_1 , h_2 мәндері тәжірибеден табылады. Перрен гуммигуттан жасалған, өлшемдері микрометрмен шамалас, біркелкі шар тәріздес бөлшектердің судағы қозғалысын зерттеген. Ол, судағы эмульсияның тұну жылдамдығын анықтау арқылы, броундық бөлшектің радиусын тапқан (Стокс формуласы). Перрен бұл қиын проблеманы былай шешкен – таршыны ыдысқа эмульсия құйса, біршама уақыттан соң бөлшектердің тұнуы нәтижесінде, оның жоғарғы беті ағара бастаған, ал осы ағару шекарасының төмендеуі миллиондаған гуммигут бөлшектерінің орта жылдамдығын береді. Перреннің осы тәсілмен тапқан Авогадро саны, қазіргі пайдаланып жүрген мәнге жуық болғанын атап өткен жөн.

§ 12. ГАЗ МОЛЕКУЛАЛАРЫНЫҢ ЖЫЛДАМДЫҚТАРЫ

Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясымен абсолют температураның арасындағы байланысты тағайындайды:

$$\frac{m\bar{v}_{кс}^2}{2} = \frac{3}{2} kT,$$

бұдан

$$\bar{v}_{кс} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

ал

$$k = \frac{R}{N_A}, \quad m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Олай болса

$$\bar{v}_{кс} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (1.36)$$

Клапейрон-Менделеев теңдеуінен (1.17):

$$\frac{RT}{\mu} = \frac{PV}{m} \quad \text{немесе} \quad \frac{RT}{\mu} = \frac{P}{m}.$$

Осыны (1.36) теңдеуге қою мынаны береді:

$$\bar{v}_{кс} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}.$$

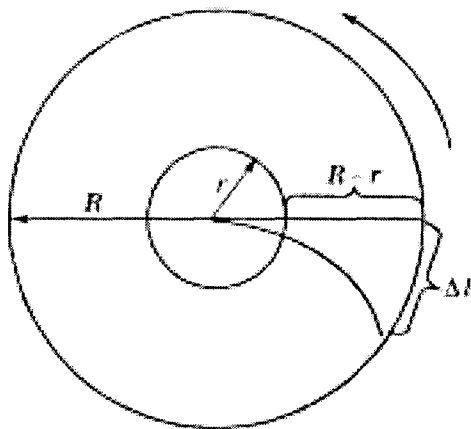
Яғни, газ молекулаларының орта квадрат жылдамдығы таза макроскопиялық шамалар – қысым мен тығыздық арқылы анықталады. Мысалы, азот үшін $P \approx 10^5$ Па қысымда, оның тығыздығы $\rho \approx 1,25$ кг/м³, сонда

$$\bar{v}_{кс} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{1,25}} \approx 500 \text{ м/с}.$$

Тәжірибелерден газ молекулаларының жылдамдығы, олардағы дыбыстың таралу жылдамдығымен шамалас болатыны анықталды. Бұл дыбыс толқындары молекулалардың қозғалысынан пайда болатындығының айқын дәлелі болып табылады. Жалпы газ молекулаларының жылдамдықтары әртүрлі. Оларда жылдамдығы өте төмен молекулалармен қатар, орта квадрат жылдамдықтан әлдеқайда жоғары жылдамдықпен қозғалатын молекулалар да кездеседі.

Газ молекулаларының жылдамдықтарын анықтаудың маңызы зор, себебі, ол газдардың кинетикалық теориясында үлкен рөл атқаратын, Больцман тұрақтысын k , тәжірибе арқылы анықтауға мүмкіндік береді. Жоғарғы вакуумде газ молекулаларының өзара соқтығысулары жоққа тән, бұл кезде олар тек ыдыс қабырғаларымен әсерлеседі. Бұл құбылыс металдарды жоғарғы вакуумде буландыру молекулалық немесе атомдық шоқтар алуға болатынын білдіреді.

Осыларды пайдаланып, бірінші рет молекулалар жылдам-



13-сурет

дығын 1920 ж. тәжірибе жүзінде анықтаған, неміс ғалымы О.Штерн. Құрал өзара берік бекітілген радиустары R мен r екі коаксиалды сыртқы және ішкі цилиндрлерден тұрады (13-сурет). Олардың осіне күміспен қапталған платина сым керіліп қойылды, ал ішіндегі қысым $10^{-5} + 10^{-6}$ мм. с.б. дейін төмендетіледі. Платина сым арқылы электр тогын жіберіп оны күмістің ба-

лқу температурасына ($960\text{ }^{\circ}\text{C}$) жуықтағанша қыздырады. Бұл кезде платинаны қаптаған күміс буланып, одан босаған молекулалар (атомдар) шоғы ішкі цилиндрдің саңлауынан шығып сыртқы цилиндрдің экрандалған ішкі бетіне жетіп қонады.

Бүкіл жүйе $2500 + 2700 \frac{\text{айн}}{\text{мин}}$ бұрыштық жылдамдықпен қозғалатындай есеппен жасалады. Жүйе тыныш тұрса, экранда саңлаудың кескінін қайталайтын күміс қабаты пайда болады. Ал ол ω бұрыштық жылдамдықпен айналса күміс атомдары, айналу бағытына қарама-қарсы бағытта, саңлаудың экрандағы кескінінен Δl шамаға ығысады. Себебі, шоқтағы өз инерциясымен қозғалған бөлшектер $R - r$ аралықты ұшып өтетін t уақытта, құрал $\varphi = \frac{\Delta l}{R} = \omega \cdot t$ бұрышқа бұрылып үлгереді. Осыдан, $t = \frac{\Delta l}{R \cdot \omega}$ екендігін ескеріп, күміс атомдарының орташа жылдамдығын анықтайтын формуланы мына түрде жазуға болады:

$$\bar{v} = \frac{R-r}{t} = \frac{\omega R(R-r)}{\Delta l}.$$

Тәжірибеде экранда қонған атомдардың Δl бойымен таралып орналасуы байқалған. Бұл баяу атомдардың ығысуы шапшаң атомдарға қарағанда артық болатынымен түсіндіріледі. Экрандағы қонбаның әр жеріндегі қалыңдықтарын өлшеу арқылы молекулалардың жылдамдықтары бойынша таралу заңдылығын тағайындауға болады. Себебі, қонбаның әр нүктесіндегі қалыңдығы белгілі-бір жылдамдыққа ие молекулалар санына пропорционал.

Сымнан өтетін ток күшінің өзгерісі молекулалар пайда болатын беттің температурасын өзгертеді, ал ол молекулалар жылдамдығының температураға байланыстылығын зерттеуге мүмкіндік береді. Штерн тәжірибесінен күміс молекулаларының орташа жылдамдығы түбір астындағы абсолют температураға тура пропорционал екендігі дәлелденген, яғни,

$$\bar{v} \sim \sqrt{T}.$$

§ 13. ГАЗ МОЛЕКУЛАЛАРЫНЫҢ ЖЫЛДАМДЫҚТАРЫ БОЙЫНША МАКСВЕЛЛШЕ ТАРАЛУЫ

Газдың қасиеті, оны құрайтын молекулалардың орта кинетикалық энергиясына ғана емес, осы энергияның қалай бөлінетініне – энергетикалық спектрге тығыз байланысты. Идеал газдың энергиясы тек оның кинетикалық энергиясымен анықталады. Сондықтан, энергетикалық спектр, газ молекулаларының жылдамдықтары бойынша таралуына, яғни, жылдамдық спектріне тәуелді. Өзара соқтығысулар газдағы жеке молекулалардың жылдамдығының бағытын да, сандық мәнін де үздіксіз өзгертіп отырады.

Газ молекулалардың қозғалыс бағыттары бойынша таралуы біркелкі. Ал, жылдамдықтарының абсолют мәніне сәйкес таралуы қалай? Тепе-тең күйдегі газ молекулаларының жылдамдықтарының таралуы уақытқа байланысты өзгермеуі тиіс. Бұл, берілген жылдамдықтар интервалында қозғалатын молекулалар саны уақыт бойынша тұрақты деген сөз.

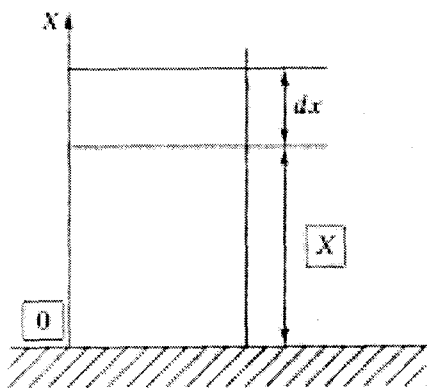
Массасы m газдағы молекулалар концентрациясын n деп белгілейік. Оны құрайтын молекулалардың қанша dn бөлігі берілген dv жылдамдықтар аралығында қозғалатындығын анықтайық. Бұл кезде, біріншіден, v -дан $v + dv$ интервалында қозғалатын dn молекулалар саны молекулалар концентрациясына n тура пропорционал. Екіншіден, ол қандай v жылдамдық алғанымызға және берілген dv жылдамдықтар интервалының еніне байланысты, яғни,

$$dn = n \cdot f(v) \cdot dv.$$

Бұл өрнектен берілген v жылдамдықпен dv жылдамдық интервалында қозғалатын молекулалардың салыстырмалы саны анықталады:

$$dn/n = f(v) \cdot dv, \tag{1.37}$$

$f(v)$ – молекулалардың жылдамдықтары бойынша таралу-



14-сурет

ын сипаттайтын функция. Ол таралу функциясы деп аталады. Осы функцияның түрін анықтайық.

Биіктіктің өн бойында температурасы мен еркін түсу үдеуі өзгермейді деп саналатын газдың тік бағанасын қарастырайық (14-сурет). Абсцисса өсін бағананың биіктігімен бағыттап және одан шексіз жұқа қабат dx бөліп алып, сол қабаттағы жылдамдықтардың тік құраушысы

$v_x - \Delta v_x$ және $v_x + dv_x$ аралығында табылатын молекулалар санын есептейік. Бұдан dn_x , екі айнымалының X пен v_x -тың функциясы екендігі көрінеді, ал екінші жағынан бұл айнымалылар өзара байланысты. Себебі, идеал газ молекулаларының өзара соқтығыстарында энергия шығыны болмайды деп саналады, осыдан олардың кез-келгені үшін механикалық энергияның сақталу заңы орындалады, яғни,

$$mgx + \frac{mv_x^2}{2} = \text{const.}$$

Бұл теңдеудің түрі X пен v_x -тың кез-келген сәйкес мәндерінде сақталуы тиіс, Больцман заңына сәйкес

$$n_x = n_0 \cdot e^{-\frac{mgx}{kT}},$$

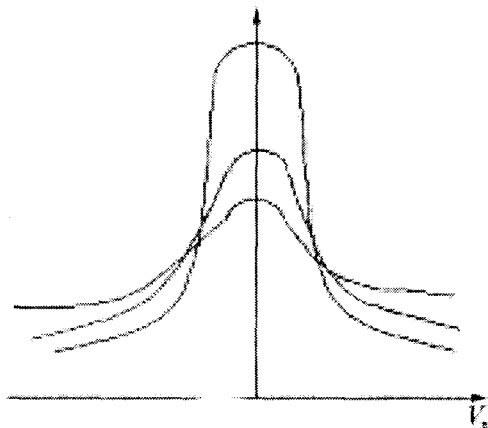
n_0 – биіктік $X = 0$ кезіндегі молекулалар концентрациясы. Сондықтан, таралу функциясы $f(v_x)$ тек экспоненциалды түрде өзгереді:

$$f(v_x) = A \cdot \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right), \quad (1.39)$$

өрнектегі A – тұрақты шама, ал таралу функциясы $f(v_x)$ биіктікке тәуелді емес.

Ауырлық күшінің әсері тек молекулалардың концентрациясын өзгертеді. Сондықтан, (1.39) теңдеу тартылыс өрісі болмаса да күшін сақтайды. Осы таралу функциясы $v_x = 0$ кезде ең үлкен мәнге ие, ал $v_x \rightarrow \infty$ ұмтылғанда нөлге айналады (15-сурет). A – тұрақтысы мына шарттан табылады:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x = 1,$$



15-сурет

себебі, бұл интеграл молекулалардың бәрін есепке алады. Интегралдауды оңайлату үшін жаңа айнымалы енгізіледі:

$$\frac{mv_x^2}{2kT} = q^2; \quad dv_x = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \cdot dq,$$

Сонда

$$\frac{1}{A} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-q^2} \cdot dq.$$

Бұл кестелік интеграл және ол $\sqrt{\pi}$ -ге тең, яғни, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-q^2} \cdot dq = \sqrt{\pi}$. Олай болса

$$A = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}.$$

Мұны (1.39) теңдеуге қою арқылы таралу функциясы анықталады:

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right). \quad (1.40)$$

Осыны (1.37) өрнекке қою берілген жылдамдықтар интервалында қозғалатын молекулалар санын анықтауға мүмкіндік береді. Яғни,

$$dn = n \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot dv_x$$

немесе

$$\frac{dn}{n} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \cdot dv_x.$$

$v_x = 0$ жағдайда dn/n мәні нөлге тең емес, себебі, молекулалар жылдамдығының басқа координата остеріндегі компоненттері бар болуы мүмкін.

Енді $v + v + dv$ интервалындағы, барлық бағытта еркін қозғалатын молекулалардың таралу заңдылығын зерттелік. Бұл үшін молекула жылдамдықтарының сәйкес остердегі v_x, v_y, v_z проекциялары координаталар жүйесінің центрінен басталатын векторлармен кескінделеді (16-сурет). Жүйеде жылдамдық векторының шамасы мен бағыты, оның ұшымен анықталады. Жылдамдық модулі мынаған тең:

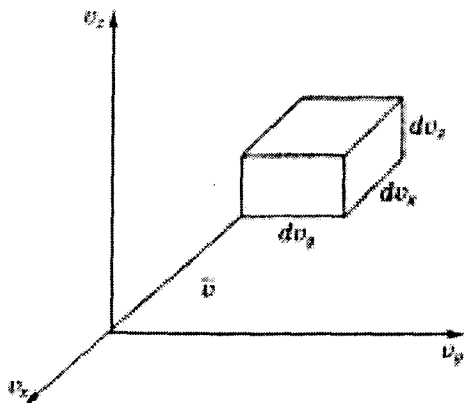
$$|v|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

Координаталар жүйесінен $dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z$ көлемі – жылдамдық кеңістігі бөлініп алынсын. Сонда (1.40) функциясына ұқсас үш функцияның көбейтіндісі молекулалардың кеңістік жылдамдығының бірлік көлемінде табылу ықтималдығын сипаттайды. Яғни,

$$f(v) = f(v_x) \cdot f(v_y) \cdot f(v_z) = \sqrt{\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^3} \exp\left(-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right). \quad (1.41)$$

Бұл функция тек молекулалардың жылдамдықтардың модуліне тәуелді, сондықтан оның оң жағы былай анықталады. Кеңістіктен, жылдамдықтары координаталар жүйесінің басынан басталатын, радиустары v және $v + dv$ екі коаксиалды сфера бөлініп алынады. Егер $t = 0$ мезетінде молекулалар шашыраса, бір секундтан соң олар радиусы v қалыңдығы dv шар қабатын салыстырмалы көлемдік тығыздықпен біркелкі толтыра жайғасады:

$$f(v) = A^3 \cdot \exp\left[\left(\frac{mv_x^2 + mv_y^2 + mv_z^2}{2kT}\right)\right] = A^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right).$$



16-сурет

Сондықтан, берілген жылдамдық модуліне ие молекулалардың салыстырмалы бөлігі мына формуламен анықталады:

$$\frac{dn}{n} = f(v)2\pi v^2 dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv. \quad (1.42)$$

Газдардың молекулалы-кинетикалық теориясында түбегейлі маңызы бар, бұл теңдеуді алғаш қорытып шығарған Дж.К.Маквелл. (1.42) теңдеу жылдамдықтардың бірлік интервалындағы молекулалардың табылу ықтималдығын анықтайды және олардың жылдамдықтары бойынша таралуын береді. (1.42) өрнекпен сипатталатын функцияның графигінен (17-сурет), оның $v = 0$ және $v \rightarrow \infty$ ұмтылғанда қозғалмайтын, өте шапшаң қозғалатын молекулалардың жоқтығынан нөлге айналатындығы көрінеді. Ал

$$\frac{d}{dv^2} \left[v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \right] = 0$$

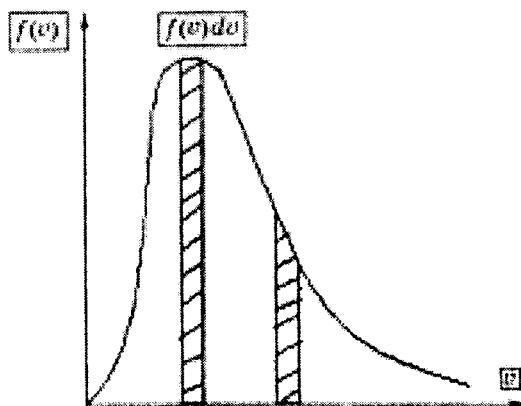
шартынан, яғни жылдамдықтың белгілі бір

$$v = v_{\text{ық}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

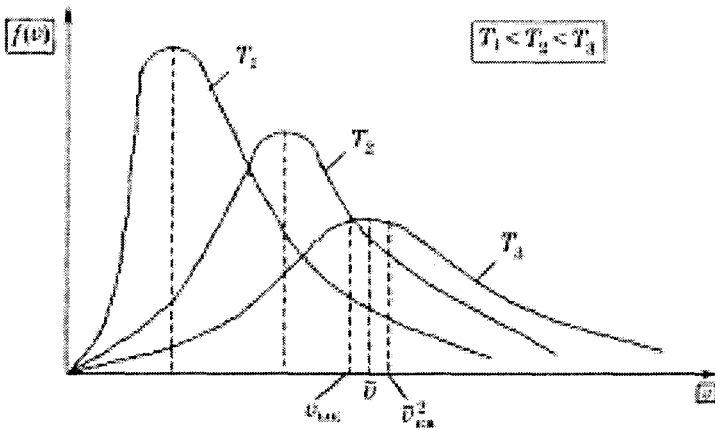
мөнінде $\frac{dn}{n}$ – жылдамдықтардың бірлік интервалдағы молекулалардың табылу ықтималдағы максимумға ие болады. Бұл жылдамдық *ықтимал жылдамдық* деп аталады.

Газ молекулаларының жылдамдықтары бойынша Максвеллше таралу заңынан

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1. \quad (1.43)$$



17-сурет



18-сурет

Геометриялық түрде бұл интеграл Максвеллдің таралу функциясының графигімен шектелген ауданмен кескінделеді (17-сурет). Сондықтан молекулалар жылдамдықтарының 0-ден ∞ аралығында табылу ықтималдығы бірге тең. (1.43) теңдеу функцияның нормалану шарты деп аталады және одан температура жоғарылаған сайын Максвеллдің таралу функциясы үлкен жылдамдықтар жағына ығысып, оның максимумы кемитіндігі көрінеді (18-сурет).

Максвелл заңы (1.42 теңдеу) молекулалардың жылулық қозғалысының орта арифметикалық және орта квадраттық жылдамдықтарын анықтауға мүмкіндік береді. Орта арифметикалық жылдамдық

$$\bar{v}_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad \text{яғни,} \quad \bar{v}_a = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v \cdot dn,$$

ал dn -нің орнына оның (1.42) теңдеудегі мәнін қою арқылы мына теңдеу алынады:

$$\bar{v}_a = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot dv.$$

Бұл теңдеудегі интеграл мынаған тең:

$$\int_0^{\infty} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot dv = \frac{1}{2} \left(\frac{2kT}{m} \right).$$

Олай болса

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

Орта квадрат жылдамдық үшін:

$$v_{\text{кв}}^2 = \frac{1}{n} \int v^2 \cdot dn,$$

осыған (1.42) теңдеуден dn -нің мәнін қою арқылы мынадай өрнек алынады:

$$v_{\text{кв}}^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot dv.$$

немесе

$$\int_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot dv = \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{\frac{5}{2}}.$$

Осылардан орта квадрат жылдамдық анықталады:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Молекулалардың осы анықталған жылдамдықтарын салыстырудан $\bar{v}_{\text{кв}} > \bar{v}_a > \bar{v}_{\text{БЖ}}$ екендігі білінеді.

Молекулалар жылдамдықтарының модулі бойынша Максвеллше таралу заңын, келтірілген түрде оңай есте сақталатындай етіп өрнектеуге болады. Ол үшін жылдамдықтың абсолют мәні, молекулалардың берілген жылдамдығының, олардың ықтимал жылдамдығына қатынасымен анықталатын *салыстырмалы жылдамдықпен* алмастырылады:

$$u = \frac{v}{v_{\text{БЖ}}} \quad \text{немесе} \quad v = u \cdot v_{\text{БЖ}}$$

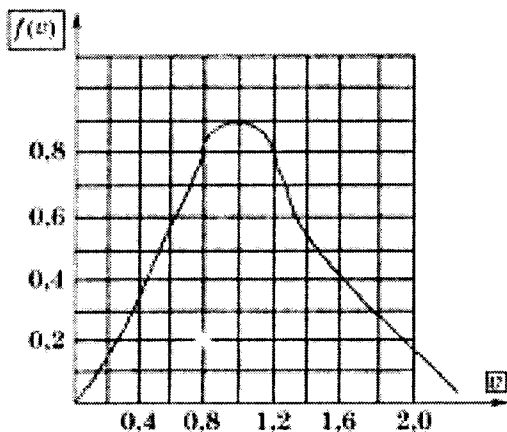
ал

$$dv = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \cdot du.$$

Осыларды орнына қою арқылы (1.42) теңдеу мына түрге келтіріледі:

$$\frac{dn}{n} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot u^2 \exp(-u^2) \cdot du. \quad (1.44)$$

Берілген жылдамдықтар аралығында қозғалатын молекулалардың салыстырмалы мөлшерін анықтауға мүмкіндік беретін бұл теңдеу газдың тегіне де, температурасына да тәуелді емес (19-сурет). Суреттен 0-ден 0,2 салыстырмалы жылдамдықтар интервалында молекулалардың 0,6%, 0,2-ден 0,6 аралығында 12%, 0,6-дан 1,0 аралығында 30%, 1,0-ден 1,4 аралығында 29%, 1,4-тен 2,0 аралығында 23%, ал 2,0-ден жоғарыда 5,4% қозға-



19-сурет

латындығы көрінеді. Бұл молекулалардың басым көпшілігі ықтимал жылдамдықтың маңында қозғалатындығының айқын дәлелі.

Газ молекулаларының жылдамдықтары бойынша таралуы сыртқы потенциалдық күштерге, соның ішінде ауырлық күшіне де тәуелді емес. Ал керісінше, ауырлық өрісіндегі молекулалардың Больцманша таралуы, олардың жылдамдықтары бойынша Максвеллше таралуына тәуелсіз. Бұлардың біріншісінде, молекулалар потенциалдық энергияларына, ал екіншісінде, кинетикалық энергияларына сәйкес таралады.

(1.42) теңдеуге Больцман заңының (1.35) өрнегін қоятын болсақ, молекулалардың потенциалдық және кинетикалық энергияларға сәйкес таралуын сипаттайтын өрнек алынады, яғни,

$$dn = n_0 \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{E_K + E_P}{kT} \right) \cdot dv$$

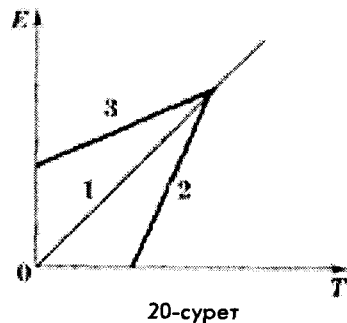
немесе

$$dn = n_0 \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dv \quad (1.44)$$

мұндағы $E = E_K + E_P$ – молекуланың толық энергиясы. (1.44) теңдеу Максвелл-Больцман таралуы деп аталады және жылдамдықтары v -дан $v + dv$ интервалында сыртқы күш өрісінде белгілі потенциалға ие газ молекулаларының салыстырмалы санын анықтауға мүмкіндік береді.

Егер берілген көлемдегі газ молекулаларының саны мен оның толық энергиясының мөлшері тұрақты болса, молекулалардың энергиялары бойынша таралуы олардың статикалық

тепе-теңдік күйінің ең ықтимал мәніне сәйкес келеді. Максвелл-Больцман заңын тек идеал газ молекулалары емес, соларға ұқсас кез-келген бөлшектерге қолдану болады. Реал газдар үшін бұл заң, олардың молекулаларының өзара әсерін ескермеуге болатын, сиретілген газдар үшін орындалады.



Абсолют нөлге жуық температураларда, идеал газ молекулаларының қозғалысы классикалық механиканың емес кванттық механиканың заңдарына бағынады. Бөлшектерге тән қасиеттерге байланысты, бір жағдайларда олардың таралуы Бозе-Эйнштейннің, ал екінші бір жағдайларда Ферми-Дирак таралу функцияларымен сипатталады.

Температураның жоғарылауына сәйкес Бозе-Эйнштейн (2) мен Ферми-Дирактың (3) кванттық таралулары Максвелл-Больцманның (1) таралуына ауысады (20-сурет). Газдың кванттық қасиеті айқын білінетін, олардың Максвелл-Больцман заңынан ауытқулары басталатын аймақтар, газдың асқын аққыштық қасиеті байқалатын аймақ деп аталады. Мысалы, сутек үшін асқын аққыштық 1К-де, ал ауыр газдар үшін одан да төменгі температураларда басталады.

Газдардың асқын аққыштығы байқалатын төменгі температураларда, бөлшектердің ілгерілемелі қозғалысының энергиясы осы температураға байланысты сызықты функция емес және бұл кезде Клапейрон-Менделеев теңдеуі орындалмайды. Бозе-Эйнштейн таралуымен сипатталатын, газ молекулаларының қозғалысы абсолют нөлге жетпей тоқтайды. Керісінше, Ферми-Дирак статистикасына бағынатын бөлшектердің абсолют нөлде, нөлдік энергия деп аталатын, аздаған ілгерілемелі қозғалысының энергиясы сақталады.

Асқын аққыштық аймағында, температура газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясының өлшемі деген қорытынды дұрыс болмағанымен, молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі орындалады.

Бөлшектер таралуының кванттық ерекшелігі, қоюланған зат күйіне сәйкес келетін тығыздықтар үшін де дұрыс. Мысалы, металдағы еркін электрондар электрондық газ деп алынса, олардың энергиясы бойынша таралуы Ферми-Дирак статистикасымен түсіндірілетін, кванттық күйдегі асқын аққыш газ деп саналады.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Концентрациясы $10^{20} \frac{1}{\text{м}^3}$, молекулаларының орта квадрат жылдамдығы 10^3 м/с , ыдыстағы идеал газ, оның қабырғаларына қандай қысым түсіреді? Газ молекуласының массасы $3 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Берілгені:

$$n \cdot 1020 \frac{1}{\text{м}^3}$$

$$m = 3 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$\bar{v} = 10^3 \text{ м/с}$$

$p - ?$

Шешуі:

Ыдыстағы газ қысымын табу үшін молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі қолданылады

$$p = \frac{1}{3} nm \bar{v}^2.$$

Осы өрнекте берілген шамалардың сан мәндерін орындарына қойып есептеулерден қысымның мөлшері анықталады.

$$p = \frac{1}{3} \cdot 10^{20} \cdot 3 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6 = 0,1 \text{ Па.}$$

2. Ауа, массасы жағынан бір бөлік оттектен және үш бөлік азоттан ($m_1 : m_2 - 1 : 3$) құралған деп санап, оның молярлық массасын анықтаңдар.

Берілгені:

$$m_1 = \frac{1}{4} m$$

$$m_2 = \frac{3}{4} m$$

$$\mu_1 = 0,032 \text{ кг/моль}$$

$$\mu_2 = 0,028 \text{ кг/моль}$$

$\mu - ?$

Шешуі:

Біртекті газдар ғана емес газ қоспаларыда идеал газдың қасиеттеріне ие. Қоспалы газдар үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуі мына түрде жазылады.

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

μ – қоспаның молярлық массасы.

Мұнда қоспаның әр компоненті үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуі жазылады.

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu_2} RT, \quad P_2 V = \frac{m_2}{\mu_2} RT$$

мұндағы P_1 және P_2 – қоспаны құрайтын оттектен пен азоттың парциал (жеке) қысымдары. Қоспа газдар үшін Дальтон заңы пайдаланылады, яғни,

$$P = P_1 + P_2$$

Осыған (1), (2), (3) теңдеулерден P_1, P_2, P_3 қысымдарды тау-

Ып қою арқылы қоспаның молярлық массасын анықтауға мүмкіндік беретін формула алынады

$$\frac{mRT}{\mu V} = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V} + \frac{m_2 RT}{\mu_2 V} \quad (5)$$

мұнан

$$\frac{m}{\mu} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \quad (6)$$

осыған $m_1 = \frac{1}{4} m$ және $m_2 = \frac{3}{4} m$ және және берілген шамалардың сан мөндерін қою арқылы қоспаның молярлық массасы табылады

$$\frac{m}{\mu} = \frac{m}{4\mu_1} + \frac{3m}{4\mu_2}, \text{ яғни } \mu = \frac{4\mu_1\mu_2}{3\mu_1 + \mu_2} = \frac{4 \cdot 0,032 \cdot 0,028}{3 \cdot 0,032 + 0,028} = 0,029 \text{ кг/моль.}$$

3. Егер, ауданы $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ баллонның тесігін жабатын сақтандырғыш тығын 60 Н күшке төтеп бере алатын болса, оның ішіндегі ауаның тығыздығы қанша. Баллондағы ауаның температурасы 320 К, атмосфералық қысым 10^5 Па . Ауаның молярлық массасы $\mu = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

лық массасы $\mu = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Берілгені:

$$T = 320 \text{ К}$$

$$S = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

$$\mu = 0,032 \text{ кг/моль}$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$F = 60 \text{ Н}$$

$$\rho = ?$$

Шешуі:

$$\text{Клапейрон-Менделеев теңдеуі } PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

$$\text{яғни, } P = \frac{mRT}{\mu V} \text{ мұнан } \frac{m}{V} = \rho = \frac{\mu P}{RT} \quad (1)$$

мұнда $R = 8,31 \text{ Дж/мольК}$ – универсал газ тұрақтысы. P – баллондағы ауаның қысымы. Ол атмосфералық P_0 мен F күштің тығынға әсер етуші қысымдарының қосындысымен анықталады, яғни,

$$P = P_0 + \frac{F}{S} \quad (2)$$

(2) теңдеуді (1)-ге қойып тығыздықты анықтайды

$$\rho = \frac{\left(P_0 + \frac{F}{S}\right) \cdot \mu}{RT}.$$

Осы формуладағы физикалық шамалардың сан мөндерін қойып есептеулер тығыздықты береді

$$\rho = \frac{\left(10^5 + \frac{60}{1,2 \cdot 10^{-5}}\right) \cdot 0,029}{8,31 \cdot 320} = 55,5 \text{ кг/м}^3.$$

4. Азот пен сутектен тұратын қоспаның қысымы $P = 2 \cdot 10^5$ Па, температурасы 320К, тығыздығы 0,3 г/л. Осы газдардың концентрацияларын анықтаңдар.

Берілгені:

$$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 320\text{К}$$

$$\rho = 0,3 \text{ кг/м}^3 \text{ Па}$$

$$n_1 - ? \quad n_2 - ?$$

Шешуі:

Есепте молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі пайдаланылады

$$P \cdot nkT \quad (1)$$

$$\text{мұнда } n = n_1 + n_2.$$

$$\text{Олай болса } n_1 + n_2 = \frac{P}{kT} \quad (2)$$

Қоспаның молярлық массасы Дальтон заңына жазылған Клапейрон-Менделеев теңдеуінен анықталады.

$$\mu = \frac{mRT}{VP} = \rho \frac{RT}{P}. \quad (3)$$

Екіншіден, μ азот пен сутектің молярлық массалары мен концентрацияларынан

$$\mu = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} \quad (4)$$

және $m = n \cdot V \cdot \mu / N_A$ формуласынан, азот үшін $m_1 = n_1 \cdot V \cdot \mu_1 / N_A$, ал сутек үшін $m_2 = n_2 V \cdot \mu_2 / N_A$. Осылардан қоспаның молярлық массасы анықталады

$$\mu = (n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2) / n_2 + n_2 \quad (5)$$

(3) мен (5) теңдеулердің оң жақтарын теңестіруден n_1 мен n_2 шамаларын байланыстыратын тағы бір теңдеу алынады.

$$\frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2}{n_1 + n_2} = \frac{\rho RT}{P} \quad (6)$$

(2) және (6) теңдеулерді біріктіріп шешу арқылы іздеген шамаларды анықтайтын формулалар табылады және олар арқылы азот пен сутектің концентрациялары анықталады.

$$n_1 = \frac{\rho RT - P \mu_2}{nT(\mu_1 - \mu_2)} = \frac{0,3 \cdot 8,31 \cdot 320 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,002}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 320(-0,028 - 0,002)} = 2,4 \cdot 10^{24} \frac{1}{\text{м}^3},$$

$$n_2 = \frac{\rho RT - \mu_1 P}{nT(\mu_2 - \mu_1)} = 4,2 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}.$$

5. Радон ваннасындағы 1 дм³ суда 1,8 · 10⁶ радон атомы бар. Ондағы радонның бір атомына судың қанша молекуласы сәйкес келеді?

Берілгені: $V_2 = 1 \text{ дм}^3 = 10^{-3} \text{ м}^3$ $N_p = 1,8 \cdot 10^6 \text{ атом}$	Шешуі: Алдымен 10 ⁻³ м ³ суда қанша молекула болатынын анықтау керек. $N_c = \frac{m_c}{\mu_c} \cdot N_A \quad (1)$
$\frac{N_c}{N_p} - ?$	

Судың массасы $m_c = V_c \rho = 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 1 \text{ кг}$, мұнда ρ_c – судың тығыздығы, $\mu_c = 0,018 \text{ кг/моль}$, ал $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ кг/моль} \cdot \mu_c = 0,018 \text{ кг/моль}$, ал $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ кг/моль}$.

Осылардан $\frac{N_c}{N_p} = \frac{\frac{m_c}{\mu_c} \cdot N_A}{N_p}$. Бұған берілген шамалардың сан

мәндерін орнына қойып есептеулер радонның бір атомына судың қанша молекуласы келетінін береді

$$\frac{N_c}{N_p} = \frac{1}{0,018} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{1,8 \cdot 10^6} = 1,9 \cdot 10^{19}.$$

6. 10 °С температурадағы 20 г оттектің жылулық қозғалысының энергиясы неге тең? Бұл энергияның қанша бөлігі ілгерілемелі, қаншасы айналмалы қозғалыстарға келеді.

Берілгені: $T = 283\text{К}$ $m = 20 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$ $\mu = 0,032 \text{ кг/моль}$	Шешуі: Молекулалардың жылулық қозғалысының энергиясы (ішкі энергиясы) мына формуламен анықталады $U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT$
$U - ? U_1 - ? U_2 - ?$	

мұнда i – молекуланың еркіндік дәрежелер саны. Екі атомды молекулалар үшін $i = 5$. Мұның үшеуі ілгерілемелі, ал екеуі айналмалы қозғалыстарға сәйкес келеді. Сонда сәйкес қозғалыстар үшін

$$U_1 = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT \quad (2)$$

ал

$$U_2 = \frac{2}{2} \frac{m}{M} RT. \quad (3)$$

(1), (2), (3) теңдеулердегі шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер сәйкес энергияларды береді.

$$1) U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{0,032} \cdot \frac{5}{2} 8,31 \cdot 283 = 3,7 \text{ кДж},$$

$$2) U_1 = \frac{m}{\mu} \frac{3}{2} RT = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,032} \cdot \frac{3}{2} 8,31 \cdot 283 = 2,2 \text{ кДж},$$

$$3) U_2 = \frac{m}{\mu} \frac{2}{2} RT = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,032} \cdot \frac{2}{2} 8,31 \cdot 283 = 1,5 \text{ кДж}.$$

7. Температурасы 400К сутек молекулаларының қанша бөлігінің ықтимал жылдамдықтан айырмашылығы ± 5 м/с.

Берілгені:

$$\Delta = 10 \text{ м/с}$$

$$a \ll b$$

$$T = 400\text{К}$$

$$\Delta N_1 - ? N - ?$$

Шешуі:

Молекулалар жылдамдықтары бойынша Максвеллге таралып орналасады

$$\Delta N = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot u^2 e^{-u^2} \Delta u \quad (1)$$

Есептің шартынан $v = v_{\text{БК}}$. Яғни, болса $u = \frac{v}{v_b} = 1$. Мұнан Δv интервалдағы молекулалар саны былай анықталады.

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi} \cdot e} N \Delta u \text{ немесе } \frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi} \cdot e} \Delta u; \quad (2)$$

$$(2) \text{ формулада } \Delta u = \frac{v}{v_b}, v_b = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,31 \cdot 400}{0,002}} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Сонда $\Delta u = \frac{\Delta v}{v} = \frac{10}{1,8 \cdot 10^3} = \frac{1}{18}$, $u = 1$ болғандықтан $u \ll u$ шарты берілген температурада орындалады. Олай болса (1) формуладағы физикалық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер мынаны береді

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi e}} \Delta u = \frac{4}{\sqrt{3,14} \cdot 2,7 \cdot 1,82} = 0,0046.$$

Яғни, молекулалардың 0,46 проценті есептің шартында берілген жылдамдық интервалында қозғалады. Мысалы, $N = 10^4$ молекулаға тең болса, олардың 46-сы Δv жылдамдықтар аралығында қозғалады, яғни $\Delta N = N \cdot 0,0046 = 10^4 \cdot 0,0046 = 46$ молекула.

8. Алматыдаы космостық сәулелерді зерттеу лабораториясы теңіз деңгейімен салыстырғанда 3250 м биіктікте орналасқан. Осы төбедегі ауа қысымы неге тең, егер оның температурасы тұрақты және 278К, теңіз деңгейіндегі қысымы 760 мм с.б. ал молярлық массасы $M = 0,029$ кг/моль болса?

Берілгені:

$$h = 3250 \text{ м}$$

$$T = 278 \text{ К}$$

$$m = 0,029 \text{ кг/моль}$$

$$P_0 = 760 \text{ мм.с.б.}$$

$P = ?$

Шешуі:

Ауа қысымының биіктікке байланысты өзгеру заңдылығы Лапласстың барометрлік формуласымен анықталады

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \quad (1)$$

P_0 – газдың $h = 0$ биіктіктегі қысымы (1) формуладағы шамалардың сан мәндерін орындарына қойып есептеулерден

$$P = 760 \left(\text{экс} - \frac{0,029 \cdot 9,8 \cdot 3,28 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 278} \right) = 760 \cdot e^{-0,4} = 760 \cdot 0,67 = 510 \text{ мм.с.б.}$$

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Заттардың қасиеттерін молекулалы-кинетикалық тұрғыда қарастыру қандай басты тәжірибелік фактілерге негізделген?
2. Газдардың кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі қалай қорытылып шығарылады?
3. Идеал газ деген не және бұл ұғым неге енгізілген?
4. Броундық бөлшек, броундық қозғалыс деген не? Эйнштейн заңының мәні неде?
5. Газдың термиялық коэффициенті деген не?
6. Идеал газдың көлемдік ұлғаю коэффициентінің температураға байланыстылығы қандай?
7. Универсал газ тұрақтысының физикалық мағынасы неде?
8. Атомдар мен молекулалардың жылдамдықтары тәжірибе жүзінде қалай өлшенеді және одан қандай қорытындылар жасалады.
9. Заттардың жылулық қасиеттерін молекулалы-кинетикалық тұрғыдан зерттеу арқылы жасалған температураның анықтамасы қандай?
10. Энергияның еркіндік дәрежелеріне сәйкес теңдей бөліну заңының мазмұны неде?
11. Максвелл заңының физикалық мәні неде, оның математикалық өрнегі қалай жазылады және оны газ молекулаларының жылдамдықтарын табуға қалай қолданады? Максвелл заңын тәжірибелер арқылы тексеруге бола ма?
12. Газ ауырлық өрісінде өзін қалай ұстайды? Барометрлік формуланы қорытып шығарыңыз.
13. Больцман заңының маңызы неде және оны қолданудың қандай мысалдарын келтіре аласыз?
14. Перрен, тәжірибемен барометрлік формуланы қалай дәлелдеген? Авогадро санын қалай анықтауға болады?
15. Термодинамикалық тепе-теңдіктегі газды құрайтын өртүрлі бөлшектердің жылулық қозғалысының орта кинетикалық энергиялары қандай қатынаспен анықталады?

§ 14. МОЛЕКУЛАЛАРДЫҢ ЕРКІН ЖОЛ ҰЗЫНДЫҒЫ

Молекулалар, осы уақытқа дейін сызықтық өлшемдері өте кіші, материалдық нүктелер жиыны ретінде қарастырылды. Бұл жағдай олардың өзара соқтығысуларын ескермеуге мүмкіндік берді. Шындығында молекулалардың сызықтық өлшемдері бар және олар бір-бірімен үздіксіз соқтығысып отырады. Екі көрші соқтығысу аралығындағы молекуланың қозғалысын түзу сызықты және бірқалыпты деп санауға болады. Молекуланың әр соқтығысудан соң жүрген жолының ұзындығы әртүрлі, мысалы, $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ болады. Сондықтан молекулалардың орта еркін жол ұзындығы ($\bar{\lambda}$) деген ұғым енгізілген. Жоғарыда айтылғандардан,

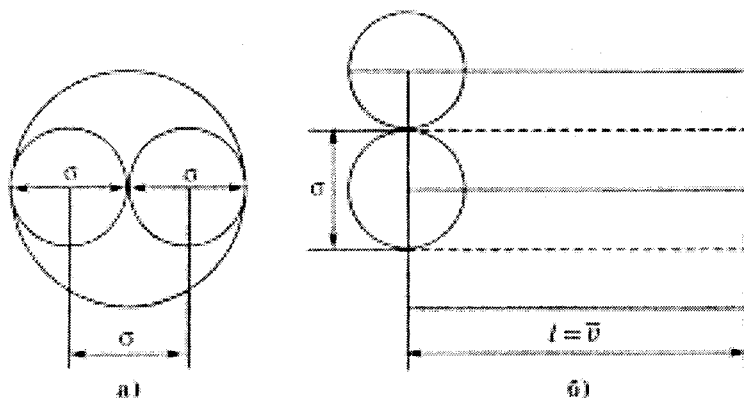
$$\bar{\lambda} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n}.$$

Яғни, $\bar{\lambda}$ молекуланың екі көрші соқтығысулар арасындағы жүріп өткен орта қашықтығы.

Молекула, бір секундта, орта арифметикалық жылдамдығына \bar{v}_a тең қашықтық жүріп өтсін және басқа молекулалармен орта есеппен \bar{z} рет соқтығысады деп санайық. Бұдан, молекуланың орта еркін жол ұзындығы мына өрнекпен анықталады:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}_a}{\bar{z}}. \quad (2.1)$$

Енді, бір секундтағы молекуланың орта соқтығысу санын табыайық. Ол үшін газ молекулалары, диаметрі олардың эффективті диаметріне σ тең, сфера деп саналады (21, а-сурет) Есепті оңайлату үшін, бір молекула қозғалады, ал қалғандары тыныштықта тұрады деп алайық және, \bar{v}_a жылдамдықпен қозғалған молекула соқтығысулар кезінде бағытын өзгертпейді деп саналсын. Сонда молекула өзі қозғалатын түзуден $\sigma = 2r$ қашықтықтағы барлық молекулалармен соқтығысады. Олай



21-сурет.

болса, қозғалыстағы молекула табанының радиусы σ -ға тең, ұзындығы орта арифметикалық жылдамдыққа тең цилиндрдің ішіндегі барлық молекулалармен соқтығысады (21, б-сурет). Ал цилиндрдің ішіндегі молекулалар саны мына формуламен анықталады:

$$N = \pi \sigma^2 \bar{v} \cdot n.$$

Екіншіден, $N = \bar{z}$ қозғалыстағы молекуланың бір секунд ішіндегі соқтығысу санын береді, яғни,

$$\bar{z} = \pi \sigma^2 \bar{v} \cdot n \text{ немесе } 4\pi r^2 \bar{v} n, \quad (2.2)$$

мұндағы n – молекулалардың концентрациясы, $\sigma = 2r$, ал $\pi r^2 \bar{v}$ – цилиндрдің көлемі.

Нақты жағдайларда молекулалар үнемі хаосты жылулық қозғалыста болатындықтан молекуланың бірлік уақыттағы орта соқтығысу саны, тәжірибелерден, оның теориялық мәнінен $\sqrt{2}$ есе артық екендігі анықталған. Осыдан орта соқтығысу саны мынаған теңеледі:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2} \cdot \pi r^2 \bar{v} n = \sqrt{2} \cdot \pi \sigma^2 \bar{v} n. \quad (2.3)$$

Ауа молекуласының эффективті диаметрі $\sigma = 3 \cdot 10^{-10}$ м, ал қалыпты жағдайда ($T = 273\text{K}$, $P = 1,013 \cdot 10^5$ Па), ауадағы молекулалар концентрациясы $n \approx 3 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}$. Осыларды (2.3) өрнекке қойып есептеулер жүргізу, көп газдарда молекулалардың орта соқтығысу саны $\bar{z} \approx 3 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{с}}$ болатынын көрсетті.

Жоғарыдағы (2.3) формуласындағы \bar{z} мәнін (2.1) өрнекке қою арқылы молекулалардың орта еркін жол ұзындығы анықталады:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{z} = \frac{1}{4\sqrt{2} \cdot \pi r^2 n} \quad (2.4)$$

Бұрын айтылғандай, молекулалардың өсерлесу диаметрі, молекулалардың өзара соқтығысуы кезіндегі, олардың центрлерінің орта ара қашықтығы $\sigma = 2r$ молекуланың *эффективті диаметрі* деп аталады. Эффективті диаметрмен өлшенетін аудан $\sigma\pi^2$ *эффективті қима* деп аталған. (2.4) өрнек эффективті диаметр арқылы жазылса мына түрге келеді:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \sigma^2 \cdot n} \quad (2.5)$$

(2.4), (2.5) өрнектерінен молекуланың орта еркін жол ұзындығы $\bar{\lambda}$ молекулалардың концентрациясына кері пропорционал екендігі көрінеді. Ал кинетикалық теорияның негізгі теңдеуінен P қысым молекулалар концентрациясына тура пропорционал. Олай болса $\bar{\lambda}$ қысымға кері пропорционал. Яғни,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуінен

$$n = \frac{P}{kT}$$

Осына (2.4), (2.5) формулаларына қою мынаны береді:

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{4\sqrt{2} \cdot \pi r^2 P} = \frac{kT}{\sqrt{2} \cdot \pi \sigma^2 P}$$

Газ молекулаларының орта еркін жол ұзындығы $\bar{\lambda}$ олардың эффективті диаметріне σ -ға, яғни, газдың тегіне тәуелді. Ол төмендегі кестеден анық байқалады.

3 кесте

Газ	$\bar{\lambda} \cdot 10^7$ м	$\sigma \cdot 10^{10}$ м
Сутек	1,123	2,3
Азот	0,599	3,1
Оттек	0,647	2,9
Гелий	1,798	1,9
Аргон	0,666	3,6

(2.6) формула арқылы, егер $\bar{\lambda}$ белгілі болса, молекулалардың σ эффективті диаметрін анықтауға болады, бірақ ол σ -ның дәл өлшемін бермейді. Себебі, молекулалар тура шар тәрізді емес және олардың соқтығысулары абсолют серпімді болмайды. Мо-

лекулалар ядролар мен электрондардан құралатын күрделі жүйе. Сондықтан олардың арасындағы, бір-біріне өте жақындаған кезде байқалатын, өзара әсерлесу күштерінің сипаты да күрделі құбылыс. Бұл күштердің электрлік сипаты болғанымен соқтығысулар кезінде олардың арасында тебіліс күштері пайда болып отырады және олар, молекулалар бір-біріне жақындаған сайын арта түседі. Осы әртекті күштердің әсерінен молекулалар жылдамдықтарының бағытын да, шамасын да өзгертіп отырады.

Молекулалардың орта еркін жол ұзындығының формуласын қорыту барысындағы есептеулердің жуықтығынан, оның температураға аздап тәуелді екендігі туындайды. Тәжірибелер температураның өсуіне байланысты $\bar{\lambda}$ -ның біршама артатындығын көрсетеді. Яғни,

$$\bar{\lambda}_T = \bar{\lambda} \frac{T}{C+T}, \quad (2.7)$$

мұндағы C – Сезерленд тұрақтысы деп аталады және ол зерттелінетін газ үшін тұрақты шама. Оның сан мәні тәжірибелерден анықталады, мысалы, азот үшін $C = 102,7\text{K}$. Температура жоғарылаған сайын $\bar{\lambda}_T \rightarrow \bar{\lambda}$ -ға ұмтылады.

Молекулалардың орта еркін жол ұзындығы қысым кеміген сайын артады. Бұны, тұрақты 273 K температура мен өртүрлі қысымдарда тәжірибелер арқылы өлшенген, ауа молекулаларының орта еркін жол ұзындықтары келтірілген, 4-кестеден көруге болады.

Кестеден 10^{-4} Па қысымда ауа молекулаларының орта еркін жол ұзындығы ондаған, жүздеген метрге жететіндігі байқалады. Егер ыдыстың сызықтық өлшемдері бұдан кем болса молекулалар ұзақ уақыт бір-бірімен соқтығыспай жүре алады. Газдың осындай күйі техникалық вакуум деп аталады. Ескерте кетейік, $\bar{\lambda}$ мен \bar{v} мәндерінің көмегімен молекуланың орта еркін жолды жүруге кеткен орта уақытын $\bar{\tau}$ анықтауға болады, яғни $\bar{\tau} = \bar{\lambda} / \bar{v}$. Мысалы қалыпты жағдайдағы ауа молекуласы үшін, $\bar{\lambda} = 6 \cdot 10^{-7}$ м, $\bar{v} = 500$ м/с екендіктерін ескеріп, $\bar{\tau} = 1,2 \cdot 10^{-9}$ с болатынын анықтауға болады. Бұл уақыт молекулалардың 1 с ішіндегі орта соқтығысу санына кері пропорционал, яғни, $\bar{\tau} = 1 / \bar{z}$.

4 кесте

$P, \text{Па}$	$1,013 \cdot 10^5$	1,333	$1,333 \cdot 10^{-2}$	$1,333 \cdot 10^{-3}$	$1,333 \cdot 10^{-5}$
$\bar{\lambda}, \text{м}$	$6,21 \cdot 10^{-8}$	$4,72 \cdot 10^{-3}$	$4,72 \cdot 10^{-1}$	4,72	$4,72 \cdot 10^2$

Ыдыстың сызықтық өлшемдері мен ондағы газ молекулаларының орта еркін жол ұзындығының арасындағы байланысты вакуумды сипаттау үшін пайдаланады. Молекулалардың еркін жол ұзындығы ыдыстың сызықтық өлшемдерінен артық болатын, сиретілген газ күйі *вакуум* деп аталады. Вакуумның төменгі, орташа және жоғарғы үш түрін ажыратады. *Төменгі вакуум* деп, молекулаларының орта еркін жол ұзындығы, ыдыстың сипатты сызықтық өлшемдерінен кіші болатын газ күйі айтылады. Осы мәндер бір-бірімен шамалас кездегі газ күйі *орташа вакуум*, ал $\bar{\lambda}$ ыдыстың сызықтық өлшемдерінен әлдеқайда үлкен болғандағы газ күйі *жоғарғы вакуум* деп аталады.

Ыдыстың сызықтық өлшемдері кеміген сайын вакуум жоғарғы қысымдарда алынады және керісінше. Мысалы, ішінде диаметрі 10^{-7} м қуыстары бар кеуек денелердегі газ күйін, атмосфералық қысымда, вакуум деп санауға болады. Себебі, газ молекулалары бұл қуыстарда өзара соқтығыспай, тек ыдыс қабырғаларымен ғана соқтығысады.

§ 15. МОЛЕКУЛАЛЫҚ ШОҚТАР ЖӘНЕ ОРТА ЕРКІН ЖОЛ ҰЗЫНДЫҒЫН АНЫҚТАУ ТӘСІЛДЕРІ

Молекулалық шоқтың газ арқылы өткендегі әлсіреуі, олардың газ молекулаларымен соқтығысуларына байланысты. Бағыты мен жылдамдықтары барлық молекулалар үшін бірдей шоқ газ арқылы өтсін. Газдың молекулаларымен соқтығысулары нәтижесінде, олардың біраз бөлігі, бағытын өзгерте отырып, шоқтан шығып қалады. Оның газдағы жолы ұзарған сайын молекулаларының саны кемі береді, ал шоқтан шығып қалатындарының саны арта түседі.

Мысалы, молекулалық шоқ газда X осімен қозғалсын және бастапқыда ондағы молекулалар саны N_0 болсын. Газда dx жол жүргенде шоқтағы молекулалар саны dN мөнге кемиді, яғни, шоқта N молекула қалады. Сонда шоқтан «шығып қалған» бөлшектер санының онда қалғандарына қатынасы, шоқтың өткен dx жолының оның орта еркін жол ұзындығының қатынасына тең болуы тиіс. Себебі, бұл қатынас көбейген сайын, әр молекуланың шоқтан шығып қалу мүмкіндігі жоғарылайды. Яғни,

$$-\frac{dN}{N} = \frac{dx}{\lambda}.$$

Минус таңба шоқтағы молекулалар санының кемуін білдіреді

($dN < 0$). Бұл теңдеуді интегралдау арқылы мынадай өрнек алынады:

$$\ln N = -\frac{x}{\lambda} + C.$$

Интегралдау тұрақтысы $C = \ln N_0$, себебі $x = 0$ -де $N = N_0$. Олай болса

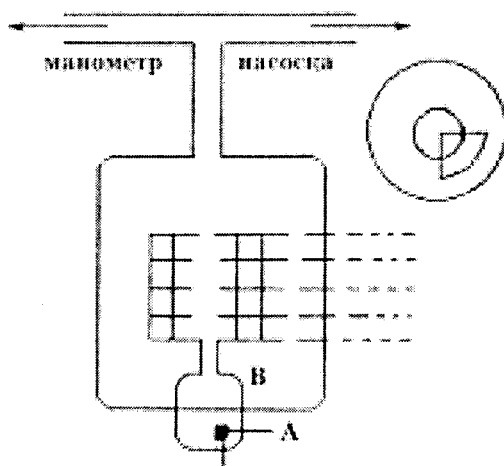
$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{x}{\lambda}} \text{ немесе } N = N_0 \cdot e^{-\frac{x}{\lambda}}. \quad (2.8)$$

Бұл өрнек газдан өткенде шоқтағы бөлшектер санының, осы газ қабатының қалыңдығына x байланысты экспоненциалды түрде кемитіндігін көрсетеді.

Экспоненциалды қисықтың тіктігін сипаттайтын $1/\bar{\lambda}$ шамасы шашырау коэффициенті деп аталады. (2.8) өрнектен, егер газда соқтығысу болмаса ($\bar{\lambda} = \infty$) шашырау болмайтыны шығады. Бұл кезде шоқтың тығыздығы да, ондағы молекулалар саны да өзгермейді, яғни, $N = N_0$ күйінше қалады.

Молекулалардың сызықтық өлшемдері мен олардың өзара әсерлесу күштері тығыз байланысты. Сондықтан молекулалардың орта еркін жол ұзындығын анықтаудың маңызы зор. Оны тікелей өлшеу әдісін алғаш ұсынған М.Борн. Молекулалардың орта еркін жол ұзындығын анықтайтын қондырғы, төменгі жағында электр қыздырғышы бар манометрден және вакуумдық насоспен жалғасқан кварц ыдыстан тұрады (22-сурет).

А қыздырғыштан буланған күміс атомдарының ағыны тар В диафрагмадан молекулалық шоқ түзей ұшып шығады. Шоқтың жолында бір-бірінен 1 см қашықтықта, дөңгелек тесіктері бар



22-сурет.

төрт диск орналасады. Әр дискіге төбесі тесіктің центріне сәйкес келетін және бірінен-бірі 90° -қа ығысқан, шыны квадранттар (суретте жеке көрсетілген) бекітілген. Тұтас алғанда олар шоқтың жолын түгелдей жабады. Тесіктен өткен шоқ молекулалары осы квадранттарға қонады, бірақ олар әртүрлі қашықтықтарда орналасқандықтан, қонбалардың тығыздықтары біркелкі болмайды. Яғни, квадранттар шоқ көзінен қашықтаған сайын олардағы қонбалардың тығыздықтары кеми түседі.

Ыдыстағы ауаның қысымын насос арқылы өзгертіп отыруға болады, ал дискілер сұйық азотпен салқындатылып отырады. Тәжірибеде бөлшектердің санына пропорционал, квадранттардағы қонбалардың тығыздықтары өлшенеді. Егер, берілген қысымда квадранттардағы қонбалардың тығыздықтары $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ деп белгіленсе, кез-келген екі квадрант үшін (2.8) былай өзгертіліп жазылады (1-ші және 2-ші квадранттар үшін):

$$\rho_1 = \rho_0 \cdot e^{-\frac{x_1}{\lambda}} \quad \text{және} \quad \rho_2 = \rho_0 \cdot e^{-\frac{x_2}{\lambda}}. \quad (2.9)$$

Мұндағы x_1, x_2 – дискілердің шоқ көзінен қашықтықтары, ал ρ_0 – ауаның ең аз қысымындағы қонба тығыздығы. Орта еркін жол ұзындығы ыдыстың сызықтық өлшемдерінен үлкен болған жағдайда ρ_0 барлық квадранттарда бір мәнге ие болуы тиіс. (2.9) теңдеулерді $\bar{\lambda}$ -ға байланысты шешу мынаны береді:

$$\bar{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{\ln \rho_1 - \ln \rho_2}. \quad (2.10)$$

Осы өрнектен табылған орта еркін жол ұзындығы $\bar{\lambda}$ молекуланың сызықтық өлшемдерін анықтауға мүмкіндік береді.

§ 16. ГАЗДАРДАҒЫ ТАСЫМАЛДАУ ҚҰБЫЛЫСТАРЫ

Молекулалардың өзара соқтығысуларының газдарда жүретін процестердегі маңызы зор. Мысалы, газдың тепе-тең күйге ауысуы, оның молекулаларының жылдамдықтарының әртүрлі болуы осы соқтығысулардың нәтижесі. Тәжірибелермен дәлелденген, молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуінен, газ молекулаларының жылдамдықтары жоғары болатыны байқалады. Мысалы, бөлме температурасында азот молекулалары шамамен $500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, ал сутек молекулалары $2000 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ жылдамдықтармен қозғалатыны анықталған. Бұл газ-

дағы көптеген процестердің баяу жүретініне және басқа да белгілі фактілерге қайшы нәтиже.

1. Тепе-тең күйде газдың температурасы, оның өн бойында бірдей, бұл газды құрайтын бөлшектердің орташа кинетикалық энергиясы бірдей деген сөз. Егер газдың бір жағы қыздырылса, ондағы тепе-тең күй бұзылады, ал қыздыруды тоқтатса газ тепе-тең күйге қайта оралады. Бұл құбылыс, газды құрайтын молекулалардың үздіксіз жылулық қозғалысынан және олардың өзара соқтығысуларының салдарынан деп түсіндіріледі. Осыдан, тікелей араласу мен конвекциялық жылу алмасу болмаған жағдайдағы, газдың қызған бөлігінен салқын бөлігіне энергия ауысу процесі *жылу өткізгіштік* құбылысы деп аталады. Молекулалардың жылдамдықтарының жоғары болуына қарамастан газдарда жылу өткізгіштік құбылысы баяу жүреді.

2. Белгілі бір көлемдегі газға, температурасы сондай, бірақ концентрациясы одан бөлектеу екінші бір газ аралассын делік. Тәжірибелер, қосылған газдың барлық көлемге түгел тараайтынын және біртекті қоспа түзілетінін көрсетеді. Бұл құбылыс, яғни, макроскопиялық ауысулар жоқ кездегі, газ молекулаларының біріне-бірі ену процесі, *диффузия* деп аталады. Диффузияда масса тасымалданады. Газ молекулаларының жылдамдығына сәйкес бұл процесте тез жүруі тиіс. Тәжірибелерден, керісінше, диффузия құбылысының да баяу жүретіні байқалады. Егер газда конвекциялық ағын болмаса, олардың атмосфералық қысымдағы араласуы бірнеше сағат немесе тәулік бойы жүреді.

3. Газ қабаттарына әртүрлі жылдамдықтар берілу арқылы, оның тепе-теңдік қалпы бұзылсын. Осы кезде, газдың жылдам қозғалатын бөліктерінен баяу қозғалатын бөліктеріне импульс тасылуы нәтижесінде, біршама уақыттан соң, оны құрайтын барлық қабаттардың жылдамдығы теңеледі. Бұл тұтқырлық немесе ішкі үйкеліс құбылысы деп аталады. Тұтқырлық құбылысында, газдағы ағыс жылдамдықтарының теңелуінің негізгі себебі, оны құрайтын молекулалардың жылулық қозғалысы болып табылады.

Сонда, газ молекулаларының арасындағы ілінісу күштерінің әсерінен, оның әртүрлі жылдамдықтармен қозғалатын қабаттарының арасында пайда болатын үйкеліс күштерінің пайда болу процесі тұтқырлық деп аталады. Газ молекулаларының жылдам қозғалатынына қарамастан, бұл құбылыста баяу жүреді. Аталған қайшылықтың негізінде, молекулалардың еркін қозғалысына кедергі жасайтын, олардың өзара соқтығысулары жа-тады.

Газда, молекулалардың жылдамдықтары бойынша Максвеллше таралуына әкелетін, тепе-тең күйдің орнауы массаның, энергияның және импульстің бағытталған ауысуымен қабат жүреді. Ортада жүретін бұндай процестер тасымалдау құбылыстары деп аталады. Оларға диффузия, тұтқырлық және жылу өткізгіштік құбылыстары жатады. Тәжірибелерден, молекулалы-кинетикалық теорияны пайдаланбай-ақ, газдардағы тасымалдау құбылыстарының заңдылықтары тағайындалған.

а) Ішкі үйкеліс немесе тұтқырлық құбылысы

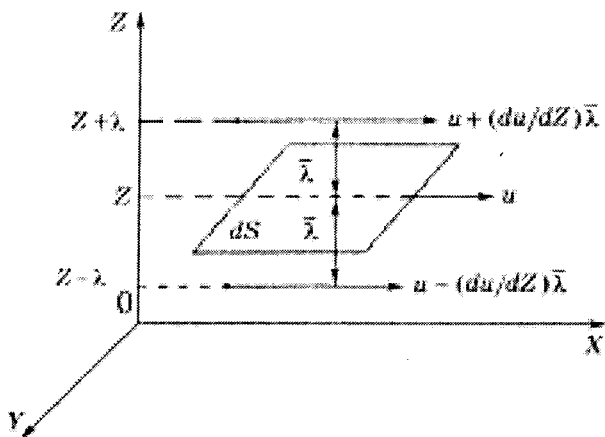
Газ ағыны ХУ жазықтығына параллель оң бағытта қозғалсын. Ламинарлық қозғалыста оның u жылдамдығы Z осі бойынша өзгеріп отырады және соның себебінен, газдың көршілес қабаттарының арасында әсерлесу күштері пайда болады. Осы күштер ішкі үйкеліс күштері деп аталады және олар қабаттар жанасатын ΔS ауданға, газ ағынының жылдамдық градиентіне du/dz тура пропорционал:

$$f = \eta \frac{du}{dz} ds. \quad (2.11)$$

Пропорционалдық коэффициент η – *ішкі үйкеліс коэффициенті* деп аталады және оның өлшем бірлігі пуазейль (Пуаз), $1 \text{ Пуаз} = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Жылдамдық градиенті, оның Z осі бойынша өзгеру тездігін сипаттайды. Аққан газ қабаттарының әртүрлі қозғалыстағы реттелген қозғалысына, оның молекулаларының бейберекет жылулық қозғалысы қосылады. Сондықтан, аққан газдың импульсі бірі бейберекет, екіншісі бағытталған қозғалыстарға сәйкес екі құраушыға бөлінеді. Егер температура тұрақты болса, молекула импульсінің бейберекет қозғалысын сипаттайтын құраушысы уақыт бойынша өзгермейді, ал оның импульсінің реттелген қозғалысына сәйкес құраушысы жөнінде бұндай қорытынды жасауға болмайды.

Жылдамдықтары әртүрлі екі газ қабатынан, X осіне параллель және одан z қашықтықтан dS аудан бөлініп алынсын (23-сурет). Осы аудан арқылы жылдам молекулалардың импульсі төменгі қабаттағы молекулаларға беріліп, олардың жылдамдығын арттырады. Бұл кезде жылдам молекулалар тежеледі, ал аудан арқылы тасымалданатын, импульс құраушысы молекуланың одан өтер алдындағы жылдамдығымен анықталады.

Молекуланың соңғы соқтығысуы dS ауданынан $\bar{\lambda}$ қашықтықта байқалатыны түсінікті. Сондықтан, төменгі қабаттағы газ ағынынан жоғарғы қабатқа өтетін молекуланың координатасы $z - \bar{\lambda}$, ал жоғарыдан төменгі қабатқа өтетін молекуланың



23-сурет.

координатасы $z + \bar{\lambda}$. Осыдан, төменнен жоғарыға қарай бір молекула

$$m \left(u - \frac{du}{dz} \bar{\lambda} \right),$$

ал кері қарай mi импульс құрашыларын тасымалдайды. Осы сияқты жоғарғы қабаттан төменге

$$m \left(u + \frac{du}{dz} \bar{\lambda} \right),$$

ал кері mi импульс құраушылары тасымалданады. Сонда бір қабаттан екіншісіне берілетін импульс мөлшері жоғарғы формулалардың айырымына тең, яғни,

$$m \frac{du}{dz} 2\bar{\lambda}.$$

Импульстің толық өзгерісі, осы өрнекті dS ауданнан dt уақытта өткен молекулалар санына көбейткенге тең.

Бұны есептеу үшін табанының ауданы dS , биіктігі молекулалардың орта арифметикалық жылдамдығына тең параллелепипед қарастырылады. Молекулалардың барлық бағыттағы қозғалу ықтималдығының теңдігінен, Z осі бойымен олардың $1/3$ бөлігі және оның жартысы жоғары, яғни, параллелепипедтегі барлық молекуланың $1/6$ бөлігі, ал қалған $1/6$ бөлігі төмен қозғалады. Егер барлық көлемде газдың тығыздығы тұрақты болса, оның концентрациясы n_0 өзгермейді. Олай болса параллелепипедтегі молекулалардың саны $n_0 \bar{v} dS \cdot dt$ өрнегінен табылады, ал dS ауданнан dt уақытта өтетін молекулалар саны мына өрнек арқылы анықталады:

$$\frac{1}{6} n_0 \bar{v} dS \cdot dt.$$

Сонда, бір қабаттан екіншісіне тасымалданатын импульстің толық өзгерісі мына формуламен анықталады:

$$dK = m \frac{du}{dz} 2 \bar{\lambda} \cdot \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \cdot dS \cdot dt,$$

ал импульстің бір өлшем уақыттағы өзгерісі арқылы күш табылады:

$$f = \frac{dK}{dt} = \frac{1}{3} m n_0 \bar{v} \bar{\lambda} \frac{du}{dz} dS.$$

Осы формуланы, феноменологиялық түрде тағайындалған, (2.11) өрнекпен салыстыру ішкі үйкеліс коэффициентін береді:

$$\eta = \frac{1}{3} m n_0 \bar{v} \bar{\lambda} = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho, \quad (2.12)$$

$\rho = m n_0$ – газдың тығыздығы, m – бір молекуланың массасы. Есептеулерде dS ауданнан өтетін молекулалардың тек оған нормаль бағытта қозғалғандары ескерілді. Ал егер осы ауданнан оған қиғаш бағытталған молекулаларда өтетіндігі ескерілсе, одан $\frac{1}{6} n_0 \bar{v} \cdot dS$ емес $\frac{n_0 \cdot \bar{v} \cdot dS}{4}$ молекула өтетіндігі байқалған. Олай болса тұтқырлық коэффициентінің дәлірек мәні мынаған тең:

$$\eta = \frac{1}{2} \bar{v} \bar{\lambda} \rho. \quad (2.13)$$

Газдың тығыздығы оның қысымына тура, ал $\bar{\lambda}$ оған кері пропорционал болғандықтан тұтқырлық коэффициенті қысымға тәуелсіз. Бұл біріншіден, қысымға байланысты газ молекулаларының концентрациясының кемуімен, екіншіден, $\bar{\lambda}$ -ның өсуіне сәйкес қарсы бағытта тасымалданатын импульс өзгерісінің артуымен түсіндіріледі. Газ тұтқырлығының температураға тәуелділігі орта арифметикалық жылдамдыққа байланысты, яғни,

$$\bar{v} \sim \sqrt{T}, \text{ сондықтан } \eta \sim \sqrt{T}.$$

Бірақ, тәжірибелер η -ның температураға байланысты бұған қарағанда тезірек өсетінін көрсетті. Себебі, температура өскенде молекулалардың орта жылдамдығы ғана емес, эффективті диаметрінің кемуіне сәйкес, олардың орта еркін жол ұзындығы да өседі. Сонда (2.13) өрнекке сәйкес, T -ға байланысты, ішкі үйкеліс коэффициенті де тезірек артады.

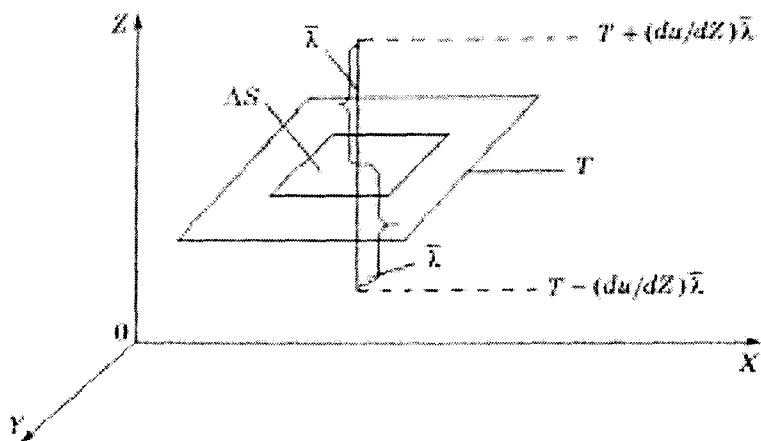
в) Жылу өткізгіштік құбылысы

Егер газ қабаттарының температурасы әртүрлі болса, онда температурасы жоғары қабаттан төмен қабатқа жылу ауысады. Бұл процесс жылу өткізгіштік деп аталады. Газдан бөлінген көлемдегі температура Z осімен өзгереді деп саналсын (24-сурет). Екі газ қабатын бөлетін dS ауданның үстінің температурасы жоғары, астының температурасы төмен болсын. Сонда жоғарғы қабаттан төменгісіне ауысатын жылу мөлшері dS ауданға, dt уақытқа және $\frac{dT}{dz}$ – жылдамдық градиентіне тура пропорционал, яғни,

$$dQ = -\chi \frac{dT}{dz} dS dt. \quad (2.14)$$

Пропорционалдық коэффициент χ – жылу өткізгіштік коэффициенті деп аталады және оның өлшем бірлігі $\text{Вт/м} \cdot \text{К}$. Жылу өткізгіштік коэффициентінің сан мәні газдың тегіне және күйіне тығыз байланысты.

Температурасы жоғары қабаттағы молекулалардың кинетикалық энергиясы салқын қабаттыкінен көп болғандықтан, бір қабат екіншісіне энергия беретіні түсінікті. Олай болса, осы қабаттардың арасындағы жылу мөлшерінің тасымалдануы, молекулалардың жылулық қозғалысының орташа кинетикалық энергиясының ауысуымен түсіндіріледі. Газдардың тұтқырлығын зерттеудегідей, мұнда да ΔS ауданнан $z - \bar{\lambda}$ қабатынан жоғары өткен молекулаларға $T - \frac{dT}{dz} \bar{\lambda}$, ал $z + \bar{\lambda}$ қабатынан төмен



24-сурет.

қарай өтетін молекулаларға $T + \frac{dT}{dz} \bar{\lambda}$ температуралармен анықталатын орташа кинетикалық энергиялар сәйкес келеді деп саналады. Осыдан, бір молекуланың ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясының $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT$ екендігін ескеріп, ΔS ауданнан бір молекуланың төменнен жоғарыға

$$\frac{3}{2} k \left(T - \frac{dT}{dz} \bar{\lambda} \right),$$

ал кері бағытта $\frac{3}{2} kT$ жылу мөлшері тасымалданатыны табылады. Осы сияқты жоғарғы қабаттан төменге

$$\frac{3}{2} k \left(T + \frac{dT}{dz} \bar{\lambda} \right),$$

ал кері қарай $\frac{3}{2} kT$ жылу мөлшері тасымалданады деп санауға болады.

Бұлардың $3k \frac{dT}{dz} \bar{\lambda}$ -ға тең айырмасы қабаттан қабатқа ауысатын энергия мөлшерін береді. Газ қабаттарындағы температуралар айырмашылығы онша көп болмаған жағдайда, ондағы молекулалардың концентрациясы мен жылдамдықтары шамалас, яғни, $n_{01} \bar{v}_1 = n_{02} \bar{v}_2 = n_0 \bar{v}$. Сонда ΔS ауданнан бірлік уақытта өтетін молекулалар сан былай өрнектеледі:

$$\frac{n_0 \bar{v} \Delta S}{6}.$$

Осыдан қабаттардың арасындағы тасымалданатын жылу мөлшері мына формуламен анықталады:

$$dQ = 3k \frac{dT}{dz} \bar{\lambda} \cdot \frac{1}{6} n_0 \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (2.15)$$

Бұл теңдеуді феноменологиялық тұрғыда алынған (2.14) теңдеуімен салыстырудан газдардың жылу өткізгіштік коэффициенті анықталады:

$$\chi = \frac{1}{2} k n_0 \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (2.16)$$

Молекулалы-кинетикалық теориядан бірлік көлемдегі газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы $\frac{3}{2} n_0 \cdot kT$ екендігі белгілі. Осыдан газды бір градусқа қыздыруға керекті жылу мөлшері $\frac{3}{2} n_0 k$. Бірақ бірлік

көлемдегі молекулалар саны газдың тығыздығына ρ тең, демек, газдың тұрақты көлемдегі меншікті жылу сыйымдылығы

$$c_v = \frac{3}{2} \frac{n_0 k}{\rho},$$

ал бұдан

$$n_0 k = \frac{2}{3} c_v \cdot \rho.$$

Осыны (2.16) қою арқылы жылу өткізгіштік коэффициенті анықталады:

$$\chi = \frac{1}{3} c_v \rho \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (2.17)$$

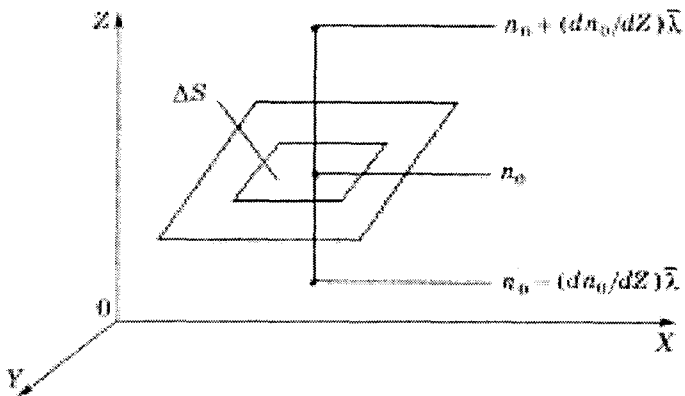
Жылу өткізгіштік коэффициенті χ қысымға тәуелсіз. Себебі, \bar{v} мен c_v оған тәуелді емес, ал ρ қысымға тура, ал $\bar{\lambda}$ оған кері пропорционал. Ішкі үйкеліс құбылысына пайдаланылған тұжырымдарға сүйеніп, жылу өткізгіштік коэффициенті χ квадрат түбір астындағы температураға пропорционал емес, одан біршама тезірек өсетіндігі байқалған.

с) Диффузия құбылысы

Газдар, молекулаларының жылулық қозғалысының себебінен, бір-бірімен араласа отырып, біртекті қоспа құрайды. Себебі бұл кезде әртекті газдардың концентрацияларының біркелкі еместігінен, олар бір қабаттан екіншісіне қарай ауысады. Осы, қоспаны құрайтын газ молекулаларының концентрациясы жоғары қабатынан, оның концентрациясы төмен қабатына ауысу процесі *диффузия* құбылысы деп аталады. Диффузия бөлшектердің орын ауыстыруы нәтижесінде жүзеге асады, олай болса, мұнда масса тасымалданады.

Жүйенің күйін сипаттайтын параметрлер уақытқа байланысты үнемі өзгеріп отыратын процестер стационар емес деп аталады. Сонда, жүйені тепе-тең күйге әкелетін диффузия стационар, ал оның тепе-теңдік күйін бұзуға, газдағы концентрация айырымын ұлғайтуға бағытталған диффузия стационар емес деп аталады. Диффузия қоспалы газдарда ғана емес, егер газдың берілген көлемдегі концентрациясы біркелкі болмаса, біртекті газдарда да жүреді. Бұнда, газ молекулалары, көлемнің концентрациясы көп бөлігінен концентрациясы аз бөлігіне ауысу арқылы, тепе-тең күйге келуге тырысады. Бұл құбылыс өздік диффузия деп аталады.

Тығыздығы ρ , тек Z осі бойымен бірқалыпты өзгертін газ бағанасын алайық (25-сурет). Ол екі әртекті газ қабатынан құралсын және бір-бірімен dS аудан арқылы жанассын.



25-сурет.

Тәжірибелерден осы аудан арқылы dt уақытта ауысатын газ массасын мына формуламен анықтауға болатыны табылған (Фик заңы):

$$dM = -D \frac{d\rho}{dz} dS dt, \quad (2.18)$$

dM – Z осіне перпендикуляр dS аудан арқылы dt уақытта ауысатын газ мөлшері, ал $d\rho/dz$ – тығыздық градиенті.

Кез-келген бағыт бойымен алынған шаманың градиенті деп, осы шаманың сол бағытқа сәйкес кеңістіктегі өзгеру жылдамдығын сипаттайтын векторды айтады. Пропорционалдық коэффициент D – *диффузия коэффициенті* деп аталады және ол газдың қасиеттеріне ғана емес, сонымен қатар, ортаның да күйіне, табиғатына, тығыздығына көп тәуелді. Диффузия коэффициентінің өлшем бірлігі m^2/c .

Газдардың молекулалы-кинетикалық теориясына сүйеніп, диффузияның ең қарапайым түрін, өздік диффузия құбылысын қарастырайық және диффузия коэффициентін анықтайық. Газ ағынының $z - \bar{\lambda}$, z және $z + \bar{\lambda}$ аймақтарындағы концентрацияларын n_{01} , n_0 және n_{02} деп белгілейік. 25-суреттен

$$n_{01} = n_0 + \frac{dn_0}{dz} \bar{\lambda}, \text{ ал } n_{02} = n_0 + \frac{dn_0}{dz} \bar{\lambda}$$

екендігі анық байқалып тұр. Сонда, жылу өткізгіштік және тұтқырлық құбылыстарындағы сияқты, диффузия әсерінен бірлік уақытта dS аудан арқылы төменнен жоғары қарай $n_{01} \cdot \bar{v} dS/6$, ал кері бағытта $n_{02} \cdot \bar{v} dS/6$ молекулалар өтеді деп саналады. Осы шамалардың айырымы dS аудан арқылы бірлік уақытта $z - \bar{\lambda}$

қабаттан $z + \bar{\lambda}$ қабатқа ауысатын молекулалардың санын береді:

$$N = -\frac{1}{6} \bar{v} dS (n_{02} - n_{01}) = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{dn_0}{dz} dS.$$

Бұл теңдеудің екі жағында молекуланың массасына m жөне уақытқа dt көбейту арқылы dS аудан арқылы бір қабаттан екінші қабатқа ауысатын газ массасы анықталады:

$$M = m N dt = -\frac{1}{3} \bar{v} \cdot \bar{\lambda} dS \cdot dt.$$

мұнда

$$m \frac{dn_0}{dz} = \frac{d(mn_0)}{dz} = \frac{d\rho}{dz},$$

себебі $mn_0 = \rho_0$ тығыздықты береді. Осыдан, диффузия салдарынан ауысатын газ массасы мынаған тең:

$$dM = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{d\rho}{dz} dS dt, \quad (2.19)$$

Бұл теңдеуді (2.18) теңдеумен салыстыру арқылы диффузия коэффициенті анықталады:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (2.20)$$

Газ молекулаларының жылулық қозғалысының орта арифметикалық жылдамдығы квадрат түбір астындағы температураға тура пропорционал, бірақ қысымға тәуелсіз. Ал олардың орта еркін жол ұзындығы $\bar{\lambda}$ қысымға кері пропорционал өзгереді. Олай болса диффузия коэффициенті қысымға кері пропорционал, яғни $D = \frac{1}{P}$, ал квадрат түбір астындағы температураға тура пропорционал, яғни, $D = \sqrt{T}$.

§ 17. ТАСЫМАЛДАУ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІНІҢ АРАСЫНДАҒЫ ҚАТЫНАСТАР

Жоғарыда қарастырылған тасымалдау құбылысының үш түрін мына түрде салыстырып көрсетуге болады (5-кесте).

Тұтқырлық және жылу өткізгіштік коэффициенттерін салыстыру арқылы мынадай өрнек алынады:

$$\chi = \eta \cdot c_v.$$

Бұл қатынас таза механикалық және жылулық құбылыстардың арасындағы байланысты сипаттайды. Бұған кіретін ша-

құбылыс	тасымалдана- тын шама	негізгі теңдеу	тасымалдау коэффициенттері
диффузия	масса	$dM = -D \frac{d\rho}{dz} dS \cdot dt$	$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$
жылу өткізгіштік	жылу мөлшері	$dQ = -\chi \frac{dT}{dz} dS \cdot dt$	$\chi = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_v$
ішкі үйкеліс	импульс	$dK = \eta \frac{dv}{dz} dS \cdot dt$	$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho$
үйкеліс	үйкеліс күші	$df = \eta \frac{dv}{dz} dS$	

малардың барлығы тәжірибелерден анықталады. 6-кестеде әр текті газдардың меншікті жылу сыйымдылықтары, олардың тұтқырлық және жылу өткізгіштік коэффициенттері келтірілген.

Газ	η , пуаз	χ , $\frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}}$	c_v , $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	$\frac{\chi}{\eta \cdot c_v}$
Азот	$1,66 \cdot 10^{-4}$	0,0237	744,05	1,90
Оттек	$1,92 \cdot 10^{-4}$	0,0239	622,08	1,90
Су буы	$1,21 \cdot 10^{-4}$	0,0231	1529,88	1,24
Көміртек	$1,38 \cdot 10^{-4}$	0,0142	631,18	1,64
Аммиак	$0,90 \cdot 10^{-4}$	0,300117	1672,00	1,40

Бұл коэффициенттердің, көп газдар үшін жуықталып есептелгеніне қарамастан, теориялық мәндермен жақсы сәйкес келетіні байқалады. Осы сияқты диффузия және тұтқырлық коэффициенттерін анықтайтын өрнектерді салыстыру мынаны береді:

$$D = \eta / \rho.$$

Мұндағы η / ρ қатынасы кинетикалық тұтқырлық деп аталады. Егер тұтқырлық коэффициенті бірлік жылдамдық градиентіне сәйкес импульс ағыны болса, тығыздықтың жылдамдыққа көбейтіндісі $\rho \cdot v$ бірлік көлемге келетін импульс,

ал кинетикалық тұтқырлық жылдамдық ағыны болып табылады.

Диффузия және жылу өткізгіштік коэффициенттерін сипаттайтын өрнектерді салыстырудан мынадай қатынас алынады:

$$D = \chi / \rho \cdot c_v.$$

Тұрақты көлемдегі газдың меншікті жылу сыйымдылығы температура өткізгіштік коэффициенті деп те аталады. Себебі, ол температуралардың теңелуі процесінде үлкен рөл атқарады. Сонда жоғарғы өрнектің сол жағындағы D – температуралық диффузия коэффициенті болып шығады. Шындығында осы өрнектің оң жағындағы χ – газдағы тасымалданатын жылу мөлшерінің ағынын сипаттайды, ал ρc_v оның бірлік көлемінің

жылу сыйымдылығы. Олай болса, $dT = \frac{dQ}{c_v}$ екендігін ескерілсе,

$\chi / \rho c_v$ қатынасы қатынасы температуралық градиент $\frac{dT}{dz} = 1$ -ге тең болған кездегі температура ағынын сипаттайды.

Айтылғандардан тасымалдау құбылыстарын жылдамдықтың, температураның және зат мөлшерінің диффузиялық процесі деп санауға болатындығы шығады.

§ 18. ГАЗДАРДАҒЫ ТҮТҚАРЛЫҚ, ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ЖӘНЕ ДИФФУЗИЯ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІН АНЫҚТАУ ӘДІСТЕРІ

Тұтқырлық коэффициентін геометриялық өлшемдері белгілі түтіктен немесе құбырдан газдың (сұйықтың) ағып өту жылдамдығын өлшеу арқылы анықтауға болады. Бірақ мұндай эксперименттер үшін, ішкі үйкеліс құбылысының нақты жүру шартының орындалуына байланысты, яғни, газдың (сұйықтың) ағысының ламинар болу шартына сәйкес, кез-келген түтік жарамайды. Түтіктегі газ ағыны ламинар болғанда ғана, тұтқырлық коэффициентін анықтауға мүмкіндік беретін Пуазейль өрнегін пайдалануға болады:

$$V = \frac{\pi r^2 \Delta P}{8 \eta l}.$$

Мұндағы l – түтіктің ұзындығы, ал r – оның радиусы.

Газдың қасиетіне байланысты, оның қозғалыс жылдамдығы мен түтік радиусының белгілі бір мөндерінде ағыс ламинар күйден турбуленттікке ауысады. Түтіктің радиусы неғұрлым кіші болса, солғұрлым қозғалған газдың турбуленттік ағысқа

ауысуы баяу жылдамдықтарда жүреді. Сондықтан, газда турбуленттік ағысты болдырмау мақсатында, түтіктерді мүмкіндігінше жіңішке етіп алады. Осы радиусы кіші түтіктер капиллярлар, ал ондағы болатын құбылыстар капиллярлық деп аталады. Капиллярдан белгілі көлемдегі газдың (сұйықтың) ағып өту жылдамдықтарын есептеу арқылы, олардың тұтқырлық коэффициенттері анықталады. Мұндай құралдар капиллярлық вискозиметрлер деп аталады.

Сұйықтар мен газдар механикасында баяндалғандай, ламинар ағыстың турбуленттікке ауысуы белгілі бір шарттарда орындалады. Бұл шарттар, біріншіден, газдың немесе сұйықтың қасиеттері мен олардың қозғалыс жылдамдықтарына, екіншіден, құбырдың геометриялық өлшемдеріне тығыз байланысты. Мысалы, цилиндрлік құбырда ламинарлық ағыстың

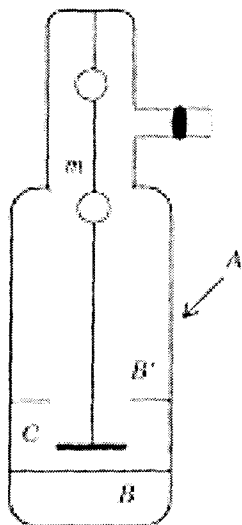
турбуленттікке ауысуы $\frac{\rho u r}{\eta}$ өлшемсіз шамасы қайсыбір критикалық мәннен (1000) үлкен болғанда жүзеге асады. Мұнда ρ – газдың (сұйықтың) тығыздығы, u – оның құбырдағы қозғалысының орташа жылдамдығы, r – құбырдың радиусы, ал η – газдың (сұйықтың) тұтқырлық коэффициенті.

Рейнольд (Re) саны деп аталған бұл өлшемсіз шама қозғалыстағы газдар мен сұйықтарда пайда болатын инерциялық және тұтқырлық күштерінің ара қатынасын сипаттайды. Егер жоғарғы өрнекке (2.12) теңдеуден тұтқырлық коэффициентінің мәнін қойсақ Рейнольдс саны мына түрде жазылады:

$$Re = \frac{u r}{\nu \lambda}, \quad (2.21)$$

\bar{v} – газ молекулаларының орта арифметикалық жылдамдығы, ал $\bar{\lambda}$ – олардың орта еркін жол ұзындығы. (2.21) өрнектен газдың (сұйықтың) ағысы турбулентті болуы үшін, оның жылдамдығы u осы заттар құралатын молекулалардың орта жылдамдығынан \bar{v} әлдеқайда артық немесе құбырдың радиусы газ молекулаларының орта еркін жол ұзындығынан біршама үлкен болуы тиіс. Бірақ бұл шарттың біріншісі еш уақытта орындалмайды, ал екіншісі кез-келген уақытта орындалады. Осыдан құбырдағы газ ағысы ламинар болуы үшін, оның жылдамдығы баяу болуы керек. Тек осы кезде ғана Рейнольдс саны критикалық шамадан ($Re = 1000$) кем бола алады.

1. Тұтқырлық коэффициентін өлшеу үшін газ үнемі ыдыс қабырғаларына байланысты қозғалыста болуы тиіс деген талап қойылмайды. Керісінше, тыныштықтағы газ үшін ыдыс қабырғаларының қозғалысын пайдаланады. Осы әдіс зерттелетін газ-



26-сурет.

да ілініп қойылған сфераның, цилиндрдің тербелістерінің өшу заңдылықтарын тағайындау арқылы газдың тұтқырлығын анықтайтын вискозиметрлерде қолданылады (26-сурет).

Құрал, ішінде тербелістің ламинар болуын қамтамасыз ету үшін бір-біріне барынша жақын орналасқан, екі B және B' дискілері бекітіліп қойылған A ыдыстан тұрады. Олардың арасында суретте көрсетілгендей, бұралып тербеле алатын C шыны табақша созылмайтын серпімді жіпке ілініп қойылған. Жіпке табақшаны сырттан тербелтуге және оның тербеліс амплитудасын өлшеуге мүмкіндік беретін қарама-қарсы полюсті магнит пен айна m бекітіледі. Егер жүйені тербеліске келтіріп, еркіне жіберсе, оның тербеліс амплитудасы ыдыстағы газдың

тұтқырлығына сәйкес біртіндеп кеміп отырады. Механикадан белгілі, тербеліс амплитудасының кему жылдамдығы логарифмдік өшу декременті арқылы сипатталады. Ол екі көрші тербеліс амплитудаларының қатынасының натурал логарифмімен анықталады.

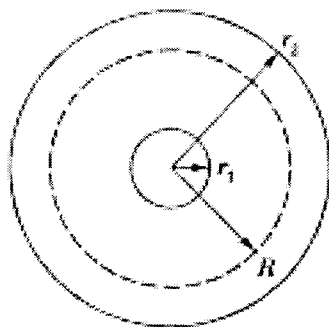
Тәжірибеде m айнадан шағылған сәуленің көмегімен, экрандағы шкала арқылы, екі көрші тербеліс амплитудаларының мәндері және табақшаның бір толық тербеліске жұмсайтын уақыты өлшеніп алынады. Осы шамалар тұтқырлық коэффициентін төмендегі өрнек бойынша анықтауға мүмкіндік береді:

$$\eta = \frac{K - K'}{t \cdot C},$$

K – табақша тербелісінің логарифмдік өшу декременті, K' – магниттер мен айна тербелістерінің логарифмдік өшу декременті, t – толық бір тербеліске жұмсалған уақыт, C – құралдың өзіне тән тұрақтысы. Ол тұтқырлық коэффициенті белгілі газбен тәжірибе жасау арқылы анықталады. Бұндай вискозиметрлер төменгі қысымдар мен температураларда жақсы нәтиже береді.

2. Газдардың жылуөткізгіштік коэффициентін анықтау күрделі процесс, себебі, оларда жылу алмасу жоғарыда баяндалған механизм ғана емес конвекция арқылы да жүзеге асады. Конвекция температура айырмашылығы бар газдар арасындағы, ауырлық күшінің себебінен, массалар ауысуымен қабат-

таса жүретін жылу тасымалдану кұбылысы. Конвекция жылу өткізгіштік сияқты температураларды теңестіруге әкелетін болғандықтан, оларды ажырату қиын. Осыдан, жылу өткізгіштік коэффициентін өлшейтін құралдарға қойылатын басты талап, оларда жылулық конвекциялық ағынның болмауы.



26a-сурет.

Газдардың жылу өткізгіштік коэффициентін анықтаудың кең тараған әдістерінің бірі (26, а-сурет), арасы зерттелетін газбен толтырылған, радиустары r_1 және r_2 екі каоксиалды цилиндрлерден тұратын құралды пайдаланады. Оның ішкі цилиндрі қуаты N белгілі пеш арқылы қыздырылады. Ал сыртқы цилиндрдің температурасы T_2 суытқыштың көмегімен тұрақты ұсталады. Ішкі цилиндрдің өрі қыздырғыштың рөлін электр тогы өтіп тұрған сым атқарады.

Қыздырғышты іске қосып, жүйе стационар күйге келгенше, яғни, ішкі цилиндрдің температурасы T_1 тұрақтарлғанша күтеді. Бұл кезде цилиндрлердің арасында тұрақты температура айырымы $T_1 - T_2$ пайда болады. Ол газдың жылу өткізгіштігіне тәуелді және оның сипатын тағайындау қиын емес. Биіктігі h , радиусы r цилиндрдің бүйір бетінен l с ішінде өтетін жылу мөлшері мына теңдеумен анықталады:

$$\Delta Q = \chi \frac{dT}{dr} \cdot \Delta S,$$

dT/dr – температуралық градиент, $\Delta S = 2\pi r h$ – цилиндрдің бүйір бетінің ауданы.

Цилиндрдің радиусы, оның биіктігімен салыстырғанда әлдеқайда үлкен болса, оның өн бойындағы температураны бірдей санауға болады. Олай болса, стационар күйде ΔQ пештің қуатына тең. Сонда

$$N = - 2\pi r h \chi \frac{dT}{dr},$$

бұдан

$$\frac{dT}{dr} = \frac{N}{2\pi h \chi r} \text{ немесе } dT = - \frac{N}{2\pi h \chi} \frac{dr}{r}.$$

Осыны интегралдау температураны анықтауға мүмкіндік береді:

$$T = - \frac{N}{2\pi h \chi} \ln r + C,$$

C – интегралдау тұрақтысы. Ол $r = r_1$, $T = T_1$ және $r = r_2$, $T = T_2$ шарттарынан табылады. Осы екі жағдай үшін

$$T_1 = -\frac{N}{2\pi h\chi} \ln r_1 + C, T_2 = -\frac{N}{2\pi h\chi} \ln r_2 + C.$$

Бұлардан

$$T_1 - T_2 = \frac{N}{2\pi h\chi} \ln \frac{r_1}{r_2}.$$

Құралдың өлшемдері мен қуаты беріліп қойылады. Олай болса цилиндрдің T_1 , T_2 температураларын білу арқылы, соңғы өрнектен газдың жылу өткізгіштік коэффициенті анықталады:

$$\chi = \frac{N}{2\pi h(T_1 - T_2)} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (2.22)$$

3. Диффузия коэффициентін өлшеу әдісінің кең тараған түрін 1870 ж. Лошмид ұсынған. Оның құралы тиекпен жалғасқан екі түтіктен тұрған. Лошмидтің өзі жасаған тәжірибеде түтіктердің ұзындығы 5 м, ал диаметрі 2,6 см болған. Тік орналасқан түтіктер зерттелетін газдармен толтырылған және ауырлық күшінің әсерін кеміту үшін ауыр газ төменгі түтікке енгізілген. Тиек ашылғанда газдар араласа бастайды. Белгілі уақыттан соң екі түтіктің біріндегі газ қоспасының құрамы анықталады. Осыларды, құралдың өлшемдерін және тәжірибе жүргізілген уақытты біле отырып (2.18)-ші формула арқылы газдың диффузия коэффициенті анықталады. Осы әдіспен сутек және көмір қышқыл газдарымен жүргізілген тәжірибелер, тиек 30 мин. ашылғанда, сутектің 33% екінші түтікке өткендігін көрсеткен. Бұл нәтиже диффузияның баяу жүретіндігін дәлелдейді. Тәжірибелерден анықталған кез-келген, диффузия

$$\bar{\lambda} = \frac{3D}{v},$$

тұтқырлық

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{v\rho},$$

ал жылу өткізгіштік

$$\bar{\lambda} = \frac{3\chi}{v\rho c_v}$$

коэффициенттері арқылы табылған орта еркін жол ұзындықтарынан газ молекулаларының эффективті диаметрін анықтау қиын емес:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi n\bar{\lambda}} = \frac{kT}{2\pi P\bar{\lambda}}.$$

Жоғарыда молекулалы-кинетикалық теорияның негізінде қорытылған тасымалдау коэффициенттері идеал газдар үшін ғана дұрыс. Ал тасымалдау құбылыстарын макроскопиялық тұрғыда сипаттайтын

$$\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta z} \Delta S \Delta t, \quad F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} \Delta S, \quad \Delta Q = -\chi \frac{dT}{dz} \Delta S \Delta t$$

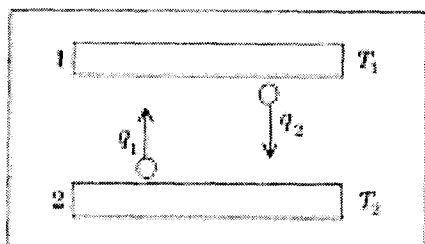
теңдеулер барлық күйдегі газдар мен сұйықтар үшін, соңғысы қатты денелер үшін де орындалады.

§ 19. СИРЕТІЛГЕН ГАЗДАРДАҒЫ ТАСЫМАЛДАУ ҚҰБЫЛЫСТАРЫ

Молекулаларының орта еркін жол ұзындығы, ыдыстың өлшемдеріне тең немесе үлкен болатындай етіп, сиретілген газ күйі вакуум деп аталады. Қазіргі құралдар, онша үлкен емес көлемдерде, $10^{-10} + 10^{-11}$ мм.с.б. қысымдардағы сиретілген газ күйін алуға мүмкіндік береді. Жоғарғы анықтамадан көлем неғұрлым кіші болған сайын вакуум алу оңайға түсетінін байқау қиын емес.

Көптеген физикалық құралдарда $10^{-3} + 10^{-5}$ мм.с.б. қысымдар алынады. Бұл қысымдарда газ молекулаларының орта еркін жол ұзындығы ондаған метрге жетеді. Сиретілген күйде молекулалардың өзара соқтығысу саны, олардың ыдыс қабырғаларымен соқтығысу санынан әлдеқайда аз болады. Бұдан сиретілген газдардың қасиеттері, олардың қалыпты жағдайдағы қасиеттерінен өзгеше және мүлдем басқа қасиеттерге ие болуы мүмкін деген қорытынды жасалады. Енді сиретілген газдарда тасымалдау құбылыстарының жүру заңдылықтарын қарастырайық.

Қалыпты жағдайда газдағы жылу өткізгіштік қысымға тәуелсіз. Себебі, (2.16) өрнегіндегі қысымға тура пропорционал ρ тығыздық және оған кері пропорционал $\bar{\lambda}$ көбейтінді ретінде берілген, сондықтан жылу өткізгіштік коэффициенті χ қысымға тәуелсіз. Бірақ, біріншіден, қысымның, газ молекулаларының еркін жол ұзындығының, ыдыстың сызықтық өлшемдерімен шамалас болған кездегі мәннен төмендеуі $\bar{\lambda}$ -ның сан мөнін арттырмайды. Себебі, молекуланың орта еркін жол ұзындығы ыдыс қабырғаларының ара қашықтығына тең күйінше қала береді. Екіншіден, ыдыстағы қысымның төмендеуі, ондағы газдың концентрациясын n кемітеді. Осыдан $\bar{\lambda}$ қысымға тәуелсіз болғанымен, n концентрация оған тәуелді, сондықтан жылу өткізгіштік қысымға тәуелді.



27-сурет.

Бұл жерде, ыдыстың бір қабырғасынан екіншісіне ауысатын, жылу берілу процесі жөнінде айтылады. Мысалы, вакуумдегі температуралары T_1 және T_2 екі тақтайшаның бірінен екіншісіне (пластинканың) жылу берілу процесін қарастырайық (27-сурет). Газ молекуласы бірінші тақтайшамен соқтығысып T_1 , ал екінші тақтайшамен соқтығысып T_2 температураларға сәйкес энергияларға ие болады.

Бұл жерде энергия берілу, молекулалардың өзара соқтығысулары емес, газда температуралық градиенттің болмайтындығынан, олардың тақтайшалармен тікелей соқтығысы арқылы жүзеге асады. Бірінші тақтайшадан екіншіге, керісінше, екінші тақтайшадан біріншіге бағытталған сәйкес энергия тығыздықтары мына формулалармен анықталады:

$$q_1 = \frac{1}{6} \bar{v} n_0 c_v T_1, \quad q_2 = \frac{1}{6} \bar{v} n_0 c_v T_2,$$

c_v – тұрақты көлемдегі бір молекулаға келетін жылу сыйымдылық, n_0 – молекулалардың концентрациясы, \bar{v} – молекулалардың орта арифметикалық жылдамдығы. Олай болса $q_1 - q_2$ айырымы бірлік ауданнан, бірлік уақытта ауысатын жылу мөлшерін береді, яғни,

$$q_1 - q_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{6} \bar{v} n_0 c_v (T_1 - T_2),$$

егер мұндағы $n_0 \cdot c_v = \rho \cdot c_v$ екендігін ескерсек бұл теңдеу мына түрде жазылады:

$$q_1 - q_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{6} \bar{v} \rho c_v (T_1 - T_2).$$

Бұл жерде c_v – газдың тұрақты көлемдегі меншікті жылу сыйымдылығы. Сонда вакуумдегі жылу ауысу газдың тығыздығына тура пропорционал деген қорытынды жасауға болады. Бірақ молекула мен пластинка арасында толық жанасудың (контакт) болмауынан газ бен пластинка шекарасында температураның

кенет өзгерістері пайда болады. Осыны ескерсек, соңғы теңдеу мына түрге келеді:

$$q_1 - q_2 = \frac{\Delta Q}{\Delta S \Delta t} = \frac{1}{6} \bar{v} \rho c_v \alpha (T_1 - T_2),$$

$\alpha < 1$ – аккомодация коэффициенті деп аталады. Ол газдың тегі мен қатты дененің қасиеттеріне, оның бетінің күйіне байланысты тұрақты шама.

Вакуум салыстырмалы ұғым. Мысалы, ішінде атмосфералық қысымдағы газ бар, сызықтық өлшемі 10^{-7} м ыдыста вакуум бар деп айтуға болады. Қабырғаларының арасы 1 см ыдыста 1 Па қысымда вакуум алынады. Осы ыдыстағы газдың қысымын 10^{-2} Па-ға жеткізге, оның жылу өткізгіштігі 100 есе кемиді. Бұл әдіс, сұйытылған газдарды сақтауға мүмкіндік беретін, Дьюар ыдыстарында кеңінен қолданылады.

Вакуумдегі газдың ағысы қалыпты жағдайдағыдан өзгеше. Себебі, бұл кезде ағыста ішкі үйкеліс күшін жеңе алатын қысым градиенті болуы тиіс. Пуазейль радиусы R , биіктігі h цилиндрлік құбырдан бірлік уақытта ағып өтетін газ массасын, мына формуламен анықтауға болатынын тағайындады:

$$m = \frac{\rho}{\eta} \frac{P_1 - P_2}{h} R^4,$$

ρ – газдың тығыздығы, ал η – оның ішкі үйкеліс коэффициенті.

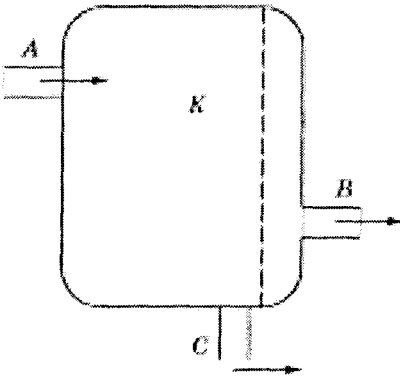
Техникалық вакуумде тұтқырлық біз бұрын баяндағандай мәнде болмайтыны түсінікті, бірақ біршама қысым айырмашылығы болуы тиіс. Егер құбырдың екі ұшында қысым айырмашылығы болмаса, молекулалардың хаосты қозғалысының нәтижесінде, екі бағытта да қозғалатын молекулалар саны тең болуы салдарынан, газ ағыны пайда болмас еді. Тәжірибелерден вакуумдегі газ ағынын мына формуламен есептеуге болатыны анықталды:

$$m = \sqrt{\frac{\mu}{T}} \frac{R^3}{h} (P_1 - P_2),$$

мұндағы μ – газдың молярлық массасы. Осы теңдеудің екі жағында молярлық массаға бөлсек, ол мына түрге келеді:

$$v = \frac{m}{\mu} = \sqrt{\frac{1}{T}} \frac{R^3}{h} (P_1 - P_2).$$

Бұл теңдеу құбырдан ағып өткен газдың мольмен есептелген мөлшерін анықтайды. Бұдан құбыр арқылы, бірдей күйлерде жеңіл газдар оңай ағады деген қорытынды жасау қиын емес. Егер қоспалы газ A саңлау арқылы жіберілсе (28-сурет) K саңлаулар жүйесінің сырты газдың жеңіл құрамымен байытыла-



28-сурет.

ды, ал төменгі С саңылаудан газдың ауыр құрамы сорылып алынады. Осы процесті бірнеше рет қайталау арқылы қоспадағы жеңіл газдарды бөліп алуға болады.

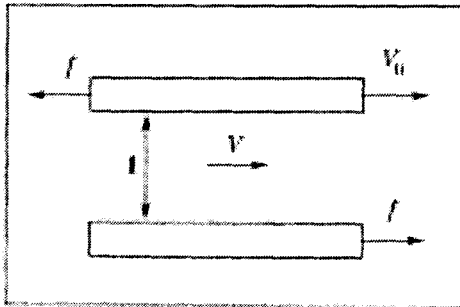
Жоғарыда сиретілген газда ішкі үйкеліс құбылысы болмайды деген пікір айтқан едік, бірақ қозғалған денеге ішкі үйкеліс күші әсер етеді. Себебі, газ молекулалары денемен соқтығысқанда импульс алмасады да, оның қозғалысын баяулата-

ды. Мысалы, вакуумде ара қашықтығы $l < \bar{\lambda}$ екі тақтайшаның бірі v_0 жылдамдықпен тыныштықтағы екінші тақтайшаға параллель қозғалсын (29-сурет). Бұл кезде тақтайшалардың арасындағы газ олардың орта жылдамдықпен қозғалады. Ал газ молекулалары бірінші тақтайшамен соқтығысып, өзінің жылулық қозғалысына қосымша v_0 - мен бағыттас, бірақ одан кіші v_1 жылдамдықты иленеді. Яғни, осы бағытталған қозғалыс импульсін алған молекулалар, екінші тақтайшамен соқтығысып, шағылу нәтижесінде v_1 жылдамдықтың біршама бөлігін жоғалтып, $v_2 < v_1$ жылдамдыққа ие болады. Сонда газ ағынның орта жылдамдығы мына өрнекпен сипатталады:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} < v_0.$$

Берілген T температурада, жылулық қозғалыстың әсерінен болатын, бірінші тақтайшадан екіншісіне бағытталған импульс ағынының тығыздығы мына теңдеумен анықталады:

$$q_1 = \frac{1}{6} n_0 m_0 \bar{v}_{KB} v_1 = \frac{1}{6} \rho \bar{v}_{KB} v_1,$$



29-сурет.

Мұрағаттау күні: 2011-01-28
 Мұрағаттаушы: Мұрағаттаушы

мұнда m_0 – молекуланың массасы, $\rho = n_0 m_0$ – газдың тығыздығы, n_0 – оның концентрациясы, ал $\bar{v}_{кс}$ – газ молекулаларының орта квадрат жылдамдығы. Кері бағыттағы импульс ағынының тығыздығы былай табылады:

$$q_2 = \frac{1}{6} \rho \bar{v}_{кс} \cdot v_2.$$

Осы $f = q_1 - q_2$ – айырымы бірлік ауданға түсетін үйкеліс күшін береді және мына теңдеумен анықталады:

$$f = \frac{1}{6} \rho \bar{v}_{кс} (v_1 - v_2).$$

Теңдеуден вакуумдегі үйкеліс күші газдың тығыздығына, яғни, қысымына пропорционал екендігі көрінеді. Айта кетейік, вакуумде де газдың ыдыс қабырғасына түсіретін қысымы молекулалары-кинетикалық теориясының негізгі теңдеуімен анықталады:

$$P = nkT.$$

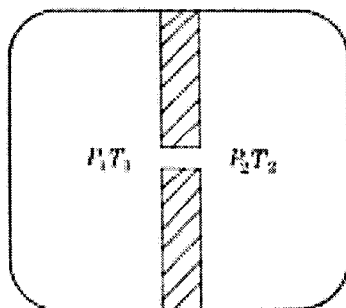
Қалыпты жағдайларда диффузия, молекулалардың өзара жиі-жиі соқтығысуларының әсерінен баяу жүретіні белгілі. Ал вакуумде мұндай соқтығысулар жоқ болғандықтан, бұл процесс тез жүруі тиіс. Бұл кезде диффузия коэффициенті мынаған тең:

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \cdot d = \frac{2}{3} \bar{v} \cdot R = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \cdot \bar{v},$$

\bar{v} – молекулалардың орташа жылдамдығы, d – цилиндрдің диаметрі, ал $\bar{\lambda}$ – диффузия жүретін цилиндрдегі, молекулалардың орта еркін жол ұзындығы. Сиретілген газдардағы диффузия құбылысы эффузия деп аталады.

Ортасында кішігірім саңылауы бар, жылу өткізбейтін денемен бөлінген вакуумдық күйдегі екі көлемдегі газды зерттеу барысында мынадай құбылыс байқалған (30-сурет). Егер ыдыстың екі бөлігі әртүрлі температураларда ($T_1 > T_2$) ұсталатын болса, оларда әртүрлі қысым бола тұра, тепе-теңдік орнайды. Ыдыста қарама-қарсы бағыттарда өтетін молекулалар саны теңеледі, яғни, мына шарт орындалады: $n_1 v_1 = n_2 v_2$, бірақ $n_i = P_i / kT_i$ және $v_i \sim \sqrt{T_i}$ екендігін ескерсек, жоғарғы қатынас мына түрге келеді:

$$P_1 / \sqrt{T_1} = P_2 / \sqrt{T_2},$$

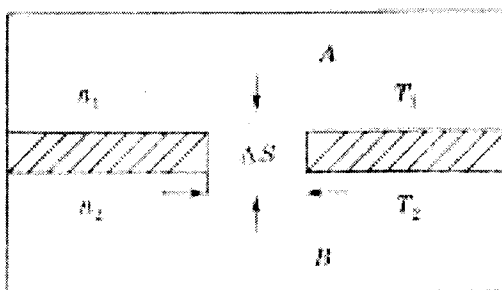


30-сурет.

яғни, тепе-тендік температуралары әртүрлі газдар арасында орнайды.

Бұл кездегі процестің физикалық мағынасы жылу берілудің жүзеге асуында, себебі $n_1 v_1^2 \neq n^2 v_2^2$. Бірақ жылу алмасу молекулалардың өзара соқтығысулары арқылы емес, олардың қабырғалармен соқтығысуы арқылы жүзеге асатын болғандықтан, температуралары әртүрлі екі бірімен-бірі қатынасқан көлемдер туралы айтылғаны дұрыс. Егер көлемдерде температуралық айырым жасанды түрде ұсталынса, екі көлемнің арасында температуралық градиент пайда болуы негізінде, газдардың қозғалысынан оларда бірдей қысым орнаған болар еді.

Енді мынадай тәжірибені қарастырайық (31-сурет). Ыдыстың үстіңгі A және төменгі B бөліктері әртекті газдармен (мысалы, үстіңгіде сутек $\mu = 0,002$ кг/моль, ал төменгіде оттегі $\mu = 0,032$ кг/моль) толтырылып, ауданы $\Delta S < \bar{\lambda}^2$ жабылатын саңылаумен қатынассын. Егер қақпақ ашылса, саңылау арқылы сутек пен оттектің қарама-қарсы бағытталған диффузиялық ағындары пайда болады. Бұл ағындар газ молекулаларының орташа жылдамдықтарына тура пропорционал. Ал орташа жылдамдық газдардың квадрат түбір астындағы молярлық массасына кері пропорционал, яғни, $\bar{v} \sim 1/\sqrt{\mu}$. Олай болса сутек молекулалары оттегі молекулаларынан 4 есе жылдам қозғалуы тиіс ($\bar{v}_{H_2} = 4 \bar{v}_{O_2}$). Осыған сәйкес сутек молекулаларының ағын интенсивтілігі оттектікінен төрт есе күшті. Сондықтан, бастапқыда ыдыстың A және B бөліктерінде диффузияның өсерінен қысым айырмашылығы пайда болып, біршама уақыттан соң ыдыста газдардың парциал қысымдары мен олардың концентрациялары теңеледі. Осы эффузия құбылысы қоспалы газдарды жеке компоненттерге бөлу үшін кеңінен қолданылады. Егер суреттегі ыдыстың A бөлігі сутек және оттегі қоспасымен тол-



31-сурет.

тырылса, ал V бөлігінде вакуум жасалып қақпақ ашылса, төменгі бөлікте тек сутек жиналады. Оны сорып алу арқылы таза сутек алынады.

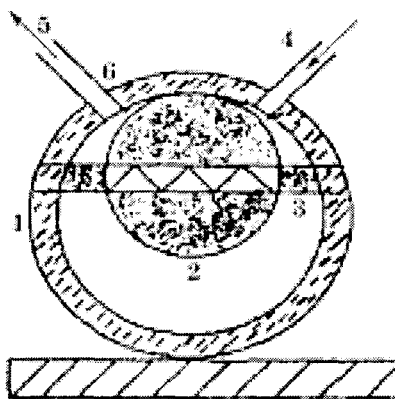
§ 20. ТӨМЕНГІ ҚЫСЫМДАРДЫ АЛУ

Соңғы кездері жоғары вакуумдерде жүретін физикалық және техникалық процестердің маңызы күрт артып келеді. Сондықтан, төменгі қысымдарды алу және оны өлшеу әдістерін дамытуға үлкен көңіл бөлініп келеді. Вакуумдық құралдар физико-химиялық лабораториялық зерттеу жұмыстарында, техникада және өндірісте кеңінен қолданылады. Жоғары вакуум деп $10^{-1} + 10^{-5}$ Па қысымға дейін сиретілген газ күйі аталады. Газдарды сирететін насостармен кіші көлемдерде 10^{-11} Па қысым алуға болады. Бірақ соның өзінде, оның бір куб сантиметрінде, шамамен, 1000 молекула болады.

Берілген көлемнен газды сорып шығаруға арналған құрал вакуумдық насос деп аталады. Ол вакуум жасалатын ыдыстағы газды атмосфераға шығарады, сондықтан сыртқы қысымға қарсы жұмыс атқарады. Көлемдегі вакуум жоғарылаған сайын сыртқы қысым төмен болуы тиіс, сондықтан жоғары вакуум алу сатылы түрде жүзеге асырылады. Яғни, сыртқы қысымды төмен ұстап тұру үшін, алдын-ала сиретуге арналған, форвакуумдық насостар қолданылады. Олар атмосфералық қысымға қарсы жұмыс жасайды және жоғары вакуум алуға арналған насостармен тізбектеле жалғанып, сорылатын газды шығаратын көлемдегі қысымды бірнеше ондаған паскаль шамасында ұстайды.

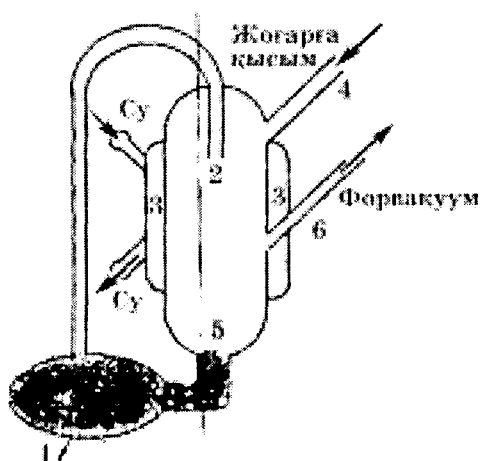
Жоғарғы вакуум алатын насостар сорылатын газды, форвакуумдық насос алдын-ала сиреткен көлемге айдай отырып, ыдыста $10^{-6} + 10^{-8}$ Па қысым тудырады. Бұдан да төмен қысымдар, тек дәнекерленіп бекітілген жабық ыдыстарда, газдарды жұтатын арнайы сіңіргіштерді пайдалану арқылы алынады. Форвакуумдық насостар молекулаларды «сыпыру» принципі негізінде жұмыс жасайды.

Мысалы, кең тараған роторлық форвакуумдық насос (32-сұрет) 1 кеуек металл цилиндр мен оның ішінде айналып тұратын 2 тұтас цилиндрден (ротор) тұрады. Ротордың жоғарғы беті металл цилиндрдің ішкі бетіне тиістіре орнатылады және оның саңылауына, серіппенің көмегімен кеуек цилиндрдің ішкі бетіне тығыз жанасатындай екі қалақша 3 кіріп тұрады. Қалақшаның бір ұшы сору түтігінен 4 өткенде, ауа ұлғаю себебінен сорылып, кеңістіктен насостың қысымы аз бөлігіне өтеді. Ал сол 4-ші



32-сурет.

Көп ретте жоғарғы вакуум алу үшін диффузиялық насостар қолданылады. Оның ең қарапайым түрі сынапты диффузиялық насос (33-сурет). Электр тогымен қыздырылған сынап буы 1, 2-ші түтік арқылы ағын сумен 3 суытылатын, насоспен жалғанады. Ал насос, форвакуумдық насоспен 5 алдын-ала сиретілген көлем арқылы, сорылатын ыдыспен 4-ші түтік арқылы жалғасады. Сорылатын ыдыстағы газ молекулалары диффузия әсерінен сынап буымен ілесе отырып насостың төменгі бөлігіне 5 ауысады. Мұнда сынап булары конденсацияланып 7-ші түтікпен 1-ші көлемге қайта келеді, ал газ молекулалары форвакуумдық насоспен сыртқа әкетіліп отырады. Көп жағдайда сынап орнына органикалық сұйықтар (майлар) пайдаланылады. Бұл майлы диффузиялық насостарда, суытқыш ретінде сұйық азот қолданылады.



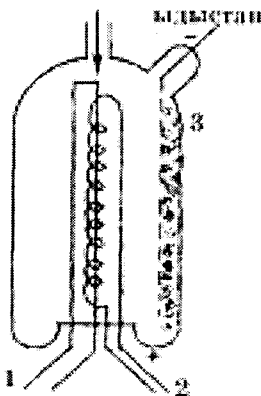
33-сурет.

түтіктен қалақшаның екінші ұшы өткенде, сорылған газ 5-ші түтік арқылы сыртқа шығарылады. Бұл циклді қалақшалар кезектесе қайталап отырады. Сыртқы атмосфералық қысымдағы газ цилиндрдің ішіне кірмеу үшін, 5-ші түтік клапанмен 6 жабдықталады. Қозғалатын бөліктері майланып, герметика жақсы сақталуы үшін, форвакуумдық насос май құйылған ыдыста орнатылады.

Диффузиялық насостарда молекулалардың еркін жол ұзындығы сору түтігінің сызықтық өлшемдерімен шамалас болуы тиіс. Бұл шарт насостың, сорылатын көлем алдын-ала сиретілмей, жұмыс істей алмайтындығын түсіндіреді. Көбінесе бірнеше диффузиялық насостар тізбестеле жалғанып қызмет атқарады. Бірінші насостың сору түтігі екіншісінің шығару түтігіне, екіншісінің сору түтігі

үшіншісінің шығару түтігіне, ал соңғысының сору түтігі вакуум алынатын көлемге жалғанады.

Өте жоғарғы қысымдар сіңіргіш (сорбциялық) насостар арқылы алынады. Оның бір түрінің құрылысы 34-ші суретте келтірілген. Электр тогымен қыздырылатын металл жіп 1, өзімен тордың 2 арасындағы үдетілетін электрондар көзі болып табылады. Тордың саңылауларынан ұшып өткен электрондар, сорылатын көлеммен жалғасқан шамдағы қалған газ молекулаларын иондайды. Тор мен шамның қабырғасына қондырылған, теріс потенциалды металл ұнтақтарының 3 арасындағы электр өрісінің әсерінен, оң иондар оған қарай ұшады және онымен жұтылып отырады.



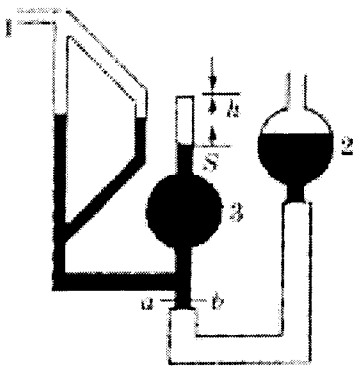
34-сурет.

Сорбциялық насостарда, шамның ішкі беті, автоматты түрде жаңа металл ұнтақтарымен қапталып отырады, ал «сіңірілген» газдар оның астында қалып отырады, сөйтіп жаңа газдарды сіңіру мүмкіндігі артады. Қазіргі вакуумдық насостардың қуаты өте зор. Үздіксіз сору нәтижесінде, олар элементар бөлшектерді үдетуге арналған өте үлкен көлемдерде, жоғары вакуум алуға мүмкіндік береді.

§ 21. ЖОҒАРҒЫ ВАКУУМДЫ ӨЛШЕУ

1. Ауасы сиретілген ыдыстардағы төменгі қысымдарды өлшеу өте көп қиындықтар тудырады. Форвакуумдық насостармен алдын ала сиретілген газдағы қысымдар көдімгі манометрлермен өлшенсе, жоғарғы вакуумды өлшеу күрделі құралдар мен әдістерді қолдануды талап етеді. Мысалы, 10 Па-дан 10^{-4} Па қысымдарды өлшеуге арналған, Мак-Леод манометрін қарастырайық. Оның жұмыс істеу принципі Бойль-Мариотт заңына негізделген. Яғни, төменгі қысымдағы газ тұрақты температурада санаулы рет сығылады да, соңынан оның қысымы өлшенеді.

Мак-Леод манометрінің қарапайым түрі 35-суретте келтірілген. Ол сорылатын көлеммен жалғасқан түтіктен 1 және сынапппен толтырылған колбадан 2 құралады. Колбаны төмен түсіргенде манометр түтігі сынаптан босайды және оның деңгейі *ab* қимасынан төмен орналасады. Колбаны қайта жоғары көтергенде, баллондағы 3 сиретілген газ негізгі ыдыстан



35-сурет.

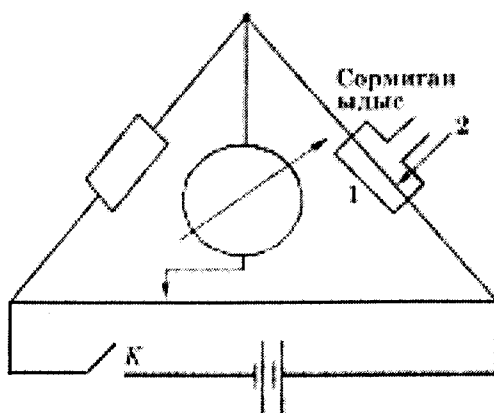
бөлінеді және оны, орта түтіктегі сынап деңгейі S биікке көтерілгенше сығады. Бұл кезде сығылған газдың көлемі $h \cdot S$ шамаға теңеледі. Сығылу бастапқы V_0 -ден $S \cdot h$ көлемге дейін изотермиялы жүреді және оның бастапқы қысымы P , ал соңғы қысымы шкала бойынша өлшенетін h -қа тең деп санау арқылы, Бойль-Мариотт заңын пайдаланып, қысымды мына қатынаспен анықтауға болады:

$$P = h^2 \frac{S}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} h,$$

$V_1 = S \cdot h$ – газдың соңғы көлемі. V_1/V_0 – қатынасы манометр үшін тұрақты болады.

Сынап буының зияндылығы және қалдық қысымның болатындығы, бұл манометрлердің негізгі кемшілігі болып табылады. Сондықтан соңғы кездері, сынап орнына органикалық сұйықтар (майлар) пайдаланатын манометрлер қолданылды.

2. Сиретілген газдардағы жылу өткізгіштіктің құбылысының қысымға тәуелділігі негізінде жасалған Пириани манометрі $10^{-6} + 10^{-7}$ Па қысымдарды өлшей алады (36-сурет). Мұнда қысымы өлшенетін, вакуум жасалатын көлеммен жалғасқан шыны түтіктің 1 ішінде, өлшеуіш көпірдің бір иінінің қызметін атқаратын, жіңішке металл сым 2 тартылып қойылады. Сыммен, оны 100-ден 200 °С-ға дейін қыздыратын электр тогы



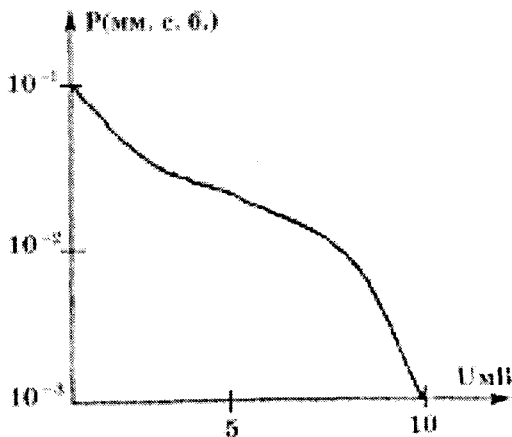
36-сурет.

жіберіледі. Шыны түтіктегі қысым жоғарылаған сайын жылу өткізгіштік жоғарылап, сымның температурасы, яғни, кедергісі төмендейді. Пирани манометрі басқа манометрлердің көмегімен градуирленеді. Өртектегі газдың жылу өткізгіштіктері өртүрлі болғандықтан, олардың әрқайсысы үшін жеке градуирлену қисықтары сызылады.

3. Жылу өткізгіштіктің қысымға тәуелделігі анық байқалатын төменгі қысымды өлшеу термопаралық манометрлермен жүзеге асырылады. Мұндай құралдардың жұмыс істеу принципі, дөнекерленген екі өртекті металдарды қыздырғанда пайда болатын электр қозғаушы күшінің, ортаның жылу өткізгіштігін анықтайтын, қоршаған газдың қысымына тәуелділігіне негізделген. Термоэлектрлік вакуумметрлер термопарадан және оның көрсетуін тіркейтін, санайтын қондырғылардан тұрады. Мысалы, ВТ-2 вакуумметрінде сорылатын көлемге жалғанған, ішінде термопара мен оған жуық орнатылған, спираль тәріздес қыздырғыштан тұратын, ЛЕ-2 шамы негізгі рөл атқарады.

Қысымды өлшеу кезінде қыздырғыштағы ток тұрақты ұсталынады. Бұл кезде туатын термоэлектрлік қозғаушы күш қыздырғыштағы ток күші сорылатын көлемдегі сиретілген газға байланысты өзгере отырып, ондағы қысымды анықтауға мүмкіндік береді. Вакуумметр өртекті газдар үшін, қыздырғыштың тоғы тұрақты мөндерде, градуирленеді. ВТ-2 манометрі үшін градуирлеу қисығы 37-суретте келтірілген. Мұндай вакуумметрлер 1-ден 10^{-3} мм. с.б. қысымдарды өлшей алады.

Көп тараған манометрлердің қатарына $10^{-1} + 10^{-9}$ Па қысымдарды өлшей алатын ионизациялық манометрлер жатады. Элек-



37-сурет

трондық шамға ұқсас, сорылатын көлеммен жалғанған, мұндай вакуумметрлерде, газ жылдам электрондар ағынымен немесе сыртқы ионизаторлармен иондалады. Осы электрондық шамдарда пайда болатын, өлшенетін қысымға тура пропорционал, градуирленген электр тогы, төмен қысымдарды өлшеуге мүмкіндік береді. Бұларға ЛМ-2 шамымен және ток алу мен өлшеуге арналған қондырғылармен жабдықталған ВИ-3 жән ВИТ-1 манометрлері жатады. Өте төмен қысымдардағы газдардың иондалу ықтималдығын арттыру мақсатында, магнит өрістерін қолданады. Ионизациялық манометрлердің негізгі кемшілігі, олардың өлшеу дәлдігінің газдар табиғатына, тегіне тәуелділігі.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Қайсыбір қысымдағы температурасы 0°C оттег молекуласының орта еркін жол ұзындығы $9,5 \cdot 10^{-8}\text{м}$. Егер ыдыстағы газдың қысымы 100 есе кемісе, ондағы оттег молекулаларының 1 с ішіндегі орта соқтығысулар саны неге тең? Температура тұрақты деп саналады.

Берілгені:

$$\bar{\lambda}_1 = 9,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

$$P_2 = 0,01 P_1$$

$$T = 273\text{К}$$

Z - ?

Шешуі:

Оттег молекулаларының 1 с ішіндегі орта соқтығысулар саны мына формула арқылы табылады

$$\bar{Z} = \frac{\bar{v}}{\lambda_2} \quad (1)$$

$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ – оттег молекулаларының орта арифметикалық жылдамдығы, ал оның бастапқы қысымдағы орта еркін жол

ұзындығы $\lambda_1 = \frac{kT}{\sqrt{2\pi\delta^2 P_1}}$, ал P_2 қысымдағы орта еркін жол ұзын-

дығы $\lambda_2 = \frac{kT}{\sqrt{2\pi\delta^2 P_2}}$. Бұл екеуінен $\bar{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_1 \frac{P_1}{P_2}$. Осыдан және (1)

теңдеуден $\bar{Z} = \frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}}{\bar{\lambda}_1 \frac{P_1}{P_2}}$ екендігі шығады. Сан мәндерін қою арқы-

лы орта соқтығысу саны табылады $\bar{Z} = \frac{\sqrt{8 \cdot 8,31 \cdot 273}}{\sqrt{3,14 \cdot 0,032}} = 4,5 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{с}}$.

2. Қалыпты жағдайдағы ауа молекуласының орта еркін жол ұзындығы неге тең? Оның эффективті диаметрі $3 \cdot 10^{-10}$ м.

Берілгені:

$$\bar{\lambda} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$\lambda - ?$

Шешуі:

Газ молекулаларының орта еркін жол ұзындығы.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} \quad (1)$$

мұндағы $n = \frac{P}{kT}$ – молекулалар концентрациясы, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – Больцман тұрақтысы. Осыны орнына қойсақ (1) формула мына түрде жазылады

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 P} \quad (2)$$

Осыған физикалық шамалардың сан мөндерін қойып есептеулерден орта еркін жол ұзындығы анықталады

$$\lambda = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5} = 9,3 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

3. Диффузия салдарынан 200 см^2 ауданнан 20 с ішінде өткен азот мөлшері неге тең? Ауданға перпендикуляр бағыттағы тығыздық градиенті $1,26 \text{ кг/м}^4$. Азоттың температурасы $27 \text{ }^\circ\text{C}$, ал оның молекуласының орта еркін жол ұзындығы 10^{-7} м .

Берілгені:

$$\Delta S = 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$\Delta t = 20 \text{ с}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = 1,26 \text{ кг/м}^4$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$\bar{\lambda} = 10^{-7} \text{ м}$$

$\Delta M - ?$

Шешуі:

Диффузия әсерінен ΔS аудан арқылы Δt уақытта өтетін газ мөлшері мынаған тең.

$$\Delta M = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t. \quad (1)$$

Мұндағы $\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$ – тығыздық градиенті, $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ – молекула-

лардың орта еркін жол ұзындығы, ал $D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}$ – диффузия

коэффициенті, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$ – молекулалардың орта арифметика-

лық жылдамдығы осыларды орындарына қою арқылы жұмыстық формула алынады.

$$\Delta M = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{\sigma} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t \text{ немесе } \Delta M = \bar{\lambda} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t \quad (3)$$

(3) формулаға берілген физикалық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер арқылы ауысатын газ мөлшері анықталады.

$$\Delta M = \frac{1}{3} 10^{-7} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 300}{3,14 \cdot 0,028}} \cdot 1,26 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 20 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ кг.}$$

4. Егер температуралары бірдей болса, оттектің ішкі үйкеліс коэффициенті азоттыкінен қанша есе артық.

Берілгені:

$$T_1 = T_2 = T$$

$$\mu_1 = 0,032 \text{ кг/моль}$$

$$\mu_2 = 0,028 \text{ кг/моль}$$

$$\eta_1 = ?$$

$$\eta_2 = ?$$

Шешуі:

Газдар үшін ішкі үйкеліс коэффициенті мына өрнектен анықталады $\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho$.

Олай болса оттек үшін $\eta_1 = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_1 \bar{v}_1 \rho_1$, ал

азот үшін $\eta_2 = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_2 \bar{v}_2 \rho_2$. Бұлардың орта

арифметикалық жылдамдықтары $\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{8RT}{\mu_1}}$ және $\bar{v}_2 = \sqrt{\frac{8RT}{\mu_2}}$, ал тығыздықтары Клапейрон-Менделеев теңдеулерінен табылады

$$\rho_1 = \frac{\mu_1 P}{RT} \quad \text{және} \quad \rho_2 = \frac{\mu_2 P}{RT} \quad (5)$$

Осыларды (2) және (3) теңдеулерге қойғаннан кейінгі қатынасынан іздеген шама табылады.

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\frac{1}{3} \bar{\sigma}_1 \bar{\lambda}_1 \rho_1}{\frac{1}{3} \bar{\sigma}_2 \bar{\lambda}_2 \rho_2} = \frac{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu_1}} \bar{\lambda}_1}{\frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu_2}} \bar{\lambda}_2} = \frac{P \mu_1}{RT} = \frac{\sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1}} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2}}.$$

Бұл жерде $\lambda_1 = \lambda_2$, ал μ_1 мен μ_2 -нің мәндері белгілі. Олай болса

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \sqrt{\frac{0,032}{0,028}} = 1,07 \text{ есе.}$$

5. Қайсыбір жағдайда оттектің диффузия және ішкі үйкеліс коэффициенттері $D = 1,22 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ пен $\eta = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ кг/мс}$. Осы

кездегі 1) Оттектің тығыздығын. 2) Оның молекулаларының орта еркін жол ұзындығын және 3) орта арифметикалық жылдамдығын анықтаңдар.

Берілгені:

$$D = 1,22 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hc}}{\text{м}^2}$$

$$h = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ кг/мс}$$

$$\rho - ? \quad \lambda - ? \quad \bar{v} - ?$$

Шешуі:

Газ (оттек) үшін диффузия және ішкі үйкеліс коэффициенттері мына формулалармен анықталады.

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \quad \text{және} \quad \eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho \quad (1)$$

Бұлардан $\eta = D\rho$. Олай болса

$$1) \rho = \frac{\eta}{D} = \frac{1,95 \cdot 10^{-5}}{1,22 \cdot 10^{-6}} = 1,6 \text{ кг/м}^3.$$

2) (1) теңдеудің екіншісіне $\bar{\lambda} = \frac{kR}{\sqrt{2}\pi^2\rho}$ және $\rho = \frac{P \cdot \mu}{RT}$ мөндерін қойып орта арифметикалық жылдамдықты табуға болады, яғни,

$$\bar{v} = \frac{3\eta\sqrt{2}\pi^2 R}{k\mu} \quad (2)$$

$$(2) \text{ теңдеудегі } \frac{R}{k} = N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}, \text{ ал } \sigma = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Осыларды және сан мөндерін (2) теңдеуге қою арқылы орта арифметикалық жылдамдық табылады

$$\bar{v} = \frac{3 \cdot 1,95 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 8,31}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,032} = 440 \text{ м/с.}$$

3) Осыдан соң (1) формуланың біріншісінен оттек молекулаларының орта еркін жол ұзындығы табылады $\bar{\lambda} = \frac{3D}{\bar{v}} = \frac{3 \cdot 1,22 \cdot 10^{-5}}{440} \approx 8,35 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$

6. Ауаның жылу өткізгіштігі есебінен әрқайсының ауданы 3 м^2 , ара қашықтығы 30 см екі терезе рамаларының арасынан, сағат сайын қанша жылу мөлшері жоғалады. Бөлменің температурасы $18 \text{ }^\circ\text{C}$, ал сыртқы температура $-20 \text{ }^\circ\text{C}$. Ауа молекулаларының диаметрі $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Ауаның қысымы 760 мм с.б. Терезелердің арасындағы температура сыртқы және ішкі температуралардың орта арифметикалық мәніне тең деп саналады.

Берілгені:

$$t = 3600 \text{ с, } \Delta S = 3 \text{ м}^2,$$

$$\Delta x = 0,3 \text{ м, } T_1 = 291 \text{ К,}$$

Шешуі:

Жылу өткізгіштіктің нәтижесінде ΔS ауданнан Δt уақытта тасымалдана-

$T_2 = 253\text{К}, T_{\text{ор}} = 272\text{К},$ $P = 760 \text{ мм.с.б.} = 10^5 \text{ Па}$ $\sigma = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$	тын жылу мөлшері мына формула- мен анықталады $\Delta Q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t$ немесе $\Delta Q = -\frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} c_V \rho \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t$
$\Delta Q = ?$	(1)

мұнда $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{\Delta x}$ – температуралық градиент, $k = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} c_V \rho$ –

жылу өткізгіштік коэффициенті. Ал $\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2\pi\sigma^2 p}}$, $v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$, $c_V =$

$= \frac{iR}{2\mu}$ – меншікті жылу сыйымдылық $\rho = \frac{P \cdot \mu}{RT}$ – ауаның тығыз-

дығы, $\mu = 0,029$ кг/моль молярлық массасы. Осыларды орнына қойып қысқартулар арқылы жоғалатын жылу мөлшерін анықтауға мүмкіндік беретін формула алынады.

$$\Delta Q = \frac{1 kT}{3 k\pi\sigma^2 p} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \cdot \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \frac{\rho\mu}{RT} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t \quad (2)$$

Мұндағы $i = 5$ ауа молекуласының еркіндік дәрежелер саны.

Сан мәндері қойылу арқылы екі терезелер рамасының арасынан жоғалған жылу мөлшері табылады.

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 5}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-20}} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 272}{3,14 \cdot 0,029}} \cdot \frac{38}{0,3} \cdot 3 \cdot 3600 =$$

$$= 17922 \text{ Дж.}$$

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Тасымалдау құбылыстары деген не?
2. Молекулалық көзқарас бойынша ішкі үйкеліс, диффузия және жылу өткізгіштік құбылыстарының мағынасы неде?
3. Диффузия құбылысы не үшін қолданылады және термодиффузия деп нені айтады?
4. Тасымалдау теңдеулерін сипаттайтын теңдеулер феноменологиялық түрде қалай жазылады?
5. Молекулалардың орта еркін жол ұзындығы деген не және оны тәжірибе жүзінде қалай анықтайды?
6. Газдардың кинетикалық теориясы арқылы тасымалдау құбылыстарын сипаттайтын теңдеулерді алуға бола ма?
7. Диффузия, тұтқырлық және жылу өткізгіштік коэффициенттері неге тең?
8. Тасымалдау коэффициенттерінің кинетикалық өрнегі олардың температура мен қысымға байланыстылығын қалай сипаттайды.
9. Тасымалдау коэффициенттерінің арасында қандай байланыстар тағайындалған?
10. Тасымалдау құбылыстарын сипаттайтын теңдеулердің қолданылу шегі қандай және оларды сиретілген газдарға қолданудың қиындығы неде?
11. Тасымалдау коэффициенттерін тәжірибе жүзінде анықтаудың қандай әдістері бар?
12. Сиретілген газдар деп қандай газдарды айтады және вакуум деген не?
13. Төменгі қысымдар қалай алынады және форвакуумдық насос қалай жұмыс істейді?
14. Дьюар ыдыстары деген не және олар қандай құбылысқа негізделіп жасалған?
15. Жоғарғы вакуум өлшеуге қандай құралдар пайдаланылады және олардың жұмыс істеу принциптері неде?

КІРІСПЕ

Денені, денелер жүйесін сипаттайтын макроскопиялық шамалардың арасындағы байланыстарды энергетикалық тұрғыда немесе заттардың жалпы қасиеттерін, жылулық қозғалыстарға байланысты зерттейтін физиканың маңызды бөлігі термодинамика деп аталады. Термодинамиканың негізі ретінде өте көп тәжірибелік фактілер арқылы қортындыланған заңдар немесе бастамалар алынған. Бұл заңдар мен одан шығатын салдарлар нақты макроскопиялық құбылыстарды энергия айналулары тұрғысынан зерттейді.

Термодинамика атомдар мен молекулалардағы немесе аз бөлшектерден тұратын кіші көлемдердегі құбылыстарды қарстырмайды. Статистикалық физика мен термодинамиканың заттардың қасиеттерін зерттеуде қолданатын әдістері бөлек. Термодинамика өлшемдері шекті термодинамикалық денелердің қасиетін қарастырады. Кеңістіктің затпен толтырылған бөлігі термодинамикалық дене деп аталады. Дененің пішіні, кейбір қасиеттері, мысалы түсі, термодинамика үшін еш рөл атқармайды.

Денелер физикалық және химиялық біртекті немесе біртекті емес болып бөлінеді. Қайсыбір денелер физикалық біртекті болғанымен химиялық біртекті емес немесе керісінше. Мысалы, су физикалық және химиялық біртекті, ал тұздың судағы ертіндісі физикалық біртекті, бірақ химиялық біртекті емес. Қандайда бір әсерге душар бола алатын және белгілі-бір түрде жүйе құратын денелер жиыны термодинамикалық жүйе деп аталады. Ол бір денеден де бірнеше денеден де құрала алады.

Жүйенің күйін сипаттай алатын шамалар, мысалы қысым, температура, тығыздық және т.б. термодинамикалық параметрлер деп аталады. Макроскопиялық денелердің күйі осы параметрлердің жиынымен анықталады. Термодинамикалық параметрлері ұзақ уақыт бойы өзгермейтін жүйе тепе-тең күйде тұр деп саналады. Ал термодинамикалық жүйенің күйін анық-

тайтын параметрлердің біреуі өзгеретін болса, жүйеде процесс жүреді. Яғни, процесс жүйенің күйін өзгертеді.

Термодинамиканың маңызды түсініктерінің бірі фаза. Фаза термодинамикалық тепе-теңдіктегі бір немесе бірнеше денелерден тұратын біртекті гомогендік жүйе. Бір фазалы гомогендік жүйеде, денелерді физикалық немесе химиялық қасиеттеріне сәйкес ажырататын, беттік шекара сызу мүмкін емес. Егер жүйеге сыртқы өріс күші әсер етсе, мысалы ауырлық күшінің өрісі, оның кейбір қасиеттері өзгергенімен бір фазалы күйде қалады. Мысалы, жердің ауырлық өрісіндегі ауаның тығыздығы биіктікке байланысты әртүрлі, бірақ ауа бір фазалы. Фазалардың бір ерекшелігі олар басқа фазалармен әсерлесе алады және бұл кезде заттар бір фазалық күйден екінші фазалық күйге ауыса алады. Мысалы, су буға, ал мұз суға айнала алады.

§ 22. ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕНІҢ ІШКІ ЭНЕРГИЯСЫ

Жүйенің толық энергиясы, оны біртұтас деп санағандағы қозғалысының кинетикалық E_K , сыртқы күштер өрісіндегі потенциалдық E_p және осы жүйені құрайтын денелердің ішкі U энергияларынан құралады. $E = E_K + E_p + U$. Дененің ішкі энергиясы оны құрайтын бөлшектердің бейберекет жылулық қозғалысының кинетикалық және олардың өзара әсерінің потенциалдық энергияларынан құралады. Денені құрайтын бөлшектердің қозғалысы мен өзара әсерлесу сипатына байланысты, оның ішкі энергиясы мынадай құраушылардан тұрады:

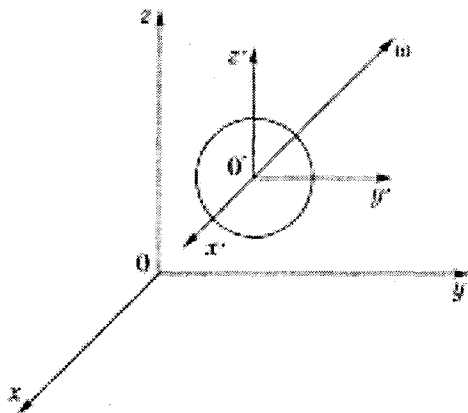
1. Молекулалардың бейберекет жылулық қозғалысының кинетикалық энергиясы.

2. Олардың өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясы.

1. Молекулалар мен атомдардың тербелмелі қозғалысының кинетикалық және потенциалдық энергиялары.

Молекулалық физикада қарастырылатын құбылыстарда атомдық энергия өзгермейді, сондықтан ол есепке алынбайды. Егер материалдық нүктенің кеңістіктегі еркін қозғалысы декарт координаталар жүйесінде x , y , z координаталарымен анықталса, оның ілгерілемелі қозғалысының еркіндік дәрежелер саны $I = 3$. Нүктенің еркіндік дәрежелер саны деп, оның орнын анықтауға мүмкіндік беретін координаталар саны екендігін айтқанбыз.

Массалар центрі X , Y , Z координаталар жүйесіне байланысты анықталатын абсолют қатты денені қарастырайық (38-сурет). Оның қозғалысы, басы O' дененің массалар центрімен

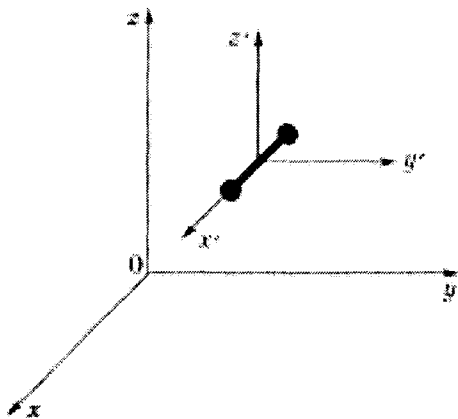


38-сурет

сәйкес келетін, X', Y', Z' қозғалмалы координаталар жүйесінде сипатталсын. Жалпы жағдайда, дене еркін қозғала отырып, өзінің инерциялық центрі арқылы өтетін лездік айналу осімен, белгілі бір бұрыштық жылдамдықпен $\vec{\omega}$ қозғала алады. Бұрыштық жылдамдықтың X, Y, Z осьтеріне сәкес үш құраушысы болады, яғни, $\vec{\omega} = \vec{\omega}_X + \vec{\omega}_Y + \vec{\omega}_Z$. Олай болса айналмалы қозғалыстағы қатты дене үш айналмалы еркіндік дәрежеге ие. Демек абсолют қатты дененің үш ілгерілемелі, үш айналмалы қозғалыстарға сәйкес алты еркіндік дәрежесі болады.

Материалдық нүкте (атом) айналғанда орны өзгермейді, сондықтан оның айналмалы еркіндік дәрежесі жоқ. Екі және көп атомды идеал газ молекулалары абсолют берік құрылымдар. Мысалы, декарт координаталар жүйесінде екі атомды молекула орналассын (39-сурет).

Оның инерция центрінің ілгерілемелі қозғалысы x, y, z координаталарымен сипатталады. Осы молекуланың айналмалы қозғалысын сипаттау үшін, қозғалмалы координаталар жүйесі енгізіледі. Молекуланың массалар центрі жүйенің басымен сәйкес келсін және X' осімен бағытталсын. Молекуланың X' осімен айналуы оның орнын өзгерпейді, ал Y' және



39-сурет

Z'' остерімен айналғанда, оның орны өзгереді. Сондықтан екі атомдық молекула екі айналмалы еркіндік дәрежеге ие. Демек, оның жалпы еркіндік дәрежелер саны 5-ке тең. Оның үшеуі ілгерілемелі қозғалысқа жатады. Екі атомды молекулаларға H_2 , O_2 , CO және т.б. жатады. Үш және көп атомды сызықты емес берік молекулалар, қатты дене сияқты, алты еркіндік дәрежеге ие.

Молекулалардың еркіндік дәрежелер санының үшеуі барлық уақытта ілгерілемелі қозғалысқа жататын болғандықтан, оның кинетикалық энергиясы мына түрде анықталады:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2}.$$

Екінші жағынан

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Осыдан

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_z^2}{2} = \frac{1}{2} kT,$$

яғни, молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының әр еркіндік дәрежесіне $\frac{1}{2} kT$ энергия сәйкес келеді. Бұл қорытынды энергияның еркіндік дәрежелер санына сәйкес теңдей бөліну заңы деп аталады. Осы заңның негізінде бір молекуланың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясы былай жазылады:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT. \quad (3.1)$$

Бұл өрнектің екі жағында Авогадро санына көбейту және $kN_A = R$ екендігін ескеру, бір моль идеал газдың ішкі энергиясын анықтауға мүмкіндік береді:

$$U = \frac{i}{2} RT,$$

ал кез-келген газ массасы үшін

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT, \quad (3.2)$$

μ – газдың молярлық массасы. Егер термодинамикалық жүйе басқа жүйелермен энергия алмаса отырып әсерлессе, оның ішкі энергиясы өзгереді. Термодинамикалық жүйенің күйі кез-келген уақыт мезетінде, тепе-теңдікте болатындай, өте баяу жүретін процестер тепе-тең немесе квазистатикалық процестер деп аталады.

Жүйенің бастапқы күйі T_1, V_1 параметрлерімен анықталып, оған ішкі энергияның $U_1(T_1, V_1)$ мәні сәйкес келсін, ал соңынан T_2, V_2 параметрлеріне сәйкес $U_2(T_2, V_2)$ ішкі энергияға ие болсын. Бұл кезде жүйенің ішкі энергиясының өзгерісі мына түрде анықталады:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Яғни, жүйенің ішкі энергиясының өзгерісі ΔU , процестің жүру жолына байланысты емес, оның бастапқы және соңғы мәндерімен анықталады. Ол күй функциясы.

Процестің жүру ерекшеліктерін бағалау үшін, оны әр сәттердегі ішкі энергия өзгерісі өте кіші мәндерге ие болатындай етіп қарастырылады. Сонда жүйенің ішкі энергиясын мына интегралмен анықтауға болады:

$$\Delta U = \int_1^2 dU = U_2 - U_1. \quad (3.3)$$

Бұдан U ішкі энергия күй функциясы болса, оның өзгерісі осы функцияның толық дифференциалы екендігі байқалады. Осы (3.3) формуласынан жүйенің ішкі энергиясының шектік өзгерістері процестің жолына емес, оның бастапқы және соңғы мәндерімен табылатындығы анық көрінеді.

§ 23. ЖҰМЫС ЖӘНЕ ЖЫЛУ МӨЛШЕРІ

Молекулалардың күйі, олардың бір-бірімен әсерлесуі кезінде, энергияларымен алмасу нәтижесінде өзгереді. Энергияның берілу тәсіліне байланысты әсерлесу жылулық және адиабаталық болып екіге бөлінеді. Өзара әсерлесу деп жүйелер арасындағы энергия алмасу макроспиялық жұмыс жасалмай жүзеге асатын жылу берілу процесін айтады. Мұндай жылу құбылыстарына сәуле шығару, жылу өткізгіштік т.б. жатады.

Адиабаталық өзара әсерлесу деп макроскопиялық жұмыс жасау арқылы жүзеге асатын жүйелер арасындағы энергия алмасу процесін айтады. Бұл кезде жұмыс жүйенің күйін сипаттайтын сыртқы параметрлердің (мысалы көлем) өзгеруі нәтижесінде жасалады, ал оған жылу берілу құбылыстарының еш қатысы жоқ. Жүйелер жылулық өзара әсерлесуі кезінде алмасқан энергияға тең физикалық шаманы жылу мөлшері деп атайды және ол Q өрпімен белгіленеді.

Макрожүйелерінің өзара адиабаталық әсерлесуі кезінде алмасқан энергияларға тең физикалық шама жұмыс деп аталады және ол A өрпімен белгіленеді. Бұл анықтамалардан жылу мөлшері Q және жұмыс A жүйелер арасындағы өзара әсерлесу

процесін сипаттайтын физикалық шамалар екендігі көрінеді, демек олар ішкі энергия сияқты күй функциясы емес, ондағы жүрген процестердің функциясы болып табылады. Егер жүйе басқа денелермен dQ энергия алмасатын болса, оның температурасы dT шамаға өзгереді. Бұл шаманың мөлшері жүйенің физикалық қасиетіне және өзара әсерлесу процесінің сипатына тығыз байланысты. Осы шамалардың массасы m дене үшін қатынасын, жылу алмасудың кейбір жағдайларында, осы дененің жылу сыйымдылығы деп атайды және былай белгілейді.

$$C = \frac{dQ}{dT}.$$

Егер өзара әсерлесуде дененің бір өлшем массасы қатысса, меншікті жылу сыйымдылық c туралы айтылады, ал 1 моль зат мөлшері үшін дененің молярлық жылу сыйымдылығы C_m деген шама енгізіледі. Жылу алмасу процесінде көлем өзгермесе тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылығы C_v туралы айтылады, ал қысым өзгермесе тұрақты қысымдағы молярлық жылу сыйымдылық C_p туралы айтылады. Бұрын келтірілген (3.1), (3.2) формулаларынан газдың температурасын өзгерту үшін, оның ішкі энергиясын өзгерту керектігі көрінеді, ал энергияның өзгеруі, механикадан белгілі, жұмыспен тығыз байланысты. Яғни, дененің энергиясы, ол жұмыс жасаса немесе сол дененің үстінен жұмыс жасалса ғана өзгереді және бұл өзгеріс барлық уақытта істелген жұмысқа тең болады.

Ішінде массасы m -ге тең газ бар, үйкеліссіз қозғалатын поршеньмен жабдықталған цилиндрді қарастырайық (40-сурет).

Поршеньнің шексіз кіші қашықтыққа dl орын ауыстыруы кезіндегі газдың ұлғаюы нәтижесінде жасалған элементар жұмыс мынаған тең:

$$dF = f dl,$$

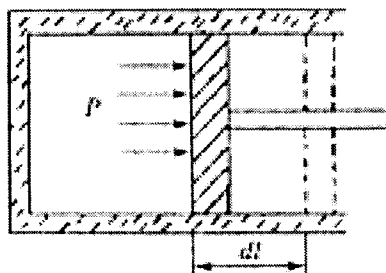
мұнда $f = PS$, газдың поршенге әсер етуші күші. Егер газ қысымы P -ға, ал поршеньнің ауданы S -ке тең болса, оның жасаған элементар жұмысы былай анықталады:

$$dF = PS dl.$$

Бұл кездегі $S dl$ көбейтіндісі газ көлемінің өсімшесін dV береді:

$$dA = P dV. \quad (3.5)$$

Егер, газ ұлғайса $dV > 0$, олай болса жасалған жұмыс оң, яғни, $dA > 0$, ал, керісінше, ол сыртқы күштің әсерінен сығылатын бол-



40-сурет

са $dV < 0$, бұл кезде сыртқы күштің жасаған жұмысы теріс, яғни, $dA < 0$. Бірінші жағдайда газдың ішкі энергиясы кемиді, температурасы төмендейді, екіншіде – газдың ішкі энергиясы өседі, соған сәйкес температурасы артатындығы көрінеді.

Енді газ күйінің өзгерісін график түрінде көрсетейік. Ол PV диаграммасында 1–2 қисығымен кескінделеді (41-сурет). Газдың dV көлемін элементар шамаға ұлғайту кезіндегі жасалатын $dA = P dV$ элементар жұмыс, графиктегі шексіз жіңішке штрихталған жолақтың ауданына тең. Сонда көлемін V_1 -ден V_2 -ге дейін өзгерту кезіндегі газдың жасайтын жұмысы, элементар dA жұмыстардың қосындысына тең.

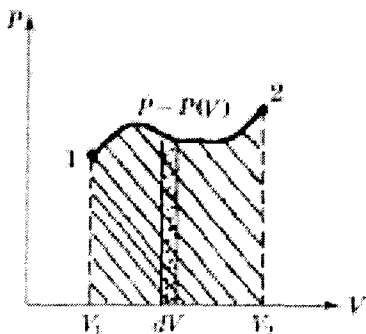
Графикте ол $1V_1V_22$ контурымен қоршалған фигураның ауданымен өлшенеді. Бұл ауданның шамасы бастапқы V_1 және соңғы V_2 көлемдерге ғана емес, $P = P(V)$, қысымның өзгеруіне де байланысты. Газдың жұмысы бастапқы және соңғы күйлерімен ғана емес, оның бастапқы күйден соңғы күйге ауысу жолына байланысты екендігін дәлелдейді. Газдың өз көлемін V_1 -ден V_2 -ге дейін өзгерту кезіндегі жасайтын жұмысы (3.5) теңдеуді интегралдау арқылы есептеледі:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

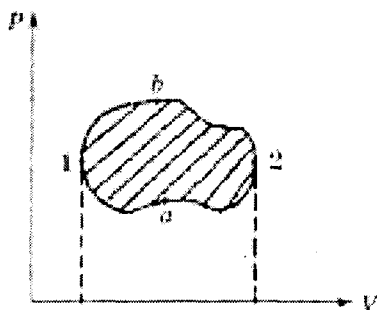
Изобаралық процесс ($P = \text{const}$) кезіндегі жұмыс мынаған тең:

$$A = P(V_2 - V_1).$$

Жүйе бастапқы күйіне қайтып оралатын, дөңгелек процесте (42-сурет), оның ұлғаюы (1a2) кезіндегі жасалатын жұмыс оң және график түрінде 1a2 V_2V_1 сызықтармен шектелетін фигураның ауданымен кескінделеді. Газдың сығылуы кезіндегі (2b1) жасалатын жұмыс теріс және график түрінде 2b1 V_1V_2 сызықтармен шектелетін фигураның ауданымен кескінделеді.



41-сурет



42-сурет

Жүйенің (газдың) осы кездегі жасайтын жалпы жұмысы $1a2b1$ қисығымен қоршалған фигураның ауданымен есептеледі, яғни, газдың ұлғайған және оның сығылған кездегі жұмыстарының айырымына тең. Сонымен, дөңгелек процесте бастапқы күйіне қайта оралғанымен, жасалатын жұмыс нөлге тең емес, $dA \neq 0$.

Жүйенің жасайтын жұмысы, оның бір күйден екінші күйге ауысу жолына байланысты болғандықтан, dA элементар жұмыс толық дифференциал емес. Олай болса dA жұмыстың өзгерісін сипаттамайды, жүйенің жасаған элементар жұмысын анықтайды. Сонымен жүйенің жұмыс жасау процесі және оған жылу берілу, энергия берілудің сапалық өзгешеліктері бар екі түрі болып саналады. Жұмыс реттелген қозғалыстың энергиясын беру болса, жылу – жүйені құрайтын бөлшектердің бейберекет (хаосты) қозғалысының энергиясын беру болып табылады. Жүйенің ішкі энергиясынан бөлек жұмыс пен жылу мөлшері, бірі жұмыс жасау процесінде берілген энергияның өлшемі болса, екіншісі жылу берілу процесіндегі берілген энергияның өлшемі. Жұмыс пен жылу нақты процестерде бір-бірімен қабаттаса жүреді. Өлшем бірліктердің халықаралық жүйесінде жұмыста, жылуда джоульмен өлшенеді.

§ 24. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ БІРІНШІ ЗАҢЫ

Классикалық термодинамика негізінде үш бастама жатыр. Біріншісі жоғарыда айтылған үш физикалық шаманы жылу мөлшері ΔQ , жұмыс ΔA және ΔU ішкі энергия өзгерісі арасындағы байланыстарды зерттейді. Жоғарыда көрсетілгендей, жүйелердің арасындағы энергия алмасу жылу берілу және жұмыс жасалу арқылы жүзеге асады. Сонда термодинамиканың бірінші бастамасы, жүйеге берілген жылу мөлшері, оның ішкі энергиясын өзгертуге (өсіруге) және өзін қоршаған денелерге қарсы жұмыс жасауына жұмсалады:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \quad (3.6)$$

Бұл кезде физикалық шамалар он, ал егер жүйеден жылу алынып, оған қарсы жұмыс жасалса және осыған байланысты оның ішкі энергиясы кемісе барлық шамалар теріс болғаны. Осыдан термодинамиканың бірінші заңы – энергияның сақталу заңы болып табылады. Жүйе периодты түрде жұмыс жасайтын машина сияқты қызмет атқарады деп санаған кездегі жағдайды қарастырған кезде машиналарда пайдаланылған газ, бу немесе кезкелген «жұмыстық зат», белгілі процестерден кейін бастапқы күйіне қайта келеді, демек, ішкі энергияның өзгерісі $\Delta U = 0$.

Олай болса, $\Delta Q = \Delta A$, яғни, жүйенің бір циклдегі жасаған жұмысы, оған берілген жылу мөлшеріне тең.

Бұл тұжырым термодинамиканың бірінші заңын мына түрде қорытындылауға мүмкіндік береді: «сырттан алған энергиясынан артық, периодты түрде жұмыс жасайтын қозғалтқыш жасау мүмкін емес». Яғни, энергия жұмсамай жұмыс істейтін, машина жасауға болмайды деген сөз. Осыдан термодинамиканың бірінші заңын былай қорытындылауға болады: «1-ші түрдегі мәңгі қозғалтқыш жасау мүмкін емес». (3.6) формуланы жүйеге берілген өте кіші dQ есебінен элементар жұмыс жасалуы мен оның ішкі энергиясының dU кішігірім өзгерістері арқылы жазған тиімді:

$$dQ = dU + dA \quad (3.7)$$

Бұл термодинамиканың бірінші бастамасы. Ол dQ , dU , dA шамаларының эквиваленттілігін көрсетеді және ішкі энергияны, макроскопиялық параметрлер, температура T мен жұмыс A арқылы өлшеуге мүмкіндік береді.

§ 25. ГАЗДАРДЫҢ ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҒЫ

Дененің жылу сыйымдылығы деп, оның температурасын бір кельвинге көтеру үшін жұмсалатын жылу мөлшерін айтады. Шексіз аз жылу мөлшерін беру арқылы дененің температурасын dT шамаға көтерсек, оның жылу сыйымдылығы, мынадай қатынаспен анықталады:

$$C = \frac{dQ}{dT}.$$

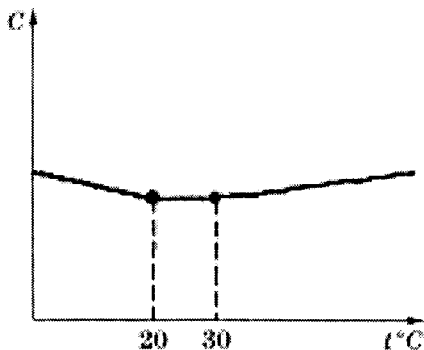
Заттың бір өлшем массасының жылу сыйымдылығын меншікті жылу сыйымдылық, ал бір моль заттың жылу сыйымдылығы молярлық жылу сыйымдылығы деп аталады. Молярлық жылу сыйымдылық C_μ мен меншікті жылу сыйымдылықтың арасында мынадай қатынас орын алады:

$$c = \frac{C_\mu}{\mu}, \quad (3.8)$$

мұнда μ заттың молярлық массасы.

dQ жылу мөлшері ішкі энергияның өзгерісі dU мен элементар ұлғаю жұмысы dA шамаларымен анықталады. Ендеше жылу сыйымдылықта, ішкі энергия және екінші айнымалы, мысалы, көлемнің өзгерістеріне байланысты. Бұл қорытынды газдар үшін ғана дұрыс, ал сұйықтар мен қатты денелерді қыздырған кезде көлемдері, газ көлемімен салыстырғанда өте аз өзгереді болғандықтан, олардың жылу сыйымдылығын,

көлемге байланыстылығын, ескермеуге болады. Мысал үшін, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ мен $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ температуралар аралығындағы судың жылу сыйымдылығын температураға байланысты графигін зерттейік. Графиктен (43-сурет) $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ температура маңында судың жылу сыйымдылығы минимум мөнге ие болып, соңынан қайта көтерілетіндігі көрінеді. Ал оның $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ температурадағы жылу сыйымдылығы $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ мен $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ температуралар интервалы үшін анықталған, жылу сыйымдылықтың орта мөніне жуықтайды.



43-сурет

Берілген газдар үшін, бір күйден екінші күйге өтетін әртүрлі процестерде, оның жылу сыйымдылығы өзгеріп отырады, сондықтан, жылу сыйымдылықты айтқан кезде, оны нақты процеспен байланыстырады.

Физикада изохоралық процесс пен изобаралық процестерде анықталған C_V және C_p жылу сыйымдылықтардың үлкен маңызы бар. Бір моль газды тұрақты көлемде қыздыру процесін қарастырған кезде бұрын берілген анықтамалар бойынша, мольлық жылу сыйымдылық былай жазылады:

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V.$$

Жақша маңындағы индекс, газдың көлемі V өзгермейтіндігін көрсетеді.

Термодинамиканың бірінші заңы бойынша,

$$dQ = dU + dA,$$

Бірақ $dQ = CdT$, ал $A = PdV$ екендігін ескерсек, ол мына түрде жазылады:

$$C dT = dU + PdV.$$

Берілген шарт бойынша $V = \text{const}$, яғни $dV = 0$, ал $C = C_V$. Осы мөндерді орындарына қойып жоғарғы теңдеуді мына түрге келтіреді:

$$C_V dT = dU \text{ немесе } C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V, \quad (3.9)$$

C_V бір моль газдың тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылығы. Идеал газ үшін C_V температураға тәуелсіз, тұрақты шама.

$dU = C_v dT$ теңдігін, 0° -тан T температураға дейін интегралдау арқылы бір моль газдың ішкі энергиясын анықтаймыз:

$$U = \int_0^T C_v dT = C_v T.$$

Енді газды тұрақты қысымда қыздыру ($P = \text{const}$, $dP = 0$), яғни, изобаралық процесте жүрсін. Бұл кезде идеал газдың молярлық жылу сыйымдылығы былай жазылады:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p \text{ немесе } dQ = C_p dT. \quad (3.10)$$

Осыған термодинамиканың бірінші заңынан (3.7) бойынша dQ -дың мәнін қою арқылы тұрақты қысымдағы молярлық жылу сыйымдылықтың өрнегі табылады:

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT}, \quad (3.11)$$

мұнда C_p идеал газдың тұрақты қысымдағы молярлық жылу сыйымдылығы.

Нақты газдар үшін ішкі энергия температура ғана емес көлемге де байланысты:

$$C_p = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v + \left(\frac{dU}{dT} \right)_T \frac{dV}{dT} + P \frac{dV}{dT} = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v + \left[\left(\frac{dU}{dT} \right)_v + P \right] + \left(\frac{dV}{dT} \right)_p.$$

Тұрақты көлемде

$$\left(\frac{dV}{dT} \right)_v = 0, \quad \left(\frac{dU}{dT} \right)_v = C_v.$$

Ал тұрақты қысымда идеал газ үшін $\frac{dU}{dV} = 0$. Олай болса жоғарғы теңдеу мына түрде жазылады:

$$C_p = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v + P \left(\frac{dV}{dT} \right)_p,$$

немесе

$$C_p = C_v + R, \quad (3.11)$$

себебі, бір моль газға арналған Клайперон-Менделеев теңдеуі-

$$\text{нен } P \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = R.$$

(3.1) өрнек Р.Майердің теңдеуі дер аталады. Газды қыздыру және ұлғайту шарттарына байланысты, оның жылу сыйымдылығы C_p және C_v емес басқа да әртүрлі мәндерге ие бола алады. (3.8) теңдеуге сәйкес тұрақты көлем мен қысымдағы меншікті жылу сыйымдылықтарды былай анықтауға болады:

$$c_v = \frac{C_V}{\mu}, c_p = \frac{C_P}{\mu}.$$

Газдың тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылығын C_p жеткілікті дәлдікпен тікелей өлшеуге болады. Бұл үшін белгілі-бір қыздырылған газ, тұрақты қысымда, калориметрге салынған ирек түтік (змеевик) арқылы жіберіледі. Газдың кірісі мен шығысындағы температураларды өлшеу арқылы (бұлар тәжірибе кезінде өзгермеуі тиіс), калориметрдегі судың қанша температураға қызғанын және оны қысымдағы C_p жылу сыйымдылығын анықтауға болады.

Газдың тұрақты көлемдегі C_V жылу сыйымдылығын тікелей анықтау қиын, себебі, ыдыстағы қыздырылатын газдың массасы калориметрдің массасымен салыстырғанда өте аз болғандықтан өлшеулердің дәлдігі төмен болады. Тәжірибе жүзінде газ-

дың жылу сыйымдылықтарының $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$, қатынасын анықтау қиын емес. Бұл кезде тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылық белгілі болғандықтан, тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылық есептелініп шығарылады.

Қатты денелер мен сұйықтардың жылу сыйымдылықтарын анықтау, су мен немесе басқа бір сұйықпен толтырылған калориметрдің көмегімен жүргізіледі. Массасы белгілі, жоғары температураға дейін қыздырылған қатты дене калориметрге салынады және оған өзінің біршама жылу мөлшерін береді. Тәжірибеден дене мен калориметрдің ортақ температурасы θ , қатты дененің массасы m мен бастапқы температурасы калориметрдің және оған құйған сұйықтың массалары мен жылу сыйымдылықтары анықталады. Соңынан жылу балансының теңдеуін пайдаланып, есептеулер жүргізу арқылы, қатты дененің жылу сыйымдылығы анықталады. Бұл жағдай үшін жылу балансының теңдеуі (қызған дененің берген жылу мөлшері, калориметрдің алған жылу мөлшеріне тең) былай жазылады:

$$c m (T - \theta) = (c_1 m_1 + c_2 m_2)(\theta - t),$$

немесе

$$c = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)(\theta - t)}{m(T - \theta)}, \quad (3.13)$$

мұнда m_1, m_2 сұйық пен калориметрдің массалары, c_1, c_2 — олардың меншікті жылу сыйымдылықтары, t — сұйық пен калориметрдің бастапқы температурасы, T — қатты дененің бастапқы температурасы, θ — тәжірибе соңындағы барлық денелердің ортақ температурасы. Осы әдіспен жылу сыйымды-

лығы белгілі қатты денені пайдаланып калориметрге құйылған сұйықтың жылу сыйымдылығын анықтауға болады. Бұл кезде (3.13) теңдеуден сұйықтың c_1 жылу сыйымдылығы табылады, яғни

$$c_1 = \frac{c_2 m_2 (t - \theta) - c_1 m_1 (\theta - t)}{m_1 (T - \theta)},$$

c_2 – калориметр материалының жылу сыйымдылығы.

§ 26. ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҚТЫҢ КЛАССИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ

Идеал газ молекулаларының ретсіз, тәртіпсіз қозғалысының кинетикалық энергиясы, оның ішкі энергиясын анықтайды. Нақты газдарда мұнымен қатар молекулалардың өзара әсерінің потенциалдық энергиясы есептеледі.

Газдардың жылу сыйымдылығының классикалық теориясының негізін қалаған Больцман мен Максвелл. Олардың айтуынша, молекула қозғалысының әр түрінің бір-бірінен еш айырмашылығы жоқ. Сондықтан, молекулалардың энергиясы олардың еркіндік дәрежелер санына сәйкес, теңдей бөлінеді деген жорамалға негізделген. Бұл қағида Больцман-Максвелл теоремасы деп аталады.

Бірдей температурадағы әртүрлі газ молекулаларының кинетикалық энергияларының бірдей мәнге ие екендігі бұрын айтылғанды. Бір атомды идеал газ молекулалары үшін бұл энергияның орта мәні $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$ болатындығы молекулалы-кинетикалық теориядан белгілі. Себебі, молекула материалдық нүкте ретінде тек ілгерілемелі қозғалыс энергиясына ғана ие болады, ал оның еркіндік дәрежелер саны $i = 3$. Сонда, бір атомды молекуланың әр еркіндік дәрежесіне сәйкес келетін энергия мына формула арқылы өрнектеледі:

$$\bar{E}' = \frac{1}{3} \bar{E} = \frac{1}{2} kT,$$

Бұл қорытынды Больцман-Максвелл теоремасы бойынша кез-келген екі атомды, үш атомды газдар үшін де дұрыс. Осы айтылғандардың бәрін бір моль газға қолданатын болсақ

$$\bar{U} = \frac{3}{2} RT, \quad \bar{U}' = \frac{1}{2} RT$$

болатынын аңғаруға болады. Кез келген бір моль газдың ішкі энергиясы былай өрнектеледі:

$$U = \frac{i}{2} RT,$$

ал оның элементар өзгерісі,

$$dU = \frac{i}{2} R dT.$$

Сонымен қатар, ішкі энергияның өзгерісі былайда анықталады: $dU = C_v dT$. Осы екеуін біріктіруден газдың тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылығын мына формуламен табуға болады:

$$C_v = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (3.14)$$

Осыдан, бір атомды газдың тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылығы мынаған тең еледі:

$$C_v = \frac{3}{2} R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 12,45 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Бір атомды газдарға инертті газдар: гелий, аргон, неон, криптон және т.б. жатады. Жоғарғы температурада диссоциаланатын екі атомды газдардың (H_2 , O_2 , N_2) молекулаларында бір атомдыға жатқызады. Майердің формуласынан, идеал газдың тұрақты қысымдағы молярлық жылу сыйымдылығы былай анықталады:

$$C_p = C_v + R = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R \quad (3.15)$$

Сонда бір атомды газдар ($i = 3$) үшін

$$C_p = \frac{3+2}{2} \cdot 8,31 = 20,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Ал екі атомды газдар ($i = 5$) үшін

$$C_v = \frac{5}{2} R = 20,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

ал

$$C_p = \frac{5+2}{2} R = 29,05 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Үш атомды газдар ($i = 6$) үшін

$$C_v = \frac{6}{2} R = 3R = 3 \cdot 8,31 = 24,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

ал

$$C_p = \frac{6+2}{2} R = 4R = 4 \cdot 8,31 = 33,2 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Күрделі молекулалардың еркіндік дәрежелері 6-дан артық та болуы мүмкін, себебі тербелмелі қозғалыстың көптеген еркіндік дәрежелері болады. Кез-келген молекуланың тербелмелі қозғалысының екі еркіндік дәрежесі бар: бірі молекуланың кинетикалық энергиясына, екіншісі потенциалдық энергиясына сәйкес келеді. Егер молекуланың ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарының бір еркіндік дәрежесіне сәйкес кинетикалық энергиялар мына формулалармен анықталса:

$$\frac{mv_x^2}{2}, \frac{mv_y^2}{2}, \frac{mv_z^2}{2}$$

және

$$\frac{I \varepsilon_x^2}{2}, \frac{I \varepsilon_y^2}{2}, \frac{I \varepsilon_z^2}{2}$$

тербелмелі қозғалыста оның энергиясының кинетикалық құраушысы $\frac{mv^2}{2}$, ал потенциалдық құраушысы $\frac{1}{2} k X^2$ тең. Мұндағы k – квазисерпімді күшпен анықталған молекуланың қаттылық коэффициенті, X – оның тепе-теңдік қалыптан ауытқуы.

(3.14) және (3.15) формулаларынан газдың молярлық жылу сыйымдылықтарының қатынасын анықтайтын өрнек алынады:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{i+2}{2} R}{\frac{i}{2} R} = \frac{i+2}{i}. \quad (3.16)$$

Бұл алынған нәтижелерден, газдардың C_p , C_v молярлық жылу сыйымдылықтары мен олардың қатынасы $\frac{C_p}{C_v}$ тек еркіндік дәрежелер санымен анықталатыны және температураға тәуелді болмайтыны көрінеді.

Меншікті және молярлық жылу сыйымдылықтар арасындағы қатынас та осы жолмен табылады:

$$c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu} \quad (3.17)$$

және

$$c_p = \frac{C_p}{\mu} = \frac{C_v + R}{\mu} = c_v + \frac{R}{\mu},$$

немесе

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}. \quad (3.18)$$

Ап тұрақты көлем мен қысымдағы меншікті жылу сыйымдылықтардың қатынасы мынаған тең:

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma = \frac{i+2}{i},$$

мұндағы γ – адиабаталық көрсеткіш деп аталады.

Енді бір, екі, үш атомды газ молекулалары үшін C_p , C_v және γ мөндерін келтірейік:

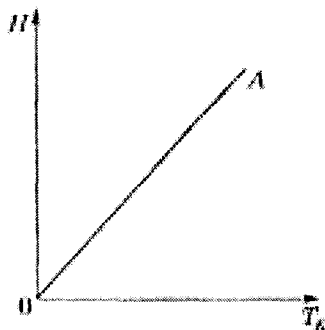
7 кесте

Молекулалар	i	C_v	C_p	γ
Бір атомды	3	$\frac{3}{2} R$	$\frac{5}{2} R$	1,67
Екі атомды	5	$\frac{5}{2} R$	$\frac{7}{2} R$	1,40
Үш атомды	6	$\frac{6}{2} R$	$\frac{8}{2} R$	1,33

§ 27. ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҚТЫҢ КЛАССИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ КЕМШІЛІКТЕРІ

Бір атомды газдар үшін жылу сыйымдылықтың классикалық теориясы тәжірибелік өлшеулермен жақсы дәлелденген, ал көп атомды газдарда, айрықша жоғары температураларда, еркіндік дәрежелер саны артады. Бұл кезде екі атомды газдардың жылу сыйымдылығы теориялық есептеулерден біршама артық болады, себебі, соқтығысулар әсерінен молекулалардың әрқайсысында екі еркіндік дәреже пайда болады.

Тәжірибелерден көп атомды молекулаларда, төмен температуралардың өзінде-ақ, мұндай ауытқулардың едәуір болатындығы анықталған. Идеал газдың ішкі энергиясы температурамен сызықтық байланыста екендігі 44-суреттегі ОА түзу сызығымен кескінделген графиктен анық көрінеді. Ал оның жылу сыйымдылығы температураға тәуелсіз. Графикте ол

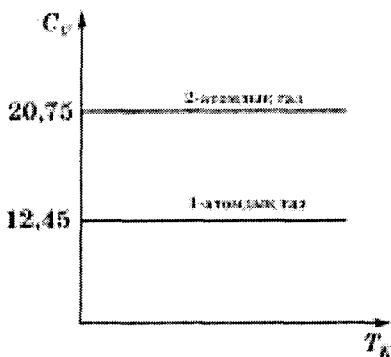


44-сурет

бір және екі атомды газдар үшін 45-суреттегі сызықтармен кескінделген. Екі атомды газдар үшін бұл тұрақтылық тек орта температуралар үшін дұрыс. Жоғары температуралар үшін, оның молярлық жылу сыйымдылығы мына мәндерге ұмтылады:

$$C_V = 29 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}},$$

$$C_P = 38 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}},$$



45-сурет

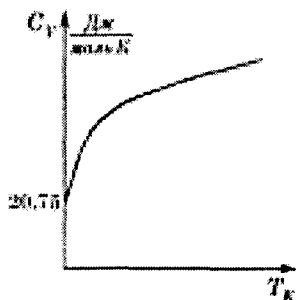
Егер екі атомды және көп атомды газдардың температурасын едәуір төмендетсе, олардың жылу сыйымдылықтары кемиді. Тәжірибелерден бұл кезде екі атомды газдардың тұрақты қысым мен көлемдегі молярлық жылу сыйымдылықтары мынаған теңелетіні анықталған:

$$C_V = 12,45 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}, \text{ ал } C_P = 20,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}},$$

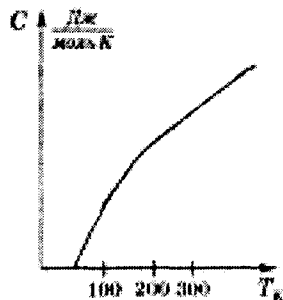
яғни, бір атомды газдардың молярлық жылу сыйымдылықтарына жуықтайды. 46-суретте сутек үшін тұрақты көлемдегі C_V жылу сыйымдылықтың T температураға тәуелділігі кескінделген.

Орта температураларда сутектің тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылығы, $C_P = 20,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$, екендігі белгілі, ал 2000К тем-

пературада бұл $25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ жетеді. Өте жоғары температураларда сутек молекулаларында қарқынды түрде жүретін диссоциациялау құбылысының әсерінен, оның жылу сыйымдылығы кемиді. 5000К температурада 95% сутек молекулалары диссо-



46-сурет



47-сурет

циацияланады, сондықтан оның тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылығы $12,45 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ ұмтылады. Керісінше, егер сутектің температурасы төмендесе, оның жылу сыйымдылығы кемиді және 60К-де $12,45 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ теңеледі және ол конденсацияланып біткенше тұрақты күйде қалады.

Басқа екі атомды газдардың да (N_2 , O_2) жоғары температурада жылу сыйымдылықтары артады. Мысалы, азот үшін 2300К-

де $C_V = 26 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$, ал, үш атомды газдар үшін 2000К температу-

рада $C_V = 50 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ болады. Бірақ, төменгі температураларда N_2 , O_2 , CO газдарының жылу сыйымдылықтары сутекке қарағанда

біршама аз кемиді. Мысалы, 80К-де, N_2 үшін $C_V = 19,8 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$, O_2

үшін $C_V = 20,6 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$, ал CO үшін $C_V = 19,9 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$.

Бұл ауытқулардан, жылу сыйымдылықтың классикалық теориясының негізінде жатқан, мольдік энергияның еркіндік дәрежелерге сәйкес теңдей бөліну заңы жалпы жағдайлар үшін дұрыс еместігін дәлелдейді. Шындығында, онша жоғары емес температураларда айналмалы және тербелмелі қозғалыстардың еркіндік дәрежелеріне сәйкес келетін энергия, ілгерілемелі қозғалыстың еркіндік дәрежесіне келетін энергиядан біршама кем болады.

Осыдан энергияның еркіндік дәрежелеріне сәйкес теңдей бөліну заңынан ауытқулар, молекулалардың қозғалыстары Больцман-Максвеллдің теоремасында қарастырылғандай классикалық механиканың емес, кванттық механиканың заңдарына бағынатындығының салдары болып табылады.

§ 28. КРИСТАЛДАРДЫҢ ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҒЫ

Қатты денелердің кристалдық торларының түйінде-ріндегі атомдар, иондар т.б. тербелмелі қозғалыста болады. Механикалық көзқарас бойынша мұндай бөлшектің үш еркіндік дәрежесі бар. Классикалық теория бойынша осы еркіндік

дәреженің әрқайсысына $\frac{1}{2} kT$ энергия сәйкес келеді. Бірақ, тордың түйіндеріндегі атомдардың өзара әсерлесуі, оларда потен-

циалдық энергияның да болатынын білдіреді. Себебі, кристалдық тордың түйіндеріндегі атомдардың, иондардың тербелісі Гук заңына бағынатын квазисерпімді күштердің әсерінен болады, сондықтан әр еркіндік дәрежеге $\frac{1}{2} kT$ потенциалдық энергия сәйкес келеді. Сонда тербелмелі қозғалыстың әр еркіндік дәрежесіне $1 kT$ энергия сәйкес келеді деген қорытынды жасалады. Ол ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарға келетін энергиядан екі есе артық. Осыдан, қатты дененің бір моліне сәйкес жылу сыйымдылықты табу қиын емес. Әр атомның үш еркіндік дәрежесі болғандықтан, оның жалпы энергиясы.

$$3k N_A T = 3 RT \text{-ға тең, ал } dU = 3RdT.$$

Сонда,

$$C_p = \frac{dU}{dT} = 3R \frac{dT}{dT} = 3R.$$

Бұл Дюлонг-Пти заңы деп аталады және ол көптеген тәжірибелердің негізінде тағайындалған. Бұлардан қатты денелердің, соның ішінде металдардың жылу сыйымдылықтары

$26,8 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$, яғни, $3R$ -ге шамалас болатыны байқалған.

Қатты денелер үшін жылу сыйымдылықтың температураға тәуелділігі газдардыкінен әлдеқайда басым екендігі көрінеді. Мы-

салы, алмаз үшін 273К -де $C = 5,85 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$, 90К -де $C = 0,125 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$

тең, ал 20К -де аздығы сонша, оны нөлге тең деп санауға болады. Осы кристалл үшін C_v жылу сыйымдылықтың T температураға тәуелділігі 47-суреттегі графикте кескінделген. Көп металдар үшін жылу сыйымдылық, алмаздағы сияқты болмағанымен, едәуір кемиді. Мысалы, күміс үшін 273К мен 63К температура-

ларда жылу сыйымдылық (C_v) 26 -дан $14,7 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ дейін, ал, қор-

ғасын үшін $26,4$ -тен $22,5 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ дейін кемиді.

Көптеген күрделі заттардың кристалдарының иондық сипаты болады, мысалы газ күйіндегі хлорлы калийдің бір моліндегі иондар саны Авогадро санына тең. Олай болса бір моль $NaCl$ кристалында $2N_A$ санына тең Na^+ және Cl^- иондары болады. Бұрын айтылғандай, тордағы әрбір ионға

$$\bar{E} = 2 \frac{i}{2} kT$$

энергия сәйкес келеді деп есептесек, ас тұзының молярлық жылу сыйымдылығы былай анықталады:

$$C = 2 \frac{i}{2} k \cdot 2N = 6R.$$

Осы сияқты үш атомды заттан тұратын кристалл CaCl_2 үшін $C = 9R$, ал төрт атомды күрделі заттар, мысалы KN_3O_3 үшін $C = 12R$ болатындығы шығады. Бұл қорытынды Джоуль-Копптың тәжірибелері негізінде тағайындалған заңға дәл келеді. Заң қатты қосылыстардың молярлық жылу сыйымдылығы олардың құрамына кіретін элементтің атомдық жылу сыйымдылықтарының қосындысына тең екендігін тұжырымдайды. Джоуль-Копп заңы бөлшектердің тербелістері бір-бірінен тәуелсіз деп есептелетін жоғары температураларда дұрыс.

§ 29. ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҚТЫҢ КВАНТТЫҚ ТЕОРИЯСЫ

Газдардың жылу сыйымдылықтарының классикалық теориясының қиыншылықтар, молекула тербелісінің жылу сыйымдылыққа енгізетін үлесін ескерудің мүмкіндігі жоқтығымен тығыз байланысты. Жылу сыйымдылықтың классикалық теориясында, молекулалардың меншікті тербелісін қарапайым тербелмелі жүйелер – гармониялық осциллятордың жиынтығымен сипаттайды. Олардың тепе-тең қалыптың маңындағы гармониялық (синусоидалық) тербелістерінің меншікті жиілігі мынадай формуламен анықталады:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}},$$

мұндағы m – молекуланың массасы, k – серпімділік коэффициенті. Осциллятордың тепе-теңдік қалыптан ең үлкен ауытқуының потенциялық энергиясы мынаған тең:

$$E = \frac{1}{2} kA^2, \quad (3.19)$$

бұл жерде A – осциллятор тербелісінің амплитудасы.

Бұл энергия осциллятордың жалпы тербеліс энергиясын (кинетикалық және потенциалдық энергияларын) анықтайды және классикалық көзқарас бойынша үзіліссіз, яғни кез келген мәндерге ие бола алады. 1900 ж. М.Планк термодинамикалық және басқа көзқарастардың негізінде, осциллятордың энергиясы оның тербеліс жиілігіне пропорционал дискретті мәндерге ғана ие бола алады деген болжам жасады, яғни $E = h\nu$ (E – Джо-

ульмен есептелген энергия; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с, Планк тұрақтысы). Бұл теория классикалық механика шеше алмаған жылулық сәуле шығару, жылу сыйымдылық және т.б. құбылыстарды түсіндіруге кеңінен қолданыла бастады.

1907 ж. Эйнштейн осы болжамның негізінде жылу сыйымдылықтың кванттық теориясын ұсынды. Планктың абсолют қара дененің сәуле шығару теориясының негізінде алған осциллятордың орташа энергиясы

$$E = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.20)$$

қатты дене атомының да орташа энергиясы болып табылатындығын ашты. Бұл теория бертін келе атомдарды осциллятор деп қарастыратын кинетикалық және потенциалдық энергиялармен сипаталатын көп атомды газдар үшін қорытындыланды. Атомдардың кинетикалық және потенциалдық энергияларына (3.20) формуладағы шаманың жартысы тең келеді деп есептелінді.

Осциллятордың энергиясы температураға ғана емес жиілікке де тығыз байланысты. Жиілік неғұрлым артқан сайын, солғұрлым, тербелмелі қозғалыстың еркіндік дәрежесіне сәйкес, энергия кеми түседі. Жоғары температураларда (3.20) кванттық формула осциллятор энергиясының классикалық формуласымен сәйкес, $\bar{E} = kT$. Себебі, жоғары температураларда

да $e^{\frac{h\nu}{kT}}$ шамасын мынадай қатарға жіктеуге болады:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 + \dots \quad (3.21)$$

Бұл өрнектің екі дәрежелі мүшесін аздығына байланысты ескермей және оны (3.20) формулаға қою арқылы осциллятордың орташа энергиясы анықталады:

$$E = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1} = kT. \quad (3.22)$$

Газ молекулаларында, бір-бірімен салыстырғанда тербеле қозғалатын атомдары, өздерінің тепе-тең қалыптарының маңында тербелетін қатты дененің кристалдық торларының түйіндеріндегі бөлшектер ғана емес, осы атомдарға байланысты тербелмелі қозғалатын бос электрондар да осциллятор болып табылады. Бірақ, бұл электрондардың еркіндік дәрежесіне келетін энергиялар қалыпты температураларда ескермеуге болатындай өте аз. Сонымен, кейбір қозғалыстардың еркіндік

дәрежесіне келетін энергиялар көп, кейбіреулерінікі аз екендігі ашылды. Мысалы, ілгерілемелі қозғалыстың еркіндік дәрежесіне көп энергия, ал тербелмелі қозғалыстың еркіндік дәрежесіне аз энергия сәйкес келеді. Осының өлшемі ретінде квант энергиясы $h\nu$ алынған. Егер $h\nu \ll kT$ болса, онда тербелмелі жүйенің kT орташа энергиясы классикалық мәннен әлдеқайда кіші болады. Бұл (3.20) формуладан шығатындығы түсінікті. Егер $h\nu \approx kT$ болса, онда тербелмелі жүйенің орташа энергиясы шамамен kT деңгейінде болады.

Температура жоғарылаған сайын қозғалыстардың еркіндік дәрежесіне келетін энергия артады, ал төмендеген сайын олар азайып, тек ілгерілемелі қозғалыстың үш классикалық еркіндік дәрежесіне сәйкес келетін энергиялар ғана қалады. Осы айтылғандардан, екі атомды газдың молярлық жылу сыйымдылығы, классикалық теорияда баяндалған атомың бес еркіндік дәрежелер санына және оның тербелмелі қозғалысының кванттық еркіндік дәрежелер санына сәйкес келетін энергиялардың қосындысымен анықталады:

$$U = \frac{2}{3} RT + N \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}. \quad (3.23)$$

Теңдеуден T бойынша туынды алынса, екі атомды газдың молярлық жылу сыйымдылығы табылады:

$$C = \frac{dU}{dT} = \frac{5}{2} R + R \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{kT}}{\left(e^{kT} - 1 \right)^2}. \quad (3.18)$$

Егер $h\nu \ll kT$ болса, онда (3.17) формуланың екінші мүшесі RT -ға теңеледі, яғни $C_v = \frac{7}{2} R = 29 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ тең болады, ал егер $h\nu \gg kT$ болса, онда (3.23) формуланың екінші мүшесі нөлге ұмтылады да, $C_v = \frac{5}{2} R = 20,75 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ шамаға теңеледі.

Температураны одан әрі төмендете берсек, айналмалы қозғалыстың еркіндік дәрежесіне сәйкес энергиялар нөлге ұмтылады да, $C_v = 12,45 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$ шамаға тең болады. Мысалы, сутектің жылу сыйымдылығы осы заңдылықпен өзгереді (47-сурет). Қатты дене жылу сыйымдылығының кванттық теориясы, кристалдық тордағы атомың түйінге байланысты, тепе-теңдік қалпындағы, тербелісін қарастырады. Тербеліс өзара перпендикуляр

үш өс бойымен жүзеге асады. Демек, атомның тербелмелі қозғалысының үш еркіндік дәрежесі болады. Мұнан қатты дененің бір мөлiнiң энергиясы былай табылады:

$$U = 3N \frac{hv}{e^{kT} - 1}, \quad (3.24)$$

ал оның жылу сыйымдылығы мына формуламен өрнектеледі:

$$C = 3R \left(\frac{hv}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{hv}{kT}}}{\left(e^{\frac{hv}{kT}} - 1 \right)^2}. \quad (3.25)$$

Жоғары температураларда $hv \ll kT$, сондықтан $C = 25 \frac{\text{Дж}}{\text{мольК}}$. Төменгі температураларда C нөлге ұмтылғанда

(3.25) формула тәжірибелік нәтижелермен онша үйлеспейді.

Тәжірибелік өлшеулермен Дебайдың теориясы жақсы үйлесім береді. Бұл теория бойынша N атомнан тұратын қатты дене $2N$ еркіндік дәрежесі бар серпiмдi жүйе құрады. Жылулық тербелiстер денелердегi серпiмдi тұрғын толқындар рөлiн атқарады. Жүйенің қабылдай алатын тербеліс күйлерінің саны еркіндік дәрежелер санына тең және баяу жүретін негізгі тербелістер алынады. Атомдардың тербеліс жиіліктері 10 Гц-тен 10^{13} Гц-ке дейін өзгеріп отырады. Осындай тербелістердің әртүрлі кездейсоқ амплитудалармен, фазалармен қосылуы қатты дененің атомдарының жылулық қозғалысының энергиясын береді:

$$U = \sum_{i=1}^{3N} \frac{hv_i}{e^{\frac{hv_i}{kT}} - 1}. \quad (3.26)$$

Дебайдың теориясы бойынша бір атомды қатты дененің өте төменгі температурадағы жылу сыйымдылығы үш дәрежелі абсолют температураға пропорционал:

$$C = aT^3. \quad (3.27)$$

Бұл Дебайдың кубтық заңы деп аталады және абсолют нөл маңындағы жылу сыйымдылықтың өзгерісін жақсы түсіндіреді. Осы кездегі қатты дененің энергиясы мына формуламен өрнектеледі:

$$U = a'T^4, \quad (3.28)$$

a және a' тұрақты шамалар. Тағы бір ескертетін жай, тәжірибелерде C_v емес C_p өлшенеді, бірақ кристалдарда жылулық

ұлғаюдың аздығына байланысты, олардың арасында еш айырмашылық жоқ, яғни,

$$C = C_V = C_P.$$

§ 30. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ БІРІНШІ ЗАҢЫН ИЗОПРОЦЕСТЕРГЕ ҚОЛДАНУ

Газдың ұлғайғанда жасайтын жұмысы $dA = P dV$ екендігін ескерсе, термодинамиканың бірінші заңы жалпы түрде былай өрнектеледі:

$$dQ = dU + dA = dU + PdV.$$

Мұнда ішкі энергия температура мен көлемнің функциясы болып табылады, яғни, ішкі энергия молекулалардың жылулық қозғалыстарының құраушыларынан – $U(T)$ кинетикалық энергиясы мен олардың өзара әсерінің $U(V)$ потенциалық энергиясынан тұрады.

Идеал газ молекулаларының сызықтық өлшемдері, олардың ара қашықтығымен салыстырғанда тым аз болатындықтан, $U(V)$ энергиясын ескермеуге болады. Сонымен, егер $U(V) = 0$ болса, онда $U = U(T)$. Олай болса

$$U = C_V T,$$

ал

$$C_V = \frac{dU}{dT} \text{ немесе } dU = C_V dT.$$

Осыны ескергенде, термодинамиканың бірінші заңы идеал газ үшін былай жазылады:

$$dQ = C_V dT + P dV. \quad (3.29)$$

Кез келген массалы газ үшін

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_V dT + P dV,$$

мұнда $\frac{m}{\mu}$ – моль саны, C_V – тұрақты көлемдегі молярлық жылу сыйымдылық.

1. Изохоралық процесте $V = \text{const}$, $dV = 0$. Сонда (3.29) формулаға сәйкес жылу ішкі энергияны ұлғайтуға жұмсалады. Себебі, $P dV = 0$, яғни жұмыс жасалмайды. Олай болса

$$dQ = dU = C_V dT.$$

Осыдан, тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылық мына түрде анықталады:

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU}{dT} \right) \cdot V. \quad (3.30)$$

2. Изобаралық процесс кезінде $P = \text{const}$, $dP = 0$. Бір моль газ үшін жазылған $PV = RT$ күй теңдеуін дифференциалдау арқылы $p DV = RdT$ теңдігі алынады. Сонда термодинамиканың бірінші заңы былай жазылады:

$$dQ = C_v dT + RdT.$$

Теңдіктің екі жағында dT -ға бөлу мынаны береді:

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = C_v + R$$

Майер формуласынан $C_p = C_v + R$. Олай болса

$$\left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = C_p.$$

C_p – тұрақты қысымдағы идеал газдың молярлық жылу сыйымдылығы. Изобаралық процесте жасалатын жұмыс, $dA = P dV$. Соңғы теңдеуді интегралдау жалпы жұмысты анықтайды:

$$A = P(V_2 - V_1).$$

Кез келген массалы газ үшін

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad \text{немесе} \quad P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1),$$

олай болса жалпы жұмысты мына формуламен анықталады:

$$A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1), \quad (3.31)$$

V_1 , V_2 және T_1 , T_2 бастапқы және соңғы көлемдер мен температуралар.

3. Изотермиялық процесте ($T = \text{const}$, $dT = 0$) термодинамиканың бірінші заңы былай өрнектеледі:

$$dQ = P dV \quad \text{немесе} \quad dQ = dA.$$

Себебі, газ тұрақты температурада ұлғаяды, $dU = C_v dT = 0$. Бұл кезде жүйеге берілген жылу түгелдеу жұмыс жасауға жұмсалады. Яғни,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV,$$

бірақ, бұл процесс кезінде қысым P өзгермелі болғандықтан, оны интеграл астынан шығара алмаймыз. Бұл үшін газ күйінің теңдеуінен табылған қысымның

$$P = \frac{m}{\mu} \frac{PT}{V}$$

мені жоғарыдағы формулаға қойылады және оны интегралдау арқылы жұмыстың формуласы алынады:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (3.32)$$

Бойль-Мариотт заңы бойынша $P_1 V_1 = P_2 V_2$, яғни $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$. Олай болса:

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_1}{P_2}. \quad (3.33)$$

Бұл жұмыс график түрінде 48-суреттегідей түрде кескінделді (штрихталған аудан). Изотермиялық процесте, жылу алмасу, термостат пен газдың арасында шексіз аз температура айырымы пайда болса да жүзеге асады. Олай болса,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta T} = 0, \quad dQ \neq 0.$$

Сонда

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \pm \infty, \quad dQ \neq 0,$$

$C = +\infty$ газдың ұлғаюына, ал $C = -\infty$ газдың сығылуына сәйкес келеді.

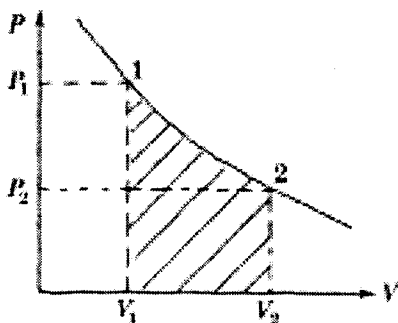
4. Өзін қоршаған ортаға жылу бермейтін және одан жылу алмайтын процесс адиабаталық деп аталады. Бұл кезде жүйенің жылу өткізбейтін қабаты болуы керек немесе процесс, жылу алмасу болып үлгермейтіндей, өте тез түруі керек. Идеал газдарда адиабаталық процесс басқа процестер сияқты Клапейрон-Менделеев теңдеуімен және, көлем – V , температура – T , қысым – P , үш параметрдің өзгерістерімен сипатталады. Бұл процеске термодинамиканың бірінші заңын қолдану екі термодинамикалық параметрді байланыстыратын функцияларды табуға мүмкіндік береді:

$$f(P, V) = 0, \quad f(V, T) = 0, \quad f(P, T) = 0.$$

Осы үш функционалды байланыс Пуассон теңдеулері деп аталады, ал функцияларды (P, V) , (V, T) , (P, T) координаталар жүйелерінде кескіндейтін қисықтар адиабаталар деп аталады. Идеал газ үшін $dQ = 0$ кезде термодинамиканың бірінші заңы былай жазылады:

$$dU + dA = 0 \text{ немесе}$$

$$C_v dT + P dV = 0.$$



48-сурет

Мұнда $-C_v dT = P dV$, яғни, жұмыс ішкі энергия есебінен жасалады. Бұл кезде газ өз температурасын жылу бермей өзгертетін болғандықтан, адиабаталық процесте газдың жылу сыйымдылығы нөлге тең:

$$C_{ad} = \frac{dQ}{dT} = 0.$$

Параметрлердің арасындағы байланысты табу үшін бір моль газға арналған $PV = RT$ күй теңдеуін дифференциалдаймыз, $PdV + V dP = RdT$. Теңдіктен

$$dT = \frac{PdV + VdP}{R}.$$

Осы өрнекті адиабаталық процеске арналған термодинамиканың бірінші заңының формуласына қойып түрлендіреді:

$$C_v \frac{PdV + VdP}{R} + PdV = 0$$

немесе

$$C_v PdV + C_v V dP + R PdV = 0.$$

Бұны $C_p - C_v = R$ екенін ескеріп, былай жазуға болады

$$C_v V dP + C_p PdV = 0.$$

Теңдеуді $C_v PV$ -ға бөліп $C_p/C_v = \gamma$ екендігі ескеріліп мынадай өрнек алынады

$$\frac{P}{dP} + \gamma \frac{V}{dV} = 0.$$

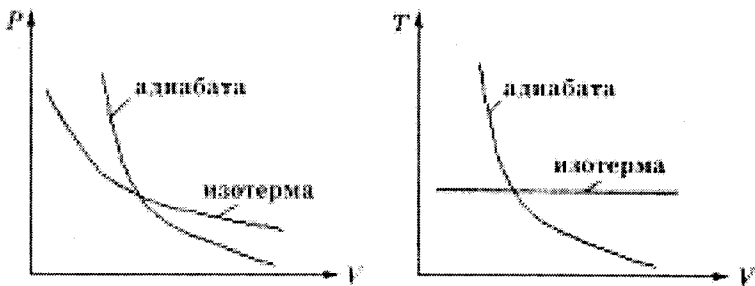
Осыны интегралдау арқылы көлем мен қысым арасындағы тәуелділік алынады:

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{const}, \quad PV^\gamma = \text{const}. \quad (3.34)$$

(3.34) теңдеу Пуассон теңдеуі, ал $\gamma = C_p/C_v$ – адиабаталық көрсеткіш деп аталады.

Адиабаталық процесте изотермиялық процестегідей қысым көлемнің бір дәрежесіне емес γ дәрежесіне кері пропорционал түрде өзгереді және ол барлық уақытта бірден үлкен болғандықтан, адиабата графикте, изотермаға қарағанда тіктеу қисықпен кескінделеді (49-сурет). Себебі, адиабаталық сығылуда $\Delta T > 0$, яғни, газдың температурасы өсе отырып қосымша қысым тудырады, ал изотермиялық процесте температура өзгермейді.

Енді осы процестегі басқа термодинамикалық параметрлердің арасындағы тәуелділіктерді табудың қиындығы жоқ. Мысалы, (3.29) теңдеуге күй теңдеуінен $P = RT/V$ мәні қойылса,



49-сурет

температура мен көлем арасындағы тәуелділік тағайындалады:

$$\frac{RT}{V} V^\gamma = \text{const}, TV^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (3.35)$$

Бұл тәуелділіктің графигі TV диаграммада келтірілген (49-сурет). Осы тәсілді қолданып, яғни, Клапейрон-Менделеев теңдеуінен $V = \frac{RT}{P}$ мәнін (3.29)-ға қою мынаны береді:

$$P \left(\frac{RT}{P} \right)^\gamma = \text{const}, T^\gamma P^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (3.36)$$

Осы қорытылып шығарылған (3.35) және (3.36) формулаларда Пуассон теңдеулері деп аталады.

Пуассон теңдеулерін пайдаланып, сығылған немесе ұлғайған газдың және оның үстінен жасалған сыртқы күштердің жұмысын есептеп табуға болады. Адиабаталық процесс үшін $dA = PdV = dU$, яғни, $dA = C_v dT$. Осыны интегралдау арқылы жалпы атқарылған жұмыс анықталады:

$$\int dA = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT, A = C_v(T_2 - T_1) = C_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right). \quad (3.37)$$

(3.36) теңдеу бойынша

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_2/T_1.$$

Осыны жоғарғы (3.37) қою арқылы жұмыстың өрнегі мына түрге келтіріледі:

$$A = C_v T_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{RT_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (3.38)$$

Кез келген газ массасы үшін атқарылтын жұмыс (3.38) формуланы моль санына көбейткенге теңеледі:

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (3.39)$$

Клапейрон-Менделеев теңдеуінен $RT_1 = P_1 V_1$, ал Пуассон теңдеуінен $\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \frac{P_1}{P_2}$. Осыларды (3.39) формулаға қойса, адиабаталық процесте жасалатын жұмыс мына түрде де анықталады:

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]. \quad (3.35)$$

5. Табиғатта, адиабаталық және изотермиялық процестердің аралығында жүретін нақты процестер жиі кездеседі. Жоғарыда қаралған процестер осы политропты деп аталған процестің жеке жағдайлары. Политропты (көп жолды) деп жылу сыйымдылығы C тұрақты дене мен денелер жүйесінде жүретін процестерді атайды. Осы процеске термодинамиканың бірінші бастамасын қолданып политропа теңдеулерін шығарып алуға болады. Мысалы, бір моль идеал газ үшін

$$dQ = CdT, \quad dU = C_v dT$$

екендігін ескерсе, термодинамиканың біріншісі былай жазылады:

$$C dT = C_v dT + P dV.$$

Бұл теңдеуге газдың күйін сипаттайтын үш параметрде кіреді, ал біздің мақсатымыз осы процестегі әр екі параметрдің арасындағы тәуелділікті тағайындау. Ол үшін $PV = RT$ теңдеуі дифференциалданып, одан dT анықталады да жоғарғы теңдеуге қойылады, яғни,

$$PdV + VdP = RdT, \quad dT = \frac{PdV + VdP}{R}.$$

Осыдан

$$CPdV + CVdP - C_v PdV - C_v VdP - RPdV = 0$$

немесе, Майер формуласын пайдаланып мынадай өрнек алынады:

$$PdV (C - C_p) - VdP (C - C_v) = 0.$$

Бұл теңдеуді $C - C_v$ мөніне бөліп және $\frac{C - C_p}{C - C_v} = n$ деп белгілеп мына түрге келтіреді:

$$\frac{dP}{P} + n \frac{dV}{V} = 0.$$

Осыны интегралдау политропа теңдеуін береді:

$$PV^n = \text{const}, P_1 V_1^n = P_2 V_2^n. \quad (3.41)$$

Теңдеу $n = 1$ -де изотермиялық, $n = \gamma$ кезінде адиабаталық, $n = 0$ -де ($C = C_v$) изобаралық, ал $n = \pm\infty$ -те изохоралық процестерге айналады.

§ 31. ГАЗДАҒЫ ДЫБЫС ЖЫЛДАМДЫҒЫ

Термодинамика теңдеулерін газдағы дыбыс жылдамдығын анықтауға пайдаланады. Бұл үшін газдан ойша, табанының ауданы S , ал биіктігі h тік бұрышты параллелепипед бөліп алады. Оның бойлық деформацияланатыны белгілі және Гук заңы бойынша

$$\frac{dh}{h} = \frac{dP}{E},$$

мұндағы E серпімділік модулі. Осы теңдіктің сол жағын S -ке көбейту және бөлу арқылы мына түрге келтіріледі:

$$-\frac{S \cdot dh}{h \cdot S} = \frac{dP}{E}, \quad -\frac{dV}{V} = \frac{dP}{E}.$$

Соңғы өрнектен серпімділік модулі анықталады:

$$E = -V \frac{dV}{dV}.$$

Дыбыс тербелісінің жиілігі өте жоғары, ал газдың жылу өткізгіштігі өте төмен. Сондықтан, газдағы сығылу мен ұлғаю процестері тез жүретін болғандықтан оларды адиабаталық деп санауға болады. Олай болса Пуассон теңдеуін $PV^\gamma = \text{const}$ дифференциалдау және сонынан оны $V^{\gamma-1}$ -ге қысқартып түрлендіру арқылы мынадай теңдік алынады:

$$P \cdot V^{\gamma-1} dV + V^\gamma dP = 0, \quad g \cdot P dV + V dP = 0.$$

немесе

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0.$$

Осыдан

$$\gamma P = -V \frac{dP}{dV}.$$

Механикадан серпімді ортадағы дыбыс тербелісінің таралу жылдамдығы мына өрнекпен анықталатыны белгілі

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{және} \quad \gamma P = E.$$

Бірінші формулаға серпімділік модулінің мәнін қою арқылы

газдағы дыбыс жылдамдығын анықтауға мүмкіндік беретін өрнек алынады:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (3.42)$$

Осы өрнектен, дыбыс жылдамдығын, физиканың механика саласында баяндағандай, тұрғын толқын әдісімен анықтау арқылы адиабаталық көрсеткішті табуға болады және оның көмегімен тұрақты қысым мен көлемдегі жылу сыйымдылықтар, яғни, C_p , C_v анықталады.

§ 32. ЖЫЛУ МӨЛШЕРІ МЕН ЖЫЛУ СЫЙЫМДЫЛЫҚТАРДЫ ӨЛШЕУ

1. Денені қыздыруда оған берілген және суығанда одан алынған жылу мөлшерлерін тікелей өлшеу үшін арнайы құралдар – калориметрлер қолданылады. Ең қарапайым калориметр, жылу сыйымдылығы белгілі зат салынған ыдыстан тұрады. Өлшенетін жылу мөлшері өртүрлі жолмен калориметрге беріліп оның температурасын өзгертеді. Осы ΔT -ны өлшеу жылу мөлшерін мына формуламен анықтауға мүмкіндік береді:

$$Q = cm \Delta T,$$

c – калориметрдегі заттың меншікті жылу сыйымдылығы (мы-

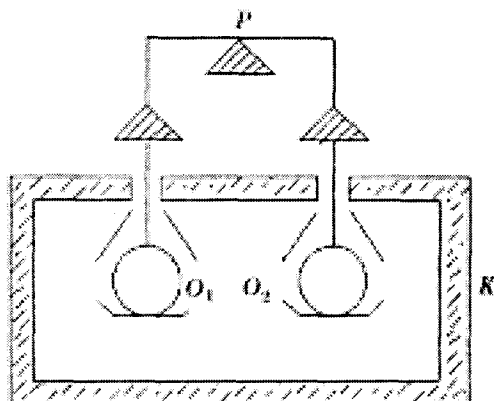
салы су үшін $c = 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}^\circ\text{К}}$), m – оның массасы, ал ΔT – температура өзгерісі. Жылу калориметрдегі сұйыққа ғана емес, ол құйылған ыдысқа да, термометрге де беріледі. Сондықтан, алдымен калориметрдің сулық эквиваленті – бос калориметрді бір кельвинге қыздыруға керекті жылу мөлшері табылады.

2. Калориметрді заттардың жылу сыйымдылығын анықтауға да пайдаланады. Бұл кезде калориметрге берілген немесе одан алынған жылу мөлшері дәл табылуы тиіс. Сонда заттың жылу сыйымдылығы c (3.43) формула арқылы былай анықталады:

$$c = Q/m \Delta T.$$

Тәжірибе, калориметрдегі сұйыққа жылу түгел берілетіндей, қоршаған ортаға тарап кетпейтіндей, таза жүргізілуі тиіс. Дегенмен, аз да болса жылу жоғалады, сондықтан есептеулерде оларды ескеру керек.

3. Егер калориметрмен газдың жылу сыйымдылығын анықтау керек болса, оның массасының аздығына байланысты, біршама қиындықтар туады. Мысалы, газдың тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылығын анықтаудың, француз Жоли ұсын-



50-сурет

ған, бір ғана әдісі бар (50-сурет). Мұнда калориметр, ішіндегі дәл өлшейтін аналитикалық таразы P иіндеріне ілінген табақшалармен, екі O_1 және O_2 шарлар орналасқан K камерадан тұрады. Шардың бірі зерттелетін газбен толтырылады да, екіншісіндегі газ сорылып алынады және таразы депетең қалыпқа келтіріледі. Жылу сыйымдылығы жоғары болу үшін газдың қысымын 20 атм шамасындай етіп алады.

Камерада жылулық тепе-теңдік орнағанда, оған бу жіберіледі. Бу шарларда конденсацияланып оларды қыздырады және табақшаларға құйылады. Газы бар шарда бу көбірек конденсацияланады, себебі, оның жылу сыйымдылығы артық. Олай болса таразының тепе-теңдігі бұзылады. Оны қайта теңестіру арқылы газы бар шарда артық конденсацияланған будың массасы m анықталады. Осыны судың булану жылуына (L) көбейту, газды бастапқы (T_1) температурасынан будың температурасына (T_2) дейін қыздыруға керекті жылу мөлшерін береді, яғни, $Q = mL$. Екіншіден, термодинамиканың бірінші заңынан $Q = CV \Delta T$. Осылардан, газдың молярлық жылу сыйымдылығы табылады:

$$mL = CV \Delta T \quad \text{немесе} \quad C_v = \frac{mL}{\mu(T_2 - T_1)}.$$

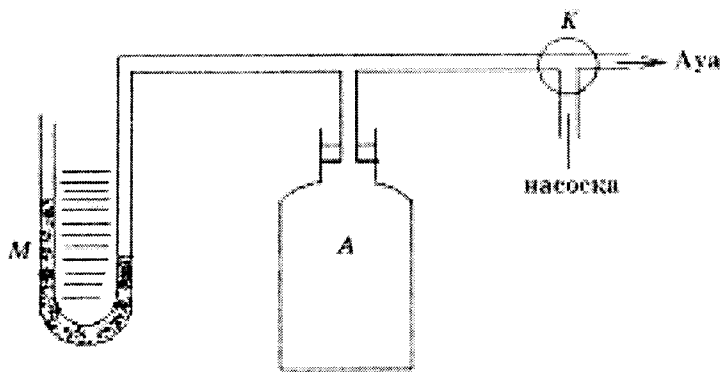
Газдың молярлық жылу сыйымдылығы арқылы оның меншікті жылу сыйымдылығы мына формуламен анықталады:

$$c_v = C_v / \mu.$$

4. Көп жағдайда газдың меншікті жылу сыйымдылықтары тікелей емес, олардың қатынастарымен анықталады:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Осы адиабаталық көрсеткішті анықтаудың кең тараған түрі



51-сурет

Клеман-Дезорм әдісі (51-сурет). Ол А баллонмен жалғанған М манометрден тұрады және қақпақ арқылы атмосфералық ауамен қатысады. Насос арқылы балонға ауа үрленеді. Үрлеу процесі тез жүргендіктен оны адиабаталық деп санауға болады. Бұл кезде ыдыстағы ауаның қысымы артады және ол қызады, ал манометр белгілі қысым айырмашылығын көрсетеді. Сөйтіп ыдыстың ішіндегі және оны қоршаған ортаның температуралары теңелгенше, яғни манометрдегі сұйық деңгейлері тұрақтанғанша күтеді де, P_1 қысым жазылып алынады. Осыдан соң қақпақты К, манометрдегі сұйық деңгейлері теңелгенше ашып, қайта жабады. Бұл кезде де, қақпақ тез ашылып жабылғандықтан, адиабаталық процесс жүреді. Біршама уақыттан соң ыдыстағы ауаның температурасы бөлме температурасына дейін көтеріледі. Осы кезде манометрдің көрсетуі P_2 жазылып алынады.

Сонымен жұмыста екі: адиабаталық және изотермиялық процестер жүзеге асады. Сондықтан ауаның ұлғаюға дейінгі және одан кейінгі күйлері Пуассон теңдеуімен $P_1 V_1^\gamma = P V^\gamma$ сипатталады, ал ұлғаю кезінде процесс изотермиялық жүргендіктен Бойль-Мариотт теңдеуі $P_1 V_1 = P_2 V$ пайдаланылады. Осыны γ -ға дәрежелендіріп арқылы мынадай өрнек алынады:

$$\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^\gamma = \frac{P_1}{P}.$$

Бұл теңдеуді логарифмдеу арқылы адиабаталық көрсеткіш анықталады:

$$\gamma \cdot \ln \frac{P_1}{P_2} = \ln \frac{P_1}{P} \quad \text{немесе} \quad \gamma = \frac{\ln P_1 - \ln P}{\ln P_1 - \ln P_2},$$

мұнда P – атмосфералық қысым. Сонда тәжірибеде, адиабаталық көрсеткішті табу, P_1 , P_2 және P қысымдарды өлшеумен шектеледі.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Ауаның құрамы 20% оттектен және 80% азоттан тұрады деп санап, оның тұрақты көлемдегі c_v және тұрақты қысымдағы c_p меншікті жылу сыйымдылықтарын есептеңдер.

Берілгені:

$$m_1 = 0,2m$$

$$m_2 = 0,8m$$

$$\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$c_v = ? \quad c_p = ?$$

Шешуі:

Идеал газдың молярлық жылу сыйымдылықтары

$$c_v = \frac{i}{2} R \quad \text{және} \quad c_p = \frac{i+2}{2} R \quad (1)$$

ал меншікті жылу сыйымдылықтары молярлық жылу сыйымдылықтың молярлық массаға қатынасымен анықталады

$$c_v = \frac{c_v}{\mu} = \frac{i R}{2 \mu} \quad \text{және} \quad c_p = \frac{c_p}{\mu} = \frac{i+2 R}{2 \mu} \quad (2)$$

i – газ молекулаларының еркіндік дәрежелер саны. Екі атомды газдар үшін $i = 5$. Сонда азот пен оттек үшін (2) өрнек былай жазылады $c_{v1} = \frac{5R}{2\mu_1}$ және $c_{p1} = \frac{7R}{2\mu_2}$; ал $c_{v2} = \frac{5R}{2\mu_2}$ және $c_{p2} = \frac{7R}{2\mu_2}$; (3)

Тұрақты көлемде m_1 және m_2 ауаны бір кельвинге қыздыруға керекті жылу мөлшері мынаға тең $c_v = \frac{5R}{2\mu_1} m_1 + \frac{5R}{2\mu_2} m_2$. Осыған берілген m_1 және m_2 қою арқылы ауаның тұрақты көлемдегі меншікті жылу сыйымдылығы табылады

$$c_v = 0,5R \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{4}{\mu_2} \right) \quad (4)$$

Тұрақты қысымда ауаны 1К-ге қыздыруға керекті жылу мөлшері мына түрде жазылады $c_p m = \frac{7R}{2\mu_1} m_1 + \frac{7R}{2\mu_2} m_2$. Бұған жоғарыдағы амалдарды қолдану арқылы ауаның тұрақты қысымдағы меншікті жылу сыйымдылығы анықталады, яғни,

$$c_p = 0,7R \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{4}{\mu_2} \right) \quad (5). \quad (4) \quad \text{және} \quad (5) \quad \text{формулаларға кіретін физи-}$$

калық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер арқылы ізделінген мәндер табылады

$$c_v = 0,5 \cdot 8,31 \cdot \left(\frac{1}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{4}{28 \cdot 10^{-3}} \right) = 724 \text{ Дж/кгК,}$$

$$c_p = 0,7 \cdot 8,31 \cdot \left(\frac{1}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{4}{28 \cdot 10^{-3}} \right) = 1010 \text{ Дж/кгК.}$$

2. Сыйымдылығы 20 л темір ыдыстағы температурасы 10 °С, қысымы 10⁷ Па оттегі 37 °С температураға дейін қыздырылады. Осы кезде газ қанша жылу мөлшерін сіңірген?

Берілгені:	Шешуі:
$V = 20 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ л}$	Қарастырылып отырған газға термодинамиканың бірінші заңын қолданады.
$T_1 = 290 \text{ К}$	$Q = \Delta U + A \quad (1)$
$T_2 = 310 \text{ К}$	Процесс тұрақты қысымды жүргендіктен газ жұмыс жасамайды. Бұл кезде (1) теңдеу мына түрге келеді.
$P = 10^5 \text{ Па}$	$Q = \Delta U \quad (2)$
$Q = ?$	

Яғни, газға берілген жылу түгелдей оның ішкі энергиясын өсіруге жұмсалады. Идеал газдың ішкі энергиясы

$$U = \frac{i m}{2 \mu} RT = \frac{i}{2} PV \quad (3)$$

Осыдан ішкі энергияның өзгерісі мына теудеумен анықталады.

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} (P_2 - P_1)V = \frac{i}{2} P_1 V \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right). \quad (4)$$

Шарль заңынан изохарлық процесс үшін

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (5)$$

Олай болса (4) немесе (2) теңдеу мына түрге келеді, $Q = \Delta U = \frac{i}{2} P_1 V \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$. Осы формулаға кіретін шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер арқылы іздеген шама табылады

$$Q = \frac{5}{2} \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \left(\frac{310}{290} - 1 \right) = 34,5 \text{ кДж.}$$

3. 2000 моль көмірқышқыл газы (CO₂) тұрақты қысымда 50К-ге қыздырылған. Табу керек:

- 1) Газдың ішкі энергиясының өзгерісін,
- 2) ұлғаю жұмысын,
- 3) газға берілген жылу мөлшерін.

Берілгені:

$$\frac{m}{\mu} = 2000 \text{ моль}$$

$$\Delta T = 50 \text{ К}$$

$$P = \text{const}$$

$$Q = ? \quad \Delta U = ? \quad A = ?$$

Шешуі:

Есепті шығару үшін термодинамиканың бірінші заңын қолданамыз $Q = \Delta U + A$ (1),

мұнда $\Delta U = \frac{i m}{2 \mu} R \Delta T$ (3), ал Клапейрон-Мен-

делеев теңдеуін

$$A = P \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T. \quad (3)$$

$$\text{Сонда } Q = \frac{i m}{2 \mu} R \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{i+2m}{2\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T.$$

ΔU , A және Q шамаларын өрнектейтін теңдеулер арқылы іздеп отырған шамалар табылады

$$\Delta U = \frac{i m}{2 \mu} R \Delta T, \quad A = \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{i+2}{2} R \Delta T. \quad (5)$$

Ескерте кетейік CO_2 үш атомды газ, олай болса $i = 6$.

(5) формулаларға кіретін физикалық шамалардың сан мәндерін қою арқылы ішкі энергия, ұлғаю жұмысы және газға берілген жылу мөлшері анықталады.

$$1) \Delta U = \frac{6}{2} 2000 \cdot 8,31 \cdot 50 = 2500 \text{ кДж.}$$

$$2) A = 2000 \cdot 8,31 \cdot 50 = 830 \text{ кДж.}$$

$$3) Q = \frac{8}{2} 2000 \cdot 8,31 \cdot 50 = 3300 \text{ кДж.}$$

4. Қысымы 10^5 Па азот көлемін 10 л-ден 20 л дейін ұлғайтқан. Газдың жасаған жұмысын және соңғы қысымын мына жағдайлар үшін анықтаңдар: 1) изобаралық, 2) изотермиялық және 3) адиабаталық процестер үшін

Берілгені:

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 20 \text{ л} = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$A_1 = ? \quad A_2 = ?$$

$$A_3 = ? \quad P_1 = ? \quad P_2 = ?$$

Шешуі:

1. Изобарлық процесс үшін ($P_1 = P_2$) газдың жасаған жұмысы мынаған тең

$$A_1 = P_1 (V_2 - V_1) \quad (1)$$

2. Изотермиялық процесте ($T_1 = T_2$) Боль-Мариотт заңынан $P_1 V_1 = P_2 V_2$ олай болса

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2}. \quad (2)$$

Бұл процесте газдың жасайтын жұмысы мына формуламен анықталады

$$A_2 = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (3)$$

3) Адиабаталық процесте жылу алмасу жоқ ($Q_1 = Q_2$). Бұл кезде Пуассон теңдеуі жазылады $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ мұнан

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma. \quad (4)$$

Екі атомды газдар үшін адиабаталық көрсеткіш $\gamma = 1,4$.

Ал осы процестегі газдың жұмысы мынаған тең. $A_3 = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \times$

$\times \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$ егер $PT_1 = P_1 V_1$ екендігін ескерсек

$$A_3 = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (5)$$

Есептеулер: $A_1 = 10^5 (2 \cdot 10^{-2} - 10^{-2}) = 10^3$ Дж;

$A_2 = 10^5 \cdot 10^{-2} \ln 2 = 700$ Дж

$$P_2 = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$A_3 = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{1,4 - 1} \left[1 - \left(\frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \right)^{1,4-1} \right] = 607 \text{ Дж}$$

$$p' = 1,0^5 \left(\frac{10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} \right)^{1,4} = 0,38 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Есептеулер газдың қысымы адиабаталық процесте ең көп өзгеретінін көрсетті. Ал изобарлық ұлғаю кезінде газ ең үлкен жұмыс жасайды.

5. Бастапқы температурасы 360К көмірқышқыл газы (CO_2) адиабаталы сығылып көлемін 27 есе кемітеді. Егер газдың массасы 20 г болса, оның ішкі энергиясының өзгерісін және осы кездегі атқарылған жұмысты табыңдар.

Берілгені: | Шешуі:

$T_1 = 360\text{К}$

$$\frac{V_1}{V_2} = 27$$

$m = 20\text{г} = 2 \cdot 10$

$A - ? \Delta U - ?$

Адиабаталық процесте ($\Delta Q > 0$) жылу алмасу жоқ, сондықтан газдың ішкі энергиясының өзгерісі сыртқы күштердің атқаратын жұмысының өсерінен болады. Бұл кезде

$$Q = 0, \text{ ал } \Delta U = A. \quad (1)$$

Ішкі энергияның өзгерісі мына формуламен анықталады

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = \frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1). \quad (2)$$

Көмір қышқыл газы үш атомды болғандықтан оның молекуласының еркіндік дәрежелер саны $i = 6$. Олай болса

$$C_V = \frac{i}{2} R = \frac{6}{2} R = 3R. \quad (3)$$

Сығылған газдың температурасы Пуассон теңдеуі арқылы табылады

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \text{немесе} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \quad (4)$$

$$\text{мұнда } \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}, \text{ олай болса } T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{4/3}. \quad (5)$$

Осы T_2 мәнін (2) формулаға қойып ішкі энергия өзгерісін табады:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} 3RT_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{4/3} - 1 \right]. \quad (6)$$

Соңғы формулаға сан мәндерін қойып есептеулер арқылы және $|A| = |\Delta U|$ екенін ескеріп іздеген шаманы анықтайды.

$$|A| = |\Delta U| = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{0,044} 3 \cdot 8,31 \cdot 360 [27^{4/3} - 1] \approx 320 \text{ кДж.}$$

6. Ауаны 10^{-2} м^3 көлемнен $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ көлемге дейін сығу қай кезде пайдалы: адиабалы түрде сығуда ма? Изотермиялы түрде сығуда ма

Берілгені: | Шешуі:

$$V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$A_{ад} - ? \quad A_{из} - ?$$

Адиабаталық сығу кейінгі жұмыс

$$A_{ад} = \frac{m RT_1}{\mu (\gamma - 1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (1)$$

Бұл жерде ауа екі атомды газ болғандықтан $i = 5$.

Ал изотермиялық сығылу кезіндегі жұмыс

$$A_{из} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (2)$$

$$\text{Осыдан } \frac{A_{ад}}{A_{из}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]}{(\gamma - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (3)$$

(3) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мәндерін

қойып есептеулер арқылы $\frac{A_{ad}}{A_{из}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{1,4-1}\right]}{(1,4-1)\ln 2} = 1,4$. Олай болса ауаны изотермиялық сығу үнемді.

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Термодинамикалық тепе-теңдік күй деген не?
2. Қандай термодинамикалық процестер қайтымды деп аталады?
3. Дөңгелек термодинамикалық процесс деген не? Барлық дөңгелек процестер қайтымды ма?
4. Бір күйден екінші күйге ауысқан кездегі термодинамикалық жүйенің жасайтын жұмысы қалай есептеледі және ол термодинамикалық процестің сипатына байланысты ма?
5. Жүйенің күй функциясы деп аталған шама қандай математикалық және физикалық шарттарды қанағаттандыруы тиіс?
6. Қандай термодинамикалық шамалар жүйенің күй функциясы болып табылады.
7. Жүйенің ішкі энергиясы деген не және ол күй функциясы ма?
8. Неге жылу мөлшері мен жұмыс процесс функциясы болып табылады?
9. Термодинамиканың бірінші заңының мазмұны неде және ол математикалық тұрғыда қалай жазылады?
10. Қандай жағдайда жүйенің ішкі энергиясының өсімшесі оған өкелінген жылу мөлшеріне немесе оның сыртқы күштерге қарсы жасаған жұмысына тең?
11. Неге термодинамиканың бірінші заңы бірінші түрдегі мөңгі қозғалтқышты жасаудың мүмкін еместігі туралы тұжырымға эквивалентті?
12. Неге идеал газдың жылу сыйымдылығы екеу C_p , C_v және олардың өзгешеліктері неде?
13. Термодинамиканың бірінші заңынан идеал газ үшін адиабаталық процесстің теңдеуін қалай қорытып шығаруға болады?

14. Неге тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылық тұрақты көлемдегі жылу сыйымдылықтан үлкен және олардың қатынасын адиабаталық процесті пайдаланып қалай анықтауға болады.
15. Идеал газдың адиабаталық, изобаралық, изохоралық және изотермиялық процестердегі жасайтын жұмыстары неге тең?
16. Дененің жылу сыйымдылығы, меншікті жылу сыйымдылықтары деген не?
17. Политропты процестер қандай шарттарды қанағаттандырады және оның теңдеулері қалай жазылады?
18. Жылу мөлшері және жұмыс ұғымдарының өзгешеліктері мен ұқсастықтары неде?
19. Термодинамиканың бірінші заңының анықтамасы қандай және оны газдағы изопрцестерге қолданыңдар.
20. Изотермиялық процесте жұмыс қандай энергия көзінің есебінен жасалады?

§ 33. ҚАЙТЫМДЫ ЖӘНЕ ҚАЙТЫМСЫЗ ПРОЦЕСТЕР

Оқшауланған денеде немесе денелер жүйесінде жүрген қайсыбір процестің өсерінен, ол бір күйден екінші күйге өтіп, соңынан бастапқы күйіне қайта оралсын. Егер жүйе екінші күйден бірінші күйге ауысу кезінде біріншіден екіншіге ауысқан аралық күйлер арқылы жүрсе және өзін қоршаған ортада еш өзгеріс туғызбаса, процесс қайтымды деп аталады. Ал мұндай кері ауысу мүмкін болмаса, процесс қайтымсыз деп саналады. Үйкеліс араласқан кез-келген процесс қайтымсыз, себебі, оны жеңуге кеткен жұмыстың біршама бөлігі жылуға айналады және қоршаған ортаға тарап кетеді. Үйкеліс кезінде, жүйелерде бөлінген жылудың есебінен, қоршаған ортаның температурасы жоғарылайды. Бұл жылу, жұмыс жасалмай, қайтып орнына келмейді. Сондықтан, кез-келген нақты механикалық процесс, үйкеліссіз жүзеге аспайтын болғандықтан, қайтымсыз.

Таза консервативті жүйеде жүретін идеал механикалық процесс үйкеліссіз жүрсе қайтымды болар еді. Кейбір процестер қайтымды процеске жақын, мысалы, ауыр, ұзын математикалық маятниктің тербелісі. Себебі, ауа кедергісі аз болғандықтан, мұндай маятник ұзақ уақыт тербеле алады және амплитудасы онша кемімейді. Серпімді болат шардың еденмен соқтығысын да қайтымды деп санауға болады, ол қандай биіктіктен құласа сондай биіктікке көтеріледі. Бұл кезде шардың потенциалдық энергиясы түгел дерлік кинетикалық энергияға немесе керісінше, оның кинетикалық энергиясы түгел дерлік потенциалдық энергияға айналып отырады.

Ыстық денеден суық денеге жылу берілу процесі де қайтымсыз процесс, себебі оған кері процесс өздігінен жүзеге аспайды, ол үшін жұмыс жасалуы тиіс. Осы сияқты газдардың бос кеңістікке ұлғаюы да қайтымсыз. Бұл кезде газ, кедергі жоқ болғандықтан, жұмыс жасамайды, бірақ оны бастапқы көлемге жинау үшін жұмыс жасалады және ол қоршаған ортаға өзгеріс енгізеді.

а) Тепе-тең және тепе-теңсіз процестер.

Жоғарыда оқушауланған жүйе күйін сипаттайтын параметрлер ұзақ уақыт өзгермейтін тепе-тең күй ұғымын енгізген едік. Осының негізінде бірінен соң бірі келіп отыратын тепе-тең күйлерден тұратын процестер квази тепе-тең процестер деп аталады. Бұндай процестерде екі көрші күйлердің параметрлерінің бір-бірінен айырмашылығы өте аз. Олай болса квази тепе-тең процесс, кез-келген уақытта жүйенің барлық бөлігі тепе-тең күйде деп санауға болатын, өте баяу жүретін процесс. Шекті жылдамдықпен жүретін процестерде қысымның, температураның, тығыздықтың және т.б. физикалық шамалардың градиенттері пайда болады. Мұндай процестер, денелер жүйесінің күйін сипаттайтын параметрлер бүкіл көлемде біркелкі болмағандықтан, тепе-теңсіз.

Тепе-теңсіз және тепе-тең процестердегі газдың ұлғаю және сығылу жұмыстарын қарастырайық. Тепе-тең ұлғаюда газдың жасаған жұмысы мынаған тең:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P_1 \cdot dV. \quad (4.1)$$

P_1 – газдың қысымына тең деп санауға болатын сыртқы қысым. Газдың тепе-теңсіз ұлғаюы кезіндегі жасалған жұмыс

$$A_2 = \int_{V_1}^{V_2} P_2 \cdot dV. \quad (4.2)$$

Бір ескертетін жай $P_2 < P_1$, олай болса $A_2 < A_1$ осыдан

$$\int_{V_1}^{V_2} P_2 \cdot dV < \int_{V_1}^{V_2} P_1 \cdot dV. \quad (4.3)$$

Сонда тепе-теңсіз ұлғаю процесі шекті жылдамдықпен жүретін болғандықтан, сыртқы қысым газ қысымынан барлық уақытта көп.

Тепе-тең күйде сығылу кезінде газ қысымы тағы да сыртқы қысымға тең деп саналады, сондықтан жұмыс мына формуламен анықталады:

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_2} P_1 \cdot dV. \quad (4.4)$$

Тепе-теңсіз сығылуда сыртқы қысым газ қысымынан жоғары, олай болса бұл кездегі жұмыс тепе-тең процесс кезіндегі жұмыстан артық:

$$A_2 = \int_{V_1}^{V_2} P_2 \cdot dV > \int_{V_1}^{V_2} P_1 \cdot dV . \quad (4.5)$$

Газдың тепе-тең емес ұлғаюының шекті жағдайы идеал газдың бос кеңестікке ұлғаюы. Бұл кезде сыртқы қысым нөлге тең болғандықтан, идеал газ көлемін ұлғайтады, бірақ жұмыс жасамайды.

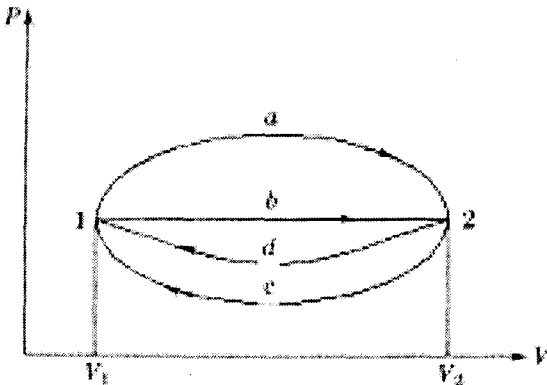
Көп жағдайда газдағы процестер PV диаграммада кескінделеді. Мысалы, газ күйі PV диаграммада 1-ші және 2-ші нүктелермен кескінделсін (52-сурет). Газдың 1-ші күйден 2-ші күйге ауысуы a жолмен тепе-тең процесс арқылы жүрсін. Бұл кезде жұмыс $1a2V_2V_1$ сызықтарымен шектелген ауданмен өлшенеді:

$$A_a = \int_a P \cdot dV .$$

Егер газ осы 1-ші күйден 2-ші күйге тепе-теңсіз процесс арқылы b жолмен ауысса, оның жасайтын жұмысы тепе-тең процестегі жасалған жұмыстан кем болады. Газдың 1-ші күйден 2-ші күйге тепе-тең күйлер арқылы ұлғаю процесі үшін термодинамиканың бірінші заңы $dQ_a = dU + dA_a$, ал оның 1-ші күйден 2-ші күйге тепе-теңсіз ұлғаюы арқылы өту процесі үшін $dQ_b = dU + dA_b$. Осылардан $dQ_a - dA_a = dQ_b - dA_a$ екендігі шығады. Бірақ $dA_a > dA_b$ ал $dQ_a > dQ_b$ болғандықтан осы екі күй аралығындағы тепе-тең ұлғаю кезіндегі жасалған жұмыс пен жұмсалған жылу тепе-тең емес кездегі шамалардан артық.

Енді 1-ші күйден 2-ші күйге газдың c жолмен тепе-тең сығылу процесі арқылы өтуін қарастырайық. Бұл кезде $-dQ_b = -dU - dA$ немесе $-dA = +dA'$ газдың сығылу жұмысы болғандықтан

$$-dQ = -dU + dA' .$$



52-сурет

Егер сығылу тепе-теңсіз процесті сипаттайтын d жолмен жүрсе, онда мынандай қатынастар алынады:

$$dA_d > dA_c, dQ_d > dQ_c$$

және

$$-dQ_d = -dU - dA_d = -dU + dA'_d.$$

б) Дөңгелек процестер немесе циклдар.

Егер жүйе (дене) 1-ші күйден 2-ші күйге ауысып, кейін басқа аралық күйлер арқылы бастапқы 1-ші күйге қайта оралса, онда процесс цикл немесе дөңгелек процесс деп аталады. Барлық бөліктері қайтымды болса цикл қайтымды процеске, ал бір немесе одан көп бөліктері қайтымсыз болса, онда цикл қайтымсыз процеске жатады. Толық тепе-тең дөңгелек процесс кезіндегі жұмыс тура және кері процестер кезіндегі жұмыстардың айырымына тең:

$$dA = dA_a - dA_b.$$

Тепе-теңсіз дөңгелек процесте жасалған жұмыс тепе-тең дөңгелек процестегіден кем. Циклдың жұмысы тура және кері процестерге сәйкес, қисықтар қоршаған аудандармен өлшенеді. Жылу машиналары тура циклмен, ал тоназытқыш машиналар кері циклде жұмыс істейді. Дөңгелек процесте ішкі энергияның өзгерісі $dU = 0$, сондықтан цикл үшін термодинамиканың 1-ші заңы былай жазылады:

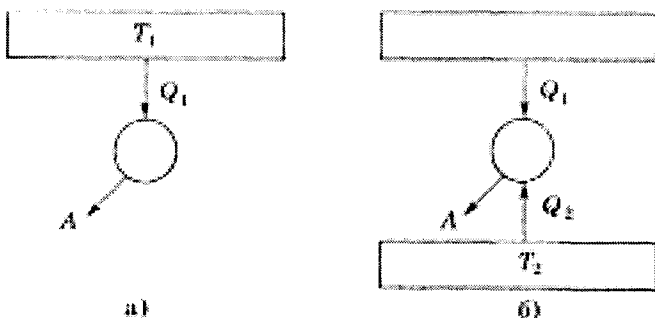
$$dQ = dA.$$

Ал dQ жүйенің, өзін қоршаған ортамен алмасатын жылу мөлшерін анықтайды. Дөңгелек процесте, біріншіден жылудың жұмысқа, ал екіншіден, жұмыстың жылуға айналулары жүзеге асады. Яғни, жылу мөлшері екі құраушыдан құралады:

$$Q = Q_1 + Q_2 \text{ немесе } A = Q_1 + Q_2.$$

§ 34. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ ЕКІНШІ ЗАҢЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ МАҢЫЗЫ

Жоғарыдағы қаралған термодинамиканың бірінші заңы жылу мен дененің ішкі энергиясының арасындағы байланыстың мөлшерлік қатынасын бергенімен, процестердің жүру бағытын анықтауға мүмкіндік бермейді. Тәжірибелер жылудың ыстық денеден суық денеге өз еркімен ауысатынын дәлелдейді. Шашыраған жылудың қайтадан жинақталуы термодинамиканың бірінші заңына қайшы келмегенімен, оның екінші заңына қайшы. Термодинамиканың екінші заңы жаратылыстағы процестердің жүру бағытын сипаттайды. Клаузиустың берген



53-сурет

анықтамасы бойынша «Жылудың суық денеден ыстық денеге өзіндігінен өтуі мүмкін емес». Мұндай процесс жүру үшін, тоңазытқыштағы сияқты, сыртқы энергия көзі пайдаланылуы тиіс.

Термодинамиканың екінші бастамасының физикалық мағынасы неміс физигі Планктың анықтамасында жақсы ашылған: «Нәтижесі тек қана жылуды жұмысқа айналдыратын периодты процесс жасау мүмкін емес». Бұны түсіну үшін температурасы T , жылу қоры болып табылатын, қыздырғыш және жұмыстық дене (бу қозғалтқышындағы бу және т.б.) бар деп есептейік (53, а-сурет). Жұмыстық дене қыздырғыштың берген Q_1 жылуының есебінен A жұмыс жасайды, бұл кезде берілген Q_1 жылу түгелдей жұмысқа айналуы тиіс.

Бірақ Планктың тұжырымы бойынша қыздырғыштан алынған жылуды түгелдей жұмысқа айналдыру мүмкін емес. Олай болса жылу машинасы үш денеден – қыздырғыштан, суытқыштан және жұмыстық денеден құралуы тиіс (53, б-сурет). Сонда жұмыстық дене қыздырғыштан алған Q_1 жылудың бір бөлігін жұмыс жасауға жұмсайды да, қалған бөлігін Q_2 суытқышқа береді. Бұл кез-келген жылу машинасында қыздырғыштан алған Q_1 жылудың белгілі бір бөлігі ғана жұмысқа айналады деген сөз, яғни, $A = Q_1 - Q_2$. Жылу өткізгіштік құбылысынан құтылу үшін, қыздырғыштан жылу алған кезде жұмыстық дененің температурасы қыздырғыштың температурасына, яғни, T_1 -ге, ал суытқышқа жылу берген кезде, оның температурасына, яғни, T_2 -ге тең болуы тиіс.

Жылу машиналарында (іштен жану қозғалтқыштарда, бу машиналарында) жұмыстық дене тік цикл жасайды, мұнда қыздырғыштан жылу алынады $Q_1 > 0$, ал суытқышқа жылу беріледі, $Q_2 < 0$. Француз ғалымы Карно жылу машинасының пайдалы әсер коэффициенті (ПӘК) ұғымын еңгізген. Ол η әрпімен белгіленеді және жасалынған A жұмыстың қыздырғыштан алынған Q_1 жылу мөлшеріне қатынасымен анықталады:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (4.6)$$

ПӘК-і көп машинаның пайдалы жұмысы да көп. Қозғалтқыштарда Q_2 мәні нөлден біршама жоғары, сондықтан жылу машиналарының ПӘК бірден барлық уақытта кем. Ағылшын физигі Кельвин термодинамиканың екінші заңының мынадай тұжырымдамасын берген: «Жүйедегі ең суық дененің жылуын жұмысқа айналдыратын жылу машинасын жасау мүмкін емес». Мұндай машина мұхит суының жылуын жұмысқа айналдыруға мүмкіндік берер еді, яғни, мәңгі қозғалтқышқа эквивалентті болар еді. Осы принциппен жұмыс істейтін машина екінші түрдегі мәңгі қозғалтқыш деп аталады. Бірінші түрдегі мәңгі қозғалтқыш энергияның сақталу заңына қайшы, ал екінші түрдегі мәңгі қозғалтқыш оған қайшы емес, бірақ термодинамиканың екінші заңына қайшы.

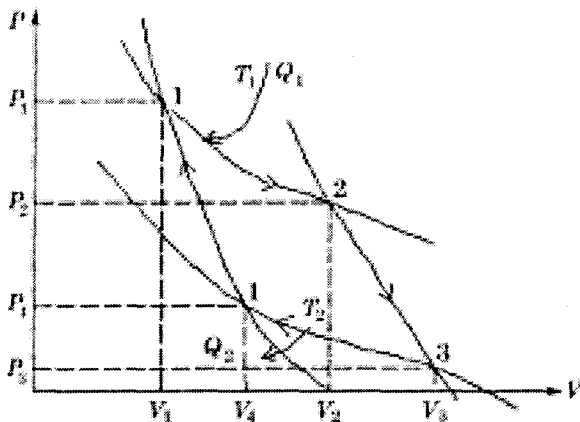
§ 35. КАРНО ЦИКЛІ ЖӘНЕ ОНЫҢ ПАЙДАЛЫ ӘСЕР КОЭФФИЦИЕНТІ

Француз инженері С.Карно алғаш рет өте маңызды термодинамикалық циклға жататын идеал жылу машинасының жобасын ұсынған. Карно циклі деп аталған бұл дөңгелек процесс, екі тепе-тең изотермалық және адиабаталық процестерден құралады. Машинада жылу өткізгіштікке, сәуле шығаруға, үйкеліске және т.б. кететін шығын болмайды. Цикл жүзеге асу үшін жұмыстық затқа, изотермиялы ұлғайғанда, жылу беретін қыздырғыш және одан, изотермиялы сығылғанда, жылу алатын суытқыш болуы қажет.

Температуралары T_1 және T_2 қыздырғыш пен суытқыш алайық. Олардың жылу сыйымдылықтары шексіз үлкен болсын. Сондықтан біреуінің алған немесе екіншісінің берген жылу мөлшерлері олардың температураларын өзгертпейді деп саналады. Жұмыстық зат ретінде идеал газ алынады. Жұмыстық заттың қыздырғыштан алған жылу мөлшерін Q_1 , ал суытқышқа берген жылуын Q_2 деп белгіленеді. Циклде жасалған жұмыс A барлық жағдайда оң. Жоғарыдан белгілі, жұмыстық заттын ұлғаюы кезіндегі өндіретін жұмысы оң $A_1 > 0$, ал оны сығатын сыртқы күштің жұмысы теріс $A_2 < 0$.

Енді жұмыстық зат ретінде бір моль идеал газ алынған Карноның идеал жылу машинасының жұмыс істеу принципі кеңірек зерттелік. (54-сурет).

а) Дөңгелек процесс, белгілі-бір қысымға дейін сығылған,



54-сурет

жұмыстық заттың қыздырғышпен жанасып тұрған сөтінен бас-талсын. Екеуінің де температуралары бірдей болғандықтан жылу өткізгіштік құбылысы болмайды. Бастапқыда газ көлемін V_1 -ден V_2 -ге дейін изотермалы ұлғайта отырып 1-ші күйден 2-ші күйге өтеді. Бұл кездегі газдың қыздырғыштан алған жылуы

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

түгелдей ұлғаю жұмысын жасауға жұмсалады, яғни, $Q_1 = A_1$.

б) Екіншіде, жұмыстық зат қыздырғыштан бөлектеніп, өрі қарай адиабаталы түрде ұлғаяды және 2-ші күйден 3-ші күйге ауысады. Бұл кезде оның температурасы T_1 -ден T_2 -ге дейін кемиді. Себебі, газ ішкі энергиясының есебінен, адиабаталы ұлғая отырып, жұмыс жасайды. Жұмыстық дененің жасаған жұмысын мына түрде анықтауға болады:

$$A_2 = C_V (T_1 - T_2) = \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2).$$

в) Үшінші кезеңде газ, сыртқы күштің әсерінен, изотермалы түрде сығылып, 3-ші күйден 4-ші күйге ауысады. Бұл кездегі газды V_3 -тен V_4 көлемге дейін сығуға жұмсалатын жұмыс мына формуламен табылады:

$$A_3 = -RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Бұл жұмыс суытқышқа берілетін жылуға мөлшеріне, яғни, Q_2 -ге тең.

г) Соңында газды адиабаталы түрде сығу арқылы 4-ші күйден 1-ші күйге ауыстырады. Бұл кездегі жұмыс былай анықталады:

$$A_4 = C_v (T_2 - T_1) = \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

немесе

$$A_4 = -C_v (T_1 - T_2) = -\frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2), \quad \text{мұнда } A_4 = Q_4$$

Карно циклында жасалған жалпы жұмыс осы төрт жұмыстың қосындысына тең:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 =$$

$$RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1} - RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} - \frac{R(T_1 - T_2)}{\gamma - 1}. \quad (4.7)$$

Адиабаталық ұлғаю және сығылу процестері үшін сәйкес Пуассон теңдеулері былай жазылады:

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{және} \quad \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{\gamma - 1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Бұл теңдіктерден $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_4}{V_3}$ екендігі шығады. Осыны ескеріп

(4.7) теңдеуді мына түрге келтіруге болады, яғни, Карно циклінде атқарылған пайдалы жұмыс былай анықталады:

$$A = Q_1 - Q_2 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4.8)$$

Бұл жұмыс график түрінде 1, 2, 3, 4-ші қисықтарымен шектелген ауданмен анықталады (54-сурет).

(4.8) формуланы пайдаланып, Карно циклімен жұмыс жасайтын идеал жылу машинасын пайдалы әсер коэффициенті анықталады:

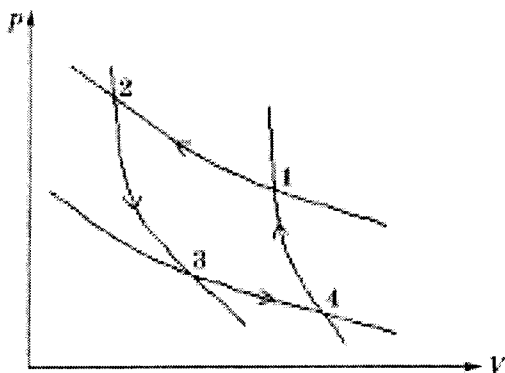
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{R(T_1 - T_2) \ln V_2 / V_1}{RT_1 \ln V_2 / V_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (4.9)$$

Нәтижесінде Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті тек абсолют температуралардың қатынасымен анықталатыны байқалады. Қайтымды Карно циклі үшін

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Бұл өрнек термодинамиканың екінші бастамасының тағы бір анықтамасы болып табылады: «Идеал жылу машинасының ПӘК-і қыздырғыш пен суытқыштың температураларымен ғана анықталады». Қайтымсыз процесс үшін барлық жағдайда:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$



55-сурет

Олай болса, жалпы түрде бұл қатынас былай жазылады:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (4.10)$$

мұндағы теңсіздік қайтымсыз, ал теңдік қайтымды процестерге сәйкес келеді. Демек, берілген температуралар интервалында идеал Карно циклының ПӘК-ті ең жоғары болады.

Жылу машиналарынан басқа техникада суытқыш машиналар кең орын алған. Бұларда сыртқы механикалық жұмыстың есебінен температурасы төмен денеден алынған жылу, температурасы жоғары денеге беріледі. Идеал тоңазытқыш ретінде Карноның кері циклімен жұмыс жасайтын машинаны пайдаланады (55-сурет).

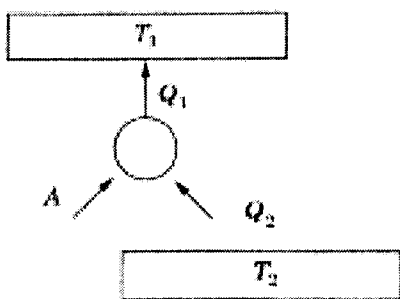
Циклда, жұмыстық зат өзі тіке бағытта өткен аралық күйлерді кері бағытта өтеді (56-сурет). Практикада кері циклмен жұмыс істейтін машиналар тоңазытқыш коэффициентімен сипатталады:

$$\eta' = -\frac{Q_2}{A}.$$

Тоңазытқышта пайдалы эффект ретінде суытқыштан алынған Q_2 жылу мөлшері саналса,

жұмсалған эффект ретінде жасалынған жұмыстың абсолют мәні A алынады. Тоңазытқыштарда $A = Q_1 + Q_2$, сондықтан оның пайдалы әсер коэффициенті мынаған тең:

$$\eta' = -\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}.$$



56-сурет

Ал кері бағытта Карно циклы-

мен жұмыс жасайтын идеал жылу машиналары үшін тоңазытқыш коэффициенті мына формуламен анықталады:

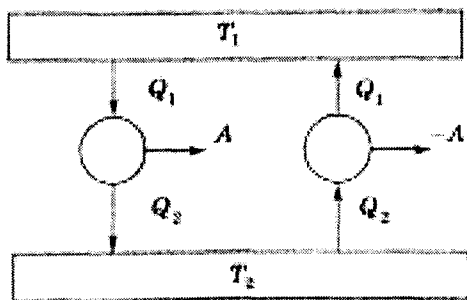
$$\eta' = \frac{T_2}{T_1 + T_2}.$$

§ 36. КАРНО ТЕОРЕМАЛАРЫ

Термодинамиканың екінші заңы Карноның екі теоремасын дәлелдеуге мүмкіндік береді. Бірінші теорема бойынша: Карно циклының ПӘК-і, берілген температуралар интервалында, басқа циклдармен салыстырғанда ең жоғары. Бұл теорема өткен тақырыпта дәлелденді.

Екінші теорема былай тұжырымдалады: «Карноның идеал циклының ПӘК-і жұмыстық дененің тегіне байланысты емес». Бұл теореманы дәлелдеу үшін тік циклмен жұмыс жасайтын Карноның идеал жылу машинасы, жұмыстық заты идеал газ емес, екінші машинаны іске қосады деп санайық (57-сурет).

Қыздырғыш та, суытқышта екі машинаға ортақ және бірінші машинаның ПӘК-і η_1 , ал екіншінікі (тік циклда) η_2 болсын. Бірінші машина цикл жасай отырып, қыздырғыштан Q_1 жылу алады, ал суытқышқа Q_2 жылу береді. Жасалған жұмыс $A = Q_1 - Q_2$ екінші машинаны іске қосуға жұмсалады. Екінші машина қыздырғышқа Q_1' жылу береді, ал суытқыштан Q_2' жылу алады. Егер $\eta_1 < \eta_2$ деп санасақ $Q_1 \neq Q_2'$ болатыны белгілі. Бұл кезде теңдікті, барлық жағдайда, машиналардағы цикл жиіліктерін $n_1 n_1'$, әртүрлі жасау арқылы ғана алуға болады, яғни, $n_1 Q_1 = n_1' Q_1'$. Мұнан қыздырғышта өзгеріс болмағанымен суытқышта өзгерістер болатыны анық. Себебі, бірінші машина оған $n_1 Q_2$ жылу береді, ал екінші машина одан $n_1' Q_2'$ жылу алады. Бірақ $\eta_1 < \eta_2$ шартынан $n_1 Q_2 \neq n_1' Q_2'$. Осыдан жүйеде сырттан



57-сурет

жылу берілмесе де, суытқыштан алған жылудың есебінен, жұмыс жасалған болып шығады. Бұл екінші заңға қайшы. Керісінше, $\eta_1 > \eta_2$ деп санап, машиналардың орнын ауыстыру арқылы осы нәтижеге қайта келеміз. Олай болса екі машинаның да ПӘК-і, яғни $\eta_1 = \eta_2$ бірдей деген қорытынды жасалады.

§ 37. ТЕХНИКАЛЫҚ ЦИКЛДАР

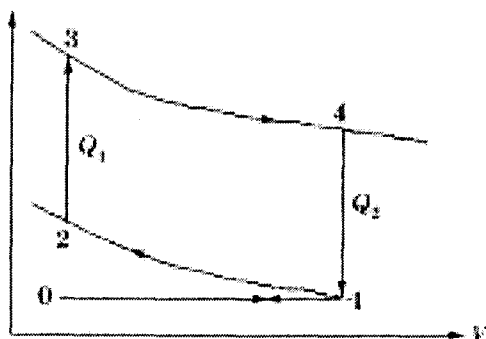
Қазіргі кезде іштен жанатын қозғалтқыштар (двигательдер) кеңінен қолданылады. Бұл машиналар жер қойнауынан алынатын жанармайлар мен газдардың ішкі энергиялары есебінен механикалық жұмыс атқарады.

1. Осы іштен жанатын қозғалтқыштардың жұмыс істеу циклын қарастырайық. Бұлардың ПӘК қандай жұмыстық затты пайдаланғанына тығыз байланысты. Неміс ғалымы Отто тез жанатын сапасы жоғары жанармайды (бензин) пайдаланатын қозғалтқыштар үшін мынадай циклды жүзеге асырған (58-сурет).

Изобаралы түрде (0,1 сызығы) цилиндрге сорылған ауамен араласқан жанармай адиабаталы түрде сығылу арқылы (1,2 сызығы), 1-ші күйден 2-ші күйге ауысады. 2-ші күйден қоспа ұшқын арқылы тұтанады және жану өте тез жүргендіктен, поршень орнынан қозғалып үлгермейді. Бұл процесті изохоралы деп санауға болады (2,3 сызығы). Осыдан кейін жанған зат адиабаталы түрде ұлғаяды (поршеннің жұмыстық жолы 3,4 сызығы). Содан кейін сыртқы қақпақ ашылып изохоралы суу жүзеге асады (4,1 сызығы), жанған қалдық сыртқы атмосфераға итеріліп шығарылады (1,0 сызығы). Осымен бір цикл бітеді де, цилиндрге бензин қайта сорылып жаңадан екінші цикл басталады.

Жанармайдың жану нәтижесінде газ мынандай жылу мөлшерін алады (2,3 изохорасы):

$$Q_1 = C_V (T_3 - T_2),$$



58-сурет

ал суу арқылы (4,1 изохорасы) газ мынандай жылу мөлшерін береді:

$$Q_2 = C_V (T_4 - T_1).$$

Осылардан циклдың ПӘК-ін мына формуламен анықтауға болады:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}.$$

Екінші жағынан екі адиабаталық сығылу және ұлғаю үшін сәйкес Пуассон теңдеулерін

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$$

пайдаланып және $V_2 = V_3$, $V_4 = V_1$ екендіктерін ескерсек мына теңдік алынады:

$$T_3/T_2 = T_4/T_3.$$

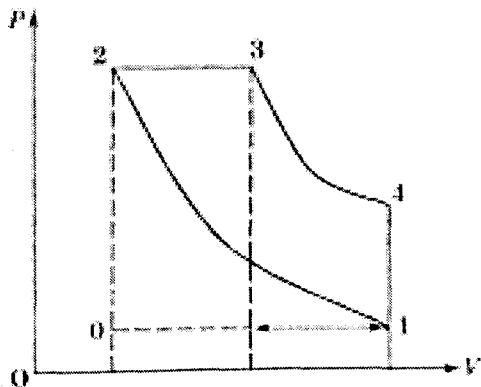
Олай болса

$$\eta = 1 - T_1/T_2 = 1 - (V_2/V_1)^{\gamma-1}. \quad (4.11)$$

Сонда сығылу дәрежесінің өсуі қозғалтқыштың ПӘК-ін арттырады. Ал цикл кезіндегі ең төменгі температура $T_{\min} = T_1$, ал жоғарғы температура $T_{\max} = T_2$ болғандықтан, оның ПӘК-і барлық уақытта бірден кіші, яғни,

$$\eta < 1 - T_1/T_2.$$

2. Төменгі сортты жанармайларды пайдаланатын қозғалтқыштарда Дизель циклі жүзеге асырылады (59-сурет). Циклде бірінші цилиндрге белгілі мөлшерде ауа сорылады (0,1 сызығы). Осыдан кейін ауа адиабаталы түрде сығылады да (1,2 қисығы), температурасы күрт жоғарылауына байланысты, өздігінен тұтанады және изобаралы жана бастайды, яғни, поршень қозғалысқа келіп үлгереді (2,3 сызығы). Содан кейін газ адиабаталы ұлғаяды (3,4 сызығы) және тұрақты көлемде суиды (4,1 сызығы). Соңында жанған қалдықтар атмосфераға шыға-



59-сурет

рылып тасталады да (0,1 сызығы), процесс жаңа ауа және жанармай порцияларын сору арқылы қайта басталады. Дизель циклында ең жоғары температура $T_{\max} = T_3$, ал төменгі температура $T_{\min} = T_1$. Осылар арқылы циклдың ПӘК-і анықталады. Газға жылу берілу, 2-ден 3-күйге ауысу кезінде, қоспа жанған кезде жүзеге асады. Осы кезде өндірілетін жылу мөлшері мына формуламен анықталады:

$$Q_1 = C_p (T_3 - T_2).$$

Суу процесі 4-күйден 1-күйге ауысу барысында іске асады және бұл кезде газдан

$$Q_2 = C_v (T_4 - T_1)$$

жылу алынады. Осыдан циклдың ПӘК-і былай анықталады:

$$\eta = 1 - Q_2/Q_1 = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_1}{T_2} \frac{(T_4/T_1) - 1}{(T_3/T_2) - 1}.$$

Адиабаталық сығылу (1,2) мен ұлғаю (3,4) үшін

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}}$$

және

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1},$$

ал изобаралық процесс (2,3) үшін $T_3 V_2 = T_3 V_3$, ал изохоралық

процесс үшін $V_4 = V_1$ екендіктерін ескерсек және $\frac{T_4}{T_1} = \rho^\gamma$, $\frac{T_3}{T_2} = \rho$

деп белгілесек Дизель циклының ПӘК-і мына түрде жазылады:

$$\eta = 1 - \frac{\rho^\gamma}{\gamma \epsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}, \quad (4.12)$$

мұндағы $\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$ – сығылу дәрежесі, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – адиабаталық көрсеткіш, ал ρ – алдын-ала ұлғаю дәрежесі. Сонымен Дизель циклының ПӘК-і сығылу дәрежесіне ғана емес, алдын-ала ұлғаю дәрежесіне де тәуелді.

Бұл суреттелген циклдар бойынша жұмыс істейтін төрт тақтылы қозғалтқыштар кең таралған. Автомобиль қозғалтқыштарында бір валда төрт немесе одан да көп цилиндр жұмыс жасайды. Бірінші цилиндрдің жұмыстық фазасына қарағанда, екінші цилиндрдің жұмыстық фазасы периодтың 1/4 үлесіне, үшіншінің жұмыстық фазасы 1/2 үлесіне, төртіншісінікі 3/4 үлеске ығыстырылып, вал қозғалысының біркелкі болу мүмкіндігі сақталған. Іштен жанатын қозғалтқыштардың ПӘК 30–40%-ке жетеді. Бұл идеал процестердегі ПӘК-тің шектік мәніне жуық деген сөз.

3. Практикада Карноның қайтымды циклын жүзеге асыру қиын. Бұл процесс баяу жүруі тиіс, бірақ ол техникалық тұрғыдан санағанда тиімсіз. Сонда нақты жылу машиналарындағы циклдар барлық жағдайда қайтымсыз, екіншіден тұйықталмайды, себебі олардағы жұмыстық заттар цикл аяқталысымен сыртқа шығарылып тасталады (60-сурет). Осындай тұйық емес циклдың бірі ауа-реактивті двигательде жүзеге асырылған (61-сурет). А диффузорға кірген ауа, оның тар мойынынан кең бөлікке өткендіктен жылдамдығы кемиді, ал керісінше оның қысымы P_1 -ден P_2 -дейін артады. Суретте бұл адиабаталық сығылу 1,2 сызығымен кескінделген. Осы кең бөлікке (камераға) жанармай беріледі және оған Q_1 жылу мөлшері берілуі арқылы Б жану камерасында қоспаның температурасы T_2 -ден T_3 -ге дейін, ал көлемі V_2 -ден V_3 -ке дейін артады. Соплодан (С) өтерде қоспа адиабаталы түрде одан әрі ұлғайып үдемелі жылдамдықпен сыртқа атқыланып отырады. Жанған қалдықтар аса үлкен жылдамдықпен қозғалғандықтан, ұшақты (самолетті) немесе ракетаны алға итеретін реактивті күш пайда болады.

Іс жүзінде бұл цикл тұйықталмайды, бірақ жұмыстық қоспа тұрақты P_1 қысымда (4,1 сызығы) қайта V_1 көлемге дейін сығылады деп есептеп, циклды тұйықтауға болады. Сонда циклдың ПӘК-і мына формуламен табылады:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

массасы m қоспа тұрақты қысымда жанатын және суитын болғандықтан

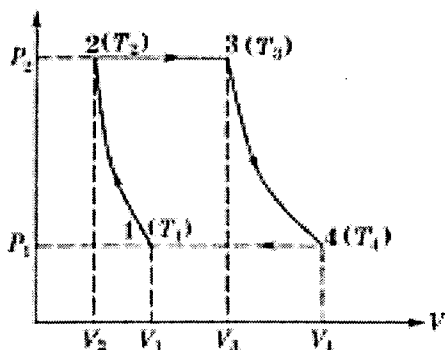
$$Q_1 = \frac{m}{\mu} C_p (T_3 - T_2),$$

ал

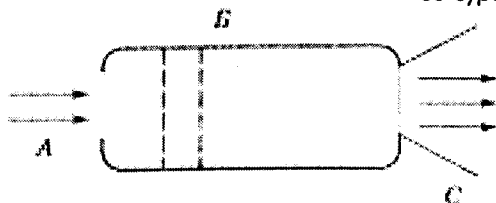
$$Q_2 = \frac{m}{\mu} C_p (T_4 - T_1),$$

Осыдан

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$



60-сурет



61-сурет

(1,2) және (3,4) қисықтарымен сипатталатын адиабаталық сығылу мен ұлғаю үшін Пуассон теңдеулері мынаны береді

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Осылардан $\frac{T_1}{T_4} = \frac{T_3}{T_2}$. Осы қатынастарды пайдалана отырып ауа реактивті қозғалтқыштардың ПӘК-ін мына формуламен анықтауға болады:

$$\eta = 1 - T_1/T_2.$$

Пуассон теңдеуі бойынша

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\lambda-1},$$

олай болса

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}.$$

Ауа реактивті қозғалтқыштардың сығылу сатысы аз болғандықтан, олардың ПӘК-і төмен болады.

§ 38. ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ИДЕАЛ ГАЗДЫҚ ЖӘНЕ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ШКАЛАЛАРЫ

Бұрын қарастырылған эмпирикалық температуралық шкалалар әр түрлі термометрлік денелер мен температуралық параметрлер үшін тағайындалған еді. Мысалы, жеңіл алынатын екі күйдің, атмосфералық қысымдағы мұздың және қайнаған судың температуралық параметрлерімен анықталғанды. Егер термометрлік дене үшін идеал газды алсақ, температуралық параметр ретінде, бір моль идеал газға арналған Клапейрон-Менделеев теңдеуіне ($PV_\mu = RT$) сәйкес, оның абсолют температураға тура пропорционал көлемі мен қысымының көбейтіндісін алуға болады. Эмпирикалық температураның анықтамасына сәйкес, PV -мен T -ның арасындағы сызықтық байланысты ескеріп, мынадай теңдеу жазуға болады

$$\tau = \frac{(PV)_\tau - (PV)_0}{(PV)_{100} - (PV)_0} \cdot 100,$$

немесе

$$(PV)_\tau = (PV) + \frac{(PV)_{100} - (PV)_0}{100} \cdot \tau =$$

$$(PV)_0 \cdot \left[1 + \left\{ \frac{(PV)_{100}}{100 \cdot (PV)_0} - \frac{1}{100} \right\} \cdot \tau \right].$$

Тәжірибелерден $\frac{(PV)_{100}}{(PV)_0} = 1,36608$ екені табылған. Осыны ес-

керсе, жоғарғы теңдеу мына түрде жазылады:

$$(PV)_\tau = (PV)_0 \cdot [1 + 0,0036608 \cdot \tau].$$

Идеал газ үшін бұл қатынастан P немесе V -ны тұрақты деп санап, көлем мен қысымның температуралық коэффициенттерін анықтауға болады. Бұл коэффициенттер бір-біріне тең, температураға тәуелсіз және олардың сан мәні $1/273,16$ -ға тең. Соңғы формуладан, идеал-газдық шкала бойынша $\tau = -273,16$ -ға теңелгенде, идеал газдың PV көбейтіндісі нөлге тең екендігі шығады. Бұл температураның абсолют нөлі, ал осы абсолют нөлден басталатын газдық шкала температураның идеал-газдық абсолюттік шкаласы деп аталады.

Карно теоремаларының негізінде температураның термодинамикалық шкаласын жасауға болады. Бұл шкала термометрлік денеге де, температуралық параметрге де тәуелсіз.

PV диаграммада изотермалар және оны қиятын адиабаталар жүйесі жүргізіген (62-сурет). Көрші изотермалар мен адиабаталардың арасындағы 1, 2, 3 фигуралар Карно циклы екендігі айқын. Осы циклды кез-келген жұмыстық дене үшін қайтымды жолмен жүзеге асырайық. Карно циклымен жұмыс істейтін, идеал жылу машинасының пайдалы әсер коэффициентінің өрнегінен, бірінші цикл үшін T_1 және T_2 температуралар ара-

лығында $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$ қатынасы орындалады. Циклдың қайтымды-

лығынан, T_2 , T_3 температу-

ралар аралығы үшін $\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{T_2}{T_3}$ ал T_3 , T_4 темпера-

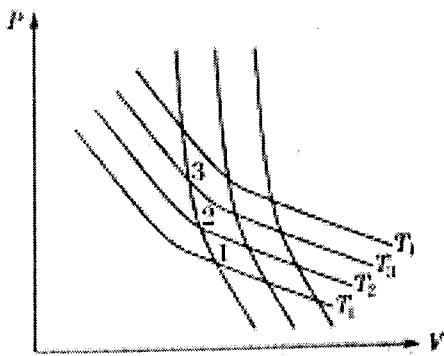
туралар интервалы үшін

$\frac{Q_3}{Q_4} = \frac{T_3}{T_4}$ қатынастары орын-

далады. Осылардан $T_1 : T_2 :$

$: T_3 \dots = Q_1 : Q_2 : Q_3 \dots$, сон-

дықтан,



62-сурет

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

қатынасы термодинамикалық шкала бойынша абсолют температураның анықтамасы болып табылады. Бұны анықтаған ағылшын ғалымы Кельвин, сондықтан ол көп жағдайда Кельвин шкаласы деп аталады.

Халықаралық бірліктер жүйесінде температураның негізгі бірлігі ретінде абсолюттік шкаламен саналған градус алынған. Оның аты Кельвин (К). Кельвин судың үштік нүктесінің термо-

динамикалдық температурасының $\frac{1}{273,16}$ бөлігі. Бұл анықтама пайдалы өсер коэффициенті жұмыстық денеге байланыссыз, Карноның қайтымды циклын қарастыру арқылы алынғандықтан, ешқандай заттың қасиетіне байланыссыз. Яғни, термодинамикалық шкала термометрлік денеге байланысты емес.

Осылай құрылған температуралық шкала идеал газдық шкаламен сәйкес, сондықтан температураның нөлі ретінде жылу мөлшері Q_2 нөлге тең болатын температура саналады. Осы кезде Карно циклының ПӘК-ті бірге тең, сондықтан бұл ең төмен температура. Термодинамикалық шкала мен идеал-газдық шкаланың нөлдері сәйкес, яғни – 273,16 °С-ға тең. Екінші заң бойынша жылу машинасының ПӘК-ті бірге тең болуы мүмкін, осыған сәйкес термодинамиканың екінші бастамасының тағы бір анықтамасын беруге болады. Абсолют нөлге шексіз жақындауға болғанымен, оған жету немесе оны алу мүмкін емес.

Газ молекулаларының бейберекет қозғалысы температураға пропорционал сондықтан, абсолют нөлде олардың қозғалысы тоқталуы тиіс. Бұл кезде бөлшектердің ішкі атомдық қозғалыстарының сақталатыны анық. Бірақ олар аса үлкен тәртіппен орналасады. Бұған энтропияның ең кіші мәні сәйкес келеді. Нернст, физико-химиялық байқауларға сүйене отырып, абсолют нөлде энтропия нөлге тең деген тұжырым жасады. Бұл тұжырым термодинамиканың үшінші заңы деп те аталады.

§ 39. ЭНТРОПИЯ

Карно циклымен жұмыс істейтін идеал жылу машинасының ПӘК-і мына өрнек арқылы анықталады:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Осыны Q_1 мен T_1 -ге жекелеп бөлу арқылы мына түрге келтіруге болады:

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad \text{осыдан} \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Соңғы қатынас келтірілген жылу мөлшері деп аталады. Карно циклымен изотермиялық ұлғаю және сығылу процестері жүзеге асырылғанда келтірілген жылу мөлшерлерінің қатынастары тең. Енді *1aпб1* тепе-тең циклды қарастырайық (63-сурет). Тура *1aп* және кері *пб1* ауысуларды бір-біріне жақын адиабаталарға бөліп әр кескіннің ортасынан изотермалар жүргізейік. Сонда 63-суреттегі цикл өте кіші Карно циклдарының жиынынан құралады. Әр цикл үшін келтірілген жылу мөлшерлерінің теңдігі орындалады. Яғни,

$$\frac{dQ_{a_1}}{T_{a_1}} = \frac{dQ_{\sigma_1}}{T_{\sigma_1}}; \quad \frac{dQ_{a_2}}{T_{a_2}} = \frac{dQ_{\sigma_2}}{T_{\sigma_2}}; \quad \frac{dQ_{a_3}}{T_{a_3}} = \frac{dQ_{\sigma_3}}{T_{\sigma_3}}; \dots$$

Бұдан Клаузиус, келтірілген жылу мөлшерлерінің қосындысы ауысу жолына байланысты емес деген қорытынды жасаған:

$$\sum_{i=1}^n \frac{dQ_{a_i}}{T_{a_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{dQ_{\sigma_i}}{T_{\sigma_i}}. \quad (4.13)$$

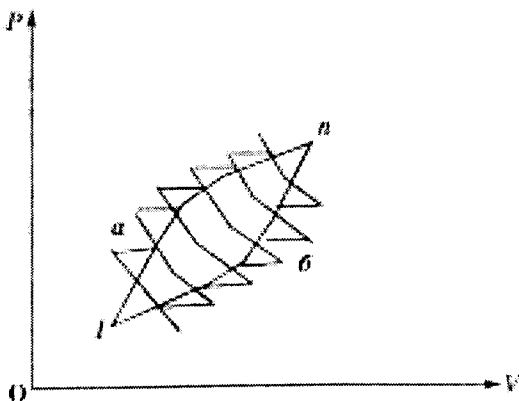
Қайтымсыз жылу машинасы үшін

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad \text{немесе} \quad \frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2};$$

Осыны (4.13) формуламен біріктіріп жазу арқылы мынадай теңдік (теңсіздік) алынады:

$$\frac{Q_1}{T_1} \leq \frac{Q_2}{T_2} \quad \text{немесе} \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0. \quad (4.14)$$

Егер қыздырғыштың берген жылуын он, суытқыштың алған жылуын теріс деп санасақ, жоғарыдағы (4.14) формула мына түрге келеді:



63-сурет

$$\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2} \leq 0,$$

немесе жалпы түрде

$$\sum_{i=1}^n \frac{dQ_i}{T_i} \leq 0. \quad (4.15)$$

Дене күйін үнемі өзгерту кезінде, оны температурасы үздіксіз өзгеріп отыратын, өзара жылу алмасатын, қыздырғыш пен суытқыштың тзбекті қатарынан тұрады деп санауға болады. Сонда осы қыздырғыштың немесе суытқыштың әрқайсысы жұмыстық денеге элементар dQ жылу береді немесе одан сонша жылу алады. Осыдан (4.15) қосынды мынандай интегралға айналады:

$$\int \frac{dQ}{T} \leq 0. \quad (4.16)$$

Бұл қатынас термодинамиканың екінші заңының жалпы өрнегі болып табылады және Клаузиус теңдігі (немесе теңсіздігі) деп аталады. Енді жоғарыдағы (63-сурет) қайтымды циклды қарастырайық. Бұл қайтымды цикл үшін (4.16) формула екі интегралдың қосындысы ретінде жазылады:

$$\int_{1a}^n \frac{dQ}{T} + \int_{n\sigma}^1 \frac{dQ}{T} = 0$$

немесе

$$\int_{1\sigma}^n \frac{dQ}{T} = - \int_{n\sigma}^1 \frac{dQ}{T} = \int_{1\sigma}^n \frac{dQ}{T};$$

Соңғы интегралдың 1-ші мен 2-ші күйлер аралығындағы қайтымды ауысу жолына байланыссыздығы, оны дене күйін сипаттайтын функция деп санауға болатындығын айқындайды. Клаузиус оны энтропия деп атаған және ол S – өрпімен белгіледі. Бұл грекше «энтропос» – бұрылу, қайта оралу деген мағынаны білдіреді. Анықтамадан қайтымды процесс кезіндегі энтропия өзгерісін былай өрнектеуге болатындығы көрінеді:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \Delta S. \quad (4.17)$$

Энтропияның өлшем бірлігі Дж/К. Дененің кез-келген күйі белгілі бір энтропия S мәнімен сипатталады, яғни, ішкі энергия сияқты энтропияда күй функциясы және толық дифференциал болып табылады. Формуладан дененің екі күйінің энтропия айырымын ғана есептеп табуға болатыны айқын байқалады. Ал энтропияның абсолют мәнін, кез-келген газ тәрізді емес дене энтропиясы абсолют нөлде ғана нөлге тең, деген Нернст теоремасын пайдаланып қана табуға болады.

Энтропияның физикалық мағынасы неде? Карноның идеал жылу машинасының ПӘК-інің формуласынан, неғұрлым қыздырғыштың температурасы жоғары болса, солғұрлым көп жұмыс жасалатыны айқын көрінеді. Егер, жылу қыздырғыштан жұмыстық денеге төменгі температурада берілсе, онда бұндай машинаның ПӘК төмендейді, бірақ қыздырғыштың температурасы (4.9) формуланың бөлімінде болғандықтан, энтропия өзгерісі артады. Осыдан энтропияның өсуіне ПӘК кемуі, яғни, жұмыс көзі ретінде қыздырғыштың бағасының кемуі сәйкес келеді. Сонда энтропия дене энергиясының құнсыздандудың өлшемі болып саналады, ал кейде ол дененің жылулық жұмыс істеу қабілетсіздігінің өлшемі деп те түсіндіріледі.

§ 40. ҚАЙТЫМСЫЗ ПРОЦЕСТЕРДЕГІ ЭНТРОПИЯ ӨЗГЕРІСТЕРІ

Жоғарыдағы 1анб1 циклының (63-сурет) 1ан бөлігі тепе-теңсіз процесс арқылы жүзеге асатын қайтымсыз, ал нб1 бөлігі тепе-тең процесс арқылы жүзеге асатын қайтымды болсын. Бұл цикл үшін Клаузиус теңдігі (теңсіздігі) былай жазылады:

$$\int_{1a}^n \frac{dQ}{T} + \int_{nb}^1 \frac{dQ}{T} < 0$$

немесе

$$\int_{1a}^n \frac{dQ}{T} < \int_{nb}^1 \frac{dQ}{T}.$$

Бұдан қайтымсыз жол арқылы алынған интеграл сол күйлер күйлер аралығындағы қайтымды жол арқылы алынған интегралдан барлық уақытта кем. Соңғы интеграл дененің 1-ші мен 2-ші күйлердегі энтропия өзгерісіне тең, яғни,

$$\int_1^n \frac{dQ}{T} < S_2 - S_1 = \Delta S.$$

Осыны қайтымды процесс кезіндегі энтропия өзгерісімен біріктірсе, циклдегі толық энтропия өзгерісі мына өрнекпен анықталады:

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (4.18)$$

Қайтымды цикл үшін

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = 0,$$

ал қайтымсыз цикл үшін

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \geq 0.$$

Клаузиус теңдігінен шығатын бұл маңызды қағида, тепе-тең қайтымды циклда дене жнтропиясы өзгермейтіндігін көрсетеді, яғни $S_1 = S_2$. Энтропияның өте аз өзгерісі үшін (4.18) формула мына түрде жазылады:

$$dS \geq \frac{dQ}{T}.$$

Қайтымды цикл үшін

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Осыған термодинамиканың 1-ші заңының өрнегін, яғни, $dQ = dU + PdV$ мәнін қойса мынадай теңдеу алынады:

$$dS = \frac{dU + PdV}{T}. \quad (4.19)$$

Бұл теңдеу термодинамиканың негізгі теңдеуі деп аталады. Мұнда екі заңды да сипаттайтын формулалар біріктірілген. Осы теңдеуді бір моль идеал газдың энтропия өзгерісін есептеуге пайдалануға болады. Ол үшін $dU = C_v dT$, ал $P = \frac{RT}{V}$ екендігін ескеріп (4.19) теңдеуді мына түрге келтіреді және оны интегралдау арқылы энтропия өзгерісі анықталады:

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$$

және

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C_v \ln T + R \ln V + \text{const}. \quad (4.20)$$

Егер идеал газдың бір молінің немесе m массасының температурасы мен көлемі $T_1 V_1$ -ден $T_2 V_2$ -ге дейін өзгерсе энтропия өзгерісі мына өрнектермен анықталады:

$$\Delta S = C_v \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

немесе

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4.21)$$

Процесс тұрақты көлемде ($V = \text{const}$) жүрсе энтропия өзгерісі мынаға тең

$$\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \text{немесе} \quad \Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1},$$

ал тұрақты температурада ($T = \text{const}$) жүрсе төмендегі формуламен анықталады:

$$\Delta S = R \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{және} \quad \Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Жүенің толық энтропиясының өзгерісі оны құрайтын денелердің энтропия өзгерістерінің алгебралық қосындысына тең, яғни:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \dots + \Delta S_n = \sum_{i=1}^n \Delta S_i. \quad (4.22)$$

§ 41. ЭНТРОПИЯНЫҢ КЕЙБІР ПРОЦЕСТЕРДЕГІ ӨЗГЕРІСІ ЖӘНЕ ОНЫ ТЕХНИКАДА ПАЙДАЛАНУ

1. Адиабаталық процесс үшін $dQ = 0$, сондықтан (4.18) формула бойынша $S_2 - S_1 \geq 0$, яғни, қайтымсыз адиабаталы процесс үшін $S_2 > S_1$ жүйе энтропиясы өседі. Оқшау жүйе үшін $dQ = 0$, себебі, жылу алмасатын басқа денелер жоқ, сондықтан оның энтропиясы тұрақты болады немесе артып отырады. Қайтымды адиабаталық процесте энтропия өзгермейді, сондықтан мұндай процесті изэнтропиялық, ал оның адиабата қисығы изэнтропа деп аталады.

2. Жылу алмасу процесінде жылу, температурасы жоғары T_1 денеден температурасы төмен T_2 денеге ауысады. Мұндай екі денеден тұратын жүйе энтропиясының өзгерісі былай анықталады:

$$dS_2 - dS_1 = dQ \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) = \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} dQ.$$

Мұнда $T_1 > T_2$ болғандықтан теңдеудің алымының мәні оң, сондықтан бұл процесте де энтропия өседі. Егер жылу суық денеден ыстық денеге ауысса энтропия кеміген болар еді. Нақты екі немесе одан көп денелерден тұратын оқшауланған жүйелерде энтропия тек қана өседі, демек, мұндай жүйеде, әртүрлі күйлер үшін энтропия шамалары белгілі болса, ондағы процестің жүру бағытын алдын ала біліп отыруға болады.

3. Идеал газдың бос кеңістікке ұлғаюы қайтымсыз процесс екені белгілі. Бұл кезде газдың энтропиясы өсуі керек, бірақ энтропия өзгерісі, дененің бастапқы және соңғы күйлерімен анықталатын болғандықтан, оны осы қарастырып отырған процеске пайдалануға болады. Нақты қайтымсыз процесті осы күйлер аралығында қайтымды процеспен алмастырған кезде (4.18) формуланы пайдаланады. Газдың V_1 көлемінен V_2 көлемге дейін нақты ұлғаю процесін идеал изотермиялық (осы көлемдер ара-

лығындағы шексіз баяу) тепе-тең ұлғаю процесімен ауыстырамыз. Процесс изотермиялық болғандықтан

$$S_2 - S_1 = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q_2 - Q_1}{T} = \frac{\Delta Q}{T},$$

ал газдың изотермиялық ұлғаю жұмысы мынаған тең:

$$\Delta Q = A = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Осыдан

$$S_2 - S_1 = \Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

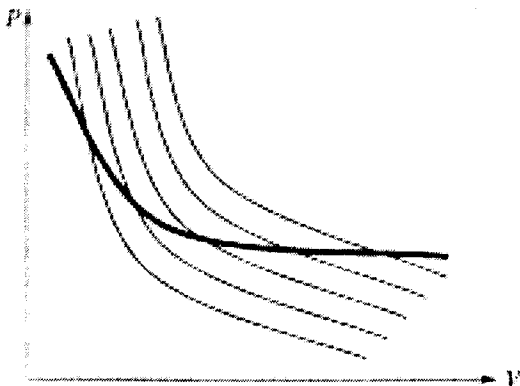
яғни, $V_2 > V_1$ үлкен болғандықтан энтропия нөлден артық.

Сонымен барлық зерттелген процестер үшін энтропия өседі. Яғни, табиғатта жүретін барлық нақты макропроцестерде энтропия өсіп отырады. Осының негізінде Клаузиус екінші заңның мынадай тұжырымдамасын берді: әлемнің энтропиясы максимумға ұмтылады.

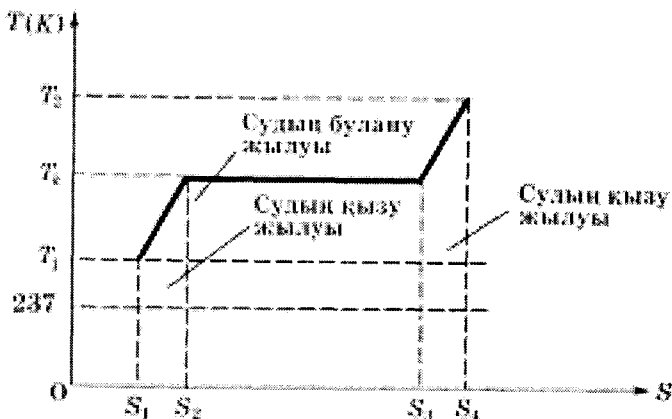
Жылулық қондырғылардың жұмысын есептеуде судың және будың энтропия өзгерістерін есептеудің маңызы зор. Суды қыздыру кезіндегі энтропияның өзгерісі мына формуламен анықталады:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = |dQ = c m dT| = \int \frac{c m dT}{T} = c m \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Қайтымды адиабаталық процесте энтропияны сипаттайтын қисық изэнтропа деп аталады. Мысалы, PV диаграммада идеал газ үшін адиабаталар – изэнтропалар сызып, олардың барлығын қиып өтетін бір изотерма жүргізейік (64-сурет). Газ изотермалы ұлғайғанда энтропия өседі. Бұның адиабатасы неғұрлым биіктеген сайын, ол, солғұрлым, энтропияның үлкен мәніне



64-сурет



65-сурет

сәйкес келеді. Олай болса, диаграммаға газдың екі күйіне сәйкес келетін нүктелер түсіру арқылы, осы екі күйдің энтропия айырымдары оңай табылады. Энтропия мәндері түсірілген осындай диаграмма энтропиялық карта деп аталады.

Энтропиялық диаграммаларды салудың екінші әдісі осы процестерді TS координаталарында кескіндеу. Бұл кезде адиабата температура өсіне параллель, ал изотерма энтропия өсіне параллель түзу сызықтармен кескінделеді (65-сурет). Мұндай дененің алған немесе берген жылулары процесс сызығы мен энтропия өсінің арасындағы фигураның ауданымен кескінделеді. Сондықтан, TS диаграмма қаралған процестердегі берілген немесе алынған жылу мөлшерлерін еш қиындықсыз анықтауға мүмкіндік береді.

§ 42. ЕРКІН ЭНЕРГИЯ ЖӘНЕ ЭНТАЛЬПИЯ

Қайтымды изотермиялық процесс үшін термодинамиканың негізгі теңдеуін (4.19) мына түрде жазуға болады:

$$TdS = dU + dA$$

немесе $T = \text{const}$ екенін ескерсек:

$$dA = -d(U - TS). \quad (4.23)$$

$U - TS$ – термодинамикалық жүйенің еркін энергиясы деп аталады және F әрпімен белгіленеді. Олай болса $dA = dF$, яғни, еркін энергияның өзгерісі жүйенің қайтымды изотермиялық процестегі жасаған жұмысына тең. Еркін энергия күй функциясы болып табылады, себебі, ол күй функциялары болып табылатын ішкі энергия, температура және энтропияларға ғана

тәуелді. (4.23) теңдіктен қайтымды изотермиялық процесс кезіндегі жұмыс ішкі энергиялардың айырмашылығымен емес, жүйенің екі күйіне сәйкес келетін еркін энергиялардың айырымымен анықталатындығы шығады.

Жоғарыдағы (4.23) өрнектегі TS – жүйенің байланыс энергиясы деп аталады және \mathcal{E} өрпімен белгіленеді, бұдан

$$U - \mathcal{E} = F \text{ немесе } U = F + \mathcal{E}.$$

Яғни, ішкі энергия еркін энергия мен байланыс энергияларының қосындыларынан құралды. Қайтымсыз изотермиялық процесте $TdS > dQ$ бұдан (4.23) теңдеуден мынадай теңсіздік алуға болады:

$$dA < -d(U - TS) \text{ немесе } dA < -dF.$$

Демек, қайтымсыз изотермиялық процесте жұмыс ішкі энергияның өзгерісінен кем. Сонда ішкі энергияны, тұрақты температура мен көлемдегі, жүйенің потенциалдық энергиясы деп санауға болады. Бұдан термодинамикалық жүйенің тепе-теңдік шарты ішкі энергияның минимумына сәйкес келеді. Егер, қайтымсыз процесте, жүйенің температурасы мен көлемі тұрақты болса, оның еркін энергиясы кемиді, ал қайтымды процестерде ішкі энергиясы өзгеріссіз қалады. Мұндай жүйеде сыртқы күш жұмыс жасамайды, себебі: $dV = 0$.

Термодинамикалық жүйеге dQ жылу берілген кезде, оның ішкі энергиясы dU -ға артады және ол ұлғая отырып dA жұмыс жасайды. Егер, ұлғаю изобарлы түрде жүрсе термодинамиканың бірінші заңы мына түрде жазылады:

$$dQ = dU + PdV = d(U + PV). \quad (4.24)$$

$U + PV$ өрнегі энтальпия деп аталады және H өрпімен белгіленеді, яғни:

$$H = U + PV. \quad (4.25)$$

(4.24) теңдеуді 1 күйден 2-ші күй аралығында интегралдау арқылы тепе-тең изобаралық процесте, энтальпия өзгерісі жүйеге берілген жылу мөлшеріне тең болатындығы анықталады:

$$\Delta Q = U_2 - U_1 + PV_2 - PV_1 = H_2 - H_1,$$

(4.25) теңдеуден тұрақты қысымда температура бойынша алынған туындыдан мынадай өрнек алынады:

$$C_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p = \left(\frac{dU}{dT} \right)_p + \left(\frac{dV}{dT} \right)_p,$$

яғни, тұрақты қысымдағы жылу сыйымдылық, изобаралық процестегі энтальпиядан температура бойынша алынған туындыға тең. Жоғарыдағы баяндалғандардан ішкі энергия изохора-

лық процесте қандай рөл атқарса, изобаралық процесте энтальпия сондай рөл атқаратындығы байқалады.

Егер қысым тұрақты болмаса, термодинамиканың бірінші заңы былай жазылады:

$$dQ = dU - PdV - VdP = dH - VdP.$$

Бұл кезде C_p мына формуламен сипатталады:

$$C_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p = \left(\frac{dH}{dP} \right)_T \frac{dP}{dT} - V \frac{dP}{dT} = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p + \left[\left(\frac{dH}{dP} \right)_T - V \right] \cdot \frac{dP}{dT}.$$

Энтальпия ішкі энергия сияқты, жүйенің күйін анықтайтын функция, яғни, күй функциясы.

§ 43. ЭНТРОПИЯ ЖӘНЕ ЫҚТИМАЛДЫҚ. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ ЕКІНШІ ЗАҢЫНЫҢ СТАТИСТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ФИЛОСОФИЯЛЫҚ МӘНІ

Термодинамикада зерттелінетін процестер статистикалық физикада да қарастырылады және бөлек нәтижелерге өкеледі. Мысалы, екінші заң бойынша мүмкін емес процестер, статистикалық физикада мүмкін емес болып табылмайды, жүзеге асу ықтималдығы өте аз болып саналады. Энтропия мен ықтималдықтың арасындағы байланысты Больцманның идеясына сүйеніп Планк мына түрде тұжырымдаған: энтропия күй ықтималдығының логарифміне тура пропорционал, яғни,

$$S = k \ln W + \text{const}, \quad (4,26)$$

мұндағы $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – Больцман тұрақтысы, ал W – термодинамикалық ықтималдық.

Термодинамикалық ықтималдық деп, қаралатын макро-күйді жүзеге асыратын, микрокүйлердің немесе микротаралулардың санын айтады. Мысалы, теориялық физикада N бөлшектің n күйлер бойынша микрожайғасулар саны, яғни, термодинамикалық ықтималдық, мына формуламен анықталады:

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_n!},$$

N_1 – бірінші күйдегі бөлшектер саны, N_2 – екінші күйдегі бөлшектер саны және тағы сол сияқты. Бұл формуланы екі бөліктен тұратын ыдыста, төрт бөлшекті екі бөлшектен, қанша әдіспен жайғастыруға болатынын анықтауға қолданайық:

$$W_1 = \frac{4!}{2!2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6.$$

Бұл кезде 6 макроқүй пайда болады. Егер осы төрт бөлшек ыдыстың әр бөлігінде 3 пен 1-ден және бірінде 4 пен 0-ден жайғасса біріншіде 4, екіншіде 1 макроқүй алынған болар еді, яғни,

$$W_2 = \frac{4!}{3!; 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1} = 4$$

және

$$W_3 = \frac{4!}{4!; 0!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 1.$$

Енді, дәл осы әдіспен, 6 – бөлшекті үш бөлігі бар ыдыста 2-ден, 3, 2, 1-ден, 3, 3, 0-ден, 4, 2, 0-ден, 5, 1, 0-ден, 6, 0, 0-ден жайғасуларда макроқүйлер санын есептейік. Мұнда

$$W_1 = 90, W_2 = 60, W_3 = 20, W_4 = 15, W_5 = 6, W_6 = 1$$

шамалар алынады. Алынған нәтижелерден, ең көп термодинамикалық ықтималдық бөлшектердің ыдыс бөліктерінде тепе-тең таралуында, ең көп әдіспен жүзеге асатындығы байқалады. Сондықтан, өз еркіне жіберілген жүйелер барлық жағдайда тепе-тең күйге ұмтылады.

Екінші заңның ең мазмұнды анықтамасын Больцман қорытындылады. Ол бұл заңның статистикалық мәнін ашып, оны I-ші заң сияқты, статистикалық физика әдістерін қолдануға болатын жүйелерге пайдалануға болатындығын дәлелдеді. Больцман II-ші заңды былай қорытындылады: «Жаратылыстағы барлық процестер күй ықтималдығы өсетін бағытта жүреді».

Планк-Больцман формуласын пайдаланып 300К және 301К температуралардағы денелердің энтропия өзгерісін есептеуге және бір денеден екіншісіне 10^{-7} Дж жылу ауысқан сәттегі денелердің осы күйлердегі болу ықтималдағының қатынасын табуға болады. Ол үшін, бастапқыда жылылау денеден суықтау денеге, содан соң суықтау денеден жылылау денеге осы 10^{-7} Дж жылудың ауысу ықтималдығы анықталады. Клаузиустың қорытындысы бойынша суық денеден ыстық денеге жылу берілуі мүмкін емес. Дененің 300К мен 301К температураларда табылу ықтималдықтарын сәйкес W_2 және W_1 өріптерімен белгілейік. (4.26) өрнектен

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{10^{-7}}{300} - \frac{10^{-7}}{301} = k \ln \frac{W_2}{W_1}$$

екендігі шығады, ал одан

$$\frac{W_2}{W_1} = e^{\Delta S/k} = e^{(10^{-11})/1,38 \cdot 10^{-23}} = 1000 \cdot 10^{10}.$$

Бұдан 10^{-7} Дж жылудың, температурасы 301К денеден температурасы 300К денеге өтудің әрбір $1000 \cdot 10^{10}$ мүмкіндігіне тем-

пературасы 300К денеден температурасы 301К сонша жылудың бір ғана өту мүмкіндігі бар екені көрінеді. Егер осындай есептеуді, мысалы, 10^{-18} Дж энергия ауысуына жүргізсек, алдыңғыдан мүлдем өзгеше нәтиже алынады. Бұл кезде ықтималдықтар қатынасы, $W_2/W_1 = 2,5$. Бұл, шамамен, барлық ауысудың үштен бірі Клаузиус қорытындысы бойынша рұқсат етілмеген бағытта жүретіндігін көрсетеді.

Сондықтан, мұндай аз жылу мөлшері үшін екінші заңды қолдануға болмайды. Мұндай 10^{-18} Дж энергияға 800–700К температураларда жеке молекулалар ғана ие бола алады. Демек, молекулалар мен аз ғана молекулалық топтарға статистикалық әдістерді қолдануға болмайды. Бұдан, бұрын қарастырылған броундық қозғалыстың да екінші заңмен қарама-қайшылықта екендігі байқалады. Себебі, броундық бөлшек энергияны өзін қоршаған, температурасы өзінің температурасынан жоғары емес ортаның молекулаларынан алады.

Осылардан, термодинамиканың екінші заңы статистикалық заң екендігі туралы қорытынды жасалады. Сондықтан, оқшау ортада, микроқұбылыстар үшін ғана емес, макроқұбылыстар үшін де энтропияның өсуіне емес, оның кемуіне де әкелетін, процестер жүруі мүмкін. Бірақ Күн жүйесінде мұндай процестердің жүру ықтималдығы өте аз. Мысалы, зерттелмеген жұлдыз аралық кеңістікте энтропияның кему процесінің жүру ықтималдығы өте жоғар екендігін, суық тумандықтардағы ыстық жұлдыздардың пайда болуы дәлелдейді.

Термодинамиканың екінші заңынан ауытқуларды оңай байқауға мүмкіндік беретін құбылыстар ретінде энергия, тығыздық және т.б. физикалық шамалардың флуктуацияларын айтуға болады. Флуктуациялар – белгілі бір көлемдегі молекулалар жүйесінде, тепе-теңдік қалыптан ауытқулардың үздіксіз пайда болып немесе жоғалып отыруы, өте аз уақытқа жылдам немесе шабан молекулалардың шоғырлануы (энергия флуктуациясы). Энергия және тығыздық флуктуациялары кіші көлемдерде үнемі орын алады, сондықтан жүйеде еш уақытта толық тепе-тең күй орнамайды.

Больцман әлемнің кейбір бөліктерінде сирек те болса, өте зор энергиялық флуктуациялар болатындығы жөнінде болжам айтты. Ол бұл жүйелерде, энтропияның өсуімен қабаттаса жүретін, кәдімгі процестерге қарама-қарсы процестер жүреді деп санады.

Бірақ әлемдегі процестер өте күрделі және оны, зор флуктуациялар жүрсе де, қарапайым процестер қатарына жатқызуға болмайды. Энтропия жүйенің ең ықтимал күйінде өте жоғары

мәнге жетеді, ал ең ықтимал күй термодинамикалық тепе-теңдік күйі. Бұл күйде механикалық жүйе ең кіші потенциалдық энергияға ие. Демек, энтропияның максимумы оқшау жүйенің тепе-теңдік күйге жуықтағандығының өлшемі деп қарауға болады. «Жылу» түсінігін статистикалық заңға бағынатын, өте зор көп молекулалардан тұратын денелерге қолданған дұрыс. Термодинамиканың бірінші заңын, энергияның сақталу және айналу заңымен сәйкестендіру дұрыс емес, себебі, соңғы кез-келген жерде, барлық процестерде, мейлі ол макрокопиялық денелерде жүрсін, жеке атом ядроларының ішінде жүрсін орындалады.

Термодинамиканың бірінші заңын микропроцестерге қолдануға болмайды, себебі, ол жылу мен жұмысты жеке-жеке қарастырады, ал жеке молекулалар үшін бұл ұғымдардың еш айырмасы жоқ. Жеке молекулалар үшін $dQ = dU + dA$ формуласының физикалық мағынасы жоқ, ал энергияның сақталу заңы молекулалардың соқтығысына және басқа да микроқұбылыстарға қолданылады. Сол сияқты кез-келген элементар өзара әсерлерге импульстың сақталу заңын, энергия мен масса байлаысын қолдана береді. Бұлардан, термодинамиканың бірінші заңы да екінші заң сияқты статистикалық сипатқа ие, сондықтан оларды жеке элементтер әсерлерге қолдануға болмайды деген қортынды шығады. Жердегі барлық макропроцестерде, сол процесс жүріп жатқан жүйенің энтропиясы өсіп отырады. Біз білетін дүниеде бұған кері процесс табылған емес.

Осыған сүйене отырып, Клаузиус екінші заңға мынандай анықтама берген: «өлемнің энтропиясы максимумға ұмтылады». Клаузиустың бұл қорытындысы өте маңызды жалғыз физикалық қана емес, философиялық та салдарларға, мағынаға ие. Мысалы, Клаузиустың бұл анықтамасы өлем «жылулық өлімге» душар болады деген қорытындыға әкеледі. Энергияның барлық түрі молекулалалық-кинетикалық энергияға айналады. Бұл энергия басқа энергия түріне тек ішінара және жылытқыш пен жылу қабылдағыш арасында температура айырымы болған кезде ғана жүзеге асады, ал жылу өткізгіштік әсерінен бұлардың температуралары теңелуге тырысады. Олай болса, бұл процесте басқа реал процестер сияқты энтропияның өсуімен қабаттаса жүреді, яғни, температуралық градиенттің төмендеуіне және энергияның шашырауына әкеледі. Бұл жағдай жылу алмасу процесінің кемуіне және жылу машиналарын жұмыс жасау мүмкіндігінен айырады, демек жоғарыда айтылған «жылулық өлімге» ұшырауға душар етеді.

Бірақ «жылулық өлім» жөніндегі қорытындының тиянақ-

сыздығы, бүкіл дүниені қамтитын жүйеге, екінші заңды қолданудан шығады. Бұл заңды ашық жүйелер үшін, барлық әсем кеңістігінде қолдануға болмайды. Себебі, жер шарында елеулі рөл атқармайтын кейбір процестер, мысалы, элементтердің бір-біріне айналуы жеке жұлдыздар эволюциясында ерекше маңызды болуы мүмкін. Жұлдыздағы және жұлдызаралық кеңістіктердегі процестердің қандай заңдылықтарымен жүретіні әлі толық игерілген жоқ, біз оларды әлі түсінбейміз. Бұлардан, біріншіден, физикалық заңдарға абсолюттік мән беруге болмайды, екіншіден, бұл заңдардың ақиқатқа азды-көпті жуықталған заңдар екендігін ұмытпаған жөн. Осы жағдайларды ескермеу, яғни, екінші заңды бүкіл әлемге және шексіз үлкен уақыт аралығында қолдану, дүниеде «жылулық өлім» орнайды деген тиянақсыз қорытындыларға әкеледі.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Массасы 0,8 кг сутек Карно циклін жасайды. Ең жоғарғы қысым $P_1 = 10^6$ Па, ең төменгі қысым $P_3 = 10^5$ Па. Ең кіші көлем $V_1 = 2$ м³, ең үлкен көлем $V_3 = 12$ м³. Изотермиялар мен адиабаталардың қиылысу нүктелріндегі күй параметрлерін анықтаңдар. Сутек екі атомды газ болғандықтан $i = 5$.

Б е р і л г е н і : Ш е ш у і :

$m = 8$ кг
 $P_1 = 10^6$ Па
 $V_1 = 2$ м³
 $V_3 = 12$ м³
 $P_3 = 10^5$ Па
 $i = 5$

Карно циклі екі изотерма және екі адиабатадан құралады.

12 қисығы газдың изотермиялық ұлғаю процесін сипаттайды. Олай болса 1-қиылысу нүктесі үшін Клапейрон Менделеев теңдеуі

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1. \quad (1)$$

$A_{ад} - ?$
 $A_{ыз} - ?$

Бұл теңдеуден газдың бастапқы T_1 температурасы табылады.

$$T_1 = \frac{P_1 V_1 \cdot \mu}{mR} = \frac{10^6 \cdot 2 \cdot 0,002}{0,8 \cdot 8,31} = 601\text{К},$$

мұнда $\mu = 0,002$ кг/моль – сутектің молярлық массасы 12 қисығы изотерма болғандықтан $T_1 = T_2 = 601\text{К}$. Осы тұжырым 34 қисығы (изотермалық сығылу) үшін де орындалады. 3

нүктесі үшін $P_3 V_3 = \frac{m}{\mu} R T_3$, мұнан $T_3 = \frac{P_3 V_3 \cdot \mu}{mR}$. (2)

$$(2) \text{ теңдеуден } T_3 = \frac{10^5 \cdot 12 \cdot 0,002}{0,8 \cdot 8,31} = 361\text{К. } 34 \text{ қисығы изотер-}$$

ма болғандықтан $T_3 = T_4 = 361\text{К.}$

2 қиылысу нүктесі үшін мына теңдеулерді жазуға болады

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (3) \text{ (Бойль-Мариотт заңы)}$$

$$P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma \quad (4) \text{ (Пуассон теңдеуі)}$$

(4) теңдеуді (3) теңдеуге болу арқылы 2-ші қиылысу нүктесіндегі көлем табылады.

$$\left(\frac{P_3 V_3^\gamma}{P_1 V_1} \right) = \frac{V_2^\gamma}{V_2}; \text{ немесе } V_2 = \left(\frac{P_3 V_3^\gamma}{P_1 V_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 3,262 \text{ м}^3.$$

Мұндағы $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – адиабаталық көрсеткіш. Сутек үшін C_p

$$= \frac{i+2}{2} R, \text{ ал } C_v = \frac{i}{2} R. \text{ Олай болса } \gamma = \frac{\frac{i+2}{2} R}{\frac{i}{2} R} = \frac{i+2}{i} = 1,4.$$

Енді (3) теңдеуден 2-ші қиылысу нүктесіндегі газдың қысымы P_2 табылады, себебі V_2 белгілі

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{10^6 \cdot 2}{3,262} = 6,13 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Соңғы 4 нүкте үшін де (3) және (4) теңдеулерге ұқсас екі теңдеу жазылады. Себебі, 34 қисығы изотерма, ал 41 қисығы адиабата

$$P_4 V_4 = P_3 V_3 \quad (5)$$

$$P_4 V_4^\gamma = P_1 V_1^\gamma \quad (6)$$

(6) теңдеуді (5) теңдеуге бөлу арқылы 4-ші қиылысу нүктесіндегі көлем табылады

$$\frac{P_1 V_1^\gamma}{P_3 V_3} = V_4^{\gamma-1} \text{ мұнда } V_4 = \left(\frac{P_1 V_1^\gamma}{P_3 V_3} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{10^6 \cdot 2^{1,4}}{10^5 \cdot 12} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 7,17 \text{ м}^3.$$

Бұл нәтиже (5) теңдеуден 4-ші нүктедегі P_4 қысымды анықтауға мүмкіндік береді.

$$P_4 = \frac{P_3 V_3}{V_4} = \frac{10^5 \cdot 12}{7,17} = 1,68 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

2. Идеал тоназытқыш камерадан 10^5 Дж жылу мөлшерін алып кету үшін сыртқы күштердің жасайтын жұмысы неге тең? Тоназытқыш камерадағы температура 263К , ал оны суытатын судың температурасы 285К .

Берілгені: | Шешуі:

$$Q = 10^5 \text{ Дж}$$

$$T_2 = 263\text{К}$$

$$T_1 = 285\text{К}$$

$$A' - ?$$

Суық денеден Q_2 жылу алуға жұмсалатын сыртқы күштің жұмысы $A' = -A$ неғұрлым аз болса солғұрлым тоңазытқыш машина үнемді. Термодинамиканың бірінші заңы бойынша

$$A = Q_1 - Q_2. \quad (1)$$

Карно циклінің пайдалы өсер коэффициенті

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \text{ немесе } Q_1 = \frac{A}{\eta}. \quad (2)$$

$$\text{Бірінші теңдеуден} \quad Q = A - Q_1. \quad (3)$$

(3) теңдеуге (2) теңдеудегі Q_1 -дің мәнін қойып тоңазытқыштан жылу алуға жұмсалған сыртқы күштің жұмысын анықтайтын формула алуға болады.

$$Q = -\frac{1-\eta}{\eta} A = \frac{1-\eta}{\eta} A' \quad \text{яғни,} \quad A' = \frac{\eta \cdot Q_2}{1-\eta}. \quad (4)$$

$$\text{Карно циклінің пайдалы өсер коэффициенті } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (5)$$

(5) формуланы (4) формулаға қою арқылы сыртқы күштің жасайтын жұмысы анықталады $A' = Q_2 \frac{T_1 - T_2}{T_2}$. (6)

$$\text{Сонда } A' = 10^5 \frac{285 - 263}{263} = 10^5 \frac{22}{263} = 8,35 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

3. Массасы 0,4 кг резина добы 5 м биіктен құлап 3 м биіктікке қайта көтерілген. Бөлмедегі температураны 22 °С деп алып, еден-доп жүйесінің энтропиясының өзгерісін анықтаңдар.

Берілгені: | Шешуі:

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$h_1 = 5 \text{ м}$$

$$h_2 = 3 \text{ м}$$

$$T = 295\text{К}$$

$$\Delta S - ?$$

Процесті изотермиялы деп санап жылуға айналған энергияны анықтаймыз. Ол доптың бастапқы потенциалдың энергиясынан E_{p_1} , соңғы потенциалдық энергиясын E_{p_2} алғанға тең

$$\Delta Q = \Delta E_p = E_{p_1} - E_{p_2}. \quad (1)$$

Энтропия мына формуламен анықталады

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}. \quad (2)$$

(1) мен (2) формулалардан біріктіріп шешу арқылы энтропия өзгерісі табылады, яғни

$$\Delta S = \frac{\Delta mg(h_1 - h_2)}{T}. \quad (3)$$

(3) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін қою арқылы энтропия өзгерісі анықталады.

$$\Delta S = \frac{0,4 \cdot 9,8(5-3)}{291} = \frac{7,84}{291} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/К.}$$

4. Массасы 0,056 кг азот көлемі $15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, температурасы 60°C бастапқы күйден көлемі $75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, температурасы 450°C соңғы күйге ауысқан. Осы кездегі оның энтропиясының өзгерісін анықтандар.

Б е р і л г е н і : | Ш е ш у і :

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$V_1 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 333 \text{ К}$$

$$T_2 = 450 \text{ К}$$

$$\Delta S = ?$$

Жалпы жағдайда газ бір күйден екінші күйге ауысу кезінде, энтропияның өзгерісі осы күйлердің параметрлерімен ғана анықталады, және ауысулар жүзеге асқан процестерге байланысты болмайды. Сондықтан, энтропия өзгерісін бірінші күйден екінші күйге қайтымды ауысу процесін қарастыру арқылы табуға болады. Яғни,

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

Термодинамиканың бірінші заңы бойынша $dQ = dU + dA$. (2)

Азотты идеал газ деп санасақ, оның ішкі энергиясының өзгерісі мына формуламен анықталады

$$dU = C_v dT = \frac{m \cdot i}{\mu \cdot 2} R dT \quad (3)$$

мұндағы i -еркіндік дәрежелер саны. Азот екі атомды газ, олай болса $i = 5$. Азоттың ұлғаю жұмысы

$$dA = P dV. \quad (4)$$

Идеал газ күйінің теңдеуінен азоттың қысымы мынаған тең

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \text{ немесе } P = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}. \quad (5)$$

Осыны (4) формуладағы қысымның орнына қою арқылы газдың ұлғаю жұмысы табылады

$$dA = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} \quad (6)$$

Осы табылған dU мен dA өрнектерін (3) және (6) термодинамиканың бірінші заңының теңдеуіне – (2) қойып мынаны аламыз.

$$dQ = \frac{m}{\mu} \left(\frac{i}{2} R dT + RT \frac{dV}{V} \right). \quad (7)$$

Олай болса, азоттың бірінші күйден екінші күйге ауысқан кездегі энтропиясының өзгерісі мынаған тең

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m}{\mu} R \left(\frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \right) = \frac{m}{\mu} R \left(\frac{i}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \quad (8)$$

(8) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін қойып есептеулер жүргізу арқылы энтропия өзгерісі табылады.

$$\Delta S = \frac{0,056 \cdot 8,31}{28 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{5}{2} \ln \frac{723}{333} + \ln \frac{75 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-3}} \right) = 59 \text{ Дж/К.}$$

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Термодинамиканың екінші заңының қандай анықтамалары бар?
2. Жылу машиналарының жұмыс істеу принципін түсіндіріңіз.
3. Карно циклі деген не және ол неге изотермиялық және адиабаталық процестерден тұрады.
4. Жылу машиналарының пайдалы әсер коэффициенті қалай анықталады?
5. Неге идеал жылу машинасының пайдалы әсер коэффициенті реал циклмен жұмыс істейтін машиналардың пайдалы әсер коэффициентінен артық?
6. Бірінші және екінші түрдегі мөңгі қозғалтқыштардың өзгешеліктері неде?
7. Карно теоремасының мазмұны неде, ол қалай дәлелденеді?
8. Келтірілген жылу мөлшрі деген не және ол Карно циклі үшін қандай шарттарды қанағаттандырады?
9. Энтропия деген не және ол қайтымды және қайтымсыз процестерде қалай өзгереді?
10. Идеал газдың энтропиясының өрнегі қалай жазылады?
11. Идеал газ бос кеңістікке ұлғайғанда оның энтропиясы өзгереді ме?
12. Энтропия функциясының дифференциалы қалай жазылады? Энергия күй функциясы ма?
13. Термодинамиканың екінші заңы энтропия арқылы қалай өрнектеледі?
14. Адиабаталық процестерде энтропия қалай өзгереді?
15. Абсолют температураның термодинамикалық шкаласы қалай жүзеге асырылады?

16. Жүйе термодинамикалық тепе-теңдікке ұмтылғанда энтропия өзгерісі қалай бағытталады?
17. Механикалық үйкеліс қабаттаса жүретін процестер неге қайтымсыз?
18. Неге жылу машиналарындағы пайдаланатын процестердің барлығы дерлік қайтымсыз.
19. Синергетика және информация деген не?
20. Синергетикалық информация және информациялық энтропия деген ұғымдар нені түсіндіреді.
21. Энтропия өнімі және оның минимум принципі. Пригожин теоремасы.
22. Информацияның максимум принципін түсіндіріңіз.
23. Термодинамиканың екінші заңының статистикалық және философиялық мәндері неде?
24. Термодинамиканың екінші заңы бүкіл әлемдік заң ба? Оның қолданылу шегі қандай?

**§ 44. НАҚТЫ ГАЗДАРДЫҢ ИДЕАЛ ГАЗ
ЗАҢДАРЫНАН АУЫТҚУЫ**

Табиғаттағы құбылыстарды зертеу барысында, ғалымдар тәжірибелік мәндерге сүйене отырып, осы құбылыстарды сипаттайтын физикалық шамалардың арасындағы мөлшерлік байланыстарды тағайындады. Бірақ көп жағдайда, бұл қатынастар, заңдар мен оған кіретін шамалардың мәндері белгілі бір шектерде табылғанда ғана дұрыс. Яғни, барлық заңдардың қолданылу шегі болады. Мысалы, идеал газ заңдары, газ күйінің негізгі теңдеуі және т.б. тағайындау кезінде, осы газдардағы молекулааралық күштер мен молекулалардың көлемдері ескерілмеген. Егер газдың қысымы жоғары болса, молекулаларының арасындағы қашықтық кемиді де, олардың арасындағы әсер күштері артады. Температурасы төмендесе молекулалардың жылулық қозғалысының энергиясы кемиді де, молекулааралық әсерлесу энергиясына жақындайды.

Сондықтан, нақты газдарда молекулалардың әсерлесу күштерін, олардың көлемдерін ескермей кетуге болмайды. Мысалы, әр түрлі қысымдағы және 273К температурадағы бір моль азот үшін Бойль-Мариотт заңының орындалмайтындығы төменде келтірілген кестеден анық байқалады.

8-кесте

$P \cdot 10^5 \text{ Па}$	$V \cdot 10^4 \text{ м}^3$	$PV \cdot 10^9 \text{ м}^3 \cdot \text{Па}$
1	224	224
100	2,4	240
300	0,85	255
500	0,625	322
700	0,532	372
900	0,482	435
1000	0,460	460

Бұнда газ қысымын 1000 атмосфераға көтергенде Бойль-Мариотт заңынан ауытқу 2-еседен асатыны көрінеді. Мұндай

ауытқулар, молекулалардың ара қашықтығы, олардың сызықтық өлшемімен шамалас болған кезде де байқалады. Мысалы, азот молекуласының көлемі

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = 4 \cdot 10^{-28} \text{ м}^3.$$

Ал бір моль газда $6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль молекула бар екендігін ескерсек, олардың көлемі $V = 10^{-4} \text{ м}^3$ екендігі шығады. Яғни, бір моль газдың көлемін 10^{-4} м^3 мөнге әкелсе, олардың идеалдықтан ауытқуы үлкен мөндерге жетеді және осы газ үшін бұрынғы тағайындалған заңдар орындалмайды.

§ 45. МОЛЕКУЛАЛАРДЫҢ ӨЗАРА ӨСЕРЛЕСУІ

Молекулалар, оң заряды бар ядро мен теріс зарядталған электрондардан тұратын, атомдардан құралады. Олай болса, молекула аралық күштердің негізі электрлік күштер, сондықтан, ең қарапайым сутегі атомын электрлік диполь деп санауға болады. Ол белгілі бір қашықтықта орналасқан, оң зарядты протон мен теріс зарядталған электроннан тұрады. Олардың арасындағы өсерлесу күші, нүктелік әр текті зарядтардың өсерлеуіне ұқсас және ара қашықтықтарының квадратына кері пропорционал екендігі тағайындалған.

Дипольдың электр өрісінің кернеулігі E , оның иінінің кубына кері пропорционал өзгертіндігі белгілі. Көп атомды молекулалар квадруполь деп аталатын күрделі электрлік жүйелер құрайды және олардағы кернеулік дипольға қарағанда, қашықтыққа байланысты тезірек өзгереді. Егер молекулаларды $10^{-9} + 10^{-10}$ м қашықтыққа жақындатса, олардың арасында электрлік тебу күштері де электрлік тартылыс күштері де байқалады.

Механикада ауырлық күші мен энергияның таңбасын белгілегеніміз сияқты, молекулалардың да арасындағы тартылыс күші және соған сәйкес энергия теріс, ал тебу күші және соған сәйкес энергия оң деп саналады. Осыдан, f_1 , f_2 тартылыс және тебу күштерінің r қашықтыққа тәуелділігі мына формулалармен сипатталады:

$$f_1 = -\frac{A_1}{r_1^{x_1}} \quad \text{және} \quad f_2 = \frac{A_2}{r_2^{x_2}}, \quad (5.1)$$

мұндағы A_1 , A_2 – тұрақты шамалар, мысалы, нүктелік зарядтар үшін Кулон заңына сәйкес $A_1 = A_2 = q_1 \cdot q_2$, ал $x = x_1 = x_2 = 2$. Осыдан тартылыс күші үшін

$$f_1 = -\frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2},$$

ал тебу күші үшін

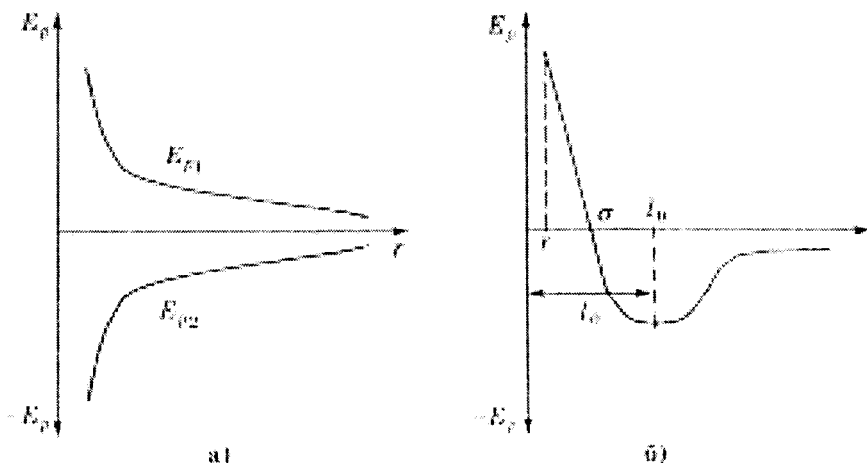
$$f_2 = \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2^2}.$$

Осы күштерге сәйкес келетін потенциалдық энергиялар мына формулалармен өрнектеледі:

$$E_{p_1} = -\frac{A_1'}{r_1^{x-1}} \quad \text{және} \quad E_{p_2} = \frac{A_2''}{r_2^{x-1}}. \quad (5.2)$$

Молекула аралық тебу күштері тартылыс күштеріне қарағанда қашықтыққа байланысты жылдамырақ өзгереді, себебі: $r_1 > r_2$. Осыдан, қашықтыққа байланысты, бір-біріне жақындап келе жатқан молекулалардың тебу күшіне сәйкес оң потенциалдық энергиясы, олардың тартылыс күшіне сәйкес келетін потенциалдық энергиясына қарағанда тезірек өзгереді (66, а-сурет). Екі молекуладан тұратын жүйенің толық потенциалдық энергиясы, олардың оң E_{p_1} теріс потенциалдық энергиясының қосындыларынан құралады, яғни, $E_p = E_{p_1} + E_{p_2}$ (66, б-сурет). Молекулалардың центрінің қашықтығы r_0 -ге теңелген кезде олардың арасындағы f_2 тебу және f_1 тартылыс күштері теңеседі. Бұл кезде жүйенің толық энергиясы E_p ең төменгі мәнге ие болады.

Молекулалар одан әрі жақындаған сайын тебу күші өте тез өседі де, қисық оң тебу күшіне ауысып тік жоғары көтеріледі, яғни, молекулалардың жақындасқанға дейінгі кинетикалық энергиялары түгелдей оң потенциалдық энергияларға ауысады. Осы кездегі молекулалардың центрлерінің σ ара қашықтығы олардың әсерлеу диаметрі деп аталады. Ол $2r$ -ден үлкен, себебі,



66-сурет

молекулалар бір-бірімен шарлар сияқты серпімді соқтығыспайды, бастапқы кинетикалық энергияларына сәйкес, бір-біріне жақындап келіп қайта тебіледі және олардың потенциалдық энергиясы қайтадан кинетикалық энергияға айналады. Демек, нақты газдардың молекулалары бір-бірімен бастапқы кинетикалық энергияларына сәйкес қашықтықта әсерлеседі және олар қатты денелер сияқты тікелей, бетпе-бет соқтығыспайды.

§ 45. ВАН-ДЕР-ВААЛЬС ТЕҢДЕУІ

Реал газдың қасиетін сипаттайтын теңдеу табудың бірден-бір жолы идеал газ күйінің негізгі теңдеуіне, молекулалардың көлемін және олардың арасындағы әсерлесу күшін есепке алатын, түзетулер енгізу.

Голландия физигі Ван-дер-Ваальстың реал газдың осы айтылған моделін пайдалануы, оған идеал газ күйін Клайперон теңдеуіне қарағанда дәлірек сипаттайтын теңдеу алуға мүмкіндік берді. Клайперон теңдеуінде газы бар ыдыстың көлемі V -деп белгіленген. Жоғары қысымдағы тығыздалған газдарда, молекулалар өзара жиі соқтығысулар нәтижесінде, тебу күштерінің әсерінен, ыдыс көлемінде түгелдей қозғала алмайды. Бұны есепке алу үшін ыдыс көлемінен, оның молекулалар жолай алмайтын бөлігін, яғни, молекулалар жайғасқан орындарды алып тастау керек. Көлемнің бұл бөлігі b әрпімен белгіленеді, сонда газ күйінің бір моль газға арналған теңдеуі былай жазылады:

$$P(V_\mu - b) = RT.$$

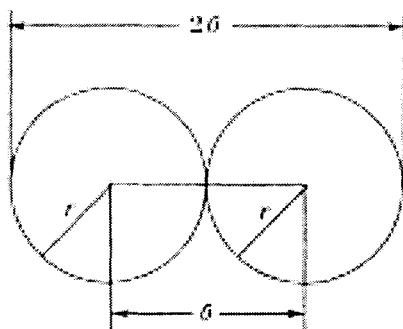
Бұл жерде b молекулалардың көлемін есепке алатын түзеткіш. Оны молекулалардың эффективті көлемі деп атайды немесе ол жүйенің рұқсат етілмеген көлемі. Ал $(V_\mu - b)$ – айырымы, молекулалар қозғала алатын, еркін көлем болып табылады.

Реал газдарда b түзетуді есепке алатын тебу күштерінен басқа, молекула аралық тартылыс күштері болатыны белгілі. Бұл күштер газдың ішіне қарай бағытталған, молекулалық деп аталатын қосымша қысым тудырады. Сонда реал газ сыртқы P және молекулааралық P_i қысымдардың әсерінде болады, яғни газ $P + P_i$ қысымда болады. Осы қосымша қысымды және жоғарыдағы молекулалардың өз көлемін, b түзетуді ескерсек, бір моль нақты газдың күйін сипаттайтын теңдеу мына түрде жазылады:

$$(P + P_i)(V - b) = RT. \quad (5.3)$$

Енді осы түзетулердің (b және P_i) мөлшерлі түрдегі мәндерін

анықтайық. Ван-дер-Ваальс молекулалардың көлемін есепке алатын түзетудің қарапайым механикалық көзқарастағы түсініктемесін ұсынды. Ол молекулаларды диаметрі σ сфералық құрылымдар ретінде қарастырды. Мысалы, соқтығысқан екі молекуланың центрі бір-біріне тек σ қашықтыққа жақындай алады деп саналса, олардың



67-сурет

эффektivті көлемі $\frac{4}{3} \pi \sigma^3$ (67-сурет), ал бір молекулаға тиісті эффektivті көлем мынаған теңеледі:

$$\frac{4}{3} \pi \sigma^3 / 2 = \frac{2}{3} \pi \sigma^3.$$

Молекуланы сфера деп есептесек, оның көлемі мынаған тең:

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{немесе} \quad V_0 = \frac{4}{3} \pi \frac{\sigma^3}{8}$$

мұнда $r = \sigma/2$ екендігі ескерілген.

Осыдан молекуланың эффektivті көлемі, оның өз көлемінен 4 есе артық екендігі шығады, яғни,

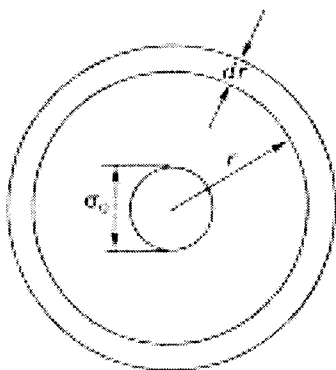
$$\frac{2}{3} \pi \sigma^3 : \frac{4}{3} \pi \frac{\sigma^3}{8} = 4.$$

Сонда бір моль газдағы молекулалардың эффektivті көлемі мына формуламен анықталады:

$$b = \frac{2}{3} \pi \sigma^3 N_A = 4_0 \cdot N_A.$$

Бұдан, газ қанша сығылса да, оның молекуласы өз көлемінен 4 есе үлкен орын алады деген қорытынды жасалады.

Енді молекулалы-кинетикалық көзқарастарды пайдаланып, қосымша қысымға байланысты енгізілетін түзеткіштің мәнін анықтайық. Молекулалардың өзара соқтығысулары оларды ара қашықтықтары $\sigma \leq \sigma_0$ болған кезде тоқталады. Сондықтан, молекулалық қысымды анықтау үшін бөлшектердің $r \geq \sigma_0$ кездегі өзара әсерлері қосылуы тиіс. Оны табу үшін бір молекула алып, оны қоршаған радиусы r , қалыңдығы dr шар қабаты қарастырылады (68-сурет). Концентрациясы n ортада, белгіленген молекуланың, осы шар қабатындағы кез-келген басқа молекуламен әсерлесу энергиясы $\varphi(r)$ шамаға тең деп алынсын. Сонда бір молекулаға келетін энергия оның жартысына тең, яғни, $\frac{\varphi(r)}{2}$.



68-сурет

Көлемі $4\pi r^2 dr$ шар қабатындағы барлық бөлшектің саны $4\pi r^2 n$. Олай болса, белгіленген молекуланың, осы бөлінген шар қабатындағы молекулаларға сәйкес потенциалдық энергиясы, мына көбейтіндімен анықталады:

$$dE_p = \frac{\varphi(r)}{2} n \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Осыдан интеграл алу арқылы бір молекуланың, осы шар қабатындағы басқа молекулалармен өзара әсерінің потенциалдық энергиясының,

$r > \sigma_0$, $\varphi(r) < 0$ шарттарына сәйкес, теріс құраушысы анықталады:

$$E_{p_1} = -2\pi n \int_{\sigma_0}^{\infty} \varphi(r) \cdot r^2 \cdot dr.$$

Бұл теңдеу, бір мольге есептелген тартылыс күшінің потенциалдық энергиясы $E_p = E_{p_1} \cdot N_A$ және $n = N_A/V_\mu$ екендігі ескеріліп, мына түрге келтіріледі:

$$E_{p_1} = -\frac{2\pi N_A^2}{V_\mu} \int_{\sigma_0}^{\infty} \varphi(r) \cdot r^2 \cdot dr,$$

мұнда $2\pi N_A^2 \int_{\sigma_0}^{\infty} \varphi(r) \cdot r^2 \cdot dr = a$ деп белгілесек, жоғарғы теңдеуді мынадай түрге келеді:

$$E_p = -a/V_\mu.$$

Заттың қасиетіне байланысты енгізілген a тұрақты молекулалардың өзара әсерінің потенциалдық энергиясы арқылы есептеледі және ол Ван-дер-Ваальстің күштік тұрақтысы деп аталады.

Потенциалдық энергияның теріс құраушысының себебінен пайда болатын, молекулааралық қысым P_p , осы энергиядан көлем бойынша алынған туындымен анықталады:

$$P_i = -\frac{dE_p}{dV_\mu} = \frac{a}{V_\mu^2}. \quad (5.4)$$

Минус таңбасы молекулааралық қысымының газ ішіне бағытталатынын көрсетеді. Осы қысымның абсолют мәнін (5.3) формулаға қою арқылы бір моль нақты газдың күйін сипаттайтын Ван-дер Ваальс теңдеуі алынады:

$$\left(P + \frac{a}{V_{\mu}^2}\right)(V_{\mu} - b) = RT. \quad (5.5)$$

Кез-келген газ массасына арналған Ван-дер Ваальс теңдеуі мына өрнектерді пайдаланып анықтауға болады:

$$V = \frac{m}{\mu} V_{\mu} \text{ немесе } V_{\mu} = \frac{\mu V}{m}.$$

Осыларды (5.5) формулаға қойып оны мына түрде ықшамдайды:

$$\left(P + \frac{m}{\mu^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT. \quad (5.6)$$

Бұл кез-келген массалы нақты газдың күйін сипаттайтын Ван-дер-Ваальс теңдеуі. Ескерте кетейік, бұл жуықталған теңдеу, себебі, a және b түзетулерін енгізгенде, тек екі молекуланың әсерлесуі ғана ескерілді, ал тығыз газдарда үш, төрт және одан да көп молекулалардың әсерлесулері болатыны сөзсіз. Екіншіден, молекулалардың эффективті диаметрі σ температураға байланысты өзгереді. Бұл жағдай есепке алынған жоқ, яғни, $b = \text{const}$ деп саналды.

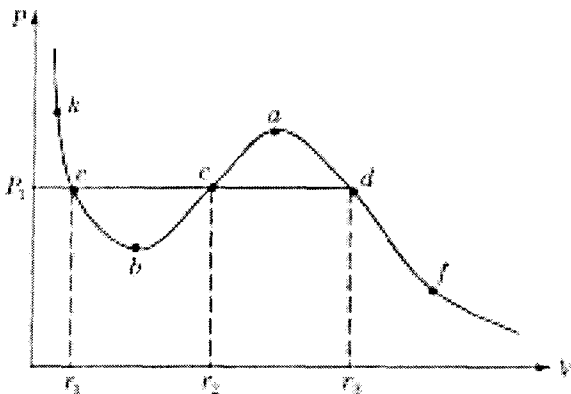
Сондықтан, келтірілген жуықтаулардың есебінен, Ван-дер-Ваальс теңдеуі идеал газ күйінің негізгі теңдеуімен салыстырғанда реал газдардың қасиетін дәлірек сипаттағанымен, мөлшерлік есептеулер жүргізуге қолайсыз. Дегенмен, бұл теңдеудің көмегімен, заттардың кризистік күйін және оның газ тәрізді күйден сұйыққа ауысу заңдылықтарын сипаттау біршама жеңіл, ыңғайлы. Сондықтан, Ван-дер-Ваальс теңдеуінің молекулалық физикадағы алатын орны жоғары.

Теңдеуден b түзеткіші көлем бірлігімен өлшенетіні анық көрінеді. Ал a күштік тұрақтының, $\frac{a}{V^2}$ — шаманың қысыммен өлшенетіндігіне сәйкес, Халықаралық бірлік жүйесіндегі өлшем бірлігі H/m^4 . Бұл екі түзеткіште заттардың кризистік параметрлері арқылы анықталады.

§ 47. ВАН-ДЕР-ВААЛЬС ИЗОТЕРМАСЫ МЕН ТӘЖІРИБЕЛІК ИЗОТЕРМАЛАРДЫ САЛЫСТЫРУ

Бір моль газға арналған Ван-дер-Ваальс теңдеуін қарапайым түрлендірулерден кейін мынадай түрге келтіруге болады:

$$P V_{\mu}^3 - (Pb + RT) V_{\mu}^2 + a V_{\mu} - ab = 0.$$



69-сурет

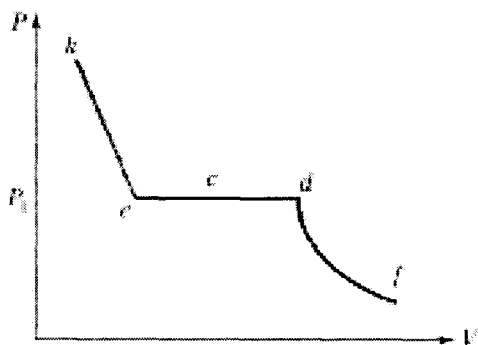
Теңдеудің екі жағында P -ға бөлу оны мына түрде жазуға мүмкіндік береді:

$$V_{\mu}^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right) V_{\mu}^2 + \frac{a}{P} V_{\mu} - \frac{ab}{P} = 0 \quad (5.7)$$

теңдеу көлемге байланысты үш дәрежелі болғандықтан оның үш шешімі болады. Бұл берілген температура T мен P қысымда көлемнің немесе тығыздықтың үш мәні болады деген сөз. Осы үш дәрежелі теңдеудің үш түбірі де шын немесе екі түбірі жалған, бір түбірі шын болуы мүмкін. Олардың физикалық мағынасын түсіну үшін, Ван-дер-Ваальс теңдеуінің изотермасын, яғни, тұрақты температурадағы көлем мен қысымның арасындағы тәуелділікті, тәжірибе арқылы алынған реал газдың изотермаларымен салыстыру керек.

Гиперболамен кескінделетін идеал газдың изотермаларынан бөлек, (5.6) теңдеуге сәйкес тұрғызылған изотермалар Ван-дер-Ваальс изотермалары деп аталады (69-сурет). Үш дәрежелі теңдеудің кескіні болып табылатын бұл қисықтың максимумы және минимумы болады. Мысалы, қысымның P_1 мәніне, молярлық көлемнің үш – V_1 , V_2 , V_3 мәндері сәйкес келеді. Егер көлемнің ең кіші V_1 мәні сұйық күйге, ал ең үлкен V_3 мәні газ күйге сәйкес келеді деп санасақ, заттың V_2 көлемге сәйкес үшінші күйінің мағынасын анықтауға тиіспіз.

Ван-дер-Ваальс изотермасы мен тәжірибелік изотерманың арасында маңызды айырмашылық бар. Мысалы, Ван-дер-Ваальс изотермасының максимумы және минимумы бар өршектері болады. Ал тәжірибелік изотермада (70-сурет) ондай өршектер жоқ, ол ecd тұтас сызығымен кескінделеді. Бұл өзгешелікті түсіндіру қиын емес. Біріншіден, осы екі изотерма-



70-сурет

ның да ke , df бөліктері бірдей. Екіншіден, олар сұйық және газ тәрізді күйлерді сипаттайды. Сонымен, Ван-дер-Ваальс теңдеуінен заттың екі фазасы болатыны шығады. Олай болса, Ван-дер-Ваальс изотермасында c нүктесімен кескінделген, заттың үшінші фазасы неге тәжірибелік изотермада алынбайды?

69-суреттен, bca қисығына сәйкес келетін күйдің бола алмайтындығы жеңіл дәлелденеді. Өйткені, бұл бөлікте көлемнің өсуіне сәйкес қысым кемімейді, керісінше ұлғаяды. Мұндай құбылыс, яғни, қысымның артуына байланысты, заттың көлемінің өсуі, яғни, заттың тығыздығының кемуі табиғатта кездеспейді. Сондықтан, осындай таңданарлық қасиетке ие заттардың күйі өте құбылмалы, орнықсыз болады.

Енді кездейсоқ себептерден, осындай заттардың белгілі бөлігінде, қысым аздап артсын. Бұл өз тарапынан көлемнің өсуін қамтамасыз етеді, ал оның артуы қысымды одан сайын өсіреді т.с.с. Сөйтіп зат a нүктесі сипаттайтын күйге келеді. Осы сияқты қысымның кездейсоқ кемуі, заттың өздігінен b нүктесі сипаттайтын күйге өтуін қамтамасыз етеді. Бұл айтылғандар Ван-дер-Ваальс теңдеуі бойынша мүмкін bca қисығымен сипатталатын күйдің тәжірибеден байқалмауы онша айтарлықтай құбылыс еместігін дәлелдейді. Ал eb және ad бөліктеріне сәйкес келетін күйлердің орнықсыздығы, жоғарыда сипатталған bca бөлігіне сәйкес күйдің болмауынан, ecd бөлігіне сәйкес келетін күйден біршама жоғары.

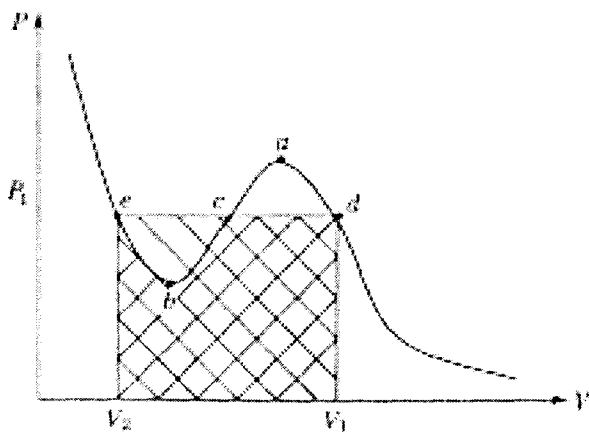
Дегенмен, осы eb және ad қисықтарына сәйкес күйлерді, белгілі жағдайларда, жүзеге асыруға болады. Осы ad бөлігінің нүктелеріне сәйкес келетін заттар газ тәрізді күйде болады және fd бөлігінің жалғасы болып табылады. Бұл күйлердің қайсысында болмасын газ немесе бу қысымы сол температурадағы қаныққан бу серпімділігінен жоғары. Мұндай құбылыс жабық

ыдыстағы су буы бар ауаны тез суыту кезінде байқалады. Бұл кезде, жабық ыдыстағы су буының қысымы қаныққан бу қысымынан жоғары болғанымен, ол конденсацияланбай біраз уақыт сақталады. Су буының осы аса қаныққан күйі *da* қисығының нүктелеріне сәйкес келеді де, біраз уақыттан соң бу конденсациялана бастайды, сөйтіп аса қаныққан бу, бұрынғыдан төмен температурадағы қаныққан буға айналады.

Заттың *eb* бөлігіне сәйкес күйі сұйық күйге жатады және ол *ke* бөлігінің жалғасы екені суретте көрініп тұр. Осы *ed* бөлігіне сәйкес келетін сұйық күйді аса қызған сұйық деп атайды. Бұл жерде де, жоғарыдағы сияқты, егер сұйық таза болса, оның ішінде қайнау нүктелері пайда болатын шарттар орын алмаса, ол қайнау температурасында емес, одан өтіп барып қайнайды. Ондай сұйықтарды аса қызған сұйық деп атаған және ол *eb* қисығына сәйкес келеді.

Осыдан *eb* және *ad* бөліктеріне сәйкес күйлер тұрақты емес, *acb* күйлерінен өзгеше, сондықтан, метастабильді деп аталады. Осының есебінен күй теңдеуіндегі V_2 түбіріне сәйкес келетін күй байқалмайды. Берілген изотерманың белгілі температурасында, қысымның тұрақты бір мәнінде, атап айтқанда қаныққан бу қысымында V_2 түбірге орнықты күй сәйкес келеді. Бұл күй бу мен сұйықтың тепе-теңдікте болатын екі фазалық күйі. Осы кездегі, берілген температурадағы сұйық және онымен тепе-теңдіктегі қаныққан бу қысымын анықтау мүмкін емес, бірақ мұны термодинамикалық заңдылықтарды пайдаланып табуға болады.

Максвеллдің көрсеткеніндей, *e* күйден *d* күйге ауысу бір фазалы (71-сурет) *ebcda* қисығы бойымен жүрсе де немесе екі фазалы *ed* қисығы арқылы өтсе де, жасалатын жұмыс бірдей бола-



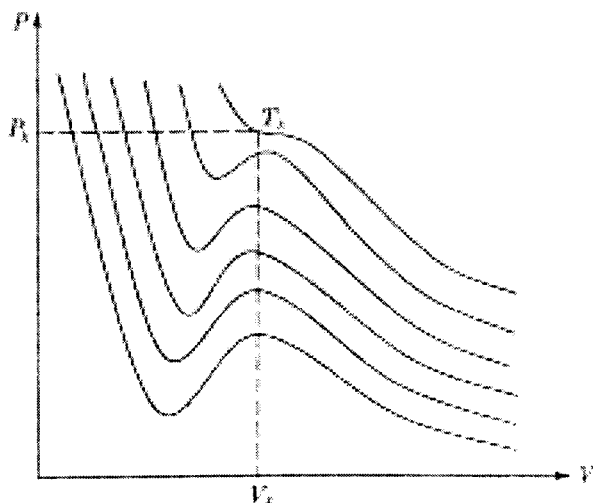
71-сурет

ды. PV – диаграммада жұмыстың (71-сурет), оның сәйкес бөліктерінің ауданымен өлшенетіні белгілі. Олай болса $ebcfdV_1V_2e$ сызықтарымен қоршалған аудан, edV_1V_2e сызықтарымен қоршалған ауданға тең, яғни, ed сызығы өршектерді теңдей екі бөлікке бөледі.

Ван-дер-Ваальс теңдеуі затты екі күйде бола алатынын сипаттап қана қоймайды, сонымен қатар бұл теңдеуден заттардың кризистік температуралары мен кризистік күйлері болатындығы туралы мәліметтер туындайды. Ал бұл фактінің физика ғылымындағы маңызы өте зор.

§ 48. ЗАТТАРДЫҢ КРИЗИСТІК КҮЙІ

Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі V мен P -ның әр түрлі T температуралардағы тәуелділігін PV – диаграммада кескіндейік. Бұл кездегі әрбір қисық белгілі бір T_i температураға сәйкес келетін жеке-жеке изотермаларды сипаттайды (72-сурет). Графиктен жоғары температураларда бұл қисық Бойль-Мариотт заңына сәйкес изотермалар болатындығы көрініп тұр. Бұдан P қысымның әрбір мәніне, Клайперон-Менделеев теңдеуінен шығатындай, көлемнің бір мәні сәйкес келеді. Егер температураны төмендетсе берсек, мысалы, көмірқышқыл газы үшін $31,4^\circ\text{C}$ температурада, изотермада иілу нүктесі пайда болады. Бұл нүктеден кейінгі изотермаларда максимумдар мен минимумдардың ажырауы басталады. Осы K нүктесіне сәйкес көлем $V = 1,27$ г/моль, қысым $P = 73$ атм.



72-сурет

Көмір қышқыл газы үшін осы нүктеде, Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі көлемнің үш түбірінің айырмашылығы жойылады. Сонда белгілі бір T_k температурада көлемнің үш мәні бірігеді және заттардың үш фазасының айырмашылықтары болмайды. Бұл кризистік температура, ал оған сәйкес қысым мен көлем кризистік қысым және кризистік көлем деп аталады. T_k , P_k және V_k мәндерін анықтау онша қиын емес. Шындығында, $T = T_k$ және $P = P_k$ мәндерге сәйкес жазылған (5.7) теңдеу, үш дәрежелі теңдеу, яғни кубтық теңдеу болуы тиіс:

$$V^3 - \left(b + \frac{RT_k}{P_k}\right) V^2 + \frac{a}{P_k} V - \frac{ab}{P_k} = 0. \quad (5.8)$$

Екіншіден, кризистік нүктеде

$$(V - V_k)^3 = 0, \quad \text{яғни,} \quad V^3 - 3V_k V^2 + 3V_k^2 V - V_k^3 = 0.$$

Осы теңдеу мен (5.8) теңдеуді теңестіру мына теңдікті береді:

$$V^3 - \left(b + \frac{RT_k}{P_k}\right) V^2 + \frac{a}{P_k} V - \frac{ab}{P_k} = V^3 - 3V_k V^2 + 3V_k^2 V - V_k^3. \quad (5.9)$$

(5.9) теңдеудің екі жағындағы бірдей дәрежелі көлемдердің коэффициенттері тең болған кезде, теңдік жүзеге асады. Олай болса,

$$3V_k = b + \frac{RT_k}{P_k}, \quad 3V_k^2 = \frac{a}{P_k}, \quad V_k^3 = \frac{ab}{P_k}.$$

Бұл теңдеулер жүйесін шешу, а және b түзеткіштері арқылы өрнектелген кризистік параметрлерді анықтауға мүмкіндік береді

$$V_k = 3b, \quad P_k = \frac{a}{27b^2}, \quad T_k = \frac{8a}{27bR}. \quad (5.10)$$

Бұл нәтижелерді Ван-дер-Ваальс теңдеуін математикалық түрде талдау арқылы да алуға болады. Ол үшін (5.5) теңдеуді мына түрде жазылады:

$$P = \frac{RT}{V_\mu - b} - \frac{a}{V_\mu}.$$

Мұнан Ван-дер-Ваальс теңдеуінің максимумы мен минимумы, қысымның көлем бойынша алынған бірінші ретті туындысы нөлге тең, яғни, $\frac{dP}{dV} = 0$ шартынан табылады. (5.10) теңдеуді дифференциалдау және оның туындысын нөлге теңестіру мынаны береді:

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{RT}{(V_\mu - b)^2} + \frac{2a}{V_\mu^3} = \frac{2a}{(V_\mu - b)^2} \cdot \left[\frac{(V_\mu - b)^2}{V_\mu^3} - \frac{RT}{2a} \right],$$

Бұдан $\frac{dP}{dV} = 0$ шарты мына кезде орындалуы тиіс екендігі түсінікті, яғни:

$$\frac{(V_{\mu} - b)^2}{V_{\mu}^3} = \frac{RT}{2a}. \quad (5.11)$$

Үш дәрежелі теңдеуден, кез-келген температурада барлық изотермаларға, оның максимумы мен минимумы арқылы өтетін, көлемнің үш мәні сәйкес келеді. Оның біреуі изотермадағы минимумға, екіншісі максимумға сәйкес келетінін, Ван-дер-Ваальс изотермасын талдаған кезде айтып өткенбіз. Ал, көлемнің үшінші мәнінің, $V_{\mu} - b$ көлем бөлігінде жатқандықтан, физикалық мағынасы болмайды. Бұрынырақ, $T = T_k$ кезінде изотерманың максимумы мен минимумы бірігіп кететіні айтылған еді. Сондықтан, осы иілу нүктесінде қысымның көлем бойынша алынған екінші ретті туындысы нөлге теңеледі.

$$\frac{d^2P}{dV_{\mu}^2} = \frac{2RT}{(V_{\mu} - b)^2} - \frac{6a}{V_{\mu}^4}. \quad (5.12)$$

Бұл жерде $\frac{d^2P}{dV_{\mu}^2} = 0$ нүктелерінде (5.11) шарт орындалады.

Ал (5.12) теңдеуге (5.11) теңдеуден температураның мәнін тауып қойғанда, ол мына түрге келеді:

$$\frac{d^2P}{dV_{\mu}^2} = \frac{2a(3b - V_{\mu})}{V_{\mu}^4(V_{\mu} - b)}. \quad (5.13)$$

Бұдан $V_{\mu} = 3b = V_k$ болғанда ғана $d^2P/dV_{\mu}^2 = 0$ екендігі шығады, егер $V_{\mu} = 3b$ мәнін (5.12) теңдеуге қойса, иілу нүктесіндегі T үшін мына мән алынады;

$$T = \frac{8a}{27Rb} = T_k. \quad (5.14)$$

Осы кризистік температура мен кризистік көлем мәндеріне Ван-дер-Ваальс изотермасының иілу нүктесі сәйкес келеді. Бұл кезде

$$\frac{dP}{dV_{\mu}} = 0 \quad \text{және} \quad \frac{d^2P}{dV_{\mu}^2} = 0.$$

Ал кризистік күйдегі P_k қысым кризистік температура мен көлемнің мәндерін Ван-дер-Ваальс теңдеуіне тікелей қою арқылы анықталады:

$$P_k = \frac{a}{27b^2}. \quad (5.15)$$

Кризистік нүктеде заттың сығылғыштығы шексіздікке тең болады. Шындығында сығылғыштық коэффициенті

$$\chi = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP},$$

ал кризистік нүктеде $\frac{dP}{dV} = 0$, олай болса $\frac{dV}{dP} = \infty$, яғни $\chi = \infty$.

Ван-дер-Ваальс теңдеуі газ тығыздығының қысым мен температураға тәуелділігін және сұйық пен газдың бір-біріне ауысуын дұрыс түсіндіргенімен, тәжірибелерде бұл теңдеуден ауытқулар байқалады. Мысалы, Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі a және b тұрақтылары, шын мәнінде, температураға байланысты өзгереді. Аргонмен жасалған тәжірибелерден температура 122 °С-ға өзгергенде a түзеткіші 1,35 есеге жуық, ал b мәні 1,49 еседей кемитіндіктері анықталған. Бұдан, тәжірибеден алынған изотермалармен Ван-дер-Ваальс теңдеуі арқылы есептелген изотермалар арасында біршама айырмашылық болатындығы білінеді (71-сурет). Екінші бір маңызды нәтиже теңдеудегі шамалардың арасындағы тәуелсіздіктен шығады. Яғни, теңдеуден кризистік шамалардың арасында универсал қатынас болатындығы және одан алынған шама газдың табиғатына байланысты болмайтындығы туындайды:

$$\frac{RT_k}{P_k V_k} = 8/3 = 2,67. \quad (5.16)$$

Тәжірибелер бұл қатынастың көп заттар үшін бір мәнге ие екендігін бірақ ол 2,67 емес, 3,7-ге жуықтығын көрсетті. Тағы бір айта кететін ерекшелік, Ван-дер-Ваальс теңдеуінен табылған $V_k = 3b$ мәні, тәжірибелерден $2b$ -ға шамалас екендігі анықталған. Осы айтылғандардан, Ван-дер-Ваальс теңдеуінің басқа кемшіліктерін есептемегеннің өзінде, жуықталған теңдеу екендігі шығады.

Қазіргі кезде нақты газдың күйін қатарға жіктелген мынандай жалпы теңдеумен өрнектейді:

$$PV = RT + \frac{B}{V} + \frac{C}{V^2} + \dots \quad (5.17)$$

Бұл қысымға арналған өрнекті $1/V$ дәрежелерге сәйкес, тығыздыққа байланысты жіктеу болып шығады. Тәжірибелер арқылы анықталуы тиіс. $B, C \dots$ тұрақтылары вириалды (өзгермелі) коэффициенттер деп аталады және температураға тәуелді болады. Егер (5.17) теңдеуіндегі алдыңғы екі мүшемен шектелсек, онда ол $B = bRT - a$ және $m/V \ll 1$ кезінде, ол Ван-дер-Ваальс теңдеуіне айналады.

Реал газдар үшін, заттың табиғатына тәуелсіз, универсал теңдеу жазуға болады. Бұл кезде газдың күйін сипаттайтын параметрлер, сәйкес кризистік параметрлермен бірдей біркелкі теңдеулермен өрнектелетін қатынаста болуы тиіс. Басқаша айтқанда кез-келген осындай қатынастардағы газдар бірмәнді теңдеулермен өрнектеледі:

$$\frac{T}{T_k} = \theta, \quad \frac{P}{P_k} = \pi, \quad \frac{V}{V} = \tau. \quad (5.18)$$

Бұл өлшемсіз θ , π , τ шамалары келтірілген параметрлер деп аталады. Ван-дер-Ваальс теңдеуіне (5.5) кризистік шамалар арқылы анықталған a және b мәндерін қою арқылы келтірілген параметрлермен жазылған мынандай теңдеу алынады:

$$\left(\pi + \frac{3}{\tau} \right) \left(\tau - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} \theta. \quad (5.19)$$

Келтірілген күй теңдеуі деп аталатын осы өрнекте жеке заттарды сипаттайтын тұрақтылар жоқ, сондықтан ол барлық газ үшін дұрыс универсал теңдеу болып табылады. Егер заттардың екі келтірілген параметрлері бірдей болса, олардың үшінші параметрлері де бірдей болады. Бұл заң күйлердің сәйкестік заңы деп аталады. Ван-дер-Ваальс теңдеуіне қарағанда дәлдігі жоғары болғанымен, бұл да жуықталған теңдеу. Күйлердің сәйкестік заңы арқылы, егер кризистік параметрлері белгілі болса, әртүрлі газдардың изотермаларын есептеп табуға болады.

§ 49. РЕАЛ ГАЗДАРДЫҢ ІШКІ ЭНЕРГИЯСЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ БОС КЕҢІСТІККЕ ҰЛҒАЮЫ

Идеал газдың ішкі энергиясы оны құрайтын молекулалардың ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстарының кинетикалық энергияларынан құралады, себебі, идеал газ молекулаларының өзара әсерлесуі ескерілмейді. Ал реал газдардың ішкі энергиясын анықтау барысында бұл шарт орындалмайды. Олай болса, бұл кезде реал газды құрайтын молекулалардың өзара әсерінің потенциалдық энергиясы есепке алынуы тиіс. Бұл энергияның шамасы молекулааралық Ван-дер-Ваальс күштеріне тығыз байланысты:

$$U = U(T) + E_p(V), \quad (5.20)$$

$U(T) = C_V dT$ – нақты газдың ішкі энергиясының температураға байланысты құраушысы, $E_p(V)$ – ішкі энергияның потенциалдық құраушысы.

Молекулааралық өзара әсердің, потенциалдық оң және теріс

екі құраушысы болғандықтан, $E_p(V)$ – энергияның да екі құраушысы бар деп санауға болады. Потенциалдық энергияның оң құраушысы тек молекулалар соқтығысулары кезінде ғана байқалатындықтан, ол молекулалардың эффективті көлемінің b функциясы болып табылады. Ван-дер-Ваальс теңдеуімен сипатталатын газдарда $b = \text{const}$, олай болса бұл жерде энергия өзгерісі жоқ, яғни, энергияның оң құраушысын есепке алмауға болады. Реал газдың потенциалдық энергиясының теріс құраушысы Ван-дер-Ваальстің күштік α тұрақтысы арқылы былай анықталады:

$$E_p = \int P_i dV, \quad (5.21)$$

мұнда $P_i = \frac{a}{V_\mu^2}$ – бір моль газ үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуіне кіретін қосымша молекулалық ішкі қысым. Осыны (5.21) формулаға қою арқылы, оны мына түрге келтіруге болады:

$$E_p = \int \frac{a dV_\mu}{V_\mu^2} = -\frac{a}{V} + \text{const}. \quad (5.22)$$

Интегралдау тұрақтысы шексіз үлкен көлемдегі қосымша энергияға тең. Сондықтан аса сиретілген газда бұл шаманы нөлге тең деп санауға болады. Осы $U(T) = C_v dT$ және E_p мәндерін (5.20) формулаға қою арқылы, реал газдың бір молінің ішкі энергиясын анықтайтын өрнек алынады:

$$U = C_v dT - \frac{a}{V}. \quad (5.23)$$

Енді газдың бос кеңістікте (вакуумде) ұлғаю құбылысын қарастырайық. Қалқан арқылы екі бөлікке бөлінген ыдысты көз алдымызға елестетейік, оның бір бөлігінде газ, екінші бөлігі вакуум болсын. Қалқанды алып тастасақ газ ыдыстың бос бөлігіне қарай, молекула аралық ілінісу күштерін жеңе отырып ұмтылады. Бұл жерде газ, сыртқы күштерге қарсы жұмыс жасамағандықтан және онда жылу алмасу жоқ болғандықтан, оның ұлғаюға дейінгі және одан кейінгі ішкі энергиялары тең болуы тиіс, яғни энергияның сақталу заңы орындалуы керек:

$$C_v T_1 - \frac{a}{V_1} = C_v - \frac{a}{V_2}.$$

Бірақ молекулалар өзара ілінісу күштерін жеңе отырып ұлғайғандықтан газдың ішкі энергиясы, яғни, температурасы өзгереді:

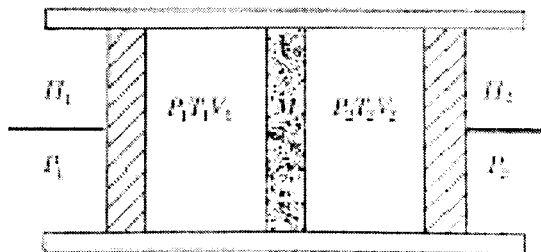
$$T = T_2 - T_1 = \frac{a}{C_v} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right), \quad (5.24)$$

T_1, V_1 – газдың ұлғаюға дейінгі, ал T_2, V_2 оның ұлғаюдан кейінгі температуралары мен көлемдері. Қойылған шарт бойынша $V_2 \gg V_1$, олай болса жақша ішіндегі шаманың таңбасы теріс, ал соған сәйкес ΔT -ның таңбасы да теріс. Бұдан газ бос кеңістікке адиабаталы түрде ұлғайғанда оның суыйтындығы, яғни, температурасының төмендейтіндігі көрінеді. Бұл жағдай, Ван-дер-Ваальс газындағы макроскопиялық құбылыстарда тек қана өзара тартылыс энергиясы (потенциалдық энергия теріс) болуымен түсіндіріледі. Мұндай газдың ұлғаюы (молекула аралық қашықтықтың өсуі) кезіндегі бөлшектердің ілінісу күштеріне қарсы жасалатын жұмыс газдың ішкі энергиясының кинетикалық құраушысының кемюі есебінен жүреді. Идеал газда $a = 0$, сондықтан $\Delta T = 0$.

§ 50. ДЖОУЛЬ-ТОМСОН ҚҰБЫЛЫСЫ

Ағылшын ғалымдары Джоуль және Томсон мынадай тәжірибе жүргізген. Адиабаталық қабатпен оралған түтік мақтадан жасалған тығын M арқылы бөлінген (73-сурет). Қондырғының негізгі бөліктері адиабаталық қабырғасы бар түтік, мақтадан жасалған тығын M және осы тығынның екі жағында орналасқан жылжымалы екі Π_1 және Π_2 поршендер. Түтіктің сол жағындағы газ күйінің параметрлері P_1, V_1, T_1 , ал оң жағындағы – P_2, V_2, T_2 болсын. Тығынның сол жағындағы P_1 қысым, оның оң жағындағы P_2 қысымнан жоғары, яғни $P_1 > P_2$. Газ Π_1 поршенге әсер ететін тұрақты сыртқы P_1 қысымының әсерінен тығын арқылы қысымы P_2 өзгермейтін оң жағына ауыссын. Бұл кезде газ мақтадағы саңылаулар арқылы өтіп Π_2 поршенге қарсы әсер ететін P_2 сыртқы қысымға қарсы жұмыс жасайды.

Техникада газдың тар саңылаудан, тесіктен өту құбылысын, яғни, тығынның немесе қалқанның гидродинамикалық кедергісінің әсерінен қысымның төмендеуін дросселдену деп айтады. Егер түтіктегі тығынның екі жағына термометрлер орна-



73-сурет

тылса, Джоуль-Томсон тәжірибелеріндегі газдың температура өзгерісінің таңбасын анықтауға болады. Тәжірибелерден көп газдың бөлме температурасында суыйтындығы, ал гелий мен сутектің температуралары жоғарылайтыны байқалған. Осы құбылыстың болу себептерін зерттейік.

Бір моль газды тығын арқылы ыдыстың бірінші бөлігінен, екінші бөлігіне ауыстыру үшін $A_1 = P_1 V_1$ жұмыс жасалады. Тығыннан өткен соң газдың P_2 қысымдағы көлемі V_2 орын алады. Бұл кезде ол ұлғая отырып $A_2 = P_2 V_2$ жұмыс жасайды. Процестің адиабаталығын ескерсек энергияның сақталу заңы орындалуы тиіс:

$$U_1 + P_1 V_1 = U_2 + P_2 V_2, \quad (5.25)$$

мұндағы U_1, U_2 – газдың ұлғаюға дейінгі және одан кейінгі ішкі энергияларды. Осы өрнектен ішкі энергияның өзгерісі мына түрде анықталады:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = P_1 V_1 - P_2 V_2. \quad (5.26)$$

Джоуль-Томсон тәжірибесінде бос кеңістікке ұлғайғанда қайсыбір газдардың температурасы өсіп қайсыбірінікі төмендеген. Осының себебін білу үшін екі шекті идеал жағдай қарастырылады:

1. Молекулалардың эффективті көлемі бар деп саналған, бірақ олар бір-бірімен әсерлеспейді деп есептелген. Бұл кезде Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі $\frac{a}{V^2} = 0$. Олай болса нақты газдар үшін күй теңдеуі мына түрде жазылады:

$$P(V - b) = RT \quad \text{немесе} \quad PV = RT + Pb. \quad (5.27)$$

Осыдан ұлғаюға дейінгі және кейінгі күйлер үшін

$$P_1 V_1 = RT_1 - P_1 b \quad \text{және} \quad P_2 V_2 = RT_2 - P_2 b$$

екендігі табылады. Бұларды (5.26) формулаға қойып есептеулер газдың ішкі энергиясының өзгерісін анықтауға мүмкіндік береді:

$$\Delta U = R(T_2 - T_1) - b(P_1 - P_2). \quad (5.28)$$

Джоуль-Томсон тәжірибелерінде температура өзгерісі оншалықты көп болмағандықтан, (5.28) теңдеудегі олардың айырмашылығы нөл деп саналады. Бірақ $P_1 > P_2$ болғандықтан ΔU оншама, бұл газдың ішкі энергиясы өседі деген сөз. Қаралып отырған жағдайда молекулалардың өзара әсері жоқ болғандықтан, нақты газдың потенциалдық энергиясы нөлге тең. Сонда газдың температурасы өседі және оның молекулаларының кинетикалық энергиясы жоғарылайды. Бұдан молекулалардың көлемі, олардың арасындағы әсер күштеріне қарағанда үлкен

рөл арқаратын болса, дросселдену кезінде газдың температура-сы өседі деген қорытынды жасалады.

2. Бұл кезде газ молекулаларының арасындағы өзара әсер-лесу күштері есепке алынады да, молекулалардың эффективті көлемі ескерілмейді. Сонда, Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі $b = 0$, яғни, (5.5) өрнек мына түрде жазылады:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)V = RT.$$

Бастапқы күй үшін

$$P_1 V_1 = RT_1 - \frac{a}{V_1},$$

ал ұлғайғаннан кейінгі күй үшін

$$P_2 V_2 = RT_2 - \frac{a}{V_2}.$$

Бұларды (5.26) өрнекке қою арқылы тағы да газдың ішкі энергиясының өзгерісі анықталады:

$$\Delta U = R(T_2 - T_1) + a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right). \quad (5.29)$$

Бұл жерде тағы да $T_2 - T_1$ айырымын өте кіші деп санау-дан, ΔU мәнінің теріс болатыны көрінеді, себебі, шарт бойынша $V_2 \gg V_1$ болғандықтан (5.29) өрнектің оң жағындағы екінші мүшесінің таңбасы теріс. Бұдан, газдың ішкі энергиясының төмендеп, оның суитыны білінеді. Формуланың оң жағындағы бірінші мүшенің таңбасының оң болуы, тәжірибе нәтижесінің мөлшерлік мәнін өзгерткенімен, сапалық түрде өзгеріс енгіз-бейді.

Демек, газ молекулаларының көлеміне қарағанда, олардың арасындағы өзара әсерлесу күштері үлкен рөл атқарса, Джоуль-Томсон тәжірибесінде, газдың ұлғаюы температураның төмендеуімен қабаттаса жүреді. Газдың бос кеңістікке ұлғаюы кезіндегі температураның төмендеуін ($\Delta T < 0$) Джоуль-Томсон-ның оң эффектісі, ал температураның жоғарылауын ($\Delta T > 0$) Джоуль-Томсонның теріс эффектісі деп атаған.

3. Енді жалпы жағдайды қарастырайық. Бұл кезде газ моле-кулаларының көлемі де, олардың өзара әсерлесуі де ескеріледі. Сонда, Ван-дер-Ваальс теңдеуінен бастапқы күйдегі P_1 қысым мына өрнектен анықталады:

$$P_1 = RT_1 \frac{1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1^2}. \quad (5.30)$$

Бұл теңдеудің екі жағында V_1 -ге көбейтіп және оң жағындағы бірінші мүшенің алымына b -ны қосу және алу арқылы мынадай теңдеу алуға болады:

$$P_1 V_1 = RT_1 \frac{V_1 - b + b}{V_1 - b} - \frac{1}{V_1} = RT_1 + RT_1 \frac{1}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1}. \quad (5.31)$$

Ал осы бірінші күйдегі газдың ішкі энергиясы мына формуламен анықталады:

$$U_1 = C_{V1} T_1 - \frac{a}{V_1}.$$

Бос кеңістікке ұлғайғандықтан, екінші күйдегі газ идеал деп саналады, сондықтан, ол Клапейрон-Менделеев теңдеулерімен сипатталады:

$$P_2 V_2 = RT_2 \text{ және } U_2 = C_V T_2.$$

Осыларды қою арқылы (5.25) теңдеуді мынадай түрге келтіруге болады:

$$C_V T_1 + RT_1 + RT_1 \frac{b}{V_1 - b} = C_V T_2 + RT_2.$$

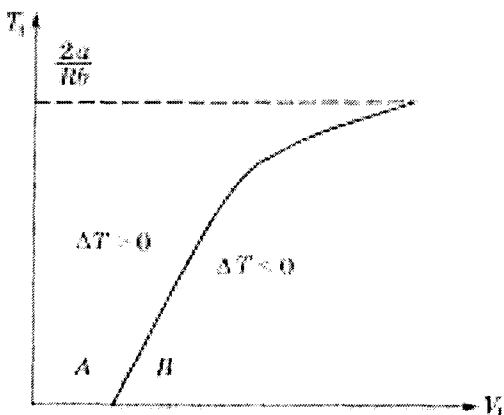
Майер формуласын $C_V + R = C_P$ пайдаланып және кішігірім түрлендірулерден соң жоғарғы өрнектен температура өзгерісін анықтауға мүмкіндік беретін формула алынады:

$$C_P T_1 + RT_1 \frac{b}{V_1 - b} - \frac{a}{V_1} = C_P T_2.$$

немесе

$$\Delta T = \frac{1}{C_P} \left(RT_1 \frac{b}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1} \right). \quad (5.32)$$

Температура өзгерісінің таңбасы жақша ішіндегі шаманың таңбасымен анықталады. Бұл өрнекті $V_1 T_1$ жазықтығында Джоуль-Томсон эффектісін теріс және оң облыстарға бөлетін, әлдебір қисықтың теңдеуі ретінде қарастырады. Жақшадағы шаманы нөлге теңеу арқылы мынадай теңдеу алынады:



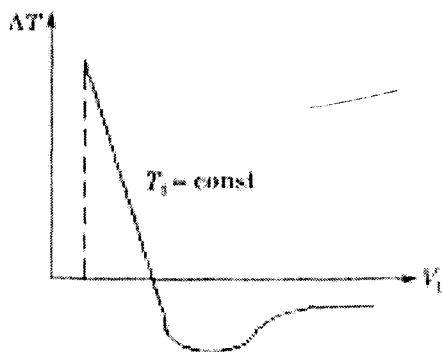
74-сурет

$$RT_1 \frac{b}{V_1 - b} = \frac{2a}{V_1} \quad \text{немесе} \quad T_1 \frac{b}{V_1 - b} = \frac{2a}{V_1}. \quad (5.33)$$

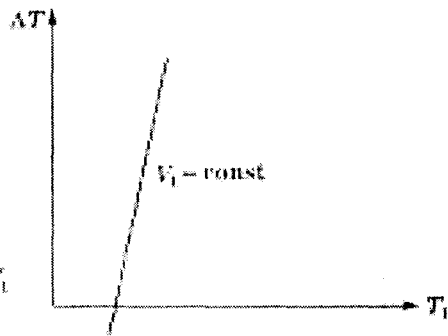
Бұл теңдеудің кестесі 74-суретте келтірілген. Қисықтың жоғарғы жағы Джоуль-Томсонның теріс эффектісіне ($\Delta T > 0$), ал төменгі жағы Джоуль-Томсонның оң эффектісіне ($\Delta T < 0$), сәйкес келеді. Қисықтың өзін құрайтын нүктелер Джоуль-Томсон эффектісі таңбасын ауыстыратын температураларды көрсетеді. (5.33) теңдеуімен кескінделетін қисық, үлкен V_1 көлемде асимптоталы түрде $2a/Rb$ шамаға ұмтылады.

Осы құбылыстардың таңбасының ауысуы мүмкін болатын, ең жоғары температура, инверсиалдық температура T_u деп аталады. Бұдан жоғары температураларда Джоуль-Томсон құбылысы барлық уақытта теріс. Мысалы, сутек үшін инверсиалдық температура $T_u = 200\text{К}$, оттегі үшін 1063К , ал көмірқышқыл газы үшін 2037К және т.с.с. Егер газ ұлғаюын өте кіші меншікті көлемнен бастаса (мысалы, 74-суреттегі A – нүктесінен), онда өте төменгі температуралардың өзінде теріс Джоуль-Томсон эффектісі байқалады және газ қызады. Бастапқы көлемнің өсуі (74-суреттегі B нүктесі) құбылыстың таңбасын ауыстырады, сондықтан газ ұлғаю барысында температурасын төмендетеді және суиды.

Джоуль-Томсон құбылысында реал газдардың температура-сының төмендеуі таңба ауысу қисығының маңында, үлкен бастапқы көлемдердің өзінде өте аз, себебі, бұл кездерде ол идеал газ деп саналады. Ал идеал газда Джоуль-Томсон құбылысы байқалмайды. Тұрақты бастапқы температуралардағы ($T = \text{const}$) газ температурасының өзгерісінің ΔT бастапқы V_1 көлемге тәуелділігі 75-суретте көрсетілген. Ең үлкен температура өзгерісін ΔT тағайындайтын бастапқы көлемді табу үшін, функ-



75-сурет



76-сурет

цияның максимум шартын пайдалану керек. Ол $\frac{d(\Delta T)}{dV} = 0$ теңдеуінен табылады:

$$\frac{2a}{V_1} - RT_1 \frac{b}{V_1 - b} = 0. \quad (5.34)$$

Тұрақты бастапқы көлемдегі $V_1 = \text{const}$ температура өзгерісінің ΔT бастапқы T_1 -ге тәуелділігі 76-суретте кескінделген. Суреттен газдағы температура өзгерісінің артуы төмен бастапқы температураларда байқалатындығы анық көрінеді.

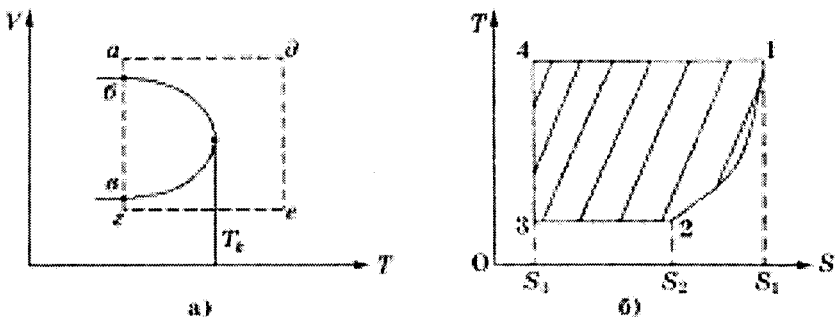
§ 51. ГАЗДАРДЫ СҰЙЫЛТУ

Өртекті заттар үшін кризистік температуралар әр түрлі, мысалы, гелий үшін 4К, су үшін 647К көмір қышқыл газы үшін 304К. Су үшін кризистік қысым 218 атм, ал 1 г судың кризистік қысым мен температуралардағы алатын кризистік көлемі 3 см³ тең.

Заттардың кризистік температурасының мағынасын, олардың меншікті көлемдерімен температураларының арасындағы тәуелділікті, графикте кескіндеу арқылы жақсы түсінуге болады. Сұйық үшін меншікті көлем мен температураның арасындағы байланысты сипаттайтын қисық өсіп отырады, себебі, сұйық қызған кезде ұлғаяды, яғни, оның меншікті көлемі артады. Қаныққан будың меншікті көлемінің температураға тәуелділігін кескіндейтін қисық кеміп отырады, себебі, оның тығыздығы температураға байланысты өседі, сондықтан меншікті көлемі кемиді.

Бұл қисықтар кризистік температурада T_K өзара түйіседі және олардың осы нүктеде ортақ тік жанамасы болады. Газ тәрізді күйден сұйыққа немесе сұйықтар газға ауысу, екі фазалы облыс арқылы да, бір фазалы облыс арқылы да жүзеге асады. 77, а-суреттегі a нүктесі газ күйін сипаттайды деп санап, газды изотермиялық түрде сықсақ b нүктесінде қанықпаған бу қаныққан буға айналады. Оны ары қарай сыға берсек будың конденсациялануы басталады, сөйтіп, ол екі фазалық облысқа ауысады да, b нүктесінде бу толығымен сұйыққа айналады.

Қысымын одан өрі арттыру арқылы сұйықтың көлемін ең кіші мөніне, g нүктесіне, зат үнемі бір фазалы күйде болу арқылы да ауыса алады. Ол үшін затты изохоралы түрде, кризистік температуралардан жоғары шамаға дейін қыздыру арқылы a нүктесінен d нүктесіне дейін өкеледі. Содан кейін оны e күйге изотермалы сығу арқылы ауыстырады. Бұл кезде заттың темпе-



77-сурет

ратурасы кризистік температурадан жоғары болғандықтан, ол бір фазалы күйде қалады. Соңынан осы жүйенің бір фазалық күйін бұзбай, оны изохоралы түрде g нүктесіне ауыстыру арқылы сұйық күй алынады.

Кризистік күйдің маңында зат газ тәрізді фазада, ортаның біртекті еместігінен туманды, бұлыңғыр болады. Бұл құбылыс бұлыңғыр минерал опалға түскен жарықтың шашырауына ұқсас болғандықтан, опалесценция деп аталған. Осы кризистік күйдегі заттың кіші көлеміндегі молекулалар санын есептесек, ол үнемі тұрақты күйде қалмайды. Молекулалардың бейберекет, ретсіз қозғалысының әсерінен, осы кіші көлемдегі молекулалар мөлшері біресе өсіп, біресе кеміп отырады. Мұндай газ тығыздығының өзгеріп отыруы, тығыздық ауытқулары (тығыздық флуктуациясы) деп аталған. Кризистік нүктеден алыс нүктелерде, тығыздықтың ауытқулары әсерінен болатын қысым біртектілігі тез тежеліп отырады, сондықтан үлкен тығыздық ауытқулары байқалмайды. Кризистік күйдің маңында тығыздық өзгерістері, қысымның аз өзгерістерінің әсерінен пай-

да болады, $\frac{dP}{dV} \rightarrow 0$. Сондықтан тығыздық ауытқулары үлкен шамаларға жетуі мүмкін.

Егер газдың температурасы оның кризистік температурасынан төмен болса оны сұйылтуға болады. Бұл кезде температураны, газдың берілген қысымындағы қайнау температурасынан төмен мәнге жеткізу керек, мысалы, кризистік температуралары жоғары (200К) газдарды (көмірқышқыл газы, хлор, аммиак және т.б.) сұйылту үшін, оны алдымен компрессормен сығып, содан соң қайнау температурасынан төмендегенше суытады. Бұл әдіс арқылы газдарды сұйылтудың идеал процесінің диаграммасы 77, б-суретте көрсетілген.

Бастапқы күйінде (1) газдың температурасы T_1 , энтропиясы

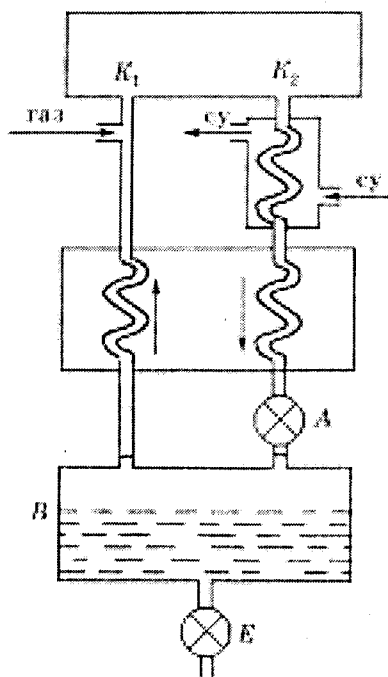
S_1 мөндерге ие болсын. Осы кезде газ изобаралы түрде (1–2 қисығы) конденсациялану нүктесіне (2) дейін суытылады және оның температурасы мен энтропиясы T_2, S_2 мөндерге дейін төмендейді. Егер газдың жылуын ала берсек, ол тұрақты T_2 температурада изотермиялы түрде конденсацияланады, (2–3 қисығы) және оның энтропиясы S_2 -ден S_3 шамаға дейін кемиді. Штрихталған 1, 2, 3, 4 ауданы газды конденсациялауға жұмсалған жұмысқа тең. Абцисса өсі мен 1, 2, 3 қисығының арасындағы

$\int_{S_3}^{S_1} T dS$ интегралға тең аудан, конденсациялану кезіндегі газдан алынған жылудың мөлшерлік мөнін көрсетеді.

Кризистік температуралары төмен газдарды (азот, оттек, сутек, т.б.) сұйылту үшін, қайнау температуралары біртіндеп төмендеп отыратын, газдарды сұйылтуға негізделген сатылы әдіс пайдаланылады. Қайнау температурасы жоғары сұйықты, төменгі қысымда қайнату арқылы оның температурасын одан әрі төмендетеді. Осындай жолмен қайнау температурасы төмен газ суытылады, ал қысымын өсіру арқылы, оның температурасын одан әрі төмендетіп, бұны конденсациялану температурасы бұрынғылардан төмен, үшінші газды сұйылтуға пайдаланады.

Осы жолмен гелийге дейінгі барлық газды сұйылтуға болады. Ол алтыншы сатыда жүзеге асады. Сатылы әдісті пайдаланылатын газдар мыналар; аммиак, этилен, оттек, сутек, гелий.

Көп өнімділік талап етілетін өндірістік қондырғыларда, көп жағдайда газдың ұлғаюы кезінде суитындығын, яғни, Джоуль-Томсон құбылысы пайдаланылады. Мұндай процесс бірінші рет Линде машинасында жүзеге асырылған (78-сурет). Бұл машинада ауа бірінші K_1 компрессорда 20 атм. қысымға дейін сығылады, ал екінші компрессорда K_2 оның қысымы 220 атм. жеткізіледі. Бұл сығылған ауа ағын сумен 10–15 °С-ға дейін суытылады және коаксиалды екі қабырғалы құбырдың ішкі каналы арқылы,



78-сурет

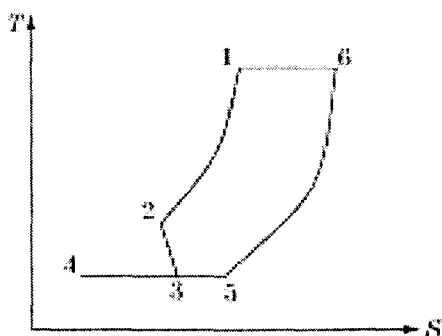
қысымы 20 атм, үлкен ыдысқа құйылады. Ұлғаю Джоуль-Томсонның оң құбылысы байқалатын облыста жүргендіктен ауа суытылды. Суу шамасы 1 атм. қысымда, жуықтап санағанда, ширек градусқа тең. Олай болса, суытудың бірінші сатысында Линде машинасындағы ауаның температурасы $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ -қа төмендейді. Суыған ауа екі қабырғалы коаксиалды құбырдың сыртқы каналы арқылы аға отырып, қарсы ішкі каналмен аққан ауаның температурасын біршама төмендетеді. Сондықтан ауаның келесі ұлғаюы біріншіден әлдеқайда төмен температурада жүреді. Сөйтіп бұл процесс, ауа $-180\text{ }^{\circ}\text{C}$ температурада, 20 атм қысымда конденсациялана бастағанша жүреді. Сұйық ауа В көлемге жинала береді. Оны Е шүмек арқылы сыртқа ағызып, пайдалана беруге болады.

Линде машинаның TS диаграммасы 79-суретте кескінделген. Компрессордағы сығылған газ күйі 1 нүктесімен белгіленген. Суу процесін 1–2 сызығын кескіндейді. Газдың ұлғаюын 2–3 сызығы көрсетеді. Ұлғаюдан соң газдың біршама бөлігі конденсацияланады (3–4 сызығы), ал қалғаны сұйықтың қайта буланған бөлігімен (3–5 сызығы) қосылып, ішкі түтікпен қарсы келе жатқан ауа массаларының суу себебінен қызады (5–6 сызығы). Содан соң ол компрессорда бастапқы күйге дейін қайта сығылады (6–1 сызығы).

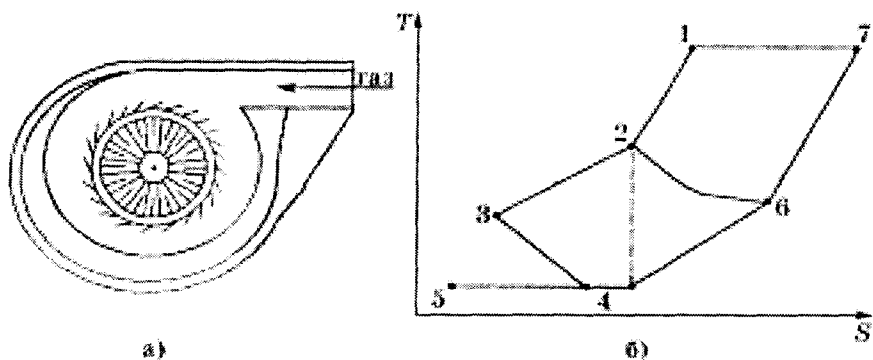
Абсцисса өсімен, соған сәйкес сызықтарының арасындағы аудандар, сан мәні жағынан газдан алынған және оған берілген жылу мөлшеріне тең. Джоуль-Томсон құбылысын пайдаланатын бұл әдіс дросселдеу әдісі деп атаалды. Бұнда молекула аралық ілінісу күштеріне қарсы жасалатын газдың ішкі энергиясының жұмысы пайдаланылады.

Сыртқы ұлғаю жұмысын атқару кезіндегі газдың сууы, оны сұйылтудың тағы бір әдісі болып табылады. Бұл ұстанымда жұмыс жасайтын машиналар детандерлер деп аталады. Бұларда, 6–7 атм. қысымға дейін сығылған газ, турбиналардың қалақшаларын айналдыра отырып жұмыс жасайды және қысымы 1–1,3 атм. дейін төмендейді. Газ ішкі энергиясының есебінен жұмыс жасағандықтан, оның температурасы күрт төмендейді және біраз уақыттан соң конденсациялана бастайды.

Бұндай детандердің схе-



79-сурет



80-сурет

масы 80 а-суретте келтірілген, ал оның TS диаграммасы төмендегі 80 б-суретте көрсетілген. Алдын-ала сыртқы тоңазытқышпен және қарсы аққан, өзінен төмен температурадағы газбен суытылған газ, компрессорда сығылып құбыр арқылы ағып отырады. Диаграммада бұл процесс 1, 2 сызығымен кескінделген. Сырттан келген газ ішкі құбырмен детандерге жіберіледі және ұлғаю жұмысын атқара отырып суиды. Бұл суыған газ сыртқы құбыр арқылы аға отырып, ішкі құбыр арқылы аққан қарсы газды суытады (2–6 қисығы).

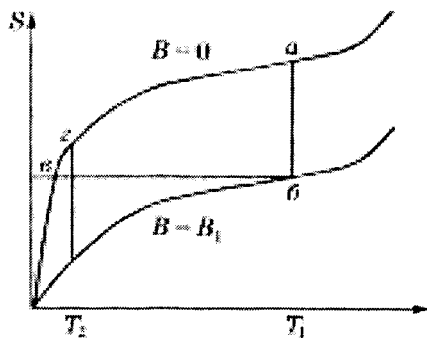
Детандерге түспеген газдың екінші бір бөлігі ұлғайтатын қондырғы арқылы конденсацияланады (2–3 – 4–5-сызықтары), конденсацияланбаған газ компрессормен сығылып, барлық жолды қайта өтеді. (4–6–7-сызығы). Үлкен детандерлердің өнімділігі өте жоғары, мысалы, шамамен 1 кг сұйық ауа алу үшін 1,1 квт. сағ. энергия жұмсалады. Бұл қондырғыларда ауа ғана емес сутекті де, гелийді де сұйылтуға болады, бірақ олар алдын-ала өте төмен температураларға дейін суытылуы тиіс.

§ 52. ТӨМЕНГІ ТЕМПЕРАТУРАЛАРДЫ АЛУ

Заттың қасиеттерін лабораториялық түрде зерттеулер жүргізу арқылы анықтауда және өндірістік мақсаттар үшін, төменгі температураларды алудың маңызы зор. Мысалы, қатты көмірқышқыл газы 195К, сұйық азот 78К, қайнаған сутек 20К, ал қайнаған гелий 1,19К температуралар береді. Осы қайнаған сұйықтардың бетіне түсірілген қысымды кеміту арқылы бұдан да төмен температуралар алуға болады.

Қайнаған гелийдің температурасынан да төмен, өте кіші температураларды алу аса қажет. Гелий бетіндегі қысымды кеміту

жолымен $0,72\text{K}$ температура алынады. Бірақ одан да төмен $0,001\text{K}$ температураларды алу үшін бұл әдіс емес, адиабатты магнитсіздендіру тәсілін қолданады. Бұл әдіс қос магнитті тұз энтропиясына үлгі қойылған жердің магнит өрісінің көрнеулігіне тәуелділігіне негізделген. Осы тұздың магнит өрісі жоқ және бар кездердегі TS диаграмма-



81-сурет

сы 81-суретте көрсетілген. Магнит өрісіне қосылғанда, мұндай тұздардың иондары жердің магнит өрісіндегі компас тәрізді бағытталады, ал энтропия ретсіздену өлшемі болғандықтан, кез келген реттелуде кемиді. Сондықтан $10-15000$ а/см шамаға жететін үлкен магнит өрісінде энтропия магнит өрісі жоқ кездегіден әлдеқайда кем болады. Егер, гелий, буландырғышта алынған біршама төмен температурада, үлгі магнит өрісінде табылса, оның энтропиясының, электрондардың магниттік моменттерінің, спиндерінің реттелуі нәтижесінде кемуі суреттегі ab сызығымен кескінделеді.

Егер гелий мен тұз арасындағы жылулық қатынас жақсы болса, процесс изотермиялық түрде жүрсе, тұздың магниттелуі оның жылу шығарумен қабаттаса жүреді және гелийге беріледі. Осы кезде тұзбен гелийдің жылулық байланысын жойып, адиабатталық шарт орнатса және магнит өрісін жоғалтатын болса, процесс $бв$ сызығымен жүреді. Шындығында, адиабаталық процесте энтропия өзгермейді, сонда процестің соңғы күйін сипаттайтын v нүктесіне, абсолюттік шкаламен градусың $0,01$ немесе $0,001$ бөліктері, яғни, өте төмен температура сәйкес келеді.

Магнит өрісін қосу кезінде қос магнитті иондар параллель бағыттанып, реттелу арқылы энтропиясын төмендетсе, магнит өрісін жою кезінде иондар қайтадан ретсіз бағытталған күйлерге ауысу нәтижесінде энтропиясын өсіреді. Бірақ тұздың жалпы энтропиясы адиабаталық процесте өзгермегенімен, ондағы кристалдық торлардың жылулық тербелісіне сәйкес энтропия кеміп, температураны төмендетеді. Суреттегі $бв$ процесінің толық адиабатты болмауымен, тұздың соңғы күйі $в$ емес z нүктесімен сипатталатыны түсіндіріледі.

Адиабатты суытудың жылулық эффектісі өте жоғары. Бірнеше грамм тұзды адиабатты магнитсіздендіру арқылы бір-

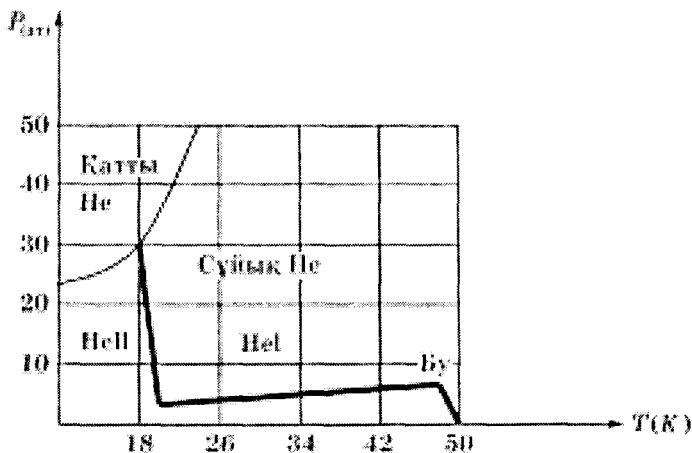
неше килограмм диамагнитті заттың температурасын 1К-нен 0,001К төменгі температураларға жеткізуге болады. Қаралған ұстанымды пайдаланып, Доунт Карно циклымен периодты жұмыс істейтін, заттың температурасын 1К-нен 0,25К-ге дейін төмендетіп, магнитті тоңазытқыш машина жасады.

Бұдан да күрделі магниттік моменттерге ие атомдық ядролар жүйесін адиабатты магнитсіздендіру принципін пайдаланып, 10^{-5} – 10^{-7} К температуралар алуға болады. Осы өте төмен температураларды өлшеудің қиындығы көп. Абсолют шкала бойынша бірнеше және одан жоғары температураларды өлшеу үшін кедергілік термометр мен термопаралар пайдаланылады. Ал өте төмен температураларды өлшеу, негізінен температураға байланысты, парамагниттік қабылдағышты анықтау арқылы жүргізіледі.

§ 53. СҰЙЫҚ ГЕЛИЙДІҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Жаратылыстағы ең суық зат гелий, оның кризистік температурасы 5,2К, ал атмосфералық қысымдағы қайнау температурасы 4,21К. Гелий қатты күйге, бірнеше ондаған атмосфералық қысым беру нәтижесіне айналады. Лабораторияларда сұйық гелий, төмен температураларды керек ететін көптеген зерттеулерде қолданылады. Соның ішінде, оның асқын өткізгіштікті зерттеудегі маңызы ерекше. Сұйық гелийдің аса маңызды ерекшелігі, оның 2,19К температурада, өзгеше қасиетке ие, гелий II күйге ауысуы (82-сурет). Бұл, негізгі белгісі, жылу сыйымдылықтың секірмелі өзгеруі болып табылатын, екінші түрдегі фазалық ауысу. Осы ауысу кезіндегі температура λ – нүкте деп аталады (82-сурет) және ол 2,19К-ге тең.

Бұл күйде гелийдің аса аққыштық қасиетке ие екендігін 1938 ж. П.П.Капица ашқан, ал 1941 ж. Л.Д.Ландау түсіндірген. Аса аққыш гелий II-нің тұтқырлығы жоқ, сондықтан ол өте тар капиллярлар мен саңлаулардан үйкеліссіз өтіп кете алады, ал қатты денеге тиген гелий қабыршағы оның температурасы жоғары жағына жылжиды. Егер гелий II-ні шыны түтікшеге құйып, сондай гелий құйылған ыдысқа деңгейін жоғарылау етіп салса, онда түтікшедегі гелий II, оның қабырғасымен үлкен ыдысқа, деңгейлері теңелгенше, ауысады. Ал егер түтіктегі гелийдің деңгейі ыдыстағыдан төмен болса, онда қозғалыс кері бағытта жүреді. Ландау гелийдің аса аққыштық қасиетін, абсолют нөлде, оның атомдарының энергиясы мен импульсы өзгере алмайды, сондықтан, қатты денемен әсерлесу кезінде, мысалы, капиллярдан аққанда, импульс берілуі жүзеге аспайды, яғни,



82-сурет

тұтқырлық пайда болмайды деп түсіндірді. Егер температура абсолют нөлден жоғары болса, онда гелий II атомының бір бөлігі қызады, сөйтіп импульс беруге мүмкіндік алады.

Сонымен гелий: қозбаған аса аққыш және қозған тұтқырлық қасиетке ие бөліктерден құралады. Мысалы, диаметрі 10^{-10} м капилляр түтіктен, гелий II-нің аққыш компоненті өтеді, ал қозған компоненті өте алмайды. Температура жоғарылаған сайын гелийдің тұтқыр компоненттік мөлшері арта береді де 2,19К-де оның барлық атомы қозған күйге ауысады да асқын аққыштық жоғалады.

Аса аққыштық классикалық физика түсіндіре алмайтын таза кванттық құбылыс. Олай болса гелий II, аса аққыштық қасиетке ие жалғыз кванттық сұйық, себебі, басқа сұйықтар, жоғарыда айтылған кванттық эффектілер байқалмайтын, жоғарғы температураларда қатып қалады. Гелий II-нің тағы бір қасиеті оның асқын өткізгіштігі. Оның электр өткізгіштігі күмістің электр өткізгіштігінен жүздеген есе көп, яғни, кедергісі жоқ деп есептеуге болады.

Гелий II асқын жылу өткізгіштікке ие, себебі, онда жылу, атомдар мен молекулалар арқылы емес, аққыш сұйық ағыны (конвекциялық ағын) арқылы ауысады, беріледі. Гелий I мен гелий II сыртқы түрлері де бөлек. Мысалы, атмосфералық қысымда гелий I қайнап тұрса, гелий II жайбарақат тұрады. Гелий II-де дыбыс екі жылдамдықпен тарай алады. Оның бірі серпімді толқынның сығылуына, ал екіншісі температуралық толқынға байланысты.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Сиымдылығы 20 л баллонда массасы 1,1 кг, температурасы 13 °С көмірқышқыл газы бар. Ван-дер-Ваальс және идеал газ күйінің теңдеулерін пайдаланып баллондағы газдың қысымын анықтаңдар:

Берілгені: $m = 1,1 \text{ кг}$ $V = 20 \text{ л} = 0,02 \text{ м}^3$ $T = 286\text{К}$	Шешуі: Кез-келген масса газға арналған Ван-дер-Ваальс теңдеуі былай жазылады.
$P_p - ?$ $P_{ид} - ?$	$\left(P + \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$

Осы теңдеуден қысымды P анықтауға болады.

$$P = \frac{\frac{m}{\mu} RT}{V - \frac{m}{\mu} b} - \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} = \frac{mRT}{V\mu - mb} - \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}. \quad (2)$$

Егер көмірқышқыл газын идеал деп санасақ, кез-келген масса газ үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуінен қысым былай анықталады:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \text{ немесе } P = \frac{m RT}{\mu V}. \quad (3)$$

(2) және (3) теңдеулерге кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін қойып, есептеулер арқылы реал газдың және идеал газдың қысымдары табылады

$$P_p = \frac{1,1 \cdot 8,31 \cdot 286}{0,044 \cdot 0,02 - 1,1 \cdot 0,043 \cdot 10^{-3}} - \frac{(1,1)^2 \cdot 0,36 \cdot 10^2}{(0,044)^2 \cdot (0,02)^2} =$$

$$= 25,93 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$P_{ид} = \frac{1,1 \cdot 8,31 \cdot 286}{0,044 \cdot 0,02} = 29,71 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

2. Сиымдылығы 0,022 м³ ыдыста массасы 0,0224 м³ азот бар. Газдың, ыдыстың қабырғаларына түсіретін қысымын, ішкі қысымын және оның молекулаларының меншікті көлемін анықтаңдар, газдың температурасы 273К. Азот үшін Ван-дер-Ваальс тұрақтылары $a = 1,3 \cdot 10^2 \frac{\text{м}^5 \text{ кг}}{\text{моль} \text{ с}^2}$, $b =$

$$= 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

Берілгені:

$$m = 0,7 \text{ кг}$$

$$a = 13 \cdot 10^2 \frac{\text{м}^5 \text{кг}}{\text{моль} \cdot \text{с}^2}$$

$$T = 273 \text{ К}$$

$$b = 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль К}}$$

$P_i - ?$ $P - ?$ $V' - ?$

Шешуі:

1) Сығылған газ Ван-дер-Ваальс теңдеуіне бағынады

$$\left(P + \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$$

Бұл теңдеуде газдың ыдыстың қабырғаларына түсіретін қысымы P табылады.

$$P = \frac{mRT}{V\mu - mb} - \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}. \quad (2)$$

2) Газдың ішкі қысымы P_i мына формула мен анықталады.

$$P_i = \frac{a}{V_\mu^2}, \text{ мұндағы } V_\mu = \frac{m}{\mu} V - \text{бір моль газдың көлемі.}$$

Осыдан
$$P_i = \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2}. \quad (3)$$

3) Бір моль газдың меншікті көлемі V' мына формуламен анықталады $V_0 = N_A \cdot \bar{V}$ мұндағы $\bar{V} = \frac{b}{3N_A}$ - молекуланың меншікті көлемі.

Сонда $V_0 = \frac{b}{3}$, ал m массасы газдың меншікті көлемі

$$V' = \frac{m}{\mu} V_0 = \frac{mb}{3\mu}. \quad (4)$$

(2), (3) және (4) теңдеулерге кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы іздеп отырған шамалар табылады.

$$P = \frac{mRT}{V\mu - mb} - \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} = \frac{0,7 \cdot 8,31 \cdot 273}{0,0224 \cdot 0,028 - 0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-5}} - \frac{(0,7)^2 \cdot 13 \cdot 10^2}{(0,028)^2 \cdot 0,0224} = 2,49 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

$$2) P_i = \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} = \frac{(0,7)^2 \cdot 13 \cdot 10^2}{(0,0224)^2 \cdot (0,028)^2} = 1,62 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

$$3) V' = \frac{mb}{3\mu} = \frac{0,7 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

3. Кризистік қысым $P_K = 73,9 \cdot 10^5$ Па және кризистік температурасы $T_K = 304,1$ К арқылы көмір қышқыл газы үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі a және b тұрақтыларын анықтаңдар.

Берілгені: | Шешуі:

$$P_K = 73,9 \text{ Па}$$

$$T_K = 304,1 \text{ К}$$

$$a - ? \quad b - ?$$

Газдарды құрайтын молекулалардың өзара әсерін есепке алатын Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі a тұрақты кризистік қысым P_K және кризистік көлем V_K арқылы мына формуламен анықталады:

$$a = 3P_K V_K^2. \quad (1)$$

Ал олардың меншікті көлемін есепке алатын b – тұрақты

$$\text{мынаған тең} \quad b = \frac{V_K}{3}. \quad (2)$$

Кризистік күйде газ мына теңдеумен сипатталады:

$$P_K V_K = \frac{3}{8} RT_K. \quad (3)$$

Соңғы теңдеуден кризистік көлем

$$V_K = \frac{3T_K \cdot K}{8P_K}. \quad (4)$$

Осы теңдеудегі кризистік көлемді (1) және (2) теңдеулерге қою арқылы a және b тұрақтыларын анықтауға мүмкіндік беретін өрнектер алынады.

$$a = \frac{27T_K^2 \cdot R}{64P_K} \quad \text{және} \quad b = \frac{T_K R}{P_K 8}. \quad (5)$$

(5) теңдеуге кіретін физикалық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер жүргізу арқылы ізделінген шамалар анықталады.

$$a = \frac{27(304,1)^2 (8,31)^2}{73,9 \cdot 10^5} = 0,36 \text{ Дж м}^3/\text{моль}.$$

$$b = \frac{304,1}{73,9 \cdot 10^5} \cdot \frac{8,31}{8} = 0,043 \text{ м}^3/\text{моль}.$$

4. Мөлшері 1000 моль, азот 310К температурада 2,5 м³ көлем алғанда қандай қысымда болатынын анықтаңдар. Азот үшін кризистік қысым $P_K = 33,9 \cdot 10^5$ Па, ал кризистік температура $T_K = 126,1$ К. Есепті Ван-дер-Ваальстің келтірілген теңдеуін пайдаланып шығарыңдар.

Берілгені: | Шешуі:

$$\frac{m}{\mu} = 1000 \text{ моль}$$

$$V = 2,5 \text{ м}^3$$

$$T = 310 \text{ К}$$

$$T_K = 126,1 \text{ К}$$

$$P - ?$$

Молекулалардың меншікті көлемін есепке алатын Ван-дер-Ваальс түзеткіші b критикалық шамалар арқылы мына формуламен анықталады:

$$b = \frac{T_K R}{8P_K}. \quad (1)$$

Ал бір моль газдың кризистік көлемі

$$V_K = 3b. \quad (2)$$

Азот үшін кризистік қысым $P_K = 33,9 \cdot 10^5$ Па, ал кризистік температура $T_K = 126$ К. Осыларды (1) теңдеуге қою арқылы

$$\text{мынаны табамыз } b = \frac{126 \cdot 8,31}{8 \cdot 33,6 \cdot 10^5} = 3,86 \cdot 10^5 \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

$$\text{Сонда } V_{OK} = 3 \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} = 1,157 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

$$\text{Келтірілген температура } \tau = \frac{T}{T_K} = \frac{310}{126} = 2,46, \text{ ал келтірілген}$$

көлем $\varpi = \frac{V_O}{V_{OK}} = \frac{2,5}{1,157 \cdot 10^{-4}} = 2,16 \cdot 10^4$, мұнан $\varpi^2 = (2,16 \cdot 10^4)^2 = 4,68 \cdot 10^8$, $3\varpi = 3 \cdot 2,16 \cdot 10^4 = 64,8 \cdot 10^4$. Келтірілген шамалармен жазылған Ван-дер-Ваальс теңдеуі мына формуламен

$$\text{өрнектеледі } \left(\gamma + \frac{2}{\varpi^2} \right) (3\varpi - 1) = 8\tau. \quad (3)$$

Жоғарғы ϖ , ϖ^2 және τ шамаларының сан мөндерін қою арқылы келтірілген қысым анықталады:

$$\gamma = \frac{8\tau}{3\varpi - 1} - \frac{3}{\varpi} = \frac{8 \cdot 2,46}{3 \cdot 2,16 \cdot 10^4 - 1} - \frac{3}{4,68 \cdot 10^8} = 3,02 \cdot 10^{-4}.$$

Екінші жағынан $\gamma = \frac{P}{P_K}$, осыдан $P = \gamma \cdot P_K = 3,02 \cdot 10^4 \cdot 33,9 = 10,2 \cdot 10^5$ Па.

5. Температурасы 27°C , массасы 280 г, сиымдылығы $0,1$ л ыдыстағы азоттың қысымын анықтандар.

Б е р і л г е н і : | Ш е ш у і :

$$m = 0,28 \text{ кг}$$

$$V_a = 0,5 \text{ л} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T = 300\text{К}$$

$$P = ?$$

Газды идеал немесе реал деп санау үшін оның молярлық көлемін V_o анықтау керек. Ыдыста

$\frac{m}{\mu}$ моль газ бар делік.

$$\text{Сонда } V = \frac{m}{\mu} V_o \text{ немесе } V_o = \frac{\mu \cdot V}{m}. \quad (1)$$

Азоттың молярлық массасы $\mu = 0,028$ кг/моль екендігін ескеріп

$$V_{ok} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,028}{0,28} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

Осыны қалыпты жағдайдағы бір моль газдың көлемімен $V_{o, \text{реал}} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$ салыстыру арқылы оны реал газға

жатқызуға болатындығы білінеді, яғни $V_0 \ll V_{0 \text{ кал}}$. Осы кездегі газдың қысымы Ван-дер-Ваальс теңдеуімен анықталады. Бір моль газ үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуі былай жазылады

$$\left(P + \frac{a}{V_0^2}\right)(V_0 - b) = RT; \text{ мұнан } P = \frac{RT}{V_0 - b} - \frac{a}{V_0^2}. \quad (2)$$

2) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы азоттың қысымы табылады.

$$P = \frac{8,31 \cdot 300}{5 \cdot 10^{-5} - 3,7 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,13}{(5 \cdot 10^{-5})^2} = 1,4 \cdot 10^8 \text{ Па.}$$

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Реал газдың идеал газдан айырмашылығы неде?
2. Реал газ молекулаларының арасындағы өзара әсерлесу күштері мен потенциалдық энергияларын, олардың ара қашықтығына байланысты сипаттайтын қисықты сызындар.
3. Ван-дер-Ваальс теңдеуін қорытып шығарындар және оны Клапейрон-Менделеев теңдеумен салыстырындар.
4. Идеал, реал және Ван-дер-Ваальс газдарының изотермияларының бір-бірінен өзгешеліктері неде?
5. Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі a және b түзеткіштерінің физикалық мәні неде?
6. Ван-дер-Ваальс теңдеуін пайдаланып газдың кризистік көлемін қалай анықтауға болады?
7. Реал газдың ішкі энергиясы деген не және оның өрнегі қалай жазылады?
8. Идеал (реал) газ бос кеңістікке ұлғайғанда олардың температурасы қалай өзгереді.
9. Джоуль-Томсон құбылысының мәні неде? Ол газдарды сұйылту процесінде қандай рөл атқарады? Оның теңдеуі қалай жазылады?
10. Газдың дросселдену процесінің мәні неде?
11. Ван-дер-Ваальс изотермасының өртүрлі бөліктерінің физикалық мәні неде?
12. Ван-дер-Ваальс газының ішкі энергиясы қандай термодинамикалық параметрлерге байланысты?
13. Қандай температура Джоуль-Томсон құбылысының инверсиялық температурасы деп аталады?

14. Неге баллондағы сығылған сутекті сыртқа шығаруға болмайды?
15. Джоуль-Томсон әффектісінің инверсиялық темппературасы мен Ван-дер-Ваальс газының кризистік температурасының арасында қандай байланыс бар?
16. Сұйық газдарды алудың турбодетандерлік әдісі қалай жүзеге асады.
17. Неге төменгі температураларды алу газдарды сұйылту процесімен байланысты?
18. Төменгі температурадағы сұйық газдар қайда қолданылады?
19. Газды сұйылтудың дросселдену процесінің схемасы қандай?
20. Сұйық, гелийдің қасиеттері, асқын өткізгіштік туралы не білесіңдер?

§ 54. ФАЗАЛЫҚ АУЫСУЛАР

Реал газдардың тәжірибелік изотермаларын зерттеуде, олардың бірдей сыртқы шарттарда, әртүрлі фазаларда – сұйық және бу күйлерінде болатыны анықталды. Фаза деп шекаралық бетпен бөлінген, барлық нүктелерінде физикалық қасиеттері бірдей жүйе бөлігі айтылады. Егер шекаралық бетпен бөлінген, екі немесе бірнеше фазалардың бірінің есебінен екіншісінің массасы өзгермесе, онда фазалық тепе-теңдік орнайды. Заттың бір фазадан екінші фазаға өтуі фазалық ауысу немесе айналу деп аталады. Ол бірінші және екінші түрдегі фазалық ауысулар болып екіге бөлінеді. Бірінші түрдегі фазалық ауысу жылу берілу немесе алынумен қабат жүреді және бұл кезде заттың физикалық сипаттамалары үздіксіз өзгерісте болады. Екінші түрдегі фазалық ауысуда заттың кейбір қасиеттері кенеттен секіріп өзгереді. Бұл ауысудың негізгі ерекшелігі алмасу жылуының болмауы.

Бірінші түрдегі фазалық ауысуларға булану, балқу, конденсациялану, қату құбылыстары немесе процестері жатады. Екінші түрдегі фазалық ауысуға ферромагнетиктің Кюри нүктесінен өтіп кетуі (қыздыру кезінде домендердің орналасу тәртібінің өзгеруіне сәйкес ферромагниттік қасиеттерінің жоғалуы), гелий I-дің гелий II-ге ауысуы, өткізгіштің асқын өткізгіштік күйге өтуі және т.б. жатады.

Бірінші түрдегі фазалық ауысулар жүзеге асатын жылу мөлшерлері жасырын немесе ауысу жылуы деп аталады. Мысалы, сұйық буға айналу кезінде жасырын булану, ал қатты дене балқыған кезде еру немесе балқу жылулары туралы айтылады. Бұл процестер тұрақты қысым мен температураларда жүретіндіктен, ауысу жылуы Q_{12} энтальпия айырымына тең:

$$Q_{12} = H_2 - H_1.$$

Бұл жерде

$$H_2 = C_v T - \frac{a}{V_r} + PV_r \text{ (газдар үшін),}$$

$$H_1 = C_v T - \frac{a}{V_{ж}} + PV_{ж} \text{ (сұйықтар үшін).}$$

Олай болса,

$$Q_{12} = \left(\frac{a}{V_{ж}} - \frac{a}{V_{г}} \right) + P (PV_{г} - PV_{ж}). \quad (6.1)$$

Фазалық ауысудың бірінші түріне жататын кез-келген құбылыстың өз ерекшелігі бар. Мысалы, сұйық пен қатты дененің ашық бетінен булану кез-келген температурада жүре алады. Буланудың жеке түрі болып табылатын қайнау процесінде, сұйық ішінде өте көп көпіршіктер пайда болып, олар сұйық бетіне бейберекет шығып, жарылып жатады. Қайнауың мағынасы мынада: еріген ауаның микроскопиялық көпіршіктері (көп жағдайда олар сұйық құйылған ыдыстың қабырғасына жабысып тұрады) сұйықтың булануы жүзеге асатын кеңістік ретінде қызмет етеді. Бірақ, қаныққан бу қысымы, атмосфералық қысымнан төмен кезде, көпіршіктер онша үлкеймейді және елеусіз күйде қалады. Қаныққан будың қысымы атмосфералық қысымға жеткенде көпіршіктер үлкейе отырып жоғары көтеріледі де су бетіне шығып жарылады және кеңістікке қосымша бу шығуын қамтамасыз етеді – сұйық қайнайды.

Көп жағдайда көпіршік өзінің орнында кіші көпіршік ұрығын қалдырады, ол қайта үлкейеді сөйтіп процесс қайталанады. Сұйыққа берілген жылу мөлшері түгелдей булануға жұмсалатындықтан процесс қарқынды жүреді. Сондықтан сұйық қайнап біткенше, оның температурасы тұрақты күйінше қалады. Қаныққан будың қысымы температураға байланысты болғандықтан, қайнау сыртқы қысым мен қаныққан бу қысымы теңелген кезде байқалады. Олай болса сыртқы төменгі қысымда, қайнау төменгі температурада жүзеге асады, сондықтан биік тауда қайнаған суда жұмыртқа піспейді.

§ 55. СҰЙЫҚТАРДЫҢ ҚҰРЫЛЫСЫ МЕН ҚҰРЫЛЫМЫ

Газдың сұйыққа айналу процесінің үздіксіздігі, осы екі күйдің бір-бірінен ерекше айырмашылығы жоқтығын білдіреді. Дегенмен, сұйықты қатты сығылған газ ретінде қарастыруға болмайды, себебі сұйықтың тығыздығы өз буының тығыздығынан мыңдаған есе артық. Бұл сұйық молекулалары бу молекулаларына қарағанда бір-біріне әлдеқайда жақын орналасатындығын дәлелдейді. Сондықтан, олардың ретсіз жылулық қозғалысының сипаты бу молекулаларынан өзгеше.

Сұйықтың көрші молекулаларының орта ара қашықтығы, олардың сызықтық өлшемімен шамалас болғандықтан, сұйық молекулалары бу молекулаларына қарағанда әлдеқайда баяу қозғалады.

Сұйықтың өз көлемін сақтау қасиеті, оның молекулаларының өзара әсерлесу күштерінің өте зор екендігін көрсетеді. Ал көлемін тез өзгерту қасиеті оның молекулаларының бір-бірімен салыстырғанда еркін қозғала алатындығын дәлелдейді. Сонымен, сұйық – қатты дене (молекулалары кеңістікте қозғалмайтын, тепе-теңдік нүктесінің маңында тербеліп тұратын) мен газдың (молекулалары кеңістікте еркін қозғалатын) аралық күйі болып табылады.

Сұйық молекулаларының жылулық қозғалысының суреттемесін алғаш рет ұсынған Я.И.Френкель. Оның айтуынша, сұйық молекуласы біршама уақыт белгілі бір тепе-теңдік күйдің маңында тербеліп тұрады да, кенет секіріп, молекуланың әсерлік диаметріне тең жерге орын ауыстырады. Сонда сұйық молекулалары, ретсіз жылулық қозғалыстағы «көшпелі» және бір орнында тербеліп тұратын «отырықшыл», екі сортқа бөлінеді. Бұлар динамикалық тепе-теңдікте болады. Температура өскен сайын «көшпелі» молекулалар көбейеді. Я.И.Френкель молекулалардың «отырықшыл» кезеңінің орташа уақытының t , оның тербеліс периодымен t_0 байланысы мына қатынаспен өрнектелетінін анықтады:

$$t = t_0 l^{\frac{E_0}{kT}}. \quad (6.2)$$

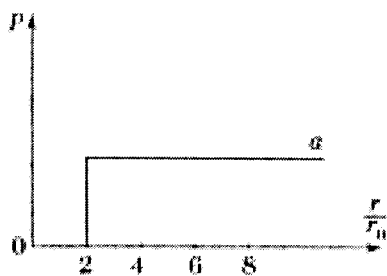
E_0 – «отырықшыл» молекулаға, потенциалдық тосқауылды жеңіп, көрші тепе-тең күйге көшуге мүмкіндік беретін – энергия (секіру энергиясы). Сұйық молекулаларының тербеліс периоды шамамен $t_0 = 10^{-12}$ с, ал релаксация уақыты $t = 10^{-11}$ с. Больцман заңына сәйкес секіргіш (көшпелі) молекулалар саны мына өрнекпен анықталады:

$$n \sim \exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right), \quad (6.3)$$

«Отырықшыл» молекулалардың болатынына қарамастан, тығыз газдар мен сұйықтарда барлық бөлшектер уақытқа байланысты ретсіз жылулық қозғалысқа қатысады. Сондықтан мұндай орталарда, табиғаты идеал газ қысымына ұқсас, термиялық қысым пайда болады.

Егер газдан ойша кез-келген бір бағытты бөліп алып, координата басында орналасқан молекулаға байланысты, басқа бір молекуланың біршама қашықтықта табылу ықтималдылығының P графигін тұрғызатын болсақ, ол a сынық сызықпен кес-

кінделеді (83-сурет). Молекула-ның өз диаметрінен кіші қашықтықтарда табылу ықтималдылығы 0-ге тең екендігі, ал одан үлкен кез-келген қашықтықтардан табылу ықтималдылығы бірдей болатындығы суреттен айқын көрініп тұр. Графикте r/r_0 қашықтық молекула радиусының салыстырмалы үлестерімен өлшенген.

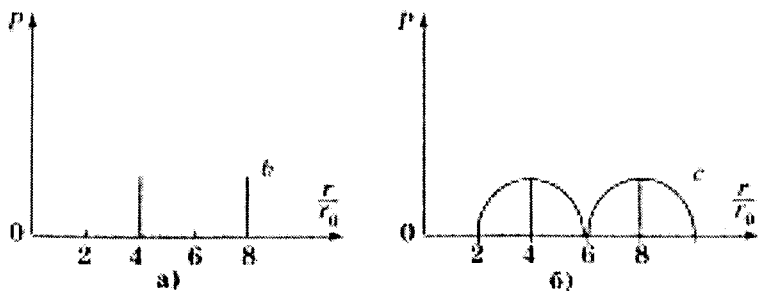


83-сурет

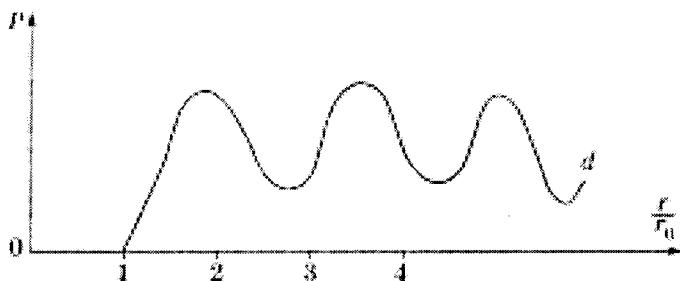
Осы график абсолют нөл температурадағы қатты дене үшін (84, а-сурет) b – сызықтарымен кескінделеді. Оның молекулалары кристалдық торлардың түйіндерінде орналасады. Жоғарғы температуралар үшін қатты дене молекулаларының орналасуы c – қисық сызықтармен кескінделеді (84, б-сурет). Бұл кезде қатты дене молекулалары қозғалмайтын тепе-теңдік нүктесінің маңында, көп уақыт бойы тербеліп тұрады. Идеал кристалл үшін, тербелістердің периодтылығы мен ықтималдық максимумының қайталанып отыруы, бастапқы таңдап алынған молекуладан қанша алыстаса да бұзылмайды. Бұдан, қатты денелердегі молекулалар орналасуында алыс тәртіптілік бар деген қорытынды жасалады.

Координата жүйесінің бастапқы нүктесіндегі сұйық молекулаларының координата басындағы молекуламен салыстырғандағы, белгілі бір қашықтықта табылу ықтималдылығы P (85-сурет) d – қисық сызығымен кескінделеді. Яғни, сұйықтың кез-келген молекуласының ең жақын көршілері белгілі бір заңдылықпен орналасады да, қашықтаған сайын мұндай реттілік бұзылады (жақын тәртіптілік).

Жалпы сұйық молекулалары бір орында ұзақ уақыт бола алмайды. Олар мерзімді уақыттан соң, көрші молекулалармен кездейсоқ әсерлесу нәтижесінде, әлсін-әлсін тепе-тең күйдегі



84-сурет



85-сурет

орнынан «секіру» арқылы басқа орынға ауысып отырады. Сұйық молекуласы өзінің тепе-теңдік нүктесінің маңында үнемі тербелісте болады. Кризистік температуралар маңында бұл тербелістердің жиілігі 10^{12} – 10^{13} Гц жетеді. Осы күйде, сұйық молекуласы бір орында, миллионға жуық толық тербеліс жасайды және c ішінде, бір тепе-теңдік күйден екіншісіне «секіру» саны, 10^4 – 10^6 мәндер аралығында жатады. Температура төмендеген сайын олардың «секіру» саны кемиді, яғни, сұйықтың тұтқырлығы артады.

§ 56. СҰЙЫҚТАРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Газдарда молекула аралық Ван-дер-Ваальс күштері төменгі температуралар мен жоғары қысымдарда ғана байқалады, ал сұйықтарда бұл күштер негізгі рөл атқарады. Қалыпты жағдайда, сұйықтың меншікті көлемі газбен салыстырғанда мың есеге жуық кіші, ал, керісінше, оның молекулааралық Ван-дер-Ваальс қысымы, газдың ішкі қысымы мен салыстырғанда, өте үлкен:

$$P' = \frac{a}{V^2}.$$

Сондықтан, бір моль сұйық үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуі былай өрнектеледі:

$$\frac{a}{V_{\mu}^2} (V_{\mu} - b) = RT,$$

яғни, сыртқы қысым P ескерілмейді. Бұл ішкі қысым сұйық молекулаларының оның бетіне шығу жұмысын есептеу арқылы анықталады. Себебі, молекулалардың шығу жұмысы сұйықтың булану жылуын анықтайды, ал ол молекулааралық қысымды өлшеуге мүмкіндік береді. Есептеулерден судың ішкі қысымы шамамен $P' \approx 11000$ атм. болатыны анықталған.

Сұйықтың сығылғыштығының аздығы, оның молекулалық қысымының көптігімен түсіндіріледі. Сығылған сұйық көлемінің абсолют кемуі – dV , оның бастапқы V_0 көлемі мен dP қысымының өсуіне тура пропорционал, яғни, мына өрнекпен анықталады:

$$dV = -\beta V_0 dP.$$

Мұнда пропорционалдық коэффициент β сұйықтың сығылғыштық коэффициенті деп аталады. Жоғарғы теңдеуден:

$$\beta = -\frac{1}{V_0} \frac{dV}{dP}. \quad (6.4)$$

Өрнектегі минус таңба сығылған кездегі сұйық көлемінің кемитіндігін білдіреді. Сұйықтардың сығылғыштық коэффициенті 10^{-5} – 10^{-6} 1/атм. мәндері аралығында өзгереді. β – қысымға да температураға да тәуелді болғандықтан, оның қандай қысым мен температурада өлшенгені көрсетілуі тиіс. Қысым артуына байланысты β -ның мәні кемиді, ал температураның өсуіне сәйкес оның біршама артатындығы байқалады. Себебі, сұйық қысымның артуы, оның молекулалардың ара қашықтығының кемуіне, ал температураның жоғарылауы сұйық көлемінің ұлғаюына, яғни, сұйық молекулаларының ара қашықтығының өсуіне әкеледі.

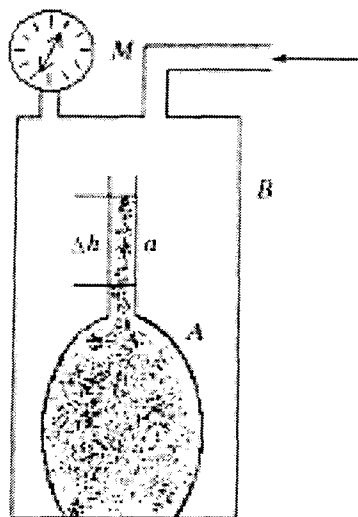
Осы келтірілген, сұйықтың сығылғыштық ерекшеліктерін, Ван-дер-Ваальс теңдеуінен шығарып алуға болады. Себебі, күй теңдеуі қысым мен температураны байланыстырады, ал одан сығылғыштық коэффициентін есептеп шығару қиын емес, тек теңдеуге кіретін a , b шамалары температураға байланысты өзгермелі тұрақтылар екенін ескерген жөн. Тәжірибелердің нәтижелері сығылғыштық коэффициентін β – анықтайтын мынадай өрнек алуға мүмкіндік береді:

$$\beta = \frac{A}{V(P + P')},$$

мұнда A температураға байланысты өсетін функция, P – сыртқы қысым, $P' = \frac{a}{V_\mu^2}$ – молекулааралық ішкі қысым. Бұл теңдеу

сығылғыштық коэффициентінің β температураның өсуіне байланысты артатынын және қысымның өсуіне байланысты кемитінін көрсетеді.

Сұйықтың сығылғыштығын өлшейтін құралдар мен қондырғылар пьезометрлер деп аталады. Қарапайым пьезометрлердің бірі 86-суретте көрсетілген. Зерттелетін сұйық, жіңішке түтігі бар A ыдысқа құйылып, қысымын арттыра алатын B камераға



86-сурет

орналастырылады. Ондағы қысым M манометрмен өлшенеді. Түсірілген қысымның нәтижесінен A ыдыстағы сұйық көлемін кішірейтеді, оны түтікшедегі сұйық деңгейінің Δh шамаға төмендеуі көрсетеді. Сонда көлемнің кемуі $\Delta V = -S \Delta h$ (S – түтіктің көлденең қимасының ауданы), ал қысымның артуы манометрмен өлшенеді. Сұйықтың бастапқы көлемі V_0 , олай болса (6.4) өрнегі арқылы изотермиялық сығылғыштық коэффициенті оңай табылады, яғни,

$$\beta = -\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta P}.$$

Төменде (9-кесте) кейбір сұйықтардың сығылғыштығы туралы мәліметтер келтірілген.

9-кесте

Сұйық аттары	$t, ^\circ\text{C}$	$\beta\left(\frac{1}{\text{Па}}\right)$
Эфир	0	$1,45 \cdot 10^{-9}$
Этил спирті	0	$0,75 \cdot 10^{-9}$
Бензол	18	$0,91 \cdot 10^{-9}$
Керосин	16,5	$0,68 \cdot 10^{-9}$
Су	15	$0,49 \cdot 10^{-9}$
Сынап	20	$0,038 \cdot 10^{-9}$

Енді сұйықтардың жылулық ұлғаюын қарастырайық. Температураның өсуіне байланысты сұйық көлемін ұлғайтады. Ол V_0 бастапқы көлемге және dT температура өсімшесіне тура пропорционал. Сонда,

$$dV = \alpha V_0 dT.$$

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT}. \quad (6.5)$$

Идеал газдар үшін $\alpha = \frac{1}{T}$ және қалыпты температурада $\alpha =$

$$= \frac{1}{273} = 3,66 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}, \text{ ал сұйықтар үшін бұл коэффициент газ-}$$

дармен салыстырғанда едәуір кіші және температураға байланысты кеміп отырады. Бұны төмендегі (10-кесте) кейбір сұйықтар үшін бөлме температурасында анықталған α мөндерінен байқау қиын емес. Айтылғандардан қысымның артуына байланысты көлемдік ұлғаю коэффициентінің кемитіндігі, ал температураның өсуіне байланысты, оның артатындығы байқалады.

10-кесте

Сұйық	$\alpha, \frac{1}{K}$
Эфир	$1,63 \cdot 10^{-3}$
Бензол	$1,25 \cdot 10^{-3}$
Этил спирті	$1,08 \cdot 10^{-3}$
Глицерин	$0,53 \cdot 10^{-3}$
Су	$0,21 \cdot 10^{-3}$
Сынап	$0,18 \cdot 10^{-3}$
Пісте майы	$0,72 \cdot 10^{-3}$

Күйлердің сәйкестік заңынан, барлық сұйықтар үшін, бірдей келтірілген температураларда, олардың жылулық ұлғаю және сығылғыштық коэффициенттері бірдей мөндерге ие болулары тиіс. Тәжірибелер бұл қорытындының, Ван-дер-Ваальс теңдеуінен шығатын басқа салдарларға қарағанда, өте дұрыс орындалатынын көрсетеді.

Сұйықтардың сығылғыштық және көлемдік ұлғаю коэффициенттерінің арасында белгілі байланыс болатыны мынадай ой жүгіртуден туындайды. Мысалы, сұйықтың V көлемін қыздыру арқылы ұлғайтатын болса, оны сыртқы қысымды арттыру арқылы, сол көлемге қайта өкелуге болады. Енді осы екі шаманың арасындағы байланысты тағайындайық. Заттың күйін сипаттайтын макроскопиялық параметрлердің (P, V, T) арасындағы байланыс күй теңдеуімен сипатталатыны белгілі

$$P = f(V, T)$$

Бұның түрі қандай болмасын, сұйықты V және T шамаларымен анықталатын бір күйден, $V + dV$ және $T + dT$ шамаларымен анықталатын екінші күйге ауыстыру кезіндегі dP қысым өзгерісі осы күйдің өзгеру жолына тәуелсіз. Олай болса:

$$dP = \left(\frac{dP}{dV} \right)_T dV + \left(\frac{dP}{dT} \right)_V,$$

мұндағы dT және dV мөндерін қысым өзгерісі болмайтындай етіп таңдау қиын емес.

Осыдан $dP = 0$ кезде

$$\frac{dV}{dT} = - \left(\frac{dP}{dT} \right)_V : \left(\frac{dP}{dV} \right)_T.$$

Бұл қатынас қысым тұрақты ($P = \text{const}$) кездегі көлемнен температура арқылы алынған дербес туындыға, яғни, $\left(\frac{dV}{dT} \right)_P$ -ға тең.

Екінші жағынан,

$$\frac{dP}{dV} = \frac{1}{dV/dP}.$$

Бұлардан дербес туындылар арасындағы байланыс мына түрде жазылады:

$$\left(\frac{dP}{dT} \right)_V \cdot \left(\frac{dV}{dP} \right)_T \cdot \left(\frac{dT}{dV} \right)_P = -1,$$

Бұл теңдеуді тәжірибеде өлшенетін көлемдік ұлғаю және сығылғыштық коэффициенттері кіретіндей етіп жазуға да болады:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_P \quad \text{және} \quad \beta = - \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T. \quad (6.6)$$

(6.6) өрнектерінен қарастырылып отырған коэффициенттердің арасындағы қатынас мына теңдеумен анықталатындығы шығады:

$$\left(\frac{dP}{dT} \right)_V = - \frac{\alpha}{\beta}. \quad (6.7)$$

Мысалы, сынап үшін қалыпты жағдайда $\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$, ал $\beta = 4 \cdot 10^{11} \text{Па}^{-1}$. Сонда $\frac{\alpha}{\beta} = 5 \cdot 10^6 \text{Па/К}$, яғни, сынаптың қысымы қатты артып отыр. Сондықтан, аса қыздырылған сынапты термометрлер тез жарылып кетеді.

Көлемдік ұлғаю коэффициентін өлшеуге арналған құралдар дилатометрлер деп аталады. Құрылысы жағынан өт қарапайым дилатометр ішіне құйылған сұйық көлемінің өзгерісін анықтауға негізделген. Ол a капилляр түтікшесі бар балқытылған шыныдан жасалған үлкен A ыдыстан және термометрден тұрады (87-сурет). Зерттелетін сұйық A ыдысқа құйылып қыздырылады. Бұл кезде оның a түтікшедегі деңгейі Δh биіктікке көтеріледі. Осыдан сұйық көлемінің өзгерісі мына формуламен

табылады: $\Delta V = S \cdot \Delta h$. Термометрдің бастапқы және соңғы көрсетулері сұйықтың қанша температураға қыздырылғанын береді. Табылған шамалар (6.6) формуласынан, оның ұлғаю коэффициентін мына өрнек арқылы анықтауға мүмкіндік береді:

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT} = \frac{S \Delta h}{V_0 \Delta T}. \quad (6.8)$$

Сұйықтың бастапқы көлемі, оның ыдыстағы массасы мен тығыздығы арқылы оңай анықталады, яғни, $V_0 = \frac{m}{\rho} \cdot S$ –

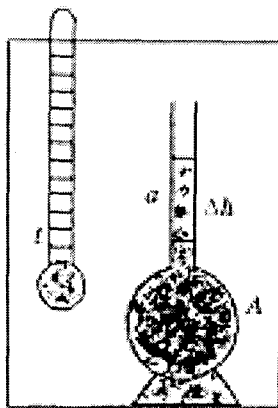
капилляр түтікшенің көлденең қимасының ауданы. Ол, түтікшенің белгілі-бір l ұзындығын толтыратын сұйық массасымен есептеледі, яғни, $S = \frac{m}{\rho \cdot l}$. Температура өзгерулеріндегі ыдыс көлемінің өзгерісі есепке алынбайтындығы, бұл әдістің негізгі кемшілігі болып табылады.

Сұйықтардың тұтқырлығы температура мен қысымға тығыз байланысты. Температураның өсуі сұйық тұтқырлығын тез кемітеді. Мысалы, судың тұтқырлық коэффициенті 0°C -да $0,0179$ -дан 70°C -да $0,004$ -ке, яғни, $4,5$ еседей азаяды. Кейбір сұйықтарда тұтқырлықтың кемуі, мысалы глицерин үшін, бұдан да жоғары. Қысымның өсуі сұйықтың тұтқырлығын елеулі мөндерге өсіреді. Мысалы, 1000 – 20000 атм. қысымдарда, судың тұтқырлығы мыңдаған, миллиондаған есе артады. Бачинский тәжірибелер арқылы, тұтқырлықтың молекуланың көлеміне тәуелді болатыны туралы заңдылық тағайындады:

$$\eta = \frac{B}{V_\mu - b},$$

V_μ – бір моль сұйықтың көлемі, b – молекулалардың көлемін есепке алатын Ван-дер-Ваальс тұрақтысы, ал B – тәжірибелік тұрақты.

Сұйықтарда диффузия құбылысы газдағыдан әлдеқайда баяу жүреді. Мысалы, газдарда диффузия коэффициенті шамамен $(1 + 9) \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ аралықтарында табылса, сұйықтарда одан ондаған мың есе кем болады. Себебі, газ молекулаларының қалыпты жағдайдағы орта еркін жол ұзындығы 10^{-7} м шамасында, ал сұйық молекулалары үшін бұл қашықтық 10^{-10} м. Олай болса, газ молекулалары сұйық молекулаларына қарағанда мың есеге жуық артық жол жүреді. Екіншіден, сұйық моле-



87-сурет

кулалары бұл жолды, потенциалдық шұңқырдың кедергісін жеңе алатын энергияға ие болғанда немесе көрші молекула орнын босатқанда ғана өте алады.

Сұйықтарда, жылу өткізгіштік құбылысы, тепе-тең қалыптың маңында тербелетін молекулалардың кинетикалық энергияларымен алмасуы нәтижесінде жүзеге асады. Бұл кезде жеке молекулалардың орын ауыстыруы үлкен рөл атқарады. Сұйықтардың жылу өткізгіштігі газдағыға өте ұқсас және одан шамалы ғана жоғары.

Тәжірибелерден, балку нүктесінің маңындағы заттың қатты және сұйық фазаларының жылу сыйымдылықтарының шамаластығы байқалады. Бұл қатты және сұйық күйлердің құрылымдарының ұқсас екендігінің айғағы. Сұйықтардың жылу сыйымдылығы, олардың молярлық салмағы артқан сайын өседі. Бұл ерекшелік, молекулалары жеңіл элементтердің (H_2 , C , N_2 , O_2 және тағы сол сияқты) атомдарынан тұратын, органикалық сұйықтар үшін қатты байқалады. Мысалы, молекуласы 18 атомнан құралатын, бөлме температурасындағы $CH_3(CH_2)_3CH_2OH$ амил спиртінің жылу сыйымдылығы

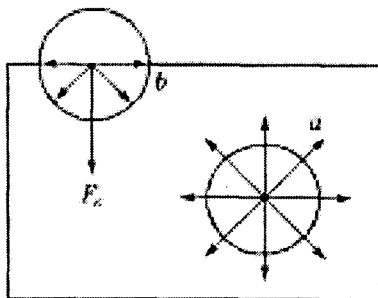
$C = 203 \frac{Дж}{\text{моль} \cdot K}$. Сұйықтардың жылу сыйымдылықтары температураға байланысты өседі. Қалыпты жағдайдағы сұйықтар үшін, тұрақты қысым мен көлемдегі, жылу сыйымдылықтардың (C_p , C_v) айырмашылығы аз, бірақ кейбір сұйықтар үшін, кризистік нүкте маңында, $C_p - C_v > R$, яғни, универсал газ тұрақтысынан да жоғары.

§ 57. СҰЙЫҚТАРДАҒЫ БЕТТІК КЕРІЛУ ҚҰБЫЛЫСЫ

Сұйықтың қасиетін оның бетіндегі, оған жақын және ішіндегі молекулалардың потенциалдық энергияларын салыстыра отырып зерттелік. Алдымен сұйықтың ішіндегі, оның белгілі-бір көлемінде орналасқан молекуланы қарастырайық. Ол, Ван-дер-Ваальс күшінің есебінен, өзін тартатын немесе тебетін басқа молекулалардың әсеріне ұшырайды. Осы, сұйық ішіндегі, өзара әсерлесетін молекулалар орналасқан кіші көлемді сфера ретінде қарауға болады (88-сурет). Радиусы, шамамен $r = 10^{-7}$ м мұндай сфера молекулалық күштердің әсер сферасы, ал оның радиусы r әсер радиусы деп аталады. Суреттен, сұйықтағы молекулалардың біртекті тығыздықпен орналасатындығын ескеріп, олардың қарастырып отырған a молекулаға әсер етуші қортқы күші нөлге теңелетініне көз жеткізуге болады.

Молекула көрші молекулаларға тартылғанымен, Ван-дер-Ваальс күшінің әсерінен орын ауыстырмайды, ол ретсіз жылулық қозғалыста болады.

Енді сұйық бетіндегі b молекуланы қарастырайық. Ол сұйық ішіндегі (шамамен $1 + 3$ молекулалық қабат) молекулалармен күшті, ал оның сыртындағы бу молекулаларымен әлсіз әсерлеседі. Себебі, бұдың концентрациясы сұйықтармен салыстырғанда өте аз. Олай болса, сұйық бетіндегі молекулаларға, оның ішіне бағытталған нормаль күш әсер етеді. Егер беттік қабаттағы b молекулаға әсер етуші күштерді, суретте кескінделгендей етіп топтасақ, олар горизонталь және вертикаль жазықтықтардағы құраушыларға жіктеледі. Күштердің вертикаль жазықтықтағы құраушысы, жоғарыда айтылған, сұйық бетіндегі молекулаларды оның ішіне тартатын күш, ал горизонталь жазықтықтағы күштердің құраушысы, сұйық бетінің ауданын кемітуге ықпалын тигізеді. Сондықтан, соңғысы беттік керілу күштері деп аталады.



88-сурет

Барлық геометриялық денелердің ішіндегі, ең кіші беттік ауданға ие дене, сфера. Сондықтан, беттік керілу күшінің әсерінен, кез-келген дене сфералық пішін алуға тырысады. Мысалы, тамшылардың пайда болуын жүзеге асыратын, сұйықты сфералық пішін алуға мәжбүр ететін беттік керілу күші, жиырылуға тырысатын қабыршақ төріздес деп саналады. Егер, металл сымнан жасалған түйік контурға жіңішке жіптен жасалған тұзақ бекітіліп, сабынды суға батырылса, жіп контурда пайда болған сабынды судың қабыршағында кез-келген формада жайғасады. Ал осы тұзақтың ішін инемен тесіп жіберсе, ол шеңберге айналады. Бұдан тұзақ сыртындағы сабынды су қабыршағы ауданын кеміткендігі анық байқалады.

Осы қабыршақты үлкейтуге жасалған кез-келген әрекетке қарсы әсер пайда болады.

Осы беттік керілу күшін мөлшерлі түрде сипаттау үшін, бір жағы жылжымалы сымнан жасалған контурға (89-сурет), сабынды су қабыршағы түзілетіндей жағдайға келтіріп, оның ауданын



89-сурет

ұлғайту үшін, қабыршақтың жылжымалы, ұзындығы l шекарасына, \vec{F} нормаль күшпен әсер етеді. Тәжірибелер бұл күштің, осы күш әсер ететін ұзындыққа тура пропорционал екендігін көрсеткен, яғни,

$$F = \sigma l. \quad (6.9)$$

Мұндағы сұйықтың табиғатына байланысты анықталатын пропорционалдық коэффициент σ – беттік керілу коэффициенті деп аталады. Ол, сан мәні жағынан, бір өлшем ұзындыққа сәйкес келетін беттік керілу күшіне тең. Жоғарғы теңдеуден

$$\sigma = F/l$$

және оның өлшем бірлігі $\frac{H}{M}$ екендігі көрінеді.

Сұйықтардың беттік керілу коэффициенті температураға байланысты елеулі түрде өзгереді. Ол температура өскен сайын кеми отырып, кризистік температурада нөлге теңеледі. Ауамен шекаралас, судың 300К-дегі (бөлме температурасындағы) беттік

керілу коэффициенті $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2} \frac{H}{M}$. Ал осы кездегі сынап үшін σ одан он есе артық, сондықтан сынаптың тамшыға айналу мүмкіндігі күштірек. Сұйықтың беттік керілу коэффициентінің мәні, оның қандай газбен шекаралас екендігіне сәйкес өзгеріп отырады.

Енді сұйық бетіндегі қабыршақтың ауданын ΔS шамаға өсіретін күштің жұмысын анықталық (89-сурет). Бұл үшін, F күш арқылы қабыршақты Δx қашықтыққа созайық. Егер күштің әсері тоқтаса, қабыршақ бұрынғы орнына қайта келеді. Осы кездегі беттік керілу күшінің, қабыршақтың ауданын кемітудегі атқарған жұмысы ΔA , сыртқы күштің атқарған теріс жұмысына $-\Delta A$ тең және мына формуламен өрнектеледі:

$$\Delta A = F \cdot \Delta x,$$

бірақ $F = \sigma \cdot 2l$. Осыны жоғарғы теңдеуге қойып беттік керілу кішінің атқарған жұмысын анықтайтын өрнек алынады:

$$\Delta A = \sigma \cdot \Delta S.$$

Соңғы өрнектегі $\Delta S = 2l \cdot \Delta x$ – қабыршақ созылғандағы, оның екі бетінің ауданының өзгерісі.

Сонымен, сұйықтың беттік керілу коэффициенті, оның бетіндегі қабыршақтың ауданын бірлік өлшемге кемітуге жұмсалатын жұмыс:

$$\sigma = \frac{\Delta A}{\Delta S}.$$

Соңғы өрнектен σ -ның өлшем бірлігін мына түрде де жазуға бо-

латындығы білінеді, яғни, Дж/м². Процесс тұрақты температурада жүреді, сондықтан, сұйықтың беттік керілу коэффициенті өзгермейді деп саналады, ал қабыршақты созатын сыртқы күштің жасаған жұмысы – ΔA , оның потенциалдық энергиясын ΔE_p мәнге артырады, яғни, $\Delta E = -\Delta A$. Бұл энергия сұйықтың еркін бетінің энергиясы деп аталады. Сонда

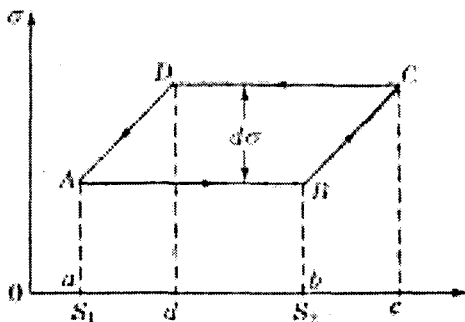
$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

ал сұйықтың беттік керілу коэффициенті, оның бірлік ауданына келетін еркін бет энергиясы деп те анықталады. Сұйықтардағы сияқты қатты денелерде де беттік керілу күші әсер етеді.

Беттік керілу күшінің температураға байланыстылығын қарастырайық. Ол үшін сұйық қабырғашының созылу және жиырылу процестеріне термодинамиканың заңдары қолданылады. Сұйық қабыршағының созылуы мен жиырылуы Карно циклы бойынша жүретін болсын (90-сурет). Қабыршақтың бастапқы күйі σS диаграммасында T температураға сәйкес келетін A нүктесімен кескінделсін. Изотермиялы созу арқылы оның ауданын $dS = S_2 - S_1$ шамаға өсірейік. Бұл үшін қабыршаққа dQ жылу мөлшері беріледі.

Изотермиялық процесте беттік керілу күші өзгермейді, ал оның жаңа күйі B нүктесімен сипатталады. Бұл кезде жасалған жұмыс σdS -ке тең, яғни, ABS_2S_1A контурының ауданымен есептеледі. Бұдан соң қабыршақ адиабаталы созылады және оның температурасы dT шамаға төмендейді, ал беттік керілу коэффициенті, керісінше, $d\sigma$ мәнге өседі. Қабыршақтың бұл күйі C нүктесімен белгіленеді және оның адиабаталық ұлғаюу кезіндегі жұмысы $BCcB$ ауданына теңеледі.

Енді қабыршаққа түсірілген күшті алсақ, ол алдымен изотермиялы түрде C нүктесінен D нүктесіне сығылу, соңынан адиабаталы түрде D нүктесінен A нүктесіне сығылу арқылы қайта келеді. Бұл процестердегі жасалынған жұмыстар сәйкес $DCcD$ және $DAadD$ аудандарымен өлшенеді. Адиабаталы сығылу кезінде температура қайтадан dT шамаға көтеріледі де, ал беттік керілу коэффициенті $d\sigma$ -ға кемиді. Сондықтан, $BCcB$ мен $DAadD$ аудандарының теңдігінен, адиабаталық ұлғаю және



90-сурет

сығылу процестерінде атқарылған жұмыстар бір-біріне тең, ал таңбалары қарама-қарсы.

Сонымен, Карно циклымен жүзеге асқан дөңгелек процесте атқарылған элементар жұмыс $ABCD$ ауданына тең және мына формула арқылы анықталады:

$$dA = d\sigma (S_2 - S_1).$$

Қабыршаққа dQ жылу мөлшері берілгендігін ескерсек, циклдің пайдалы әсер коэффициенті былай анықталады:

$$\eta = \frac{(S_2 - S_1) \cdot d\sigma}{dQ},$$

мұндағы минус таңба беттік керілу коэффициентінің кемуін білдіреді. Сыртқы күштің әсерінен қабыршақтың созылған кездегі теріс жұмысы, оның сыртқы жылу көзінен оң жылу мөлшерін dQ алуымен, ал қабыршақтың сығылу кезіндегі оң жұмысы, осы циклдегі жасалған теріс таңбамен алынған жұмысқа $(S_2 - S_1) d\sigma$ -ға тең dQ жылу мөлшерінің бөлінуімен қабаттаса жүреді.

Біздің қарастырған Карноның идеал циклының пайдалы әсер коэффициенті мына өрнектен анықталады:

$$\eta = \frac{dS \cdot d\sigma}{dQ} = \frac{dT}{T},$$

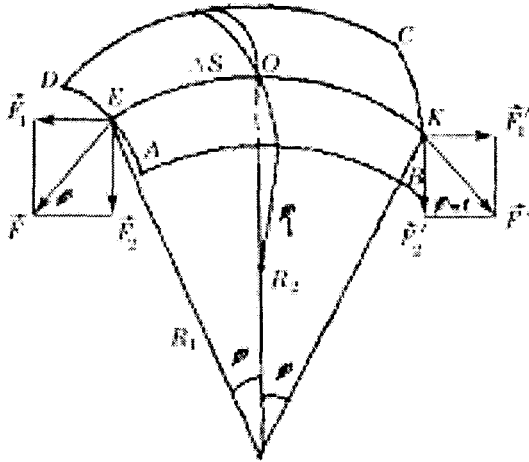
бұл жерде $dT = T_2 - T_1$, ал $\frac{dQ}{dS} = r$ – қабыршақтың бір өлшем ауданын түзуге жұмсалатын жылу мөлшері. Осыдан

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{r}{T}.$$

Бұдан температура өскен сайын беттік керілу коэффициентінің кемитіндігі, ал кризистік температурада оның нөлге айналатындығы байқалады.

§ 58. СҰЙЫҚТЫҢ ИІЛГЕН БЕТІНІҢ АСТЫНА ТҮСІРЕТІН ҚЫСЫМЫ

Сұйық иілген бетінің астына қосымша қысым түсіреді. Оны есептеу үшін, сұйық тамшысының бетінен, ауданы ΔS -ке тең элемент ойша бөлініп алынсын (91-сурет). Осы бет элементін шектейтін AD және BC қисықтарына түсетін \vec{F} және \vec{F}' беттік керілу күштерін есептейік. Бұл күштер AD мен BC қисықтарына нормаль және бөлінген бетке жанама бойымен бағытталады. Бұлардың әрқайсысын екі құраушыға жіктеуге бо-



91-сурет

лады. Мысалы \vec{F} күші горизонталь бағытталған \vec{F}_1 және тік төмен бағытталған \vec{F}_2 күштерінен құралады. Мұндағы, беттің ауданын ұлғайтуға тырысатын, күштің горизонталь құрашысының есебінен, сұйық беті астына қысым түсірмейді, сондықтан оны қарастырудың қажеті жоқ.

Сұйық бетінің астына түсетін қосымша қысым, тік төмен бағытталған, күштің екінші құраушысының \vec{F}_2 есебінен пайда болады. Егер жазық бет болса, бұл күште және оның астына түсіретін қосымша қысымы да болмас еді.

AD , BC және AB , DC қисықтарына түсірілген перпендикулярлар OO' осімен қиылысатыны түсінікті және олар осы бағыттардағы сұйық бетінің қисықтық радиустары R_1 , R_2 болып табылады. Беттің әртүрлі бағыттардағы қисықтық радиустары әртүрлі деп саналатын, жалпы жағдай үшін, AD қисығына әсер ететін беттік керілу күшін есептелік. Бұл күш (6.9) өрнекке сәйкес мына формуламен анықталады:

$$F = \sigma \cdot AD,$$

ал оның вертикал құраушысы, суреттен көрінгендей,

$$F = F \sin\varphi = \sigma \cdot AD \cdot \sin\varphi,$$

мұндағы $\sin\varphi = \frac{EO}{R_1}$. Осыны орнына қою арқылы жоғарғы өрнек

мына түрге келтіріледі:

$$F_2 = \sigma \frac{AD \cdot EO}{R_1} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{2R_1},$$

себебі $AD \cdot EO$ көбейтіндісі сұйық беті ауданының жартысына $\frac{\Delta S}{2}$ тең.

Дәл осы жолмен, BC қисығына әсер ететін беттік керілу күшін де екі құраушыға бөліп, оның тік төмен бағытталған вертикал құраушысы F_2' табылады:

$$F_2' = F' \cdot \sin\varphi = \sigma \cdot BC \cdot \sin\varphi = \sigma \cdot \frac{BC \cdot OK}{R_1} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{2R_1}.$$

Енді AB және DC қисықтарына әсер ететін беттік керілу күштерінің тік төмен бағытталған құраушылары есептеледі. Бұл кезде, суреттен көрініп тұрғандай, қисықтық радиусы R_2 -ге тең. Олай болса, AB қисығына

$$\frac{\sigma \cdot \Delta S}{2R_2},$$

ал DC қисығына

$$\frac{\sigma \cdot \Delta S}{2R_2}$$

керілу күштері әсер етеді. Осы табылған төрт күштің қосындысы сұйық бетінің астына түсіретін жалпы күшін анықтайды:

$$F_* = \frac{2\sigma \cdot \Delta S}{2R_1} + \frac{2\sigma \cdot \Delta S}{2R_2} = \sigma \cdot \Delta S \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (6.10)$$

Қысым $P = \frac{F}{S}$ екендігін ескеріп, (6.10) теңдеудің екі жағында ΔS -ке бөлу арқылы, сұйық бетінің өзінің имек бетінің астына түсіретін қосымша қысымы анықталады:

$$P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (6.11)$$

Бұл өрнек Лаплас формуласы деп аталады. Дербес жағдайда, егер беттік қабат сферадан бөлініп алынса $R_1 = R_2 = R$. Бұл кезде қосымша қысым мына түрде жазылады:

$$P_c = \frac{2\sigma}{R}, \quad (6.12)$$

ал беттік қабат цилиндр тәріздес болса, онда қисықтық радиустың бірі, мысалы, R_2 шексіздікке ұмтылады ($R_2 \rightarrow \infty$). Олай болса қосымша қысым мынаға тең:

$$P_u = \frac{\sigma}{R_1}. \quad (6.13)$$

Егер беттік қабат ретінде, тамшы емес, көпіршік алынса, мысалы, сабынды судың көпіршігі, онда, беттік керілу күшінің

әсерінен пайда болатын, қысым екі есе артуы тиіс. Себебі, көпіршіктің ішкі және сыртқы иілген қабаттары, өздерінің астына, бірдей қосымша қысым түсіреді. Сондықтан, сфера және цилиндр пішінді көпіршіктер үшін сәйкес қосымша қысымдар мынадай формулалармен анықталады:

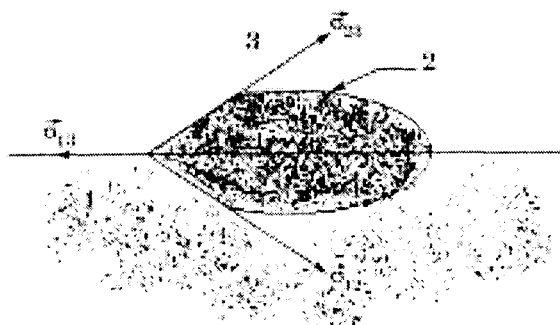
$$P_c = \frac{4\sigma}{R}, P_u = \frac{2\sigma}{R}. \quad (6.14)$$

Бұл өрнектерден, сұйықтың имек бетінің астына түсіретін қысымы, оның қисықтық радиусына кері пропорционал болатыны, яғни, көпіршік кішірейген сайын қосымша қысымның артатындығы байқалады.

§ 59. СҰЙЫҚТАРДАҒЫ ЖҰҚҚЫШТЫҚ ҚҰБЫЛЫСЫ

Зерттелетін сұйық тамшысының екінші бір сұйықтың ішінде өзін қалай ұстайтынын қарастырайық (92-сурет). Оларды бірімен-бірі араласпайтын болсын деп саналық. Жеңіл сұйықтың тамшысы 2 ауыр сұйықтың 1 бетінде орналассын. Бұл кезде, жеңіл сұйықтың тамшысы, суреттегідей, линза тәрізді пішін алады және бұл жерде үш өртүрлі, сұйықтар (1, 2) мен ауа (3), орталар шектеседі. Олай болса, әр екі ортаның шекарасында, тамшы бетінің ауданын кемітуге тырысатын, беттік керілу күштері пайда болады. сондықтан, тамшы орналасқан шеңбердің бірлік өлшеміне, сан мәні беттік керілу күштеріне тең үш күш әсер етеді. Бұлар екі сұйықтың шекарасындағы $\bar{\sigma}_{12}$, бірінші сұйық пен ауа шекарасындағы $\bar{\sigma}_{13}$ және екінші сұйық пен ауа шекарасындағы $\bar{\sigma}_{23}$ күштері.

Осылардың екеуі, $\bar{\sigma}_{12}$ және $\bar{\sigma}_{23}$ тамшы бетінің ауданын кемітуге, оған сфералық пішін беруге, ал үшіншісі $\bar{\sigma}_{13}$, керісінше,



92-сурет

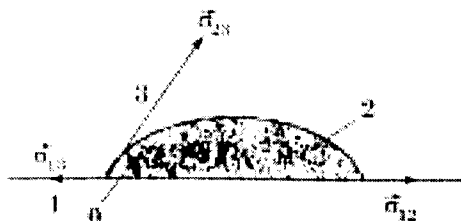
тамшының бетін созып, бірінші сұйықтың бетін кемітуге тырысады. Егер, $\bar{\sigma}_{12}$ және $\bar{\sigma}_{23}$ күштерінің горизонталь жазықтықтағы кескіндерінің қосындысы $\bar{\sigma}_{13}$ күшіне тең болса, онда тамшы тепе-тең қалыпта табылады. Ал, егер, $\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23} > \bar{\sigma}_{13}$ болса, тамшы тепе-тең қалып алғанша жиырылады, яғни, «линза» қалындайды. Керісінше, $\bar{\sigma}_{13} > \bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23}$ болса, тепе-теңдік орнамайды, тамшы, бірінші сұйықтың беттік керілу күшінің әсерінен созыла отырып, оның бетінде мономолекулярлық қабыршақ құрайды. Сонымен, егер $\bar{\sigma}_{13} < \bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23}$ шарты орындалса, тамшы бірінші сұйықтың бетінде жүзіп жүреді, ал $\bar{\sigma}_{13} > \bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23}$ шарты орындалса, екінші сұйық бірінші сұйықтың бетіне шексіз жайылады.

Жоғарыда ескерткендей, беттік керілу қатты денелерде де байқалады. Себебі, қатты денені құрайтын молекулалар өзара тартылады және осы тартылыс күштері ортада беттік керілу күшінің пайда болу мүмкіндігін тудырады. Қайсыбір сұйық қатты дененің бетіне тамған кезде жайылып кетеді, ал кейбірі, шар төрізді пішін алып, домалап жүреді. Мысалы, су таза шынының бетінде жайылады, ал сынап кіші тамшыларға бөлініп домалап жүреді. Бірінші жағдайда, сұйық қатты денеге жұғады, ал екіншісінде – жұқпайды деп айтылады. Бірінші жағдайды қарастырайық (93-сурет).

Сұйық тамшысы қатты дене бетінде суреттегідей түрде жайғассын. Жалпы жүйе еркін энергиясы ең аз мәнге теңелетіндей түрде жайғасуға тырысады. Жұғу, қатты дене мен газдың шекарасындағы беттік керілу күші $\bar{\sigma}_{13}$, қатты дене мен сұйық шекарасындағы беттік керілу күші $\bar{\sigma}_{12}$ мен сұйық пен ауа арасындағы беттік керілу күшінің горизонталь жазықтықтағы кескінінің $\bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta$ қосындысынан артық болғанда байқалады. Бұл кезде, тамшы қатты дене бетінде тепе-теңдік орнағанша жайылады:

$$\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta = \bar{\sigma}_{13}.$$

Суреттегіден көрінгендей, θ сұйық пен қатты дене шекарасындағы сұйық бетіне жүргізілген жанама мен қатты дене арасындағы бұрыш. Ол жиектік бұрыш деп аталады. Егер төмендегідей шарт орындалса тепе-теңдік орнамайды,



93-сурет

$$\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta < \bar{\sigma}_{13}.$$

жоғарыда айтылғандай, ол қатты дене бетінде мономолекулярлық қабат түзілгенше жайылады. Бұл кезде сұйық қатты денеге абсолют жұғады деп саналады, ал жиіктік бұрыш θ нөлге тең болады.

Жиіктік бұрыштың белгілі мәнінде, берілген сұйық пен қатты дене үшін мынадай теңдік орнауы мүмкін

$$\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta = \bar{\sigma}_{13}.$$

Бұл жағдайда сұйық қатты денеге толық жұқпайды және жиіктік бұрыш сүйір болады, яғни $\theta < \frac{\pi}{2}$.

Жиіктік бұрыш, 94-суретте кескінделгендей доғал да болуы мүмкін. Бұл кезде $\bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta$ және $\bar{\sigma}_{12}$ беттік керілу күштері қосылып, тамшыны жиыруға, оған сфералық пішін беруге тырысады. Бірақ оған тамшыны сығуға тырысатын ауырлық күші

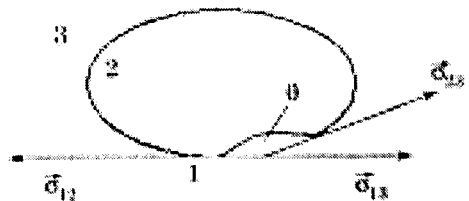
$m\bar{g}$ мүмкіндік бермейді. Жиіктік бұрыш $\theta > \frac{\pi}{2}$, яғни, доғал болғандықтан, сұйық пен ауа арасындағы беттік керілу күші $\bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta$ теріс, себебі, $\cos \theta$ -ның мәні теріс. Сондықтан, бұл жағдай үшін тепе-теңдік шарты мына өрнек арқылы анықталады:

$$\bar{\sigma}_{12} + \bar{\sigma}_{23} \cdot \cos \theta > \bar{\sigma}_{13}.$$

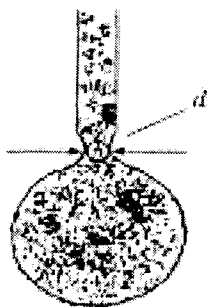
$\theta = 180^\circ$ кезінде $\cos \theta = -1$. Бұл кезде сұйық қатты денеге мүлдем жұқпайды деп саналады және ол абсолют жұққыштық емес деп аталады.

Сонымен, $\cos \theta = 1$ болса абсолют жұққыштық, ал $\cos \theta = -1$ болса абсолют жұққыштық емес орын алады, ал $\cos \theta = 0$ кезде бейтарап күй орнайды, яғни, сұйық молекулаларының өзара тартылыс күштері қатты дене молекулалары мен сұйық молекулаларының тартылыс күштерімен теңеледі. Абсолют жұққыштық емес құбылысы таза шыныға тамызылған сынап үшін байқалады. Ал спирт таза, құрғақ шыныға абсолют жұғады, сондықтан ол шыны бетіне түгел жайылуға тырысады. Суға тамызылған мұнай тамшысы, оның бетін түгел алуға тырысады. Ал оның үстіне тағы да мұнай тамшысы түссе, ол линза тәрізді пішін алып, қалқып жүреді. Себебі, алғаш тамызылған мұнай тамшысы суға еніп, оның беттік керілу күшін кемітеді.

Жұқпайтын сұйықтар өте кіші тесіктерден тамшыламайды, ілініп тұрады. Егер елгезекті парафинмен майлап қойса, одан су ақпайтынына көз жеткізуге



94-сурет



95-сурет

болады. Ал, оның астына, су құйылған ыдыспен жалғасатындай етіп суланған шүберек тигізе, елгезектегі су тез ағып кетеді. Себебі, су мен ауа шекарасындағы беттік қабат жойылады да, судың ағуына тосқауыл жасайтын беттік керілу күші, яғни қабыршақ пайда болмайды. Сұйық кіші тесіктерден өткенде немесе өте аз гидростатикалық қысымдарда тамшылап ағады. Бұл кезде тамшы үлкейген сайын, оның массасы мен көлемі өседі және мойын пайда болады (95-сурет). Тамшы массасының өсуіне байланысты, оның мойны жіңішкереді және біршама уақыттан соң үзіліп түседі.

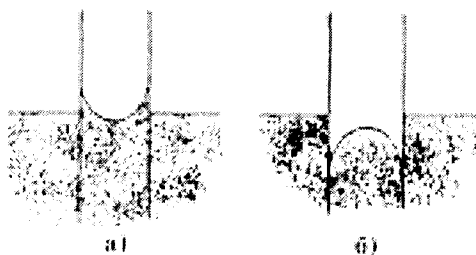
Массасы m тамшының, беттік керілу коэффициенті σ және оның мойнының радиусы r шамаларының арасындағы ара қатынасты тағайындау қиын емес. Тамшының үзілген мезеттегі салмағы сұйық пен ауа шекарасындағы беттік керілу күшіне тең болады деп саналады. Сондықтан,

$$mg = 2\pi r \cdot \sigma, \quad \sigma = \frac{mg}{2\pi r} = \frac{mg}{\pi d}. \quad (6.15)$$

Мұндағы $2r = d$ – тамшы мойнының диаметрі. Кейде, сфера тәріздес тамшы алу үшін, бір сұйықтың үстіне (Жердің тартылыс күшін жеңу үшін) екінші сұйықты тамызады. Бұл кезде екі сұйықтың тығыздықтары шамалас болуы тиіс. (Плато тәжірибесі). Мысалы, анилинді тұзды суға тамызады, бірақ тұзды судың тығыздығы тереңдеген сайын өсіп отыруы керек. Сонда, анилин тамшысы, тұзды судың тығыздығы өзінің тығыздығына теңелген жерінде тұрақтайды.

§ 60. КАПИЛЛЯРЛЫҚ ҚҰБЫЛЫСТАР

Жұққыштыққа тікелей тәуелді – капиллярлық деп аталған құбылыстарды қарастырайық. Егер ыдыстағы сұйыққа

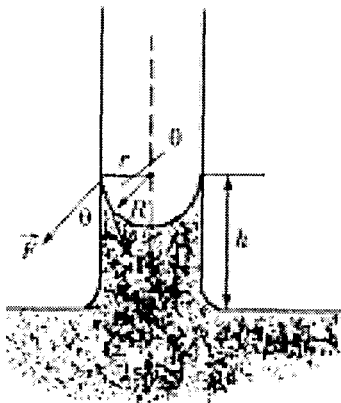


96-сурет

жуан шыны түтік батырылса, жұққыштық әсерінен, оның қабырғасымен жанасқан шекаралық бетте, сұйық біршама көтеріледі және ойыс бет (мениск) пайда болады (96, а-сурет). Ал, жұқпайтын жағдайда, шынының қабы-

рғаларымен жанасу шекараларында сұйық деңгейі төмендеп, дөңес бет (мениск) пайда болады (96, б-сурет).

Сұйыққа батырылатын түтік жіңішке болған жағдайда бұл құбылыс басқаша жүреді. Мысалы, диаметрі миллиметрден кіші шыны түтікшелерде имек бет, жазық емес, сфералық пішін алады және оның деңгейі, ыдыстағы сұйық деңгейімен салыстырғанда біршама жоғары көтеріледі. Бұндай жіңішке түтіктер капиллярлар, ал ондағы жүретін құбылыстар капиллярлық құбылыстар деп аталады.



97-сурет

Сұйықтың осы иілген бетінің (ойыс менискінің) қисықтық радиусы R түтіктің радиусымен r шамалас болады (97-сурет). Ойыс менискіде имек беттің қысымы сұйықтан ауаға бағытталады. Лапласстың формуласы бойынша сфералық бет үшін

$$P = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} = \frac{4\sigma \cos \theta}{d} \quad (6.16)$$

Мұндағы $R = \frac{r}{\cos \theta}$ – ойыс менискінің қисықтық радиусы, $d = 2r$ – капиллярдың диаметрі.

Бұл қосымша қысым сұйықтың капилляр арқылы көтерілуін қамтамасыз етеді және ол, шыны түтіктегі су бағанасының гидростатикалық қысымына ρdh теңелгенше биіктейді. Осы екі қысымның теңдігін пайдаланып, капиллярдағы сұйық деңгейінің көтерілу биіктігін анықтауға мүмкіндік беретін формуланы мына түрде жазуға болады:

$$\rho dh = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} = \frac{4\sigma \cos \theta}{d}$$

немесе

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{r \rho g} = \frac{4\sigma \cos \theta}{\rho g d} \quad (6.17)$$

Соңғы өрнектен сұйықтың көтерілу биіктігі капиллярдың радиусына тәуелді екендігі айқын көрінеді. Капилляр неғұрлым жіңішкерген сайын, солғұрлым сұйықтың көтерілу биіктігі

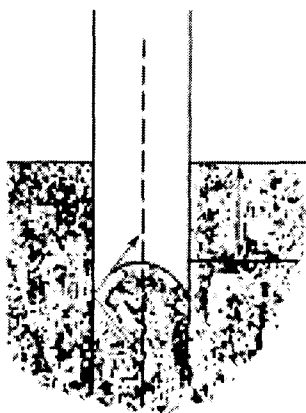
арта түседі. Егер сұйық капиллярға жұқпайтын болса $\theta > \frac{\pi}{2}$, яғни, $\cos \theta$ теріс. Сондықтан, (6.17) өрнек бойынша, түтіктегі сұйық деңгейі төмендейді. Бұл жағдай капиллярды сынап

құйылған ыдысқа батырғанда байқалады, яғни, түтіктегі сынап деңгейі жалпы ыдыстағы сынап деңгейінен төмен орналасады.

Капиллярлық құбылыстар табиғатта кең тараған және оның әртүрлі процестердегі маңызы зор. Мысалы, топырақтағы ылғалдың өсімдік сабақтарына, бұтақтар мен жапырақтарға берілуі капиллярлық құбылыс арқылы жүзеге асады. Себебі, олардың өзектерінде, сабақтарыда, тамырларында, Жер асты суларының жоғары көтерілуін қамтамасыз ететін, жіңішке капиллярлар болады. Топырақтың астыңғы қабатындағы судың жердің бетіне көтерілуі онда пайда болатын капилляр түтіктердің себебінен. Сондықтан шаруалар, сугарылған жерді, ол кебе бастағанда, шауып, пайда болған капиллярларды бұзып отырады немесе, көтерілген су буланбауы үшін, жарықшақтанған жерлерді, ағаш ұнтақтарымен жауып тастайды. Ұй қабырғаларының дымқыл тартып, ызаланып кетуі де капиллярлық құбылыстың себебінен болады. Адамдағы қан айналу процесінде капиллярлық үлкен рөл атқарады. Бұнда қан жүретін жіңішке тамырлар капилляр деп аталады, олар жоғарыда айтылған капилляр түтіктердің рөлін атқарады.

Таукен өндірісіндегі кеңінен қолданылатын флотация процесі сұйықтардың жұққыншық құбылысына негізделген. Майдаланған қазбаны, рудаға жұғатын, ал бос қоспаға жұқпайтындай етіп, тандап алынған сұйыққа салып араластырады. Осыдан кейін сұйыққа ауа көпіршіктері енгізілсе, олар сұйық жұқпайтын түйіршіктердің бетіне қонып, жоғары көтеріп шығарады. Ал қазбаның, сұйық жұғатын, руданы құрайтын түйіршіктері, оның астына шөгіп бос қоспадан арылады.

Жоғарыда баяндалған, сұйық пен қатты дене шекарасындағы жүретін құбылыстарды тереңірек түсіну үшін, сұйық молекулаларының арасындағы өзара әсер күштері мен сұйық пен қатты дене молекулаларының арасындағы әсерлеу күштерінің ара қатынасы есепке алынуы тиіс. Мұнда, егер, сұйық молекулаларының өзара әсерлесу күші, қатты дене молекулалары мен сұйық молекулаларының арасындағы әсерлесу күшінен артық болса, онда сұйық қатты денеге жұқпайды. Мұнда, ол екеуінің шекарасындағы қортқы әсерлесу күші сұйыққа қарай бағытталады (98-сурет). Ал, кері жағдайда сұйық қатты денеге жұғады



98-сурет

және олардың шекарасындағы қортқы өсерлесу күші қатты денеге қарай бағытталады (97-сурет).

§ 61. БУЛАНУ ЖӘНЕ ҚАЙНАУ

Заттың сұйық күйден газ тәріздес фазаға ауысуын – булану мен қайнау процестерін қарастырайық. Беті ашық ыдыстағы сұйықтың, мысалы өтірдің, біртіндеп булана отырып, таусылатыны белгілі. Олай болса, булану – энергиясы жоғары молекулалардың, өзімен көршілес молекулалардың тартылыс күшін жеңіп, сұйық бетіне шығып ұшып кету процесі. Олай болса, сұйық бетінен сыртқа кетіп жатқан молекулалар, сұйықтың беттік керілу күшіне және сыртқы қысымға қарсы жұмыс жасауы тиіс. Бұл жұмыс, молекуланың жылулық қозғалысының кинетикалық энергиясына тең болуы керектігі түсінікті, яғни,

$$\frac{mv_{\text{кв.}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Сондықтан, сұйық бетін, осы энергияға тең немесе одан жоғары энергияға ие молекулалар ғана тастап кете алады. Сұйықтың температурасы жоғарылаған сайын, ондағы энергиясы жоғары молекулалардың саны өсетін болғандықтан, булану процесінің интенсивтілігі артады, яғни, булану жылдамырақ жүреді.

Сұйықтардың ішкі, яғни, молекулалық қысымы өте жоғары. Мысалы, судың ішкі қысымы, шамамен, 11000 атм. Сондықтан сұйық молекулаларының, оның бетін тастап кетуі үшін, жеткілікті энергиясы болуы тиіс. Энергиясы көп молекулалар сұйықты тастап кете беретін жағдайда, оның салқындауы керек, себебі, қалған молекулалардың кинетикалық энергиясы төмендейді. Сондықтан, сұйықтардағы булану процесі, оның температурасының төмендеуімен қабаттаса жүреді, сұйық салқындайды. Олай болса, булану процесі жасырын булану жылуын анықтауға мүмкіндік береді.

Булану процесімен қатар, сұйықтың сыртындағы бу молекулаларының, оған қайта оралу процесі – конденсация процесі жүріп жатады. Бұл, будың суыққа қайта айналу процесі. Егер, булану конденсацияға қарағанда жылдам жүретін болса, сұйық мөлшері кемиді, керісінше, булануға қарағанда конденсация жылдамырақ жүрсе, сұйық мөлшері өседі.

Сұйық өзінің буымен тепе-теңдікте де бола алады. Бұл жағдай, берілген температурада, будың қысымы мен тығыздығы

белгілі мөндерге ие болғанда орнайды. Осыдан, өз сұйығымен динамикалық тепе-теңдікті бу, қаныққан бу деп аталады. Қаныққан будың қысымы тек температураға ғана тәуелді, ол температура жоғарылаған сайын артып отырады. Сондықтан, есеп кітаптарда сұйық үшін, (мысалы, су үшін), әр температурадағы, оның қаныққан буының серпімділігі (қысымы) беріліп қойылады.

Булану адиабаталық процесс арқылы жүретін болса, сұйықтың температурасы төмендейді. Ал, изотермиялық процесс кезіндегі булануда, сұйықтың жоғалтқан жылу мөлшері толықтырылып отыруы тиіс. Процесс тұрақты температурада жүргендіктен, берілген сұйыққа бірлік уақытта әкелінетін жылу мөлшері бірдей, уақытқа байланысты өзгермейді. Температура өзгертін болса сұйыққа берілетін жылу мөлшері де өзгереді. Бұл жылу, сұйықты буландыруға жұмсалады, сондықтан меншікті (жасырын) булану жылуы деп аталады және λ өріпімен белгіленеді. Ал, конденсациялану процесінде, керісінше, меншікті булану жылуына тең жылу бөлінеді, яғни, – λ . Жасырын булану (конденсациялану) жылуының өлшем бірлігі Дж/кг және ол мына формулалар арқылы анықталады:

$$Q = m\lambda, \quad Q = -m\lambda. \quad (6.18)$$

Тұрақты қысымдағы қайнап тұрған сұйықтың температура-сы өзгермейді. Сұйыққа берілетін жылу мөлшерінің басым көпшілігі, оны қыздыруға жұмсалады, ал азғантай бөлігі буландыруға жұмсалады. Қайнау басталу үшін, сұйықта қайнау центрлері, ауаның көпіршіктері пайда болуы тиіс, яғни, жүйе екі фазалы болуы қажет. Сұйық құйылған ыдыс қабырғаларына жабысқан ауа көпіршіктері булану нүктелерінің қызыметін атқарады. Көпіршік ішіндегі сұйықтың булануы нәтижесінде, ол үлкейіп, Архимед күшінің әсерінен сұйық бетіне қалқып шығады да жарылады, сұйық қайнайды. Ыдыс қабырғасынан бөлінген көпіршіктің орнында майда көпіршіктер қалады және олар жаңа булану нүктелеріне айналады.

Қайнау кезінде температура тұрақты сақталуы тиіс, себебі, оның аз ғана өзгерісі буланудың интенсивтілігін арттырады, ал ол сұйық температурасын төмендетеді де, бұрынғы тепе-тең күй қайта орнайды. Көпіршік пайда болатын газ қайнайтын сұйықтың буы емес, ауа немесе басқа бір газ болуы керек, себебі, ол сол сұйықтың буынан тұратын болса, температураның өсуіне сәйкес қысымның артуы, оны конденсациялануға мәжбүр етеді де көпіршік көлемінің жоғалуына әкеледі. Ал көпіршікте басқа газ болса, температураның жоғарылауына сәйкес оның қысымы да көлемі де артады.

Сұйықтағы көпіршіктің тепе-тең күйде табылу шарты мына теңдеумен анықталады:

$$P_0 + \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} = P + \rho gh + \frac{2\sigma}{r}, \quad (6.19)$$

мұндағы $P=f(T)$ – көпіршіктің ішіндегі қаныққан бу қысымы, $\frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$ – көпіршіктегі ауа қысымы, P_0 – атмосфералық қысым, ρgh – көпіршік тұрған жердегі сұйық деңгейінің гидростатикалық қысымы, $\frac{2\sigma}{r}$ – көпіршіктің иілген беті түсіретін Лаплас қысымы, ρ – сұйықтың тығыздығы, ал V – көпіршіктің көлемі.

Көпіршік өзі жабысып тұрған қабырғаға белгілі күшпен F тартылып тұрады. Бұл тарту күші, көпіршік қабырғадан бөлінгенше Архимед күшінен үлкен болуы тиіс, яғни,

$$F > \rho V g.$$

Көп қайнату арқылы, аса қызған сұйық күй алынады. Бұл кезде сұйықтағы еріген газдың барлығы ауа көпіршіктерімен шығып бітеді, ал жаңа көпіршіктер толығынан бұдан тұрады. Мұндай көпіршіктер, (6.19) өрнектің оң жағындағы қысымға төтеп бере алмайды, көпіршіктің көлемі, Архимед күші, оны ұстап тұратын күштерді жеңетіндей, мөлшерге дейін өспейді. Сұйықтың температурасы едәуір көтерілгенімен, ол қайнамайды. Бірақ бұл күй ұзаққа созылмайды. Біршама уақыттан соң аса қызған сұйық, қопарылысқа ұқсас, бірден қайнайды. Бұл жағдайда ыдыс жарылып кетуі мүмкін, ал ол айналаға аса қауіпті. Сондықтан, оны болдырмау үшін арнайы шаралар қолданады. Мысалы, сұйығы бар ыдысқа, қызған кезде ауаны көп бөліп шығаратын, күймеген фарфор, керамикалық түтіктер сықылды кеуек заттар салынады. Ыдыстың ішкі қабырғаларын, газ молекулалар жабысып тұра алатындай, кедір-бұдыр етіп жасайды, ол жып-жылтыр болып тегістелмейді.

Булану жылуы екі бөліктен құралады. Бірі, молекуланы беттік қабаттан алып өтетін, шығару жұмысын жасауға, ал екіншісі, мына өрнек арқылы анықталатын PdV , ұлғаю жұмысын жасауға жұмсалады. Сұйықтардың жасырын булану жылуын анықтаудың өртүрлі әдістері бар. Бұлардың көпшілігінде, булану (конденсациялану) процесінде жұмсалатын (бөлінетін) жылу мөлшерін есептеуге негізделген, калориметрлер қолданылады.

Будың сұйыққа айналуын – конденсация процесін қарастырайық. Бұл процесте, қайнау сияқты, екі фазалы жүйеде жүзеге асады. Конденсация басталуы үшін, будың ішінде, конденсациялану центрлерінің рөлін атқаратын, екінші бір сұйық фаза

(өте кіші тамшылар) немесе майда тозаңдар болуы тиіс. Бұды құрайтын сұйық молекулалары осы центрлерге қонып, алдымен кіші, ал соңынан үлкен тамшыларға айналып жатады. Егер бұды өртүрлі қоспалар мен тозаңдардан тазартып, оның ішінде иондардың (электронынан айырылған немесе оны қосып алған атомдар) пайда болмау жағдайын жасасақ, яғни, тамшылар түзілетін конденсациялану центрлерінен арылытсақ, аса қаныққан бу алынады. Оның қысымы қаныққан бу қысымынан біршама жоғары болады.

Аса қызған сұйық, аса қаныққан бу күйлерін космостық сәулелердің, зарядталған элементар бөлшектердің іздерін (трек) және олардың атом ядроларымен әсерлесуін бақылауға арналған, физикалық құралдарда пайдаланады. Бұлардың қатарына Вильсон камерасы мен көпіршікті камера жатады.

Конденсациялану нүктесі төмен газбен (гелий, азот және т.б.) және тез буланатын сұйықтың буымен (су, спирт буларының қоспасы) толтырылған, поршенмен жабдықталған ыдыс, Вильсон камерасы деп аталады. Поршенді тез қозғалтқанда адиабаталық ұлғаю жүзеге асады да камерадағы газдың температурасы кенет төмендейді, ондағы бу аса қаныққан күйге келеді. Осы кезде, Вильсон камерасын, жоғары энергиялы зарядталған бөлшектер тесіп өтетін болса, оның жолында бұды құрайтын заттың иондары түзіледі. Иондар конденсациялану центрлерінің рөлін атқарады. Олай болса, бөлшек қозғалысының траекториясын, оның ізін (трек), иондардың өн бойында түзілген сұйықтың кіші тамшылары көрсетеді. Бұл тамшылар тізбегін суретке түсіру арқылы зерттеу, магнит өрісіндегі ауытқуынан – бөлшектің заряды, оның ізінің жуандығы мен ұзындығын бағалау, энергиясы туралы көптеген мәліметтер алуға мүмкіндік береді.

Көпіршікті камера деп, қалыпты қысымдағы қайнау температурасынан жоғары температурадағы, үлкен қысым астындағы сутекпен, пропанның мөлдір сұйық қоспасымен толтырылған ыдыс аталады. Камерадағы қысымды кенет азайтқанда, одағы сұйық аса қызған күйге келеді. Осы кезде камера арқылы жоғары энергиялы космостық бөлшектер ұшып өтсе, оның жолында майда, бөлшектің ізін бақылауға мүмкіндік беретін, көпіршіктер пайда болады. Камерадағы сутектің тығыздығы үлкен мөнге ие болғандықтан, онда протондар өте көп. Сондықтан, көпіршікті камерада элементар бөлшектердің протондармен әсерлесуін зерттеу, гамма-кванттарды тіркеу және т.б. жүзеге асырылады. Бұл камерада Вильсон камерасындағыдай бөлшектің ізін жуып жіберетін конвекциялық ағын жоқ.

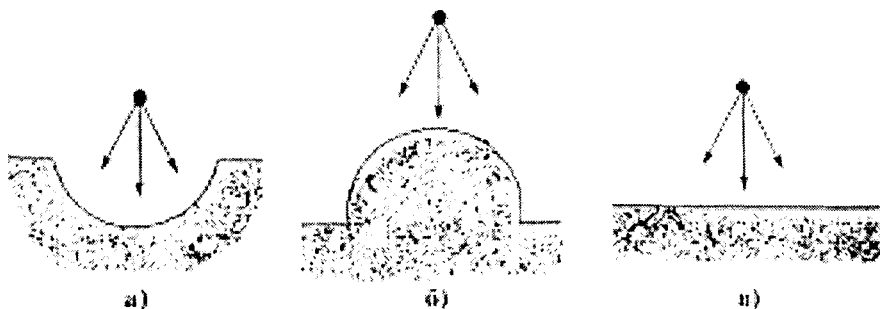
§ 62. ҚАНЫҚҚАН БУ СЕРПІМДІЛІГІНІҢ СҮЙЫҚ БЕТІНІҢ ҚИСЫҚТЫҒЫНА ТӘУЕЛДІЛІГІ

Қаныққан бу қысымының сұйық бетінің имектігіне тәуелділігін қарастырайық. Егер сұйық беті тегіс болса, сұйық пен будың тепе-теңдігі тек қаныққан будың серпімділігімен анықталады (99, в-сурет). Бұл кезде тепе-теңдік, бу молекулаларының сұйық бетінен қандай қашықтықта орналасқанына тығыз тәуелді, сұйық молекулаларымен бу молекулаларының арасындағы әсерлесу сипатымен анықталатындығы түсінікті.

Ал сұйық беті ойыс болса, бу молекуласына, одан, 99, а-суреттен көрінгендей, бірдей қашықтықта орналасқан су молекулаларының әсер күші көп, себебі, сұйық бетінің басым бөлігі, горизонталь және дөңес беттермен салыстырғанда жақын орналасады. Бұдан, бу молекуласы ойыс бетте сұйыққа үлкен күшпен тартылады, динамикалық тепе-теңдік кіші қысымда орын алады. Керісінше, сұйық беті дөңес болған жағдайда, бірінші және екінші жағдайлармен салыстырғанда кемірек. Себебі, сұйықтың бүйір беттері бу молекуласынан біршама қашық орналасқандықтан, оған аз күшпен әсер етеді. Сондықтан, сұйықтың дөңес беті үшін, сұйық пен оның буының арасындағы динамикалық тепе-теңдік, қаныққан будың үлкен қысымында орын алады.

Сонымен, берілген көлемдегі сұйық тамшыларының өлшемдері үлкенді-кішілі әртүрлі болса, олар өз буымен тепе-теңдікте бола алмайды. Тамшының қисықтық радиусы неғұрлым кіші болған сайын, олардың арасындағы динамикалық тепе-теңдік орнайтын қаныққан бу қысымы солғұрлым жоғары болуы тиіс.

Будың қысымы барлық көлемде бірдей болғандықтан, кіші тамшылардан молекулалардың булануы, бу молекулаларының конденсациялануынан көбірек. Пайда болған бу молекулалары



99-сурет

үлкен тамшыға қосылып, оны одан сайын үлкейтеді. Бұл процесс, әртүрлі өлшемді тамшылардан тұратын бұлттарда қарқынды түрде жүреді. Тамшылардың пайда болуы атмосфералық құбылыстарға табиғатта үлкен рөл атқарады, ол үлкейе отырып, ауырлық күшінің әсерінен жерге құлайды, жаңбырға айналады.

§ 63. СҮЙЫҚ ПЕН БУДЫҢ ТЕПЕ-ТЕҢДІГІ. КЛАПЕЙРОН-КЛАУЗИУС ТЕНДЕУІ

Бір-бірімен жылу алмасу мен жұмыс арқылы ғана емес, бөлшектері арқылы да энергия алмасатын, екі жүйенің тепе-тең күйде болу шартын қарастырайық. Бұндай құбылыс, молекулаларымен үздіксіз алмасып отыратын, сұйықтан және оның буынан құралатын жүйеде үнемі орын алып отырады. Термодинамиканың негізгі теңдеуінен, егер жүйедегі бөлшектер саны өзгермей тұрақты ұсталатын болса, ондағы ішкі энергия өзгерісі мына өрнек арқылы анықталатыны белгілі:

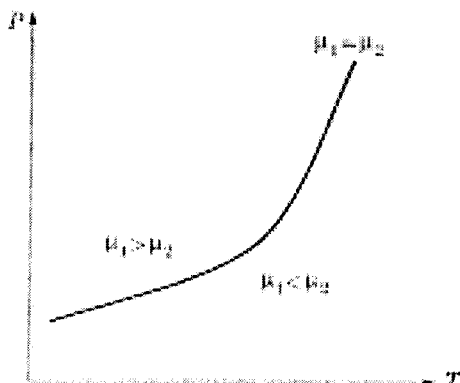
$$dU = TdS + PdV.$$

Ал, молекулаларымен ылғи да алмасып отыратын жүйелерде, ауысатын бөлшектер санын. N , оның ішкі энергиясының өзгерісін анықтауға мүмкіндік беретін, тағы бір айнымалы ретінде қарастырады. Бұл кезде жоғарғы өрнек мына түрде жазылады:

$$dU = TdS - PdV - \mu dN, \quad (6.20)$$

мұндағы пропорционалдық коэффициент μ жүйенің химиялық потенциалы деп аталады. Заттардың химиялық потенциалы, қысым мен температураға байланысты өзгеріп отыратын, бір бөлшекке келетін, еркін энергия. Сұйық пен оның буының арасындағы тепе-теңдік орнауы үшін, олардың температуралары ($T_1 = T_2$) мен қысымдары ($P_1 = P_2$) тең болуы тиіс (100-сурет).

Берілген температура мен қысымда $\mu_1 < \mu_2$ кем болса, тепе-тең күй, барлық молекула бірінші фазаға өткенде, ал $\mu_1 > \mu_2$ артық болған жағдайда, керісінше, барлық молекула екінші фазаға ауысқанда орнайды. Температура мен қысым-



100-сурет

ның берілген мөнінде, екі фазаның химиялық потенциалдары ($\mu_1 = \mu_2$) тең болса, бірінші фазаның кез-келген N_1 молекуласы екінші фазаның $N_2 = N - N_1$ молекуласымен тепе-теңдікте болады. Олай болса, 100-суреттегі, $\mu_1 = \mu_2$ шарты орындалатын сызық, фазалық тепе-теңдік қисығы деп аталады. Бұлардағы μ_1 сұйықтың, ал μ_2 будың химиялық потенциалдары.

Фазалық тепе-теңдік қисығын тағайындайтын тәуелділікті аналитикалық жолмен де алуға болады. Бұл үшін бір моль зат үшін өте жұқа Карно циклы жүргізіледі (101-сурет). Шексіз жұқа Карно циклының пайдалы әсер коэффициенті (ПӘК), изотермалар және адиабаталар арқылы шектелген ауданмен анықталатын пайдалы жұмыстың ΔA сұйықтың булану жылуына Q қатынасымен анықталады, яғни

$$\eta = \frac{\Delta A}{Q}.$$

Біздің жағдай $Q = \lambda$. Мұнда λ молярлық конденсациялану (булану) жылуы. Графиктен бір цикл ішінде жасалынған жұмыс мынаған тең.

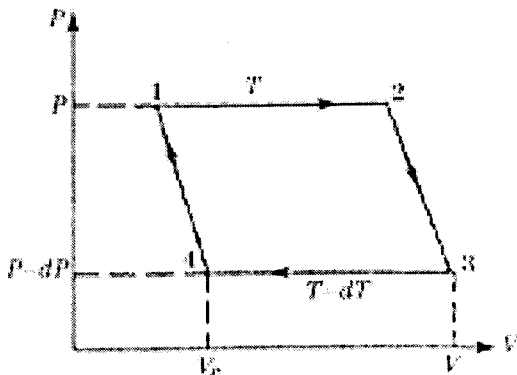
$$\Delta A = dP(V_g - V_c).$$

Карно циклының пайдалы әсер коэффициенті $\eta = \frac{dT}{T}$ екендігін ескеріп және жоғарыдағы анықталған мәндерді пайдаланып мынадай теңдеу алынады:

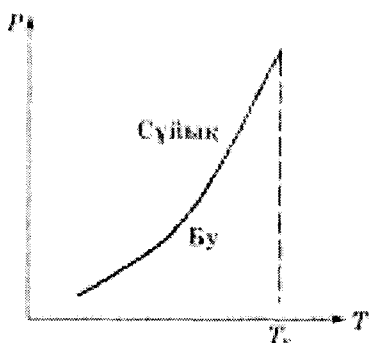
$$\frac{dT}{T} = \frac{(V_g - V_c)dP}{\lambda}.$$

Кішігірім түрлендірулер арқылы бұл теңдеуді мына келтіруге болады:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{(V_g - V_c)dP}. \quad (6.21)$$



101-сурет



102-сурет

Мұндағы P – қаныққан бу қысымы. (6.21) өрнек Клапейрон-Клаузиус теңдеуі деп аталады және ол, қысымның өзгерісі арқылы, кез-келген фазалық ауысу температурасының өзгерісін есептеп табуға мүмкіндік береді.

Төменгі температураларда қаныққан будың қысымы қатты төмендейді. Бұл кезде ($V_0 \ll V_g$) будың тығыздығының кемитіндігі соншалық, оны идеал газ деп санауға болады. Олай болса, қаныққан бу үшін Клапейрон-Менделеев теңдеуін пайдаланып

($V_0 = \frac{RT}{P}$) (6.21) Клапейрон-Клаузиус өрнегінен

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda P}{RT^2},$$

ал одан

$$d(\ln P) = -d\left(\frac{\lambda}{RT}\right) \quad (6.22)$$

екендігі шығады.

Бұл кезде жасырын булану жылуы λ температураға тәуелді емес деп саналады. Олай болса (6.22) формуланы интегралдау мынадай өрнек алуға мүмкіндік береді, яғни:

$$\ln P = -\frac{\lambda}{RT} + \text{const.}$$

Осыдан қаныққан будың қысымы температураға байланысты экспоненциалды заңдылықпен өзгертіндігі анықталады:

$$P = \text{const} e^{-\frac{\lambda}{RT}}. \quad (6.23)$$

Молярлық булану жылуы молекулалардың жылулық қозғалысының энергиясынан әлдеқайда көп, яғни $\lambda \gg RT$. Сондықтан $P(T)$ – функциясын сипаттайтын қисық едәуір тік болады және сұйықтың қайнау температурасында үзіледі (102-сурет).

§ 64. ЕРІТІНДІЛЕР

Көптеген сұйықтар (су, бензин, ацетон, скипидар және т.б.) жақсы еріткіштер екені белгілі. Оларда қатты денелер де, сұйықтар да, газдар да ериді. Ертінді, еріткіштен және оның ішінде біркелкі орналасатын ерігіш молекулаларынан тұрады. Соның нәтижесінде физикалық қасиеті жағынан біртекті жүйе құралады. Мысалы, қант немесе ас тұзы ыдыстағы судың түбіне, ішіне салынып қойылса, олар кристалдарда жүретін еру және ол заттардың ертіндідегі молекулаларының кристалдың бетіне қону процестерінің нәтижесінде, динамикалық тепе-теңдік орнағанша ериді. Бұл кезде ол қаныққан ертінді деп аталады. Егер температура жоғарыласа ертіндінің ішіндегі қатты дененің тағы біршама мөлшері ериді, ал, керісінше, температура төмендесе еріген заттың біраз бөлігі қайта кристалданады.

Сұйықтардың бір-бірінде еруі толық немесе жартылай жүруі мүмкін. Ал кейбір сұйықтар екіншілерінде мүлдем ерімейді. Мысалы, спирт пен су бір-бірінде шексіз ериді, су мен анилин жарым жартылай ериді, ал сынап суда мүлдем ерімейді. Көп жағдайда, сұйықтардың бір-бірінде еруі температура өскен сайын артып отырады және кризистік деп аталған, араласу температурасында шексіз еруге ауысып кетеді. Кейбір сұйықтардың басқа бір сұйықтарда еруі, керісінше, температура төмендеген кезде және толық еру, араласу температураларынан төмен температураларда байқалады.

Мөлшерлі түрде, ертіндінің концентрациясы, еріткіштің бірлік массасына немесе оның бірлік көлеміне келетін, ерігіштің граммен алынған массасымен сипатталады. Оларды көлемдік

концентрация $\frac{m}{V}$ немесе салмақтық концентрация $\frac{m}{M}$ деп атайды және C өрімімен белгілейді. Мұндағы m – еріген заттың массасы, V – еріткіштің көлемі, ал M – еріткіштің массасы.

Ертіндінің физикалық қасиеттері таза заттардың қасиеттеріне қарағанда біршама өзгеше. Мысалы, бірдей температурада, ертіндінің қаныққан буының қысымы P , барлық уақытта, таза еріткіштің қаныққан буының қысымынан P_0 кем. Раульдің көрсетуі бойынша, еріткіштегі еритін заттың кіші мөлшерінде, яғни, әлсіз ертінділерде, ертіндінің қаныққан буының серпімділігінің төмендеуі ерігіштің концентрациясына пропорционал:

$$\frac{P_0 - P}{P_0} = \frac{n}{n + N}, \quad (6.24)$$

Мұндағы P_0 – таза ертіндінің қаныққан буының серпімділігі, P

– ерітіндінің қаныққан буының серпімділігі, N – ерітіндінің концентрациясы, n – ерітіндінің N молекуласына сәйкес келетін еріген зат молекулаларының саны. Бұл қатынас Раульдің бірінші заңы деп аталады.

Екінші жағынан, көптеген тәжірибелер арқылы алынған нәтижелердің негізінде Рауль, ерітіндінің қаныққан буының серпімділігінің төмендеуі, оның қайнау температурасының жоғарылауымен қабат жүретінін дәлелдеді:

$$\Delta T = D \frac{q}{\mu} \quad (6.25)$$

Бұл жерде $D = \frac{2T^2}{M \cdot \lambda}$ – берілген еріткіш үшін тұрақты шама, q – еріткіштің M граммен алынған массасындағы еріген заттың граммен өлшенген массасы, μ – еріген заттың молярлық массасы, λ – оның қайнау температурасындағы T булану жылуы. (6.25)-ші формула Раульдің екінші заңының өрнегін сипаттайды.

Рауль, сонымен қатар, ерітіндінің қату температурасының мынадай заңдылықпен төмендейтінін анықтаған:

$$\Delta T = K \frac{q}{\mu}, \quad (6.26)$$

мұндағы $K = \frac{2T_0^2}{M \cdot L}$ – криоскоптық тұрақты, T_0 – ерітіндінің кристалдану температурасы, L – ерігіштің кристалдану жылуы. Криоскоптық тұрақты су үшін $K=18,4$.

Раульдің үшінші заңы деп аталған (6.26) өрнек физика мен химияда үлкен практикалық қолданыс тапқан. Бұл заң, заттардың молекулалық салмағын анықтайтын, ең қарапайым, криоскоптық әдістің негізінде жатыр. Заттардың молекулалық салмағын Раульдің екінші заңымен де анықтауға болады. Оны эбулиоскопиялық әдіс деп атайды, бірақ оның, криоскоптық әдіске қарағанда, дәлдігі төмен.

§ 65. ОСМОС ЖӘНЕ ОСМОСТЫҚ ҚЫСЫМ

Ерітінді, бірімен-бірі химиялық түрде әсерлеспейтін, газ қоспасына ұқсамайды. Оның көлемі еріткіш пен ерігіштің көлемдерінің қосындысына тең емес. Еру процесі жылу бөліну және жұту процестерімен қабат жүреді. Олай болса, еріткіш пен ерігіш молекулалары өте тығыз энергетикалық байланыста болады. Бұл энергетикалық алмасулар ерітінділерді химиялық қосылыстарға жақындатады, бірақ, әлсіз ерітінділер үшін

баяндалған ерекшеліктер онша маңызды рөл атқармайды. Өлсіз ерітінділерде ерігіштің бір молекуласына еріткіштің көп молекуласы сәйкес келеді. Сондықтан, сұйықтағы ерігіш молекулаларын, бір-бірінен үлкен қашықтықтарда қозғалатын, идеал газ деп санауға болады. Еріткіштегі еріген зат молекулаларының өзара әсерін, өте аздығына байланысты, елемей кетуге болады. Ерігіш молекулаларының, идеал газ молекулаларынан айырмашылығы, олар еріткіш молекулаларымен ылғи соқтығысып отырғандықтан, қозғалысын үнемі баяулатып отырады.

Осыдан, ерітінділерде диффузия, газдарға қарағанда баяу жүреді. Еріген заттың диффузия коэффициенті, газдардыкінен әлдеқайда аз болады. Сонда, ерігіштің бір молекуласына сәйкес келетін, ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясы, идеал газ молекулаларындағы сияқты, $\bar{E} = \frac{3}{2} kT$ мәнге тең деп санауға болады. Еріген зат молекулалары ерітіндіде, идеал газдағы парциал қысымға ұқсас, осмостық деп аталатын қысым түсіреді. Бұл қысым, идеал газдың молекулалы-кинетикалық теориясының теңдеуіне ұқсас, мынадай формуламен анықталады:

$$P = \frac{2}{3} n \bar{E}, \quad (6.27)$$

мұндағы n – өлсіз ерітіндідегі ерігіш концентрациясы.

Өлсіз ерітіндінің қоспалы газдармен ұқсастығы, ондағы осмос деп аталатын құбылысты түсіндіруге мүмкіндік береді. Ішіне, құйылған ерітінді мен таза еріткішті бөліп тұратын жартылай өткізгіш қалқанмен жабдықталған, қатынас ыдысты қарастыралық. Жартылай өткізгіш қалқан таза еріткіштің, мысалы, судың молекулаларын өткізеді, ал өзіне осмостық қысым түсіретін, ерігіш молекулаларын өткізбейді. Сондықтан, еріткіш молекулалары жартылай қалқан арқылы өтіп, ерітіндінің концентрациясын кемітеді.

Еріткіштің жартылай өткізгіш қалқан арқылы біржақты өту құбылысы осмос деп аталады. Осмос қатынас ыдыстардағы ерітіндінің деңгейін көтереді және сол арқылы, оның гидростатикалық қысымын арттырады. Осы гидростатикалық қысымның өзгерісі осмостық қысымның шамасын анықтайды және соның әсерінен, еріткіш молекулаларының ерітіндіге өтуі біраз уақыттан соң тоқтап, тепе-теңдік орнайды.

Осмостық процесті былай түсіндіруге болады. Жартылай өткізгіш қалқан өзі де суды немесе басқа еріткіштерді ерітеді, ал бірақ, ондағы ерігіштерді еріте алмайды. Ерітіндіде еріткіш

молекулаларының концентрациясы, таза еріткіштегіге қарағанда аз болады. Сондықтан, жартылай өткізгіш қалқанда еритін заттың концентрациясы сұйық еріткішпен салыстырғанда бірдей, ал ерітіндімен салыстырғанда жоғары. Осыдан, жартылай өткізгіш қалқан еріткіш молекулаларының біршама бөлігін ерітіндіге береді де, олардың орнына, ыдыстың таза еріткіш құйылған бөлігінен, жаңа молекулалар сіңіреді. Жартылай өткізгіш қалқан еріткіш молекулаларын, ыдыстың ерітінді құйылған бөлігіне, соратын насостың рөлін атқарады.

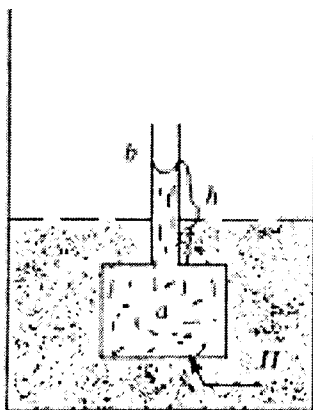
Осмостық қысымды өлшеу үшін, жінішке түтікшемен b жабықталған, түбі жартылай өткізгіш материалмен II қапталған қолбаға құйылған a ерітінді, ішінде таза еріткіші бар үлкен ыдысқа салынады (103-сурет). Осмостық процестің әсерінен үлкен ыдыстағы таза еріткіш молекулалары жартылай өткізгіш қалқан II арқылы қолбаға өтіп, b түтіктегі ерітіндінің гидростатикалық қысымын, осмостық қысымға теңелгенше, көтереді. Қолбадағы ерітіндінің тығыздығы ρ белгілі болса және ол b түтікше арқылы h биіктікке көтерілсе, гидростатикалық немесе осмостық қысым мына өрнекпен анықталады:

$$P_{осм} = \rho gh.$$

Ерігіш заттың осмостық қысымы, қоспалы идеал газ құралатын, компоненттердің парциал қысымына ұқсас болғандықтан, ерітінді үшін жазылған Клапейрон-Менделеев теңдеуімен анықталады:

$$P_{осм} = \frac{m}{\mu \cdot V} RT, \quad P_{осм} = \frac{C}{\mu} RT, \quad (6.28)$$

мұндағы m – ерігіштің массасы, μ – оның молярлық массасы, V –



103-сурет

ерітіндінің көлемі, ал $\frac{m}{V} = C$ – ерігіштің көлемдік концентрациясы. Осы алынған (6.28) формуласы Вант-Гофф заңы деп аталады.

Кейбір ерітінділердің осмостық қысымы үлкен мәндерге жетеді. Мысалы, қант ерітіндісінің (бір кесе шөйдағы бір кесек қант) 60°C температурадағы осмостық қысымы 1900 мм с.б. жетеді. Вант-Гофф заңдары сияқты әлсіз ерітінділер үшін дұрыс.

Осмостық құбылыс тірі организмдердің қызметінде маңызды рөл атқа-

рады. Себебі, клеткалардың қабырғалары, жануарлардың қуықтары және т.б. органикалық заттар, жартылай өткізгіш қалқандардың рөлін атқарады. Бұдан басқа, жартылай өткізгіш қалқандар жасаңды түрде де алынады.

Сұйықтың құрамында белгілі мөлшерде газ молекулалары болады. Мысалы, су өзіне, қайнау процесінде үлкен рөл атқаратын, ауа молекулаларын барлық уақытта сіңіріп отырады, Сұйықтың өз бойына газ немесе қатты дене молекулаларын сіңіру процесі абсорбция деп аталады. Сұйыққа сіңірілетін газдың мөлшері, оның табиғатына тығыз байланысты. Мысалы, бір литр су, қалыпты атмосфералық қысымда, бір литр көмір қышқыл газын, 0,03 литр оттекті, 0,014 литр азотты сіңіре алады.

Сұйықтардың газдарды сіңіруі Генри заңына бағынады: *онша үлкен емес қысымдарда сұйықтар сіңіретін газ мөлшері қысымға пропорционал.* Генри заңы бірнеше атмосфералық қысымдарға дейін жақсы орындалады. Сұйықта еритін газ мөлшері температура өскен сайын кемиді, себебі, неғұрлым температура жоғарылаған сайын, еріген газдың сұйықтан бөлінуі артады. Газды сұйықтар ғана емес қатты денелер де сіңіреді. Барлық металдар өз бойына газ молекулаларын сіңіреді. Металдағы газдар электрондық құралдарда (мысалы электрондық шамдарда) үлкен зиянын тигізеді. Себебі, жоғарғы температураларда, электрондық шамдардағы металлдардан газ бөлінуіне байланысты, вакуум бұзылады да, шам істен шығады. Сондықтан, металдар сіңірген газдан арылту үшін, олар жоғары жиілікті тоқтың өрісіне орналастырылып, қыздырылады, сөйтіп, бөлінген газдар насос арқылы сорылып алынады.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Температурасы 27 °С салыстырмалы ылғалдылығы 60% ауаның 1 м³ көлеміндегі су буының массасы неге тең.

Берілгені: | Шешуі:

$$V=1\text{ м}^3$$

$$T=298\text{ К}$$

$$\varpi=0,6$$

$$m - ?$$

Ауаның салыстырмалы ылғалдылығы мына формуламен анықталады

$$\varpi = \frac{P}{P_{\kappa}} \quad (1)$$

P – ауадағы су буының қысымы,

P_{κ} – осы температурадағы ауаны қанықтыратын су буының қысымы, ол кестеден табылады. Ауаның берілген V көлемі мен T температурасындағы су буының массасы Клапейрон-Менделеев теңдеуі арқылы табылады $PV = \frac{m}{\mu} RT$ және $m = \frac{\mu PV}{RT}$ (2),

мұнда $\mu=0,018$ кг/моль – судың молярлық массасы. Осыған (1)

формуладан P мөнін тауып қояды, сонда $m = \frac{\mu \varpi P_{\kappa} \cdot V}{RT}$. (3)

27 °С температурада ауаны қанықтыратын су буының қысымы кесте бойынша $P_{\kappa}=23,8$ мм.с.б.=23,8 · 133,3 Па=3172,5 Па.

Осыны және (3) формулаға кіретін басқа да физикалық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер арқылы 1 м³ ауадағы су буының массасы анықталады

$$m = \frac{0,018 \cdot 0,6 \cdot 23,8 \cdot 133,3}{8,31 \cdot 298} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ кг.}$$

2. Ішкі диаметрі 25 мм және сыртқы диаметрі 26 мм жүзік деформация коэффициенті 10⁻⁴ кГ/мм серіппеге ілініп сұйықпен жанастырылған. Сұйықты төмен түсіргенде жүзік одан, серіппе 5,3 мм созылғанда, ажыраған. Сұйықтың беттік керілу коэффициентін анықтаңдар.

Берілгені:

$$d_1=25 \text{ мм}=25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2=26 \text{ мм}=26 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\kappa=10^{-4} \text{ кГ/мм}$$

$$\Delta x=5,3 \text{ мм}$$

$$\sigma - ?$$

Шешуі:

Жүзік сұйықтан ажырағанда беттік қабыршақ оның ішкі және сыртқы шеңберлері арқылы үзіледі. Олай болса беттік керілу күші мына формуламен анықталады

$$F=2\pi\sigma(R_1+R_2)=\pi\sigma(d_1+d_2). \quad (1)$$

R_1, R_2 – жүзіктің ішкі сыртқы радиустары.

Гук заңынан күш $F=\kappa \cdot \Delta x=10^{-4}$ кГ/мм · 5,3 мм=5,3 · 10⁻⁴ кГ, немесе $F=5,3 \cdot 9,8=51,9$ Н.

(1) формуладан беттік керілу коэффициенті мынаға тең

$$\sigma = \frac{F}{\pi(\tau_1 + \tau_2)}.$$

Осыған кіретін физикалық шамалардың сан мөнін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы σ анықталады:

$$\sigma = \frac{51,94 \cdot 10^{-4}}{3,14(25+26) \cdot 10^{-3}} = 32,4 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}.$$

3. Массасы 5,45 кг сынап тамшысы параллель шыны пластикалардың арасына енгізілген. Осы тамшыны 0,1 мм қалыңдыққа дейін сығу үшін қанша күш түсіріледі. Сынаптың беттік керілу коэффициенті 0,5 Н/м.

Берілгені:

$$m = 5,45 \text{ кг}$$

$$d = 10^{-4} \text{ м}$$

$$\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\sigma = 0,5 \text{ Н/м}$$

$F = ?$

Шешуі:

Тамшыны сыққан кездегі, оның бетінің қисықтығынан пайда болатын қосымша қысым ΔP , сыртқы күштің F қысымымен теңеледі $\Delta P = \frac{F}{S}$, мұнда

$$F = 2\pi\sigma(R_1 + R_2) = \pi\sigma(d_1 + d_2) \quad (1),$$

ал S – сынап тамшысының шыны пластинкамен жанасу ауданы

$$S = \frac{V}{d} = \frac{m}{\rho \cdot d}. \quad (1)$$

Бұл жерде $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ – сынаптың тығыздығы, d – сынап тамшысының сығылған кездегі қалыңдығы. Екінші жағынан осы ауданы

$$S = \pi R^2. \quad (2)$$

R – сығылған кездегі дөңгелек пішін алған тамшы бетінің радиусы. (1) және (2) теңдеулерден $R = \sqrt{\frac{m}{\pi \rho d}}$. (3)

Қосымша қысым ΔP Лаплас формуласымен анықталады

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right), \quad (4)$$

мұндағы

$$r = \frac{d}{2}.$$

(4) формулаға (3) және (1) формуладан R – мен r -дің мөндерін қою арқылы сыртқы күшті анықтайтын формула табылады.

$$F = \frac{m r}{\rho d} \left(\sqrt{\frac{\pi \rho d}{m}} + \frac{2}{d} \right). \quad (5)$$

Осы формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін қойып есептеулер жүргізу арқылы іздеген шама анықталады.

$$F = \frac{5,45 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{13,6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}} \left(\sqrt{\frac{3,14 \cdot 13,6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}}{5,45 \cdot 10^{-3}} + \frac{2}{10^{-4}}} \right) = 40 \text{ Н.}$$

4. Су – май шекарасындағы беттің керілу коэффициенті $\sigma = 18 \cdot 10^{-3}$ Н/м. Массасы 1 г май тамшысын судың ішінде диаметрі $d_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ см кіші тамшыларға бөлуге жұмсалатын жұмысты анықтаңдар. Майдың тығыздығы $\rho = 900$ кг/м³. Процесс изотермиялық жүреді.

Б е р і л г е н і :

$$m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$d_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\rho = 900 \text{ кг/м}^3$$

$$\sigma = 18 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$T = \text{const}$$

A – ?

Ш е ш у і :

Үлкен тамшыны изотермиялы түрде кіші тамшыларға бөлуде, энергия тек қосымша аудан тудыруға жұмсалады деп санауға болады. Сондықтан,

$$A = \sigma \cdot \Delta S. \quad (1)$$

Бұл жерде ΔS – үлкен тамшыны бөлген кездегі қосымша бет. Яғни,

$$\Delta S = \pi(N \cdot d_0^2 - d^2). \quad (2)$$

d – майдың үлкен тамшысының диаметрі, ал N – пайда болған кіші тамшылардың саны. Тамшының массасы өзгермейтін болғандықтан

$$\frac{\pi d^3}{6} \rho = \frac{\pi d_0^3}{6} N \rho \text{ немесе } d = N^{\frac{1}{3}} d_0. \quad (3)$$

Олай болса

$$\Delta S = \pi \cdot d_0^2 N^{\frac{2}{3}} \left(N^{\frac{1}{3}} - 1 \right). \quad (4)$$

Кіші тамшылардың саны мынаған тең $m = N \frac{\pi d_0^3}{6} \cdot \rho$ немесе

$$N = \frac{6m}{\pi d_0^3 \rho}. \quad (5)$$

$N^{\frac{1}{3}}$ – пен салыстырғанда бірді ескермей (1), (4) және (5) формулалардан

$$A = \sigma \cdot \Delta S = \sigma \frac{6m}{d_0 \rho}. \quad (6)$$

Осы формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы үлкен

тамшыны кіші тамшыларға бөлуге жұмсалған жұмыс анықталады:

$$A = 18 \cdot 10^{-3} \frac{6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 900} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

5. Радиусы $5 \cdot 10^{-3}$ м сабын көпіршігінің ішіндегі ауаның тығыздығын анықтаңдар. Атмосфералық қысым 10^5 Па, ал ауаның температурасы 10°C . Сабын ертіндісінің беттік керілу коэффициенті $40 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Б е р і л г е н і :

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 290 \text{ К}$$

$$r = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\sigma = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$$

$$\rho = ?$$

Ш е ш у і :

Бетінің қисықтығынан пайда болатын, сабын көпіршігінің ішіндегі қосымша қысым Лаплас формуласымен анықталады. Бірақ сабын көпіршігінің ішкі және сыртқы беттері болатынын ескеру керек. Олай болса

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{r}. \quad (1)$$

Көпіршіктің ішіндегі ауаның тығыздығы идеал газ күйінің теңдеуі арқылы анықталады:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \text{ яғни, } \rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu P}{RT}, \quad (2)$$

мұнда

$$P = P_0 + \Delta P = P_0 + \frac{4\sigma}{r}.$$

Осыны (2) формулаға қою арқылы көпіршіктегі ауа тығыздығын анықтауға мүмкіндік беретін өрнек алынады.

$$\rho = \frac{\mu}{RT} \left(P_0 + \frac{4\sigma}{r} \right), \quad (3)$$

мұндағы $\mu = 0,029$ кг/моль – ауаның молярлық массасы.

(3) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мәндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы іздеген шама анықталады:

$$\rho = \frac{29 \cdot 10^{-3}}{8,31290} \left(10^5 + \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} \right) = 1,2 \text{ кг/м}^3.$$

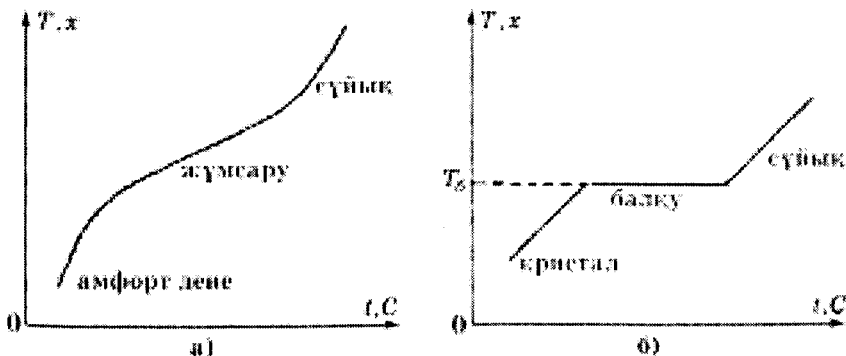
ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Сұйықтардың қатты және газ тәрізді заттардан қандай айырмашылығы бар?
2. Сұйықтардың сығымғыштығы неліктен аз?
3. Сұйықтардағы беттің керілуі құбылысының мәні неде?
4. Сұйықтардың беттік керілу коэффициенті температураға байланысты өзгере ме?
5. Қандай шарттарда сұйық қатты денеге жұғады (жұқпайды)?
6. Сұйықтар иілген бетінің астына қысым түсіретіні неліктен? Лаплас формуласын жазыңдар. Осы құбылыстың физикалық мәні неде?
7. Сұйықтардың көлемдік ұлғаю коэффициентін тәжірибе жүзінде қалай анықтауға болады?
8. Неге сұйықтарда диффузия құбылысы баяу жүреді, ал керісінше, тұтқырлық газдағыдан әлде қайда жоғары?
9. Беттік керілу коэффициенті тәжірибе жүзінде қандай әдістермен анықталады?
10. Жаратылыста сұйықтардағы жұққыштық құбылысының қандай маңызы бар?
11. Капиллярлық деп қандай құбылыстарды айтады?
12. Ылғалдылық, абсолют және салыстырмалы ылғалдықтар деген не? Оларды қалай анықтайды?
13. Қаныққан бу деген не? Қаныққан будың қысымы неге байланысты?
14. Сұйықты құрайтын бөлшектердің жылулық қозғалысының ерекшелігі неде?
15. Булану және қайнау процестерін түсіндіріңдер.
16. Сұйық пен будың тепе-теңдігі қандай шарттарда орындалады?
17. Клапейрон-Клаузиус теңдеуін қорытып шығарыңдар.
18. Осмос және осмостың қысым деген не?
19. Ертінділер, еріткіштер және ерігіштер деген не? Ертінділер мен таза сұйықтардың қасиеттерінде өзгешеліктер бар ма?

§ 66. КРИСТАЛЛІ ЖӘНЕ АМОРФ ДЕНЕЛЕР

Заттарды құрайтын молекулалардың кинетикалық энергияларының, олардың өзара әсерінің потенциалдық энергияларымен салыстырғанда кеміп кетуі, қатты денелердің пайда болуына әкеледі. Олар, сұйықтар сияқты, көлемін ғана емес пішінін де сақтай алады. Заттың қатты күйі кристалл және аморф денелер болып екі түрге бөлінеді.

Физикада, тек кристалдық денелерді ғана, қатты денелер деп атайды. Аморфты денеердің кристалдық құрылымы болмайды, сондықтан, оларды қатты күй ала алғанымен, өте тұтқыр сұйықтар ретінде қарастырады. Аморфты денелердің тек жақын атомдары ғана, сұйықтардағы сияқты, белгілі бір заңдылықпен орналасады (жақын тәртіптілік). Оларға шыны, шайыр, өртүрлі пластмассалар және т.б. жатады. Теориялық тұрғыда аморфты денелердің қасиеттерін, олардың қалай дайындалғанына байланысты өзгеріп отыратын болғандықтан, сипаттау өте күрделі. Аморфты денелердің физикалық қасиеттері барлық бағыттарда бірдей: олар изотропты. Аморфты денелер тұрақты пішінге ие емес, олардың белгілі балку нүктесі болмайды және температурасы өскен сайын, жұмсара отырып тұтқырлығын кемітеді де, сұйық күйге айналады (104, а-сурет). Кейбір



104-сурет

қатты заттар (күкірт, қант, кварц және т.б.) кристалл күйде де, аморф күйде де бола алады.

Кристалдар – атомдары мен молекулалары кеңістікте белгілі реттілікпен орналасып, құрылым түзетін – қатты денелер. Кристалдардың бұл ерекшелігі, олардың жоғары температуралардағы және электромагниттік өріспен әсерлесуі кезіндегі қасиеттерін болжауға, сипаттауға мүмкіндік береді. Сондықтан, кристалдар физикасы жақсы дамыған. Кристалдар тұрақты пішінге ие, олардың физикалық қасиеттері (электр өткізгіштігі, серпімділігі, жылу өткізгіштігі, сыну көрсеткіші және т.б.) алынған бағыттарға байланысты өзгеріп отырады, яғни – анизотропты. Кристалдардың тұрақты балқу температурасы болады (104, б-сурет).

Кристалдар-монокристалдар және поликристалдар болып екіге бөлінеді. Егер қатты денелер пішіні бірдей ірі кристалдардан құралатын болса, оны монокристалл деп атайды. Табиғатта тау хрусталы сияқты ірі монокристалдар болады. Өртүрлі заттардың жеке монокристалдары, жасанды түрде, лабораторияларда өсіріледі.

Ал, біріне-бірі ілінсе өскен өте ұсақ кристалдардан құралатын қатты денелер, поликристалдар деп аталады. Барлық металдар поликристалдарға жатады. Бірақ олардың қасиеттері анизотропты емес, себебі, оларды құрайтын ұсақ кристалдар ретсіз, бейберекет орналасады. Сондықтан, дене көлемі, оларды құрайтын жекелеген кристалдардың көлемінен әлдеқайда үлкен болса, онда дененің ішіндегі барлық бағыт біркелкі деп саналады да, оның қасиеті алынған бағытқа тәуелсіз болып шығады. Қайсыбір жағдайларда, аморф денелер қатты денелерге айналады (мысалы, мыс, ескі шыны, пластикалы күкірт және т.б.). Бұдан заттың кристалдық күйі, аморфты күйіне қарағанда, орнықты болады деген қорытынды жасалады.

§ 67. КРИСТАЛДАРДЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫ

Қатты денелер теориясының негізі ретінде шексіз идеал монокристалдың моделі алынған. Мұндай монокристалда кіші құрылымдық бірлік, үш өлшемдік кеңістікте белгілі-бір заңдылықпен қайталанып отырады. Бұл көзқарас кристалдарды өсіру процестерін бақылау, табиғаттағы монокристалдардың пішіндерін және механикалық әсерлер кезіндегі монокристалдардың бұзылуын зерттеулер нәтижесінде қалыптасқан. Макроскопиялық зерттеулер, кристалдарды өсіру процесінде, зат атомдарының барлық бағыттарда біркелкі таралатындығын дәлелдеді.

Кристалдың сыртқы пішінінің реттілігі, берілген дене үшін оның тұрақтылығы, ондағы атомдардың белгілі заңдылықпен орналасуымен түсіндіріледі. Оларда атомдардың орналасу тәртіптілігі шексіз қашықтықтарда да өзгермейді, яғни, құрылымында алыс тәртіптілік орын алған. Осы атомдар жайғасуының симметриялығы және олардың өзара байланысының бағыттылығы кристалдардың симметриялығын түсіндіреді. Симметриялы кристалдар белгілі-бір осьпен айналғанда, өз орнын ала алады, яғни, қайталанып отыратын бөліктерден және өзінің айналық кескінімен сәйкес келетін оң, теріс фигуралар ала алады.

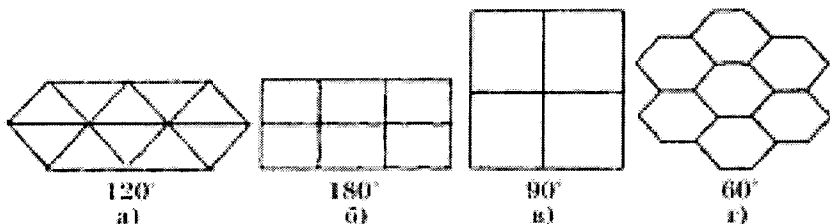
Денені өз орнына әкелетін әрекеттер – шағылулар, айналулар, инверсиялар мен трансляциялар (параллель көшірулер) және т.б. – симметриялық операциялар деп аталады. Бұл операциялар кезінде, қатты денелерді құрайтын атомдар мен молекулалардың ара қашықтықтары өзгермейді, олардың оңы мен солы сақталады. Шағылу мен инверсияда дененің сұлбасы өзгереді, яғни, оңы солына, ал солы оңына сәйкестенеді.

Барлық симметриялық операцияларды шағылуларға жатқызуға болады. Шағылудың оң санында дененің пішіні өзгермейді, ал сол санында – өзгереді. Симметриялық операциялар симметриялық элементтер арқылы жүзеге асады. Оған симметриялық осьтер, симметриялық жазықтықтар, симметриялық центрлер және ауысу векторлары жатады.

Симметриялық деп, дене айналған кезде, оның бірдей пішіндері белгілі-бір бұрылу бұрыштарында қайталанып отыратын, ось айтылады. Яғни, дененің симметриялық осінің саны, оның кеңістікте алатын орнында бос қуыстардың жоқтығымен анықталады. Мысалы, кубты біріне-бірі қарама-қарсы орналасқан қабырғаларынан өтетін ось арқылы айналдырып, бір айналымда, әр 90° сайын қайталанып отыратын 4 бірдей күй алынады. Мұндай ось төрт дәрежелі симметриялық ось деп аталады. Ал цилиндрді құраушысына параллель осьпен айналдыру, шексіз дәрежелі симметриялық ось алуға мүмкіндік береді. Себебі, оны кез-келген бұрышқа бұру арқылы цилиндр алынады. Цилиндрді, құраушысына перпендикуляр арқылы айналдыратын ось екінші дәрежелі симметриялық ось деп аталады. Дене арқылы өтетін кез-келген түзу, бірінші дәрежелі симметриялық ось болып табылады.

Егер кристалдағы мүмкін симметриялық осьтерге перпендикуляр жазықтықтарда қарастырсақ, онда бұл жазықтықты:

а) үш дәрежелі симметриялық осьпен айналған тең қабырғалы үшбұрыштар, әр 120° бұрыш сайын; б) екі дәрежелі симмет-

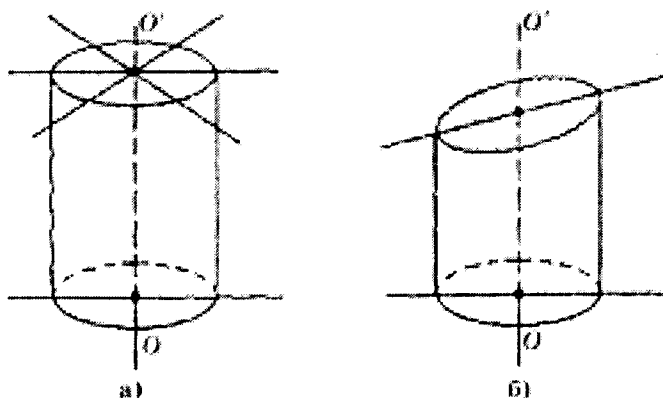


105-сурет

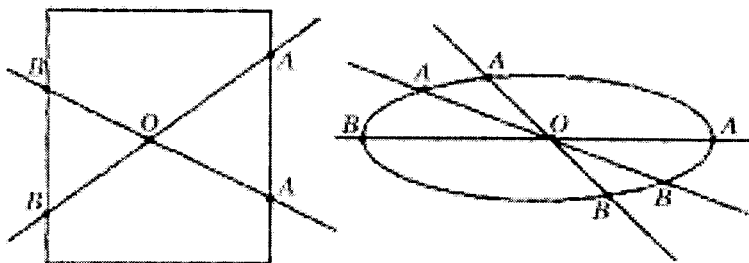
риялық осы бар параллелограмм өз осымен, әр 180° бұрышқа бұрылған сайын; в) төрт дәрежелі симметриялық осы бар квадрат, өз осымен әр 90° -қа бұрылған сайын; г) алты дәрежелі симметриялық осы бар алты бұрыш, өз осымен әр 60° -қа бұрылған сайын толтыра алады. Кез-келген дене 360° -қа айналғанда бұрынғы орнын қайта толтырады. Бұл бірінші дәрежелі симметриялық оське сәйкес келеді (105-сурет). Басқа кез-келген бұрышқа айналу кеңістікті сол денемен толтыра алмайтыны түсінікті. Сондықтан, 5-ші, 7-ші және одан да жоғары симметриялық осьтер болмайды.

Қатты денелер физикасында, оны бір-бірінің айналы кескіні болып табылатындай етіп, екіге бөлетін жазықтықты симметриялық жазықтық деп атайды. Мысалы, дөңгелек түзу цилиндрді, оның осы арқылы теңдей екіге бөлетін, шексіз көп жазықтық жүргізуге болады. (106, а-сурет). Ал, осы цилиндр қиғаш кесілген болса, оның симметриялық жазықтығы, тек бірге тең болады (106, б-сурет).

Жазықтық арқылы жүргізілген түзуді, оның шеттерінен теңдей қашықтықтарға бөлетін нүкте, осы жазықтықтың симметриялық центрі деп аталады. Мысалы, 107-суреттегі OA



106-сурет



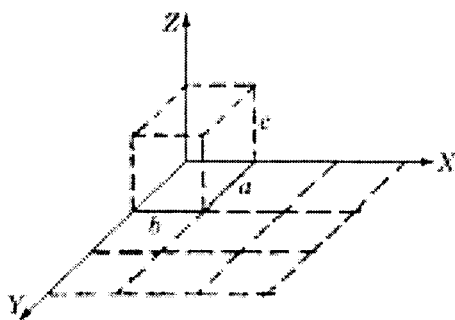
107-сурет

және OB кесінділерінің ұзындықтары, AB түзуінің кез-келген жүргізілулерінде өзара тең.

Жазықтықты, параллелограммның a және b қабырғаларын, олардың ұзындықтарына параллель ауыстыра отырып, толтыруға болады (108-сурет). Осындай операцияны, үшінші қабырғасы c -ға тең параллелепипед үшін де жүзеге асыруға болады. Мұндай ауыстыру трансляция деп аталады. Трансляцияны жүзеге асыруға мүмкіндік беретін \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} векторлары ауысу векторлары деп аталады. Кристалл үш өлшемді құрылым. Сондықтан, қарапайым a , b , c қабырғалы параллелепипедті, өзіне параллель түрде, барлық бағыттарда трансляциялау арқылы, кристалдық кеңістік тор деп аталатын шексіз периодты құрылым алынады.

Атомдар, молекулалар, иондар орналасатын, осы параллелепипедтің шыңдары, кристалдық кеңістік тордың түйіндері деп аталады. Ауыстыру векторлары арқылы, үш өлшемді кеңістік кристалдық тор түзілетін, параллелепипед элементар ұя деп аталады. Ең кіші көлемге ие элементар ұяшық, түйіндерінде 8 бөлшек орналасқан параллелепипед, қарапайым ұяшық деп аталады. Күрделі құрылымды заттардың элементар ұяшықтарының өн бойында немесе қырларында қосымша түйіндер орналасады.

Жоғарыда баяндалғандай, кеңістік кристалдық торды сипаттау үшін, координата осьтерін параллелепипедтің жақтарымен, яғни, ауысу немесе трансляция векторларымен сәйкестендіріп алады. Осы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} векторларының модульдері кеңістік тордың қайталану периодтары болып санала-



108-сурет

ды. Қарапайым элементар ұяшықтың көлемі мөлшерлі түрде мына өрнек арқылы анықталады:

$$V = a \cdot b \cdot c. \quad (7.1)$$

Кеңістік тордың әрбір түйініне, базис деп аталған атомды, ионды немесе молекуланы орналастыру арқылы кристалдық тор алынады. Олай болса, жеке атомды, ионды, молекуланы немесе бөлшектер тобы базис деп аталады. Басқаша айтқанда базис қарапайым элементар ұяшықтағы бөлшектер санымен анықталады.

Кеңістік кристалдық торды сипаттау үшін, параллелепипедтің қабырғаларының ұзындықтарынан басқа, олардың арасындағы бұрыштар да α , β , γ белгілі болуы тиіс. Осы a , b , c , α , β , γ шамалары кеңістік тордың параметрлері немесе тұрақтылары деп аталады. Қарапайым элементар ұяшықтардан түзілетін, кез-келген кристалдық тордың түйіні мына вектормен анықталады:

$$\vec{R} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}, \quad (7.2)$$

бұл жерде n_1 , n_2 , n_3 – сәйкес координата осьтеріндегі түйіндер саны. Олар бүтін сандар және түйін символдары деп аталады. Сонымен, кристалды өзіне өзін параллель ауыстыру операциясы трансляция деп, ал оған байланысты симметрия трансляциялық симметрия деп аталады.

Жоғарыда айтылғандардан, үш өлшемді кеңістікті толтыратын элементар қарапайым ұяшықтар саны шектеулі болатыны білінеді. Бірақ, олардың саны, қарапайым ұяшықтар көлемінде немесе оның қабырғаларында орналасқан қосымша түйіндердің есебінен, көбейетіні түсінікті.

Кристалдағы атомдардың белгілі тәртіппен орналасу заңдылықтарын терең зерттеген француз ғалымы О.Бравэ. Осы ілімді ілгері дамытуға өз үлестерін қосқан орыс кристаллографтары Е.С.Федоров, А.В.Гадолин және т.б. Кеңістік торды пішіндеріне байланысты саралаған ыңғайлы: мысалы, куб, ромбоэдр, параллелепипед және т.б. Ал, олардың сұлбаларының санын шектеу мақсатында, мынадай негізгі белгілер тағайындалған: қабырғаларының арасындағы бұрыштар тік немесе тік емес, жақтары бір-біріне тең немесе тең емес. Осы белгілерге сәйкес кристаллографияда барлық қарапайым кеңістік торлар жеті жүйеге біріктірілген. Олардың параметрлері 11-кестеде келтірілген.

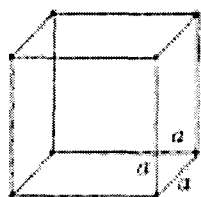
О.Бравэнің зерттеулері, күрделі торлары да 7 жүйеге біріктіруге болатындығын дәлелдеді. Сонда, барлығы 14 түрлі кристалдық тор болатыны анықталған. Оларды Бравэ торлары деп атайды (109-сурет). Кристалдық торлардың ішіндегі ең сим-

	Кристалдық жүйе	Бұрыштар	Ауысу векторлары
1	Кубтық	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	$a=b=c$
2	Тетрогоналды	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	$a=b\neq c$
3	Гексогоналды	$\alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$	$a=b\neq c$
4	Тригоналды (ромбоэдрлі)	$\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq90^\circ$	$a=b=c$
5	Ромбылық	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	$a\neq b\neq c$
6	Моноклинді	$\alpha=\gamma=90^\circ, \beta=90^\circ$	$a\neq b\neq c$
7	Триклинді	$\alpha\neq\beta\neq\gamma\neq90^\circ$	$a\neq b\neq c$

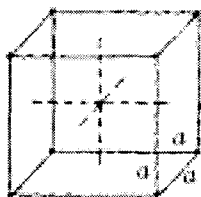
метриялысы кубтық тор. Оның екі күрделі түрі болады. Бірінде, түйіндеріндегіден бөлек, кубтың ауырлық центрінде бір атом орналасады. Ал, екіншісінде, оның алты қабырғасының центрінде де қосымша атомдар орналасады. Осылардың екеуінде де кубтың симметриясы бұзылмайды. Осы сияқты, суреттен: көлемді центрленген тетрогоналды; көлемді центрленген, базоцентрленген және бүйірлі центрленген ромбылық; базоцентрленген моноклинді кеңістік торлардың күрделі ұяшықтары болатыны көрінеді.

Химиялық элементтердің басым көпшілігі қарапайым ұяшықтардан түзілетін кристалдар. Мысалы, 20 шақты элементтер кубтық бүйірлі центрленген қарапайым ұяшықтардан түзілген кристалдар түзеді. Оған көптеген металдар (*Cu, Ag, Au, Al* және т.б.) инертті газдардың кристалдары (*Ar, Ne, Xn* және т.б.) жатады. Оңа жуық элементтер, кристалдану нәтижесінде көлемді центрленген кубтық тор түзеді. Оған калий, натрий сияқты сілтілі металдар және т.б. жатады. Шамамен 15-ке жуық элемент (металлдар), мысалы, магний, кадмий, цинк және т.б. гексогоналды қарапайым ұяшықтардан түзілген кристалдар тобын құрайды.

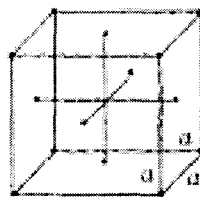
Кейбір химиялық элементтердің атомдары, бір-бірінен қасиеттері мүлдем бөлек, кеңістік кристалдық торлар түзе алады. Мысалы, көміртегінің бір түрі – графит атомдары гексагоналды призмалық кристалдық тор түзеді. Оның кристалы жазық паралель қабаттардан тұрады және олардың ара қашықтығы атом аралық қашықтықтан (10^{-12} м) 2–3 дәреже есе артық болады. Сондықтан, графитті құрайтын қабаттар бірінен-бірі оңай ажыратылады. Көміртектің екінші түрі – алмастың



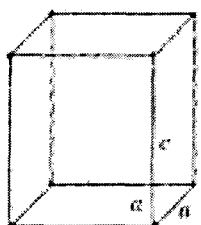
қарапайым
кубық



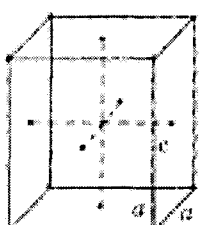
көлемді
центрленген кубық



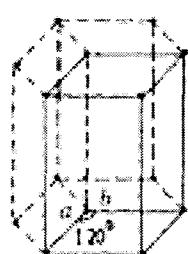
қабырғалы
центрленген кубық



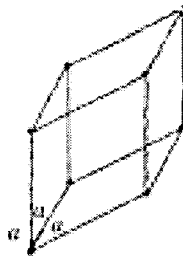
қарапайым
тетрагоналды



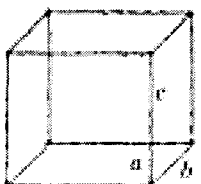
көлемді центрленген
тетрагоналды



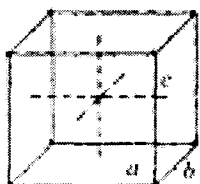
треугоналды



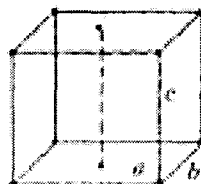
ромбодрлік
(тригоналды)



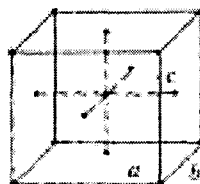
қарапайым
ромбылық



көлемді
центрленген
ромбылық



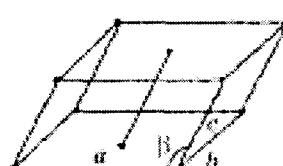
базоцентрленген
ромбылық



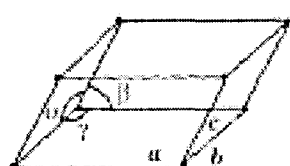
қабырғалы
центрленген
ромбылық



қарапайым
моноклинді



базоцентрленген
моноклинді



триклинді

109-сурет

кристалдық құрылымы, бүйір центрленген екі, бірімен-бірін салыстырғанда, кубтың диагоналының 0,25 бөлігіне ығысқан, кристалдық тор түзеді. Осының нәтижесінде, көміртектің әрбір атомы, одан бірдей қашықтықтағы төрт атоммен қоршалады. Алмас өте берік кристалл.

Жартылай өткізгіш металдардың, кремний мен германийдің құрылымдары да алмасқа ұқсаған. Мұз бес түрлі кристалдық

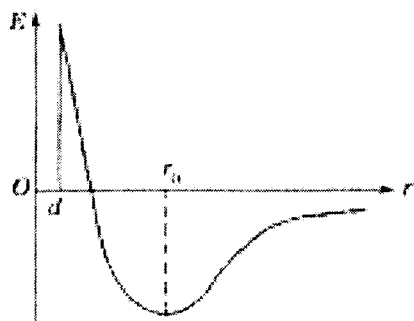
тор арқылы түзіледі. Өртүрлі физикалық қасиетке ие бола алатын, бір құрамды заттардың, бірнеше кристалдық пішін алу қасиеті полиморфизм деп аталады. Кристалл денелердегі, кеңістік тор түйіндерінің дұрыс, ретті түрде қайталанып отыруы және кез-келген қашықтықта сақталуы, оларда алыс тәртіптілік орын алатынын көрсетеді.

§ 68. КРИСТАЛДЫҚ ТОРДЫҢ ТҮРЛЕРІ

Кристалдық тордың базисіндегі бөлшектердің орналасуы, олардың табиғаты мен өзара әсерінің сипатына тығыз байланысты. Бірақ, барлық жағдайда, кеңістік тордың түйіндеріндегі бөлшектер, өзара әсерлесу энергиясы ең кіші мәнге ие болатындай шартта жайғасады. Кристалдық тордың түйіндеріндегі молекулалардың өзара әсерлесу энергиясының, олардың ара қашықтығына тәуелділігі төмендегі суретте келтірілген (110-сурет). E – молекуланың, тербелмелі қозғалысының кинетикалық және өзара әсерінің потенциалдық энергияларының қосындысынан тұратын, толық энергиясы.

Егер, көрші молекулалардың әсерлесуі кезіндегі центрлерінің ең жақын ара қашықтығы d , суреттегі r_0 қашықтықтан үлкен болса, молекулалардың арасындағы тартылыс күштері басым және олардың жалпы потенциалдық энергиясы теріс. Ал кері жағдайда, яғни, молекулалар біріне-бірі жақындаған сайын олардың арасындағы тебіліс күштері – оң күштер арта бастайды және потенциалдық энергиялары жоғарылайды. Көбінесе бұл тебіліс күштері электрондар емес атом ядроларының есебінен пайда болады. Екі молекуланың ара қашықтығы r_0 -ге теңелгенде олардың жалпы потенциалдық энергиясы минимум болады, яғни, молекулалардың арасындағы тебіліс және тартылыс күштері теңеледі.

Жалпы, атомдар мен молекулалардың арасындағы әсерлесу күштері, гравитациялық және магниттік күштердің өте аздығына байланысты, таза электрлік деп саналады. Кристалдық тордың түйіндеріндегі атомдардың арасындағы химиялық байланыс энергиясы, олардың сыртқы қабаттарындағы валенттік электрондардың есебінен жүзеге асады.



110-сурет

Бұл химиялық байланыс энергиясының мөлшері электростатикалық байланыс энергиясымен шамалас, яғни, 10^{-10} Дж жуық екендігі білінеді.

Периодтық жүйеде элементтер, олардың атомдарындағы электрондар мен ядролардың әсерлесу сипатына сәйкес, екі топқа бөлінеді. Бірінші топқа сыртқы валенттік электрондары өзінің ядросымен әлсіз байланысқан элементтер, мысалы, сілтілі металдар (натрий, калий және т.б.) жатады. Бұлар валенттік электрондарынан оңай айырылып, оң иондарға айналады. Электронды атомнан жұлып алуға тең энергия байланыс энергиясы деп аталады және ол электронвольтпен (эВ) өлшенеді. Бір электронвольт (эВ), бір вольт потенциал айырымын өткендегі, электронның қабылдайтын энергиясына тең:

$$E=e(\varphi_1-\varphi_2), E=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1\text{В}=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Бұл жерде $e=-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – электронның заряды, $\varphi_1-\varphi_2$ – өрістің потенциал айырымы (В). Сілтілік металдар үшін ионизациялау потенциалы 3-тен 5 эВ шамасында, сутек H_2 үшін біршама жоғары 13,2 эВ, ал инертті газдарда ол 25 эВ-қа дейін жетеді.

Екінші топқа сыртқы валенттік электрондар саны төрттен асатын элементтер (фтор *F*, хлор *Cl* және т.б.) жатады. Энергетикалық тұрғыда, оларға басқа электрондар қосып алып, толық 8-электронды қабат түзген тиімдірек. Сондықтан, бұлар теріс иондар түзеді. Электронды қосып алу энергиясы ең жоғары элементтер галоидтар. Мысалы, фторда ол 4,1 эВ, хлорда – 3,7 эВ, ал иодта – 3,3 эВ. Сілтілік металдар үшін, электронды өзіне қосып алу энергиясы біршама төмен, мысалы, натрий үшін ол 0,2 эВ, ал литийде – 0,5 эВ және т.с.с.

Жалпы кристалдарда, өзара әсерлесу сипатына сәйкес, бір бөлшекке келетін байланыс энергиясы 0,1-ден 7 эВ аралығында өзгеріп отырады. Бұл энергия кристалдан электронды бөліп алу жұмысының мөлшерін көрсетеді. Кристалдар, өздерін құрайтын бөлшектердің табиғатына және олардың өзара әсерлесу сипатына байланысты төрт құрлымды түрге бөлінеді: иондық, атомдық, металдық, молекулалық.

1. **Иондық кристалдар.** Мұндай кристалдардың кеңістік торларының түйіндерінде оң иондар мен теріс иондар кезектесе орналасады. Олардың арасындағы әсерлесу күштерінің табиғаты электростатикалық, сондықтан иондық кристалдарды құрайтын бөлшектердің арасындағы өзара әсерлесу күштері, Кулон заңына сәйкес, ара қашықтықтарының квадратына кері пропорционал түрде өзгереді. Осы, аттас емес зарядталған иондардың арасындағы, электростатикалық тартылыс күштерінің

өсерінен жүзеге асатын байланыс, иондық байланыс деп аталады. Мұндай байланыстар, бір немесе бірнеше валенттік электронның бір атомнан екіншісіне ауысуы нәтижесінде пайда болады. Сондықтан, біртекті химиялық элементтердің арасында мұндай байланыс жүзеге аспайды, себебі, бұл кезде, олардың атомдарының барлығы өзіне электрондар қосып алады немесе электрондарын береді, яғни, оларда қарама-қарсы зарядталған иондар пайда бола алмайды.

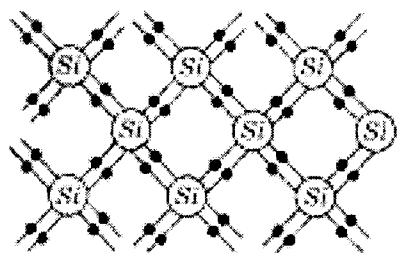
Иондық кристалдар, валенттік электрондарының байланыс энергияларының айырмашылығы мол, химиялық табиғаты өртекті атомдардың түзілуінен пайда болады. Сондықтан, иондық байланысты, көп ретте, гетерополярлы (ер полярлы) байланыс деп атайды. Мұндай кристалдардағы иондардың өзара байланыс энергиясы шамамен $10^5 + 10^6$ Дж/моль.

Иондық кристалдың мысалы ретінде ас тұзын (NaCl) қарастыруға болады. Мұнда натрийдің бейтарап атомының валенттік электронының саны 1-ге, ал хлордыкі – 7-ге тең. Кристаллизациялану процесінде натрий атомы өзінің валенттік электронын хлор атомына беріп, оң ионға (Na^+), ал хлор атомы, электрон қосып алғандықтан, теріс зарядталған ионға (Cl^-) айналады. Сөйтіп олардың арасында күшті гетерополярлы байланыс орнайды.

Химияда, тұздар деп аталатын көптеген заттар иондық кристалдар қатарына жатады. Бұл кристалдардың балқу температурасының жоғарылығы және қыздыру кезіндегі көлем өзгерістерінің аздығы, олардағы иондық байланыстың өте берік болатынын білдіреді. Кристалл түзілген иондардың заряды өскен сайын, олардың балқу температурасы жоғарылай береді. Мысалы, жоғарыда айтылған ас тұзы кристалының балқу температурасы 1073 K , KCl кристалы үшін 1063 K , ал CaO кристалы 2843 K температурада балқиды.

2. Металдық кристалдар. Мұндай заттардың кристалдық кеңістік торларының түйіндерінде оң иондар орналасады. Олардың арасында атомдарынан босаған валенттік электрондар еркін қозғалып жүреді. Электрондық газ, жалғыз атомның меншігі емес, бүкіл металға жатады. Осы бүкіл металға ортақ валенттік электрондар, кеңістік тордың түйіндеріндегі оң иондарды, бір-біріне жақын күйде, біріктіріп ұстап тұрады. Металдық кристалдың кеңістік торларының түйіндеріндегі оң иондардың байланыс энергиясы $10^4 + 10^5$ Дж/моль шамаларға жетеді.

Металдық кристалдарда, иондардың өзара байланысын бұзбай, едәуір қашықтыққа ығысу мүмкіндігі бар. Бұл ерекшелік металдардың иілгіштік қасиетін жақсы түсіндіреді. Электрондардың бүкіл кристалдық жүйемен байланысы, термо-



111-сурет

электрондық эмиссия немесе фотоэффект құбылыстарының көмегімен анықталатын, электронның металл бетінен шығу жұмысымен сипатталады. Металдардың балқу және қайнау температураларының жоғарылығы, механикалық өсерлерге шыдамдылығы, олардың атомдарының берік байланысының

дәлелі. Ал металдарда электрондық газдың болуы, олардың электр және жылу өткізгіштіктерінің аса жоғары екендігінің кепілі.

3. Атомдық кристалдар. Олардың түйіндерінде бейтарап атомдар орналасады. Бұл кристалдың кеңістік торларындағы байланыс, олардың көрші атомдарында ортақ электрондардың болуымен жүзеге асады. Мұндай байланыс ковалентті немесе гомеополярлы (бір полярлы) деп аталады. Бұларда, сыртқы валенттік электрондарын ортақтастырған атомдар арасында, зор тартылыс күштері пайда болады. Мысалы, алмастың германийдің, кремнийдің және т.б. сыртқы 4, валенттік электрондары коваленттік байланыс құруға қатысады (111-сурет). Бұл кристалдардың, кеңістік торларының түйіндеріндегі, атомдардың арасындағы байланыс энергиялары $10^5 + 10^6$ Дж/моль. Алмас пен кремнийдің өте беріктілігі және балқу температураларының жоғары болуы, гомеополярлы байланыстың аса мықтылығын дәлелдейді. Атомдық кристалдар морт сынғыш келеді, себебі, ковалентті байланыс, атомдардың өзара байланысы бұзылмай, бір-біріне сөйкес, ығысуына жол бермейді.

4. Молекулалық кристалдар. Бұлардағы кеңістік торлардың түйіндерінде белгілі түрде бағытталған молекулалар орналасады. Ал олардың арасындағы молекула аралық байланыс Ван-дер-Ваальс күштерінің есебінен жүзеге асады. Молекулалық кристалдарды құрайтын молекулалардың арасындағы байланыс энергиялары онша жоғары болмайды, шамамен $10^3 + 10^4$ Дж/моль. Молекулалық кристалдарға бір атомды инертті газдар, сутек, оттегі, азот сияқты екі атомды газдар, парафиннің көп атомды молекулалары және тағы басқа органикалық қосылыстар жатады.

Көптеген элементтерде, түгелдей толмаған электрондық қабаттар арасындағы өзара өсерлесу күштері үлкен рөл атқарады. Бірақ, түгелдей толған электрондық қабаттардан тұратын инертті газ атомдарының арасында да, Ван-дер-Ваальс тарты-

лыс күштеріне жататын, аздаған әсерлесу күштері байқалады. Мұның себебі, индукцияланған электрлік диполдардың пайда болуының салдары болса керек.

Толған электрондық қабатпен қоршалған атомның оң зарядты ядросы, тұрақты диполдық электрлік моменті жоқ, сфералық симметриялы жүйе түзеді. Бірақ, электронның ядроны айнала қозғалуының себебінен, симметрия әлсін-әлсін бұзылып, оқтын-оқтын диполдық моменттердің пайда болуын қамтамасыз етеді. Бұл күштер заттардың оптикалық қасиеттеріне әсерін тигізетін болғандықтан, дисперсиялық күштер деп аталған. Молекулалық кристалдың балқу температурасының төмендігі, жұмсақтығы, күшті сығылғыштығы және жылулық ұлғаю коэффициентінің жоғарылығы, оларды құрайтын молекулалардың арасындағы байланыстардың өте әлсіз екендігінің айқын дәлелі болып табылады.

Бұл айтылған байланыстардан бөлек, аралас байланысты кристалдарда түзілуі мүмкін. Кристалдарды құрайтын бөлшектердің әсерлесу күштерінің көптігі, олардың арасындағы байланыстардың да әртүрлі екендігі, кристалдар құрылымының, құрылысының өте күрделі болатынын білдіреді.

§ 69. КРИСТАЛДАРДЫҢ МЕХАНИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Кристалл денелер, сыртқы күштердің әсерінен, көлемін де, пішінін де өзгертеді, яғни, деформацияланады. Деформациялану деп, механикалық сыртқы әсердің нәтижесінде, денені құрайтын бөлшектердің ара қашықтықтарының өзгеруі және олардың өзара орналасу реттілігінің, тәртіптерінің бұзылуы айтылады. Қатты денедегі деформация, сыртқы күштің әсері тоқтағанда түгелдей жоғалатын болса, серпімді, ал қайсыбір бөлігі сақталатын болса, пластикалық деп аталады. Түсірілген күштің көптігіне немесе аздығына сәйкес, кристалдағы деформациялар серпімді немесе пластикалық бола алады. Егер, түсірілген күштің мәні аз болса, барлық денелер серпімді деформацияланады. Осындай деформацияларды қарастырайық.

Қатты денелердегі бөлшектердің өзара орналасуы мен ара қашықтықтарының өзгерісі, деформацияға дейінгі орын алған теңдікті бұзатын, ішкі күштерді тудырады. Серпімді деформацияда күштің әсері жойылса, дене бұрынғы қалпына қайта келеді. Бұдан, ішкі күштер сыртқы күштерге қарсы бағытталады және оған тең деген қорытынды жасалады. Дененің жеке

бөлшектерінің арасындағы теңдікті бұзбайтын, олардың үдеуін тудырмайтын деформациялар статикалық деп аталады.

Дененің деформациялану дәрежесін бағалау үшін, абсолют және салыстырмалы деформация ұғымдары енгізілген. Деформацияның абсолют мәні денедегі процесті толық сипаттай алмайды. Мысалы, бірі 5 см, екіншісі 50 см, бірдей материалдан жасалған, сымды, күш түсіру арқылы 0,1 см-ге ұзартайық. Бұл кезде қысқа сымға көп, ал ұзын сымға аз күш әсер етеді. Себебі, бірлік ұзындыққа келетін деформация өзгерісінің бір-бірінен айырмашылығы 10 есе. Сондықтан, деформацияны оның салыстырмалы мәнімен сипаттайды. Көлем немесе ұзындық өзгерістерінің, олардың бастапқы мәндеріне қатынасы, салыстырмалы деформация деп аталады:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta V}{V_0}, \quad (7.3)$$

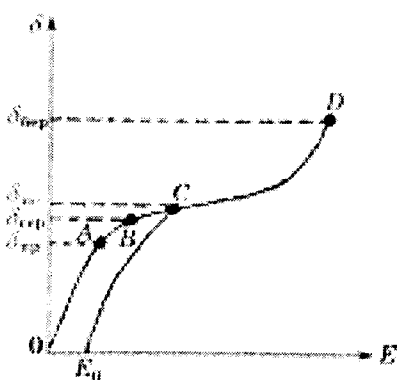
мұндағы ε – салыстырмалы деформация, $\Delta L = L - L_0$, $\Delta V = V - V_0$ – ұзындық және көлем өзгерістері, L_0 , V_0 – дененің бастапқы ұзындығы мен көлемі, ал L , V – оның соңғы ұзындығы мен көлемі.

Сыртқы күштің F әсерінен, денеде пайда болатын серпімді күш, оның ішінде біршама кернеу тудырады. Егер күш F , өзіне перпендикуляр кез-келген ауданға S біркелкі әсер ететін болса, онда механикалық кернеу мына формуламен анықталады:

$$\delta = \frac{F}{S}. \quad (7.4)$$

Кернеудің өлшем бірлігі $\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$.

Біртекті материалдан жасалған дененің деформациялануын зерттеу арқылы, тәжірибелерден алынған кернеу мен салыстырмалы деформация мәндерінің арасындағы тәуелділікті, график түрінде тағайындауға болады.



112-сурет

Бұл кезде ордината осыне кернеудің δ , ал абцисса осыне салыстырмалы деформацияның ε мәндері салынады. Тәжірибеде цилиндр тәріздес сымның ұзаруы қарастырылған (112-сурет) Бастапқыда, аз күштердің тудыратын кернеуінде, ұзару оған қатаң пропорционал түрде жүреді. Серпімді деформацияның бұл түрі графикте OA түзуімен кескінделген. Суреттегі

А нүктесіне сәйкес кернеу пропорционалдық шек $\delta_{др}$ деп аталады. Кернеудің мәні өскен сайын, олардың арасындағы пропорционалдық бұзылады, бірақ серпімді деформация сақталады. Себебі, бұл кезде күштің әсері тоқтаса, дененің ұзындығы бастапқы мәніне қайта келеді. Графикте, бұл жағдай AB қисығымен кескінделген. Суреттегі B нүктесіне сәйкес кернеу серпімділік шегі $\delta_{сер}$ деп аталады.

Кернеуді одан әрі өсіре беретін болса, деформация пластикалық облысқа ауысады. Кернеу жоғалса, дене бұрынғы қалпына қайта келмейді, онда біршама деформация, яғни, қалдық деформация сақталады. Графикте бұл бөлік BC қисығымен кескінделген және C нүктесіне сәйкес нүкте пластикалық шек деп аталады. Пластикалық шектен соң аққыштық облысы басталады. Бұл кезде кернеу өспейді, тұрақты сақталады, ал қатты дене сұйық сияқты «ағады». Бұдан соң денеде біршама қатаю байқалады, ол D нүктесіне дейін созылады да үзіледі. Осы D нүктесіне сәйкес кернеу беріктілік шегі $\delta_{бер}$ деп аталады. Беріктілік шегіне тең күштің әсерінен сым үзіледі.

Созылу және сығылу серпімді деформациялары, мөлшерлі түрде, Гук заңымен сипатталады, яғни, салыстырмалы деформация механикалық кернеуге тура пропорционал:

$$\varepsilon = \alpha\delta, \quad (7.5)$$

α – деформация коэффициенті деп аталады. Бұған кері шама созылу серпімділік модулі немесе Юнг модулі деп аталған:

$$E = \frac{1}{\alpha}. \quad (7.6)$$

Осыны (7.5) өрнекке қою арқылы Гук заңын мына түрге келтіріп жазуға болады:

$$\delta = \varepsilon \cdot E = E \frac{\Delta L}{L_0}. \quad (7.7)$$

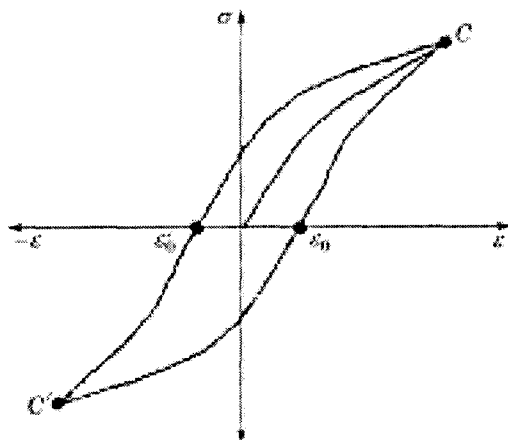
(7.7) формуладан серпімді деформация модулі (Юнг модулі), бірлік деформация тудыратын кернеуге тең. Яғни, бұл кернеуде дененің ұзаруы, оның ұзындығына тең ($\Delta L = L_0$), яғни, дене екі есе ұзарады. Мысалы, болат үшін

$$E_6 = 2,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па},$$

алмас үшін

$$E_a = 8 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}.$$

Егер пластикалық деформацияланған денеден кернеу алынса, мысалы, C нүктесінен, онда денеде ε_0 -ге тең қалдық салыс-



113-сурет

тырмалы деформация сақталады (113-сурет). Кернеудің таңбасын өзгертулер, яғни, кері күшпен әсер ету арқылы, серпімді деформация – гистерезис тұзағын $C\epsilon_0 C' \epsilon'_0 C$ алуға мүмкіндік береді. Гистерезис тұзағының ауданы деформациялану кезіндегі механикалық энергияның кемуіне тура пропорционал. Бұл энергия деформацияланған денеден бөлінген жылу мөлшерін анықтайды.

Дене созылғанда, ол көлденең сығылады. Мысалы, резина түтікке күміс жүзікті тығыз кигізіп, созатын болсақ, ол түтіктен өздігінен сырғып түсетіні белгілі. Себебі, созылған резина түтік едәуір жіңішкереді. Олай болса, дене созылған кездегі, оның көлденең өлшемдерінің салыстырмалы кемуі мынадай формуламен анықталады:

$$\epsilon_k = - \frac{\Delta d}{d}, \quad (7.8)$$

мұндағы d – дененің диаметрі немесе көлденең өлшемдері, Δd – оның абсолют деформациясы. Тәжірибелерден, сыртқы күштің әсерінен дене созылғанда, оның көлденең өлшемдерінің салыстырмалы кемуі ϵ_k , сол дененің салыстырмалы ұзаруына ϵ тура пропорционал өзгеретіндігі анықталған:

$$\epsilon_k = \beta \cdot \epsilon, \quad \beta = \frac{\epsilon_k}{\epsilon}. \quad (7.9)$$

Пропорционалдық коэффициент β Пуассон коэффициенті деп аталады. Оның сан мәні әртүрлі материалдар үшін 0,25-тен 0,5 аралығында табылады.

Денелер біржақты сығылулар мен созылу деформацияла-

рынан басқа, жан-жақты созылу мен сығылу, бұралу, ығысу, иілу деформацияларына ұшырайды. Бұлардың әрқайсына тән өз деформациялық коэффициенттері мен модульді болады. Ығысу деформациясы денеге жанама кернеу түсірілгенде пайда болады:

$$\delta_{\tau} = \frac{F}{S}.$$

Мысалы, кубтың табанын еденге бекітіп, үстіңгі бетіне жанама кернеу түсірсек, оның горизонталь қабаттары бір-бірімен салыстырғанда біршама ығысып, бүйір қабырғалары вертикальмен бұрыш жасай орналасады (114-сурет). Осы γ бұрышы дене ығысуының салыстырмалы деформациясы ретінде алынады. Олай болса, Гук заңы бойынша

$$\delta_{\tau} = \gamma \cdot \Psi, \quad (7.10)$$

мұнда Ψ – ығысу модулі. Ал оған кері шама ығысу коэффициенті деп аталады. Ығысу деформациясында дененің көлемі өзгермейді.

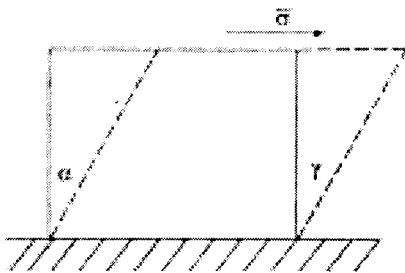
Дененің деформациясы мен сипаттамаларының (модульдері мен деформация коэффициенттерінің) арасындағы байланыстар мен тәуелділіктерді, олардағы жүріп жатқан таза молекулалық процестерді қарастырмай-ақ, зерттейтін механиканың негізгі саласының бірі, серпімділік теориясы деп аталады. Бұл теорияның маңызды жетістігінің бірі, серпімділік және ығысу модульдері мен Пуассон коэффициентінің арасындағы байланысты тағайындауы. Ол төмендегідей формуламен өрнектеледі:

$$\Psi = \frac{E}{2(1 + \beta)}. \quad (7.11)$$

Бұралу деформациясы ығысу деформациясының, ал иілу деформациясы созылу немесе сығылу деформацияларының негізінде түсіндіріледі.

§ 70. КРИСТАЛДАРДАҒЫ АҚАУЛАР

Нақты кристалдық торлардың түйіндерінде орналасатын бөлшектердің кеңістікте шексіз периодты түрде, белгілі тәртіппен қайталанып отыруын, практикада жүзеге асыру мүмкін емес. Тек, кіші көлемдерде ғана, идеал, дұрыс құрылымды монокристал алуға болады. Эксперименттік зерттеулер, реал

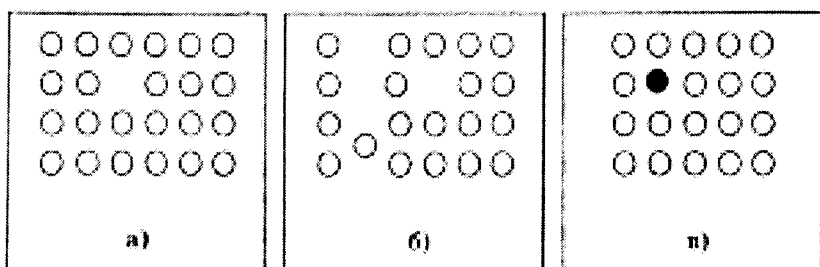


114-сурет

кристалдардың кеңістік торларында бөлшектердің ретсіз, периодты емес орналасуы, олардың жетіспеушілігі немесе артып кетуі, бір-бірімен салыстырғанда ығыса орналасуы және тағы басқа да макрокопиялық, микрокопиялық бұзылыстардың жиі кездесетінін көрсетеді. Кеңістік торлардың құрылысы мен құрылымында орын алатын, осындай кемшіліктер мен жетіспеушіліктер кристалдық ақаулар (дефекты) деп аталады. Ақаулар қатты денелердің физикалық және химиялық қасиеттеріне зор ықпалын тигізеді. Сондықтан, кристалдық денелер физикасында, мақсаты: ақауларды жою, оларды болдырмау жолдарын табу және өндіріске қажет, арнайы қасиеттерге ие кристалдарды өсіру, жасау болып табылатын, зерттеу жұмыстары маңызды рөл атқарады.

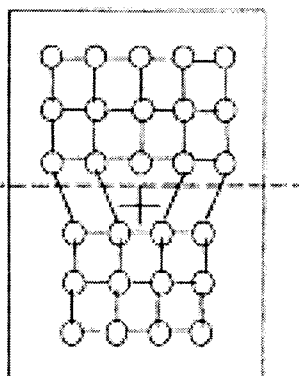
Кристалдық ақаулардың негізгі түрлерінің бірі нүктелік ақаулар. Кеңістік тордағы бөлшектер өздерінің тепе-тең қалпына сәйкес нүктелерде орналасқанымен, жылулық қозғалыстың нәтижесінде, үнемі тербелісте болады. Сондықтан, олар қалыпты температуралардың өзінде, кез-келген мезетте атом аралық қашықтықтың 10–15% жететін, ауытқуларға ұшырайды. Температура жоғарылаған сайын тербелетін атомдардың саны да және тербеліс амплитудалары да артады. Бұл біршама атомдардың өз орындарын тастап кетуіне мүмкіндік туғызады, яғни, кеңістік тордың кейбір түйіндері атомсыз қалады (115, а-сурет). Өз кезегінде бос орындар, кеңістік тордағы атомдардың тепе-тең күйін бұзады, көрші атомдардың ығысуына ықпал етеді.

Нүктелік ақаудың екінші түріне, кейбір атомдардың кеңістік тордың кез-келген жерінен орын алуы. Бұл кезде, біріншіден түйін атомсыз қалады, екіншіден, түйіндердің арасында олардың тепе-тең күйін бұзатын, артық атом пайда болады (115, б-сурет). Нүктелік ақаудың тағы бір түрінде, кеңістік торға басқа заттың атомының еніп кетуі 115, в-сурет. Мұндай қоспалы ақаулар орын алғанда да, кеңістік тордағы атомдар орналасуының реттілігі, тепе-тең күйі бұзылады.



115-сурет

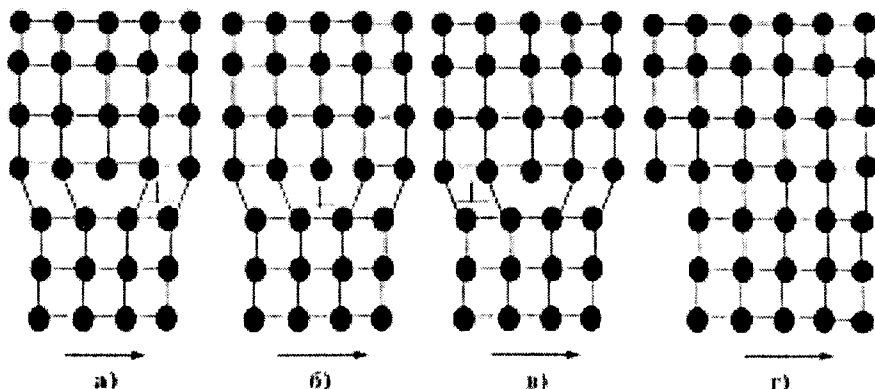
Ақаулар кристалдың механикалық (беріктілігін, серпімділігін), жылулық, электрлік және т.б. қасиеттерін қатты өзгертеді. Мысалы, қоспалы шала өткізгіштердің электр өткізгіштігі, олардың таза күйіндегісінен әлдеқайда жоғары.



116-сурет

Кристалдың идеал құрылымының бұзылуы жеке нүктелерде ғана емес, сызықтарды да, жазықтықтарды да алып жатуы мүмкін. Мұндай ақаулар дислокациялар (жылжулар, ығысулар) деп аталады. Мысал ретінде, 116-суретте келтірілген шеттік дислокацияны қарастыруға болады. Мұнда пунктирмен бөлінген жазықтықтың жоғарғы жағында бір атомдық жазықтық артық, ал төменгі жағында, керісінше, кем. Осы, кеңістік тордың бұзылуының ең зор мәні, артық атомдық жазықтық орналасқан шекараға сәйкес келгендіктен, мұндай ақаулар шеттік дислокациялар деп аталған.

Кристалдағы пластикалық деформациялар, кеңістік тордағы атом аралық байланыстардың үзілу себебінен жүзеге асады. Идеал кристалдарда, бұл байланыс, оның өн бойында бірдей үзіліп, өте зор күш арқылы жүзеге асады. Ал реал кристалдарда, бұл атом аралық байланыстар бірінен соң бірі кезектесе үзіледі, сондықтан онша көп күшті керек етпейді. Яғни, дислокация атом аралық байланысты біртіндеп бұзатын қайшының рөлін атқарады. 117-суретте, процесс, шеттік дислокацияның сыртқа шығуымен (жойылуымен) аяқталады.



117-сурет

Созылу деформациясының механизмі ығысу деформациясына ұқсас. Себебі, цилиндр сымды үлкен күшпен созу кезінде, оның өн бойында сырғанау жазықтықтары пайда болады да, оның жеке атомдары емес, толық жазықтық топтары ығысады. Кейде винттік дислокация туралы айтылады. Бұл кезде кристалдың белгілі бөлігінің атомдары, оның басқа бөлігіне сәйкес ығысады, яғни, дислокация сызығының төңірегінде спираль, тәріздес көлбеу пайда болады.

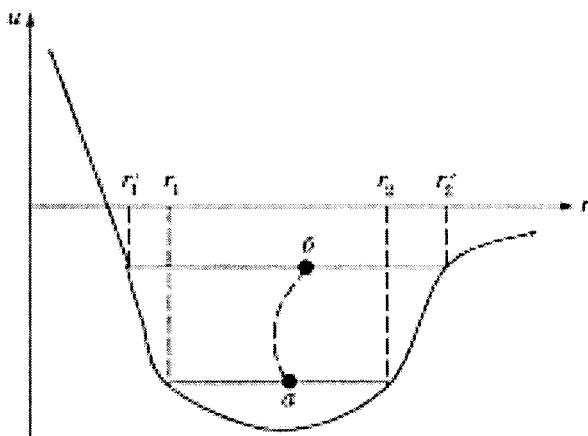
Дислокациялық ақауларды қоспалар енгізу арқылы нығайтады. Жоғары температурада енгізілген қоспа атомдары дислокациялық аймақтарда топталады. Ал температура төмендегенде, ол атомдардың қозғалғыштығы кемиді, сөйтіп дислокацияның кристалл бойымен таралуына мүмкіндік бермейді. Кейбір жағдайларда өте аз қоспаның өзі (шамамен 0,01%) дислокациялық ақауды жақсы бекітетіні сонша, металл кристаллдардың беріктілігі, серпімділігі елеулі мөндерге артады.

§ 71. КРИСТАЛДАРДЫҢ ЖЫЛУЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Қатты денелерді құрайтын бөлшектердің жылулық қозғалысы газдар мен сұйықтардағыдан мүлдем өзгеше. Атом аралық қашықтықтардағы өзара әсері күшті болғандықтан, кеңістік тордың түйініндегі бөлшектер тепе-тең күйдің маңында тербеліп қана тұра алады. Бөлме температурасында, бұл тербелістің амплитудалары атом аралық қашықтықтың 10–15% құрайды (шамамен $(0,1 + 0,2) \cdot 10^{-10}$ м). Көрші атомдардың байланысымен анықталатын бұл күрделі тербелістердің, кристалл денелердің қасиеттерінің анизотроптылығы салдарынан, белгілі бағыттары болмайды.

а) Қатты денелердің жылулық ұлғаюы. Жалпыға мөлім, кристаллдар қызғанда көлемін ұлғайтады. Оны жылулық ұлғаю деп атайды. Кристалды құрайтын кеңістік тордағы атомдардың өзара әсерінің бағыттарының өртүрлілігі, олардың тербелістерінің анизотроптылығына әкеледі. Бұл монокристалдың әр бағыттардағы сызықтық ұлғаюлары түрліше болуын қамтамасыз етеді. Қыздырған кездегі дененің ұлғаюы, оны құрайтын атомдардың тербеліс амплитудасының өсуінен емес. Осыны қарастырайық.

Жылулық ұлғаю кеңістік тордың түйіндеріндегі атомдардың тербеліс энергиясының өсуінің есебінен жүзеге асады (118-сурет). Суретте атомдардың өзара әсерінің толық энергиясының өзгерісін сипаттайтын қисық кескінделген. Онда *a* горизонталь



118-сурет

сызық, кеңістік тордағы атом энергиясының бөлме температурасындағы бастапқы мәнін білдіреді. Оның энергия қисығымен қиылысу нүктелері r_1 , r_2 , бөлшектің тербеліс амплитудаларының шекті нүктелері. Осы сызықтың ортасы, атомның берілген температурадағы тепе-тең күйін сипаттайды.

Температура өскенде, атом $б$ сызығымен кескінделген, жоғары энергетикалық деңгейге ауысады. Суреттен $б$ сызығының $а$ -дан ұзын екендігі, оның r'_1 , r'_2 тербеліс амплитудаларының шекті нүктелерінен айқын көрінеді. Энергия қисығының асимметриялы екендігінен, графиктен, тепе-тең күйді сипаттайтын нүктенің ($б$) оңға жылжығаны байқалады. Осыдан, қыздырғанда атом аралық қашықтық өседі және соған сәйкес кристалл өз өлшемдерін ұлғайтады деген қорытынды жасалады. Бірақ, егер атомдар гармониялық тербелсе, олар бір көршісіне жақындағанда екіншісінен қашықтап, екіншісіне жақындағанда біріншісінен алыстар еді де, атом аралық қашықтық өзгермес еді. Бұл кезде дененің көлемі тұрақты қалатыны түсінікті. Сонда қалай?

Шындығында, кеңістік тордағы бөлшектердің тербелісі, олардың өзара әсерлесу сипатына сәйкес, ангармониялы болады. Үлкен қашықтықтарда, атомдар арасындағы тартылыс күштері артық, ал кіші қашықтықтарда тебіліс күштері басым. Бұдан, атом тербелісінің амплитудасы өскен сайын, олардың бірін-бірі тебу күші тартылыс күшінен біршама артықтау болатындығы және соған сәйкес, кеңістік тордың түйіндеріндегі бөлшектердің ара қашықтығы да өсетіндігі байқалады. Сондықтан, қатты денелердің қызған кездегі ұлғаюының негізгі себебі,

оны құрайтын кеңістік торлардағы бөлшектер тербелісінің ангармониялығы деген қорытынды жасалады.

Мөлшерлі түрде, кристалдардың жылулық ұлғаюы сызықтық және көлемдік ұлғаю коэффициенттерімен сипатталады. Сызықтық ұлғаю процесін қарастырайық. Бастапқы ұзындығы L_0 денені қыздырғанда, оның ΔL шамаға ұзаруы: біріншіден, оның температурасының қаншалықты өзгергеніне, яғни $T - T_0 = \Delta T$ мәніне, екіншіден бастапқы ұзындығына тура пропорционал. Демек,

$$\Delta L = L - L_0 = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T, \quad (7.12)$$

мұндағы L_0 , L , T_0 , T – дененің бастапқы және соңғы ұзындықтары мен температуралары, ал пропорционалдық коэффициент α оның сызықтық ұлғаю коэффициенті деп аталады. (7.12) формуладан оны мына түрде анықтауға болады:

$$\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{\Delta L}{\Delta T}. \quad (7.13)$$

Дененің сызықтық ұлғаю коэффициенті деп, температурасын бір градусқа өсіргендігі, оның ұзындығының салыстырмалы өзгерісіне тең шаманы айтады. Өрнектен сызықтық ұлғаюдың өлшемі $\frac{1}{K}$ екендігі білінеді.

Қыздыру кезіндегі дене көлемінің өзгерісі де, дәл осы жолмен анықталады. Бұл кезде, дене көлемінің абсолют өзгерісі $\Delta V = V - V_0$, оның бастапқы көлеміне V_0 және температуралар айырымына $\Delta T = T - T_0$ тура пропорционал. Олай болса,

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T, \quad \beta = \frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta T}, \quad (7.14)$$

мұндағы V_0 , V , T_0 , T – дененің бастапқы және соңғы көлемдері мен температуралары, ал β – дененің көлемдік ұлғаю коэффициенті. Ол денені бір градусқа қыздыру кезіндегі, оның көлемінің салыстырмалы өзгерісін сипаттайды. Айта кету керек, бастапқы температура үшін 0°C немесе 273K алынады. Жоғарыда айтылғандардан, дененің соңғы ұзындықтары мен көлемдерін анықтау қиын емес:

$$L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \quad V = V_0(1 + \beta \cdot \Delta T) \quad (7.15)$$

және

$$L = L_0(1 + \alpha \cdot t), \quad V = V_0(1 + \beta \cdot t) \quad (7.16)$$

Соңғы өрнектегі t Цельсий шкаласы бойынша 0°C -тан басталатын температураның өзгерісі.

Кристал денелердің анизотроптылығы салдарынан, оның сызықтық ұлғаю коэффициенті әр бағытта әртүрлі. Егер

зерттелетін кристалдан шар жасап қыздыратын болса, ол шардың пішіні эллипсоидқа ауысу мүмкіндігі туады, себебі, осьтері кристаллографтық осьтермен тығыз байланысты. Сондықтан, эллипсоидтың үш осіне сәйкес сызықтық ұлғаю коэффициенттері $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ кристалдың негізгі сызықтық ұлғаю коэффициенттері болып саналады. Ал кристалдың көлемдік ұлғаю коэффициенті былай анықталады:

$$\beta = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3.$$

Кубтық симметриялы кристалдар үшін $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$. Олай болса

$$\beta = 3\alpha.$$

Поликристалдар үшін сызықтық ұлғаю коэффициенті үш бағытта да бірдей, яғни, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$. Олай болса, көлемдік ұлғаю коэффициенті барлық уақытта $\beta = 3\alpha$. Монокристалдар үшін сызықтық ұлғаю коэффициенті, оның әр бағыты үшін әртүрлі. Мысалы, кварцтың X осінің бойымен есептелген сызықтық

ұлғаю коэффициенті $7,8 \cdot 10^{-7} \frac{1}{K}$, ал осы оське перпендикуляр

бағыттағы сызықтық ұлғаю коэффициенті $11,2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{K}$. Төменгі температураларда ұлғаю коэффициенттерінің азаюы температураның кубына тура пропорционал және абсолют нөлде нөлге ұмтылады.

б) Қатты денелердің жылу өткізгіштігі. Егер жеке бөліктерінің арасында температура айырымы болса, газдар мен сұйықтардағы сияқты, қатты денелерде де жылу өткізгіштік құбылысы байқалады. Кристалдарда осы процестің қалай жүретінін қарастырайық.

Жалпы денелердің энергиясы дискретті түрде өзгереді. Бұл кезде жылу берілу энергиясы $E = h\nu$, атом тербелісінің жиілігіне тура пропорционал, квант арқылы жүзеге асады. Мұнда $h = 6,663 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – Планк тұрақтысы деп аталады, ν – кеңістік тордың түйініндегі атомның тербеліс жиілігі. Сонда жылулық толқын пайда болған қатты денедегі энергия тасымалдануы, фонон деп аталған, қайсыбір «квазибөлшектің» белгілі-бір кванттық энергиясының таралуына эквивалентті. Қатты денелердегі жылу өткізгіштік құбылысы осы фонандар мен электрондардың арқасында жүреді. Температураның өзгерістері фонандар санының да өзгерісін тудырады. Олар кеңістік тордағы нүктелік ақаулармен кездескенде және өзара соқтығысуларда жоғалып отырады. Фононның энергиясы да кванттың энергиясы сияқты жиілікпен анықталады, сондықтан берілген кристалл үшін тұрақты мәнге ие.

Фонондар «квазибөлшек» деп аталады, себебі, олардың кәдімгі тұрақты бөлшектер сияқты тыныштық массасы болмайды, дене қызғанда пайда болады да, суығанда жоғалады. Фонондар қатты денелердегі серпімді тербелістің қайсыбір түріне ұқсас пайда болғандықтан, олардың жылдамдығы да сол серпімді тербелістің таралу жылдамдығына, яғни, сол денедегі дыбыс жылдамдығына шамалас болуы тиіс. Олай болса, қатты денелерде жылу өткізгіштік құбылысы жылдам жүреді деген қорытынды жасалады. Бірақ, тәжірибелік нәтижелер бұл қорытындыны растамайды. Бұның себебі, фонондардың өзінің жылдамдығын, нүктелік ақаулармен, басқа фонондармен соқтығысулары кезінде кемітуінен болса керек. Сондықтан, қатты денені фонондар құйылған ыдыс ретінде, ал жоғары температураларда, атомдары бір-бірінен алшақ орналасқан, идеал газ деп санаған жөн.

Осы айтылғандардан, қатты денелердің жылу өткізгіштік коэффициенті де идеал газдардағы сияқты өрнекпен анықталады:

$$\chi = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c, \quad (7.17)$$

мұндағы ρ – дененің тығыздығы \bar{v} – денедегі фононның орта арифметикалық жылдамдығы, $\bar{\lambda}$ – оның орта еркін жолының ұзындығы, ал c – меншікті жылу сыйымдылығы.

Фонондар квазибөлшектер ретінде қарастырылғандықтан, газ молекулаларының еркін жол ұғымына ұқсас, фонондардың еркін жол ұзындығы деген ұғым енгізуге болады. Өте күрделі есептеулер, қатты денелердегі фонондардың орта еркін жол ұзындығы $\bar{\lambda}$ жоғарғы температураларда $\frac{1}{T}$ -ға, ал төменгі температураларда

$e^{-\frac{\theta}{2T}}$ – шамасына пропорционал екендігін көрсетті. θ – сипаттамалық температура деп аталады. $\frac{\theta}{T}$ 10-нан 20-ға дейін өзгергенде алмастың орта еркін жол ұзындығы $4 \cdot 10^{-7} + 10^{-5}$ м аралықтарында өзгереді. 0 °C температурада кварц монокристалы үшін $\bar{\lambda} = 1 \cdot 10^{-9}$ м, ал NaCl үшін $\bar{\lambda} = 2,1 \cdot 10^{-9}$ м.

Металдардағы жылу берілу процесіне фонондардан басқа бос электрондарда қатысады. Жоғары температураларда, жылу өткізгіштіктің электрондық бөлігі, оның фонондық бөлігінен әлдеқайда артық. Металлдардың басқа металл емес заттардан жылу өткізгіштігінің жоғары болатындығы да осылай түсіндіріледі. Айтылғандардан, фонондық жылу өткізгіштіктің температураға байланысты өсетіндігі, ал оның электрондық

бөлігінің температураға байланыссыз, яғни, тұрақты қалатындығы байқалады. Сонымен, кристалдың ΔS ауданы арқылы Δt уақытта тасымалданатын жылу мөлшері, газдағы сияқты, Фурье заңының өрнегімен анықталады:

$$Q = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c \frac{\Delta T}{\Delta X} \Delta S \Delta t = \chi \frac{\Delta T}{\Delta X} \Delta S \Delta t, \quad (7.18)$$

мұндағы Q – берілетін жылу мөлшері. Ол қыздырғыштың қуатымен анықталады, $\Delta X - T_1$ мен T_2 температураларды өлшейтін термометрлердің ара қашықтығы, $\frac{\Delta T}{\Delta X}$ – температуралық градиент, ал $\Delta T = T_2 - T_1$.

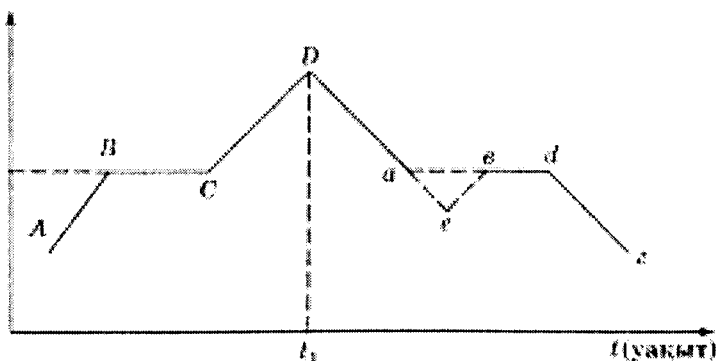
(7.18) теңдеу дененің жылу өткізгіштік коэффициентін анықтауға мүмкіндік береді:

$$\chi = \frac{Q \cdot \Delta X}{\Delta T \cdot \Delta S \Delta t}. \quad (7.19)$$

Жалпы кристалдардың жылу өткізгіштігі газдарға қарағанда 2–3 дәрежеге артық. Металл кристалдардың жылу өткізгіштігі, жылу берілуде өте көп бос электрондардың қатысатындығынан, диэлектрик кристалдармен салыстырғанда 1–2 дәреже жоғары.

§ 72. ҚАТТЫ ДЕНЕЛЕРДІҢ БАЛҚУЫ ЖӘНЕ КРИСТАЛДАНУЫ

Кристалдың сұйық күйге айналу процесі балқу деп аталады. Олардың, сыртқы қысымға тәуелді, белгілі балқу температуралары болады. Ал, керісінше, оның сұйық күйден қатты күйге өтуін кристалдану немесе қату деп атайды және ол процесс балқу температурасында жүреді. 119-суретте, температу-



119-сурет

ра-уақыт координаталарында, қатты дененің қызу және суу қисықтарының, график түріндегі кескіні келтірілген. Графиктен, қисықтың AB бөлігі, қатты дененің балқу температурасына T_c дейін қызатынын білдіреді. Ал B нүктесінде, кеңістік торды құрайтын атомдардың тербеліс амплитудалары ең жоғарғы мәніне жетіп, олардың арасындағы байланыс үзіле бастайды, яғни, кристалдық денеде балқу процесі басталады. Балқу, қатты дененің жылу сіңіруімен қабаттаса жүргендіктен, тұрақты температурада жүзеге асады. Қатты дененің балқуы түгелдей аяқталғанда ғана, оның температурасы жоғарылайды (CD -қисығы).

Егер t_1 уақыт мезетінде балқыған денені қыздыруды тоқтатып суытуды бастасақ, қисық a нүктесіне дейін төмендейді (Da – бөлік). Бұл кезде оның температурасы кристалдану температурасына теңеледі T_k , ал ол балқу температурасына тең. Сұйық қатты күйге айналу үшін, онда кристалдану центрлері болуы керек және қатаю процесі, жылу бөлінумен қабат жүретіндіктен, тұрақты температурада жүзеге асады. Суретте кристалдану процесі ad кесіндісімен сипатталған. Егер, сұйықта кристалдану центрлері жоқ болса, оның температурасы кристалдану температурасынан біршама төмендеп барып, қайта жоғарылайды (ae және eb кесінділері). Бұл кезде аса суыған сұйық алынады. Мысалы, бұлақ суын, өте таза, шаң-тозаңнан арылған термостатқа құйып, температурасы $-10 + 15$ °C су алуға болады. Ал біздің графикте, аса суыған сұйықтың кристалдануы b нүктесінен басталады да, заттың кристалдану процесі түгел аяқталғаннан соң ғана, оның температурасының төмендеуі байқалады (d z -кесіндісі).

Нақты жағдайларда, балқыған денелерде, кристалдану центрлері өте көп болады. Сондықтан, суу процесі, оның өн бойында түгелдей, бейберекет бағытталған, кіші кристалдардың түзілуімен қабат жүреді. Нәтижесінде поликристалл қатты денелер пайда болады. Сұйықтың қатты күйге немесе кристалдың сұйыққа айналулары фазалық ауысулар. Жылу алмасу болмаған жағдайда, кристалдану (балқу) температурасында, осы екі күй ұзақ уақыт тепе-тең күйде бола алады.

Балқу температурасы заттардың тазалығына өте тығыз байланысты. Кейде қатты денелерге қосылған өте аз қоспаның өзі, оның балқу температурасын елеулі мәнге өзгертеді. Кристалдың балқу жылуы да, сұйықтардағы булану жылуы сияқты, термодинамиканың бірінші заңының көмегімен анықталады:

$$Q_c = \Delta U + P(V_c - V_k), \quad (7.20)$$

мұндағы V_k – кристалдың көлемі, V_c – оның балқыған, сұйыл-

ған кезіндегі көлемі, $V_c - V_k = \Delta V$ – осы екі күйдегі көлем өзгерісі, $\Delta U = U_c - U_k$ – қатты күйден сұйық күйге ауысу кезіндегі, жүйенің ішкі энергиясының өзгерісі. Балқу кезінде қатты денелердің көлемі шамамен $10 + 15\%$ өзгереді, сондықтан, сыртқы қысымға қарсы жасалған жұмысты $P(V_c - V_k)$ ескермеуге болады. Ал, жоғарғы (7.20) өрнек мына түрде жазылады:

$$Q_\sigma = \Delta U. \quad (7.21)$$

Нақты процестерде λ меншікті балқу жылуы деген физикалық шама пайдаланылады. Ол, балқу температурасындағы 1 кг қатты затты балқытуға керекті жылу мөлшеріне тең, ал өлшем бірлігі Дж/кг. Осыдан, массасы m денені балқытуға қажетті жылу мөлшері мынадай формула арқылы анықталады:

$$Q_\sigma = \lambda \cdot m. \quad (7.22)$$

Кристалдардың балқу температурасының сыртқы қысымға тәуелділігі Клапейрон-Клаузиус теңдеуі арқылы сипатталады:

$$\frac{dT}{dP} = \frac{T(V_c - V_k)}{\lambda}. \quad (7.23)$$

Бұл өрнектен $\frac{dT}{dP}$ туындысының таңбасы, теңдіктің оң жағындағы жақшаның таңбасымен анықталатыны көрініп тұр. Сондықтан, егер $V_c > V_k$ болғанда, ал мұндай заттар көпшілік, $\frac{dT}{dP} > 0$. Демек, сыртқы қысымның өсуіне сөйкес, кристалдардың балқу температурасы жоғарылайды. Ал, аздаған заттар балқығанда (мұз, висмут, сурьма, кремний және т.б.), $V_c - V_k < 0$ болғандықтан, көлемдерін кішірейтеді. Мұндай кристалдарда, сыртқы қысымның өсуі, олардың балқу температурасының төмендеуіне өкеледі, яғни:

$$\frac{dT}{dP} < 0.$$

§ 73. КҮЙ ДИАГРАММАЛАРЫ

Қатты денелерде де, сұйықтардағы сияқты, оның бетін кез-келген температурада тастап кетуге энергиялары жеткілікті, молекулалар мен атомдар болатыны тәжірибелер арқылы дәлелденген. Яғни, қатты дене, сұйық күйге айналмай-ақ, бірден газ тәрізді күйге ауыса алады. Заттың, осы, қатты фазадан бірден газ тәрізді фазаға ауысу құбылысы, сублимация деп аталады. Сублимация қатты дененің булануы. Ол, қатты және газ тәрізді фаза мүмкін болатын, барлық қысымдар

мен температураларда жүзеге асады. Бұл құбылыс өте жақсы байқалатын қатты денелерге камфара, нафталин және т.б. жа-тады.

Қатты денелер, қайсыбір нақты температуралар мен қысым-дарда, өзінің буымен тепе-тең күйде бола алады. Бұл бу, сұйық-тардағы сияқты, қаныққа бу деп аталады. Заттардың молекула-лы-кинетикалық теориясы, жуық түрде, сублимация нәтижесінде қатты дене бетін бірлік уақытта тастап кететін, бөлшектердің массасын анықтауға мүмкіндік береді. Ол өрнек-мына түрде жазылады:

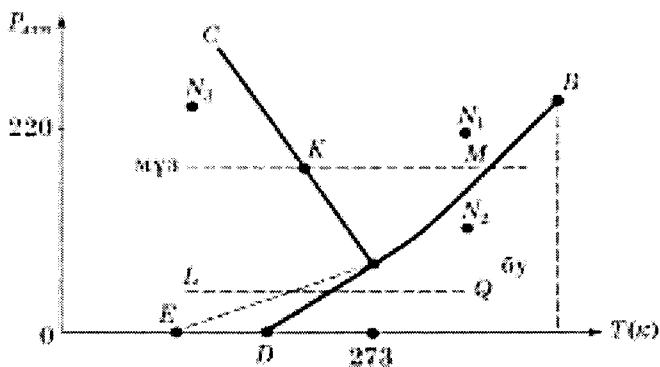
$$m = \xi (P_{c.o} - P_{\lambda}) \sqrt{\frac{R}{\mu}} T, \quad (7.24)$$

ξ – сублимация коэффициенті, $P_{c.o}$ – қатты дененің қаныққан буының қысымы, P_{λ} – оның бетінен, орта еркін жол ұзындығына тең қашықтықтағы будың қысымы, R – әмбебап газ тұрақтысы, μ – қатты дененің молярлық массасы, ал T – оның абсолют тем-пературасы. Егер заттардағы сублимация вакуумде жүрсе ($P_{\lambda} = 0$), (7.23) теңдеу біршама жеңілдейді. Бұл жағдай, экспе-рименттік әдістерде, көптеген кристалдардың сублимация коэффициенттерін анықтауға мүмкіндік береді. Мысалы, осы әдіспен табылған мұздың сублимация коэффициенті 0,5-тен 1-ге дейін өзгереді (-40°C), ал нафталин үшін 0,135-ке тең (40°C).

Қатты дененің T абсолют температурадағы бірлік массасын, осы температурадағы буға айналдыруға керекті жылу мөлшері меншікті сублимация жылуы деп аталған. Техникада сублима-ция құбылысы қатты денелерді өртүрлі қоспалардан тазалау үшін кеңінен қолданылады. Бұл әдісте, сублимациядан соң қат-ты дененің буы тікелей кристалл пішінде тұндырылады.

Қысым мен температураның белгілі мөндерінде, заттар бір уақытта қатты, сұйық және газ тәрізді фазаларда, динамика-лық тепе-тең күйде бола алады. Бұл күй қатты дене мен сұйық бетіндегі қаныққан будың қысымы теңескенде орнайды. Егер сұйық бетіндегі қаныққан бу қысымы кристалл бетіндегі бу қысымынан артық болса, сұйық булана отырып конденсацияла-нады да, бірден қатты денеге айналады. Ал, керісінше, кристалл бетіндегі қаныққан бу қысымы жоғары болса, ол конденсация-лана отырып, сұйыққа айналады.

Заттың күйін және ондағы жүріп жатқан фазалық ауысу-ларды көрнекі сипаттау үшін күй диаграммаларын пайдаланған қолайлы. Олар қысым мен температура координатасында – PT диаграммада тұрғызылады. Себебі, заттың үш фазаның бірінде болу шарты қысым мен температураның белгілі мөндерінде



120-сурет

жүзеге асады. Мысал ретінде, судың күй диаграммасын қарастырайық (120-сурет).

Жоғарыда, өзінің қаныққан буымен жанасқан сұйық, онымен динамикалық тепе-теңдікте бола алатынын ескерткен едік. Бұл күй суретте АВ қисығымен кескінделеді. Қисықтың өн бойына сәйкес температураларда, бірлік уақытта буланатын молекулалар саны, сол уақыттағы конденсацияланатын молекулалар санына тең. АВ қайнау сызығы деп аталады және ол сұйық пен будың айырмашылығы жоғалатын, кризистік температура-ны $T [V]$ сипаттайтын В нүктеде үзіледі.

Қайнау қисығының төменгі, жоғарғы температуралар мен төменгі қысымдарға сәйкес күйлер жағы, газ тәріздес фазаға жатады. Ал оның жоғарғы жағы сұйық фазаны сипаттайды. Сұйық пен оның қатты фазасының арасындағы тепе-теңдік күй АС сызығымен кескінделеді. Қысым жоғарылаған сайын АС ордината осыне жақындайды. Себебі, мұз-су фазалық ауысу температурасы қысым өскенде төмендейді. Бұл Клапейрон-Клаузиус теңдеуінен (7.23) туындайды. Өздеріңізге белгілі, судың көлемі мұздықінен кіші. Олай болса, $V_c - V_* < 0$, ал $dP > 0$.

Сыртқы қысым өскенде мұздың балқу температурасының төмендеуінің физикалық мағынасы мынада: қысымның өсуі балқыған кристалдың көлемін кемітеді, сондықтан ондағы балқу процесі төменгі температурада жүреді. Балқығанда көлемін кішірейтетін кристалдардың барлығы өздерін осылай ұстайды. Ал қыздырғанда көлемін ұлғайтатын қатты денелердегі қысымның артуы, керісінше, оның балқу температурасын жоғарылатады.

Күй диаграммасындағы А нүктесі үштік нүкте деп аталады. Бұл нүктеде заттың сұйық, қатты және газ тәрізді фазалары тепе-теңдікте болады. Мұз үшін А нүктесіне сәйкес қысым 4,58

мм с.б., ал температура $T = 273,0075\text{K}$. Графиктегі АД сызығы мұз бен оның буының арасындағы тепе-тең күйді сипаттайды, ал АЕ – аса суыған су мен будың тепе-теңдік күйі сипатталатын қисық. Аса қызған және аса суыған сұйықтар мен аса қаныққан бу сияқты, орнықсыз метестабильді күйлер, тепе-тең күйлерді кескіндейтін сызықтардың сыртындағы нүктелермен белгіленген. Мысалы, N_1 нүктесі аса қаныққан буды, N_2 – аса қызған сұйықты, N_3 – аса суыған сұйықты білдіреді.

Аса қызған қатты дене алынбайды. Себебі, берілген қысымға сәйкес балқу температурасына жеткенде, кристалдағы алыс тәртіптілік бұзылады да, балқу басталады. Диаграммада, мұзды тұрақты қысымда қыздыру, КМ сызығымен кескінделген. Мұндағы К нүктесінде оның балқуы басталады да, М нүктесінде – су қайнайды. Күй диаграммасынан, қатты дененің булануы, үштік нүктенің қысымынан төменгі қысымда жүретіндігі білінеді (LQ – сызығы). Сондай-ақ, қатты дене үштік нүкте қысымынан жоғарғы қысымдарда да кебе алады. Бірақ, бұл кезде, қатты және газ тәрізді фазалардың арасында тепе-тең күй орнамайды. Мұз бен қардың құрғақ аязда, желді күні тез кебетіні осының себебінен жүреді.

Қатты дененің, сұйық фазаға айналмай, бірден газ күйіне ауысу құбылысы сублимация деп аталатыны айтылғанды. Мысалы, нафталиннің кебуі, оның үштік нүктесінің температурасынан төмен нүктеде жүреді. Себебі, бұл кезде, оның қатты күйі мен буының арасындағы тепе-теңдік бұзылады. Иодтың үштік нүктесінің температурасы 378K , сондықтан, қалыпты жағдайларда, онда бірден булану процесі басталады.

Заттың қатты фазасы өртүрлі кристалдық құрылымдарда жүзеге аса алады. Бұл құбылыс, яғни, заттың бірнеше қатты фазаларға ие болу қасиеті, полиморфизм деп аталады. Мысалы, қатты күйдегі көміртек, кристалдық құрылымдары өртүрлі, графит және алмас түрлерінде кездеседі. Мұздың, темірдің және т.б. бірнеше кристалдық күйлері болатыны тәжірибелермен дәлелденген. Бұлардан мынадай қорытынды жасалады: біртекті заттарда үш фаза ғана тепе-теңдікте бола алады (фазалар ережесі). Егер осындай заттың бірінде фазалар саны үштен артық болса, онда үштік нүктелер саны да бірнешеу болады және олардың әрқайсында үш тепе-теңдік сызығы қиылысады. Кристалдың бір фазалы күйден екінші фазалық күйге, одан үшіншісіне ауысулары полиморфты ауысулар деп аталады. Бұл кейбір заттардың күй диаграммаларында, үштік нүктелер санының бірден артық болатындығын білдіреді. Мысалы, мұздың үштік нүктесінің саны 5-ке, темірдікі – 4-ке тең. Полиморфты

ауысулар, жылу бөліну мен жұтылулар қабаттаса жүретін, фазалық ауысуларға жатады.

§ 74. СҰЙЫҚ КРИСТАЛДАР

Кристалл денелердің кейбірін қыздырғанда, олар балқымас бұрын, бірнеше аралық фазалық күйлерден өтетіні байқалған. Бұл мезофазалық (грекше мезос – аралық деген мағынаны білдіреді) заттардың қасиеттері, бір жағынан қатты күйге, екінші жағынан сұйық күйге ұқсас болатыны анықталды. Біріншіден, олар кристалл сияқты анизотропиялық қасиетке ие болса, екіншіден – сұйық сияқты тамшылар түзе алады, яғни, оларда пластикалық қасиеттер байқалады. Осы қасиеттеріне байланысты, мұндай күйдегі қатты денелер сұйық кристалдар деп аталған. Қандай шарттарда кристалданғанына сәйкес, олар термотропты, лиотропты және фототропты болып, үш түрге бөлінеді.

Термотропты сұйық кристалдар заттардың температурасын өзгерту кезінде, лиотропты сұйық кристалдар – қайсыбір қатты денелерді химиялық ерітінділерде еріткенде, ал фототропты сұйық кристалдар – қатты денелердің сәулемен әсерлесуі кезінде пайда болады. Көп жағдайда, сұйық кристалды күйлер, молекулалары кейбір бағыттарда созылықы орналасқан, органикалық заттарда жиі байқалады.

Белгілі шарттарда, кристалдарға, оны құрайтын молекулалардың осьтерінің бағыттары кеңістікте реттілікпен орналасып, ал сол молекулалардың массалар центрлері ретсіздікте орналасқаны, энергетикалық тұрғыда тиімді. Сондықтан, сұйық кристалдарды, молекулаларының кеңістікте орналасу шартына сәйкес: нематикалық, холестерикалық және смектикалық деп үш түрге айырады. Нематикалық сұйық кристалдардың молекулалары, олардың осьтері бір-біріне параллель бағытталады түрде орналасады. Бұл жағдайда, олардың молекулаларының орналасуында алыс бағытталған тәртіптілік сақталады да, ал массалар центрінің орналасуында, жақын тәртіптілік жүзеге асады. Холестерикалық сұйық кристалдарда, молекулаларының осьтері бір қабаттан екіншісіне ауысқанда, винттік сызықпен орналасатындай түрде бағытталады. Ал смектикалық сұйық кристалдың молекулалары қабат-қабат болып орналасады және әр қабатты құрайтын зат бөліктері өздерін екі өлшемді сұйық тәрізді ұстайды.

Сұйық кристалдардың осы келтірілген ішкі, микроскопиялық қасиеттері, олардың макроскопиялық қасиеттерін сипат-

тайды. Мысалы, олардың молекулаларының ілгерілемелі бейберекет қозғалу мүмкіндігі, сұйық кристалдардың аққыштық қасиетін сипаттаса, бағыттала орналасу реттілігі физикалық қасиетінің анизотроптылығын білдіреді. Сонда, сұйық кристалдар ілгерілемелі еркіндік дәрежелеріне сәйкес, сұйық заттардың қасиетіне, ал айналмалы еркіндік дәрежесіне байланысты қатты дененің қасиетіне ие бола алады.

Энергетикалық тұрғыда, кристалл денелер үшін алыс тәртіптілік тиімді. Ал оларды қыздырғанда, ілгерілемелі еркіндік дәрежесі бойынша алыс тәртіптілік бұзылатын, ал айналмалы еркіндік дәрежесі бойынша сақталатын күй, энергетикалық тұрғыда пайдалы болатын жағдай тууы мүмкін. Осы мүмкіндік сұйық кристалдарда жүзеге асатыны байқалады. Сұйық кристалдар қысымға, температураға, электр мен магнит өрістеріне, механикалық деформацияларға, сәулеленуге және т.б. байланысты қасиеттерін өзгертіп отырады. Сондықтан, олар әртүрлі индикаторлық қондырғыларда, сақтау жүйелерінде, информациялық хабарлар өңделетін құралдарда кеңінен қолданылады.

§ 75. ПОЛИМЕРЛЕР

Жоғарғы молекулалы қосылыстарға немесе полимерлерге, қайталанып отыратын кіші элементтерден тұратын, үлкен, зор молекулалар жатады. Полимерлер өте үлкен сызықты немесе тарамдалған молекулалардан тұрады және олар макромолекулалар деп аталады. Мұндай макромолекулаларды түзетін валентті байланыстағы атомдардың саны ондаған және жүз мыңдаған мөндерге жетеді, сондықтан, олар зор молярлық массаларымен, тізбекті құрылымымен, пластикалық (иілгіштік, созылғыштық және т.б.) қасиеттерімен ерекшеленеді.

Полимер макроскопиялық молекуласының элементі, оны құрайтын бастапқы төменгі молекулалы қосылыстардың – мономерлердің химиялық құрамына сәйкес болады. Мономердің химиялық құрылысының полиэтилен, полистирол, полипропилен және т.б. полимерлік тізбектердің құрамымен, бір-бірімен сәйкестігімен сипатталатындығы төменгі кестеден анық байқалады (12-кесте).

Кейбір органикалық қосылыстарда, мысалы, көміртек молекулаларында, атомдар өзара қос химиялық байланыстар арқылы жүзеге асады. Бірақ, қайсыбір жағдайларда қос байланыстардың үзілуі нәтижесінде, босаған мономерлік молекулалардың бірімен-бірінің қосылуы макроскопиялық молекулалардың түзілуін қамтамасыз етеді. Бұл процесс полимерлену деп атала-

Мономер	Мономерлік молекуланың өрнегі	Полимер	Полимерлік молекуланың өрнегі
Этилен	$\text{CH}_2=\text{CH}_2$	Полиэтилен	$-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$
Пропилен	$\text{CH}_3-\text{CH}=\text{CH}_2$	Полипропилен	$-\text{CH}-\text{CH}_2-$ CH_3
Стирол	$\text{CH}_2=\text{CH}$	Полистирол	$-\text{CH}_2-\text{CH}-$
Изопрен	$\text{CH}_2=\text{CH}-\text{C}+\text{CH}_2$ CH_3	Полиизопрен (каучук)	$-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_2-$ CH_2
Винолхлорид	$\text{CH}_2=\text{CHCl}$	Поливинилхлорид	$-\text{CH}_2-\text{CHCl}-$
Метилметакрилат	$\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}-\text{COOCH}_2$	Метилметакрилат	CH_3 $-\text{C}-\text{CH}-$ COOCH_2
Тетрафторэтилен	$\text{CF}_2=\text{CF}_2$	Политетрафторэтилен	$-\text{CF}_2-\text{CF}_2-$

ды. Макроскопиялық молекуланың құрамына кіретін мономерлік молекулалардың санын полимерлену дәрежесі деп атайды. Сонда полимерлік тізбектің түзілуі жүзеге асатын мономерлену процесі мына түрде сипатталады:

$$n \cdot m = M, \quad (7.25)$$

m – мономерлік молекула, M – полимерлік макромолекула, ал n – полимерлену дәрежесі.

Полимерлену дәрежесі бірнешеде он мыңдаған мәндерге дейін жетеді. Мысалы, полиэтиленнің макромолекуласы, қос байланыстардың өзара ашылуы есебінен қосылған, этиленнің 5000 жеке мономерлік молекулаларының тізбегінен $\text{CH}_2=\text{CH}_2$ түзіледі. Ескерте кетейік, маромолекула, кәдімгі молекула секілді, заттың химиялық қасиетін сақтайтын ең кіші бөлшек емес, кіші элементтерге бөлінгенде, олар бұрынғы қасиеттерін сақтайды.

Полимерлену реакциясының нәтижесінде жаңа заттар, жанама өнімдер пайда болады. Полимер қос байланысқа ие емес мономерлер арқылы түзіледі. Бұнда поликонденсация реакциясы қолданылады және ол негізгі молекуладан, әсерлесуге қабілетті атомдар мен атомдар тобының ажырауымен, жеке молекулалардың бөлінуімен қабаттаса жүреді. Осы кезде пайда болған, түгел қамтылмаған химиялық байланыстар, мономерлік молекулалардан макромолекула түзілуін жүзеге асырады. Поликонденсациялық реакциялар су, аммиак, т.с.с. жанама заттардың бөлінуімен қабат жүреді.

Полимерлер сызықты және үш өлшемді болып, екі түрге бөлінеді. Сызықты полимерлердің макромолекуласында, шеттік топтардағыдан басқа мономерлік молекулалардың барлығы, мысалы, полиэтилендегі сияқты, екі көршісімен байланысқан. Үш өлшемді полимерлерде, мономерлік молекулалар, үш өлшемді кеңістік тор құрайтын, өзара көлденең химиялық байланыстар түзеді.

Барлық синтетикалық және табиғатта кездесетін жоғарғы молекулалы қосылыстар әртүрлі дәрежеде полимерленген молекулалар қоспасынан түзіледі. Бұл полимерлік молекулалардың түзілуінде бақылауға келмейтін, кездейсоқ себептер, факторлар жиі байқалады. Осының нәтижесінде, массалары мен ұзындықтары, соның себебінен мономерлік молекулалар саны әртүрлі, макромолекулалар жиі кездеседі. Егер, полимерлік молекула түзілетін, мономерлік молекуланың массасы мен орта полимерлену дәрежесі \bar{n} белгілі болса, макромолекуланың молярлық массасы, (7.25) теңдеуге сәйкес, былай анықталады:

$$M = \bar{n} \cdot m. \quad (7.26)$$

Полимерлердің орта молярлық массалары үлкен мөндерге жетеді. Мысалы, полиэтиленнің молярлық массасы 140 кг/моль, ал капрондыкі 25 кг/моль. Егер макромолекулалар иілгіш болса, олар орамдалып глобул (шумақ, домалақ) деп аталған, сфералық құрылымдар түзеді. Диаметрі өте үлкен, $10^{-8} + 3 \cdot 10^{-8}$ м аралығында болғандықтан, оларды электрондық микроскоп арқылы бақылауға болады. Глобулдардың ішінде, макромолекулалар тізбегін түзетін жеке бөліктердің орналасуы бейберекет. Мұндай құрылымды полимерлерде, макромолекуланың ұзындығына байланысты қасиеттер жоғалады да, глобулдың өлшеміне байланысты қасиеттер сақталады. Шыны тәріздес күйлерде, мұндай полимерлер морт сынғыш болады.

Полимерлердің екінші бір құрылымдық элементі будалар (пачки). Өр будаға ондаған жүздеген макромолекулалар кіреді

және олар бір жағынан қабаттала, ал екінші жағынан тізбектеле түзіледі. Сондықтан буданың ұзындығы жеке макромолекуланың ұзындығынан әлдеқайда артық болады, ал қалыңдығы бірнеше макромолекуланың қалыңдығымен есептеледі. Глобулдар мен будалар басқа күрделі полимерлерді түзетін, қарапайым құрылымдық бірліктер ретінде саналады.

Полимерлерде төменгі молекулалық қосылыстарда кездеспейтін, өзіне тән ерекшеліктер, макромолекуланы түзетін элементтер саны – полимерлену дәрежесі жеткілікті мәнде пайда болуы шарт. Егер, полимерлену дәрежесі шамамен $10 + 20$ болса тұтқыр сұйықтар түзіледі. Қатты денелер мен пластикалық массалар, полимерлену дәрежесі бірнеше жүздеген мәндерге жеткенде пайда болады (органикалық шынылар мен каучуктер). Егер полимерлерде қос байланыс болмаса, олар химиялық әсерлерге шыдамды келеді (полиэтилен, полипропилен, поливинилхлорид және т.б.). Мысалы фторопластпен тек ерітілген сілтілік металдар ғана әсерлесе алады.

Көптеген полимерлердің меншікті кедергілері елеулі, ал жоғарғы жиіліктердегі диэлектрлік шығындары аз болғандықтан, изоляциялық материалдар ретінде, электрондық техникада кеңінен қолданылады (полистирол, фторопласт және т.б.). Полимерлердің механикалық қасиеттерінде зор алшақтық байқалады. Олардың қайсыбірінің қасиеттері кристалдың қасиетіне жақын болса, кейбірінікі сұйықтыкіне жақындайды. Мұндай полимерлер, бір жағынан өте берік, ал екінші жағынан, айтарлықтай қайтымды механикалық деформацияларға шыдай алады. Резина тәріздес полимерлер, бастапқы ұзындығымен салыстырғанда, $5 + 10$ есе артық созылады. Бірақ, полимерлер мұндай эластикалық қасиетке, белгілі температура диапазонында (аралығында) ғана ие бола алады. Одан жоғары температураларда полимерлер пластикалық, ал төмен температураларда қатты, нәзік, морт сынғыш заттарға айналады.

Полимерлену реакциялары оңай басқарылады, сондықтан, алуан түрлі қасиеттерге ие полимерлерді алу мүмкіндіктері, техникалық тұрғыда, қиын емес. Яғни, берілген, химиялық, электрлік, жылулық, механикалық қасиеттері бар полимерлерді алу мүмкіндіктері, олардың электрорадиотехникада, электроникада, машина жасау, тоқыма, құрылыс материалдарын жасау т.б. өндірістерде кеңінен қолданылуын қамтамасыз етеді.

ЕСЕП ШЫҒАРУ ҮЛГІЛЕРІ

1. Массасы $m=0,03$ кг, температурасы -40 °С мұз кесегін температурасы 0 °С буға айналдыру кезіндегі оның энтропиясының өзгерісін анықтаңдар. Сыртқы атмосфералық қысым 10^5 Па.

Б е р і л г е н і : Ш е ш у і :

$$P=10^{-5} \text{ Па}$$

$$T_1=233 \text{ К}$$

$$T_2=373 \text{ К}$$

$$m=0,03 \text{ кг}$$

$$T_0=273 \text{ К}$$

$$\Delta S - ?$$

Жалпы жағдайда энтропия өзгерісі мына формуламен анықталады:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}. \quad (1)$$

Мұнда $dQ = dQ_1 + dQ_2 + dQ_3 + dQ_4$.

Себебі: 1) Мұзды $T_1=233$ К-нен $T_0=273$ К температураға дейін қыздыруымыз керек. Бұл кезде жұмсалатын жылу мөлшері

$$dQ_1 = mC_1 dT_1. \quad (2)$$

C_1 – мұздың меншікті жылу сымдылығы және ол T -ға байланысты өзгермейді, тұрақты, ал $dT_1 = T_0 - T_1$.

2) Мұз тұрақты температурада $T_0=273$ К ериді. Бұл кезде қажетті жылу мөлшері

$$dQ_2 = m\lambda_\sigma \quad (3)$$

мұнда $\lambda_\sigma = 335 \cdot 10^3$ Дж/кг – мұздың меншікті балқу жылуы.

3) Суды T_0 температурадан $T_2=373$ К-ге дейін қыздыруға керекті жылу мөлшері

$$dQ_3 = mC_2 dT_2, \quad (4)$$

мұнда $C_2 = 4,18 \cdot 10^3$ Дж/кг · К – судың меншікті жылу сымдылығы, ал

$$dT_2 = T_2 - T_0.$$

4) 100 °С температурадағы суды осы температурада буға айналдыруға керекті жылу мөлшері

$$dQ_4 = m\lambda_x, \quad (5)$$

мұндағы $\lambda_x = 22,6 \cdot 10^5$ Дж/кг – судың меншікті булану жылуы.

(2), (3), (4) және (5) формулаларды (1) формулаға қойып мынаны алады

$$1) \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_0} mc_1 \frac{dT}{T} = mc_1 \ln \frac{T_0}{T_1}. \quad (6)$$

$$2) \Delta S_2 = \int_{T_0}^{T_0} \frac{m\lambda_\sigma}{T_0} = \frac{m\lambda_\sigma}{T_0}. \quad (7)$$

$$3) \Delta S_3 = \int_{T_1}^{T_2} mc_2 \frac{dT}{T} = mc_2 \ln \frac{T_2}{T_0}. \quad (8)$$

$$4) \Delta S_4 = \int_{T_0}^{\frac{m\lambda_u}{T_2}} \frac{m\lambda_u}{T_2} = \frac{m\lambda_u}{T_2}. \quad (9)$$

Осыдан мұздың жалпы энтропия өзгерісі мына формуламен анықталады:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4 = m \left(c_1 \ln \frac{T_0}{T_1} + \frac{\lambda_\sigma}{T_0} + c_2 \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{\lambda_u}{T_2} \right). \quad (10)$$

Формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы іздеген шама анықталады:

$$\Delta S = 0,03 \left(2,09 \cdot 10^3 \ln \frac{273}{233} + \frac{335 \cdot 10^3}{273} + 4,18 \cdot 10^3 \ln \frac{373}{273} + \frac{22,6 \cdot 10^5}{373} \right) = 264 \text{ Дж/кг.}$$

2. 1000 моль мұзды балқыту кезіндегі энтропияның өзгерісі $22,2 \cdot 10^3$ Дж/К. Сыртқы қысымды 10^5 Па өсірсе мұздың балқу температурасы қаншаға өзгертінін табындар.

Берілгені:

$$P = 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta S = 22,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/К}$$

$$\frac{m}{\mu} = 1000 \text{ моль}$$

$$\Delta T = ?$$

Шешуі:

Іздеген балқу температурасының өзгерісі Клаузиус-Клапейрон теңдеуі арқылы табылады.

$$\Delta T = \frac{\Delta P T (V_c - V_\mu)}{q_0}. \quad (1)$$

Мұнда q – мұздың балқу жылуы. Бұл кездегі энтропия өзгерісі мынаған тең.

$$\Delta S = \frac{m\lambda_\sigma}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{q_0}{T}, \quad (2)$$

мұндағы λ_σ – мұздың меншікті балқу жылуы.

$$(1) \text{ және } (2) \text{ теңдеулерден } \Delta T = \frac{\Delta P (V_c - V_\mu) \cdot \frac{m}{\mu}}{\Delta S}. \quad (3)$$

$$\text{Бұл жерде } V_c = \frac{\mu}{\rho_c} = \frac{0,018}{1000} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

V_c – судың көлемі, μ – оның молярлық массасы, ρ – судың тығыздығы. Мұздың көлемі мына формуламен анықталады:

$$V_\mu = \frac{\mu}{\rho_\mu} = \frac{0,018}{900} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Осыларды және берілген шамаларды (3) формулаға қойып есептеулер жүргізу арқылы мұздың балқу температурасының өзгерісі арықталы

$$\Delta T = \frac{10^5(18 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-2}) \cdot 1000}{22,2 \cdot 10^3} = 0.009 \text{ K.}$$

3. Қалыңдығы 50 см қабырғаның сыртқы бетінің температурасы $t_n = -30^\circ\text{C}$, ал ішкі бетінің температурасы -25°C . Егер қабырғаның 1 м^3 ауданынан 1 сағат ішінде ауысатын жылу мөлшері 500000 Дж болса, оның материалының жылу өткізгіштік коэффициенті неге тең.

Берілгені: | Шешуі:

$$\Delta x = 0,5 \text{ м}$$

$$\Delta S = 1\text{ м}^2$$

$$\Delta t = 3600 \text{ с}$$

$$T_2 = 243 \text{ K}$$

$$T_1 = 298 \text{ K}$$

$$Q = 500000 \text{ Дж}$$

$$\xi = ?$$

ΔS ауданынан Δt уақытта жылу өткізгіштік құбылысының әсерінен ауысатын жылу мөлшері мына формуламен анықталады:

$$Q = -\xi \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t, \quad (1)$$

осыдан

$$\xi = -\frac{Q \cdot \Delta x}{\Delta T \Delta S \Delta t}. \quad (2)$$

(2) формулаға кіретін физикалық шамалардың сан мөндерін орындарына қойып есептеулер жүргізу арқылы қабырға арқылы ауысатын жылу мөлшері анықталады:

$$\xi = -\frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{(243 - 298) \cdot 3600} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{55 \cdot 3600} = 1,25 \text{ Дж/мсК.}$$

4. Көлденең қимасы 10 см^2 болат таяқшаның екі ұшына, ол 0°C -дан 30°C қыздырғанда ұлғаймауы үшін, қандай күш түсіруіміз керек.

Берілгені:

$$t_1 = 0^\circ\text{C}$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$t_2 = 30^\circ\text{C}$$

$$F = ?$$

Шешуі:

0°C - дан $t^\circ\text{C}$ -ға дейін қыздырғанда таяқша мына шамаға ұзарады

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \cdot \alpha \cdot t. \quad (1)$$

Таяқша ұлғаймауы үшін оның ұштарына мынадай күш түсіруіміз керек

$$F = \frac{\Delta l \cdot E \cdot S}{l_0}. \quad (2)$$

Бірінші және екінші теңдеулерден $F = E \cdot S \cdot \alpha \cdot t$. (3)

мұндағы $E = 22 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ - болат үшін Юнг модулі, ал $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{К}}$ - болаттың сызықты ұлғаю коэффициенті. (3) форму-

лаға оған кіретін физикалық шамалардың сан мәндерін қойып есептеулер жүргізу арқылы іздегені анықталады.

$$F = 22 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 30 = 7,9 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СУРАҚТАР

1. Қатты денелердің сұйықтар мен газдардан айырмашылығы неде?
2. Қатты қандай түрлерге бөлінеді?
3. Кристалдардың құрылымы қандай?
4. Заттың РТ – диаграммасы деген не және онда сублимация процесінің графигі қалай кескінделеді?
5. Клапейрон-Клаузиус теңдеуін сублимация құбылысына қалай қолдануға болады?
6. Заттың үштік нүктесі деген не?
7. Кристалдардың сызықтық ұлғаю қасиетін қалай түсіндіреді?
8. Кристалдарда жылу өткізгіштік құбылысы қалай жүзеге асады?
9. Кристалдың тор деген не және қатты денені құрайтын бөлшектердің арасындағы әсерлесу күштеріне байланысты оның қанша түрі бар?
10. Дюлонг-Пти заңы қалай тұжырымдалады? Жылу сыйымдылықтың классикалық теориясы арқылы бұл заң қалай қорытылады?
11. Кристалдардағы балқу және кристалдану процестерінің графигін сызып көрсетіндер?
12. Кристалдық торларда қандай симметриялық элементтер бар?
13. Қатты денелерде болатын бірінші және екінші түрдегі фазалық ауысулардың мысалын келтіріндер.
14. Қатты денелердің механикалық қасиеттерін (созылу, сығылу, ығысу, бұралу) қалай түсіндіруге болады?
15. Кристалдық ақаулар деп нені айтады және олардың қандай түрлерін білесіндер?
16. Сұйық кристалдар туралы не білесіндер?
17. Полимерлер деп қандай заттарды айтады және оларды қайда қолданады?
18. Полиморфизм деген не?

Екінші бөлім

БЕЙСЫЗЫҚ ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

КІРІСПЕ

Қазіргі кезде «бейсызық физика» ғылыми жұртшылық түгелдей қабылдаған термин. Дүние жүзіндегі жетекші ғылыми басылымдардың бәрінде осылай аталған арнайы тараулар бар. Бейсызық физика пәнінің мазмұнын, сыртқы ортамен энергиямен және информациямен үнемі алмасып отыратын, ашық, сызықты емес жүйелердің статистикалық физикасы анықтайды.

Физикалық тұйық жүйелерде, эволюция – табиғат пен қоғамда жүретін өзгерістер мен даму процестері нәтижесінде біршама уақыттан соң тепе-тең күй орнайды. Тепе-тең күйлерде жүйенің макроскопиялық параметрлері (көлем, қысым, температура және т.б.) уақыт бойынша және кеңістікте өзгермейді. Молекулалық деңгейде бұл күйге Больцманның пайымдауынша, бейберекеттіктің ең жоғарғы мәні сәйкес. Себебі, тепе-тең күйлерді бірінен-бірін бірмәнді ажырату мүмкін емес. Табиғатта қоршаған ортамен энергия мен информация (информация жөнінде мағлұмат 3-ші тарауда келтірілген) алмаса алатын органикалық және органикалық емес күрделі ашық жүйелердің көп екендігі белгілі. Олардың кейбір құрылымы жағынан күрделі болса, екіншілері атқаратын функцияларына байланысты күрделі.

Ғылымның өртүрлі саласынан күрделі жүйелердің мысалын көптеп келтіруге болады. Мысалы, физикада заттың газ күйі, құрылымы жағынан өте күрделі, себебі, көп молекулалар бірімен-бірі өзара соқтығысулар нәтижесінде ретсіз, бейберекет қозғалады. Химиялық реакцияларға да өте көп молекулалар қатысады және рекомбинация нәтижесінде жаңа молекулалар түзіледі. Биологиялық клеткалар құрылымы жағынан күрделі мембраналардан, ядролар мен цитоплазмалардан құралады. Техникада өртүрлі қозғалтқыштар, машиналар мен зауыттар және т.б. жасанды күрделі жүйелер қолданылса, экономикада өзінің ақша айналысу, өндіріс, заттарды тасу, тұтыну және сақтау заңдары күрделі. Психология айналысатын адамның мінез-құлқы мен білімнің өртүрлі саласын қамтитын ғылым да

күрделі жүйелер. Аталған ғылым салаларын құрайтын бөліктер өзара үйлесе қызмет атқарады.

Барлық күрделі жүйелерге тән, оларды біріктіретін жалпы принципті айқындауды ғылымның әр саласындағы күрделі объектілерді зерттеу арқылы жүзеге асыруға болады. Бірақ осы әмбебап заңды қай деңгейде тұжырымдаған жөн микроскопиялық түрде ме, макроскопиялық тұрғыда ма? Мұны білу өте маңызды, себебі, бір жүйені сипаттау барысында өртүрлі жауаптар алынады. Мысалы, микроскопиялық көзқарас бойынша, газ ретсіз қозғалатын молекулалардың жиыны, ал макроскопиялық тұрғыда ол біртекті.

Ғылымның соңғы жетістіктері күрделі ашық жүйелерде өртүрлі өздігінен реттелген құрылымдар пайда болатынын дәлелдеді. Мұнда негізгі рөлді жүйе энергиясының шашырауы мен информацияның жоғалуына әкелетін диссипация атқарады. Осы фактінің аса маңыздылығын нақтылау үшін И.Пригожин «диссипативтік құрылым» ұғымын енгізді. Қоршаған ортадан, бейберекеттіктен энергия алатын және алдыңғы жойылған объектіден де күрделі, жаңадан пайда болған құрылымдар диссипативтік деп аталады. Ашық жүйелердің күрделілігі оларда ұжымдық құбылыстардың жүруіне, оларды құрайтын бөліктердің үйлесе қимыл жасауына әкеліп соғады.

Жүйені құрайтын элементтердің үйлескен қаракетінің арасында диссипативтік құрылымдар түзілуін ескерген Г.Хакен *өзқауым процестерін* жалпы түрде синергетика (грекше *sinergetike* – үйлесе қимылдау, бірігіп қаракеттену) деп атады. Ол «өзқауым – бейберекеттіктен пайда болатын реттелген жоғары құрылымдардың түзілуі» – деп түсіндірді. Яғни, өзқауым – жүйенің өзара үйлескен қаракетінің нәтижесінде ретсіз күйден өздігінен реттелген күйге өту процесі. Ашық күрделі жүйелерде өзқауым процесінің жүруіне негізгі себепшілер – бейберекеттік пен кездейсоқтық. Реттелу ауытқулардың нәтижесінде, ал орнықтылық орнықсыздықтар нәтижесінде пайда болады. Яғни, бейберекет күй энтропия мен информация арқылы сипатталатын анықталмағандықтан – ықтималдық пен кездейсоқтықтан тұрады.

Ашық жүйелерде энергия (зат пен өріс) ағынын өзгертіп отыру арқылы өзқауым процесін, яғни, диссипативтік құрылымдардың пайда болуын реттеп отыруға болады. Құрылым түзілуінің негізінде екі қарама-қарсы процестің қатар жүруі: біріншіден, үздіксіз ортада кездейсоқ сыртқы әсерді (энергия мен информация көздері) қостайтын біртексіздіктің артуы, ал екіншіден, осы біртексіздікті жоюға тырысатын диссипативтік

бастаманың пайда болуы жатыр. Даму орнықсыздық, бифуркация (жүйенің басқа сапалық деңгейге ауысуының көп варианты мүмкіндігін тудыратын кризистік нүктелердің пайда болуы) және кездейсоқтық арқылы жүзеге асады. Бейсызықтық пен кездейсоқтық күшті тепе-теңсіз жүйелердің дамуы мен сипатталуында ерекше рөл атқарады. И.Пригожин «бейберекеттіктен реттілік тудыратын – тепе-теңсіздік» деп санайды.

Ашық жүйелердің ең қарапайым және маңызды мысалы – тірі организмдер. Биологиялық жүйелердің негізгі ерекшелігі – оған сыртқы ортадан келетін және ол шашырататын энергия ағынының арқасында өзқауым процесінің жүруі. Осының нәтижесінде биологиялық жүйелер өздігінен жаңа күрделі құрылымдар түзуге мүмкіндік алады. Бұл термодинамика заңдарына қайшы келмейді, себебі, биологиялық жүйелер сыртқы ортамен энергия, зат және информация алмаса алатын, ашық жүйелер. Ал ашық жүйелерде энтропияның өсу заңы деп аталған термодинамиканың екінші заңына қарсы процестер жүреді және соның нәтижесінде, бейберекеттік өлшемі – энтропия уақытқа байланысты кемиді.

Өзқауым эффектілері тек биологиялық объектілерде ғана емес, әртүрлі формаларда органикалық емес жүйелерде де жүреді деп жалпылауға толық негіз бар. Бейсызық физика мен синергетика жүйені құрайтын жеке бөліктердің ортақ қасиеттерін анықтайтын және олардың өзара әсерлесу заңдылықтарын тағайындайтын математикалық нобайларды (модельдерді) зерттейді. Зерттелетін орталардың қасиеттеріндегі негізгі ұқсастық оларда жүретін өзқауым процестері. Сондықтан синергетика – табиғаттағы және қоғамдағы әртүрлі объектілерде жүретін өзқауым процесінің жалпы теориясы ретінде қарастырылады.

Синергетика, объектілердегі қарқынды өзара әсерлер мен құрылымдардың түзілуі процесін зерттейтін ғылыми бағыт. Бұл құбылыс, сыртқы ортамен қарқынды түрде энергия мен информация алмасатын, нәтижесі өзқауым, реттілік, энтропияның кемуі болып табылатын және жүйенің эволюциясына әкелетін, тепе-теңсіз ашық жүйелерде жүзеге асады. Жаңадан пайда болған құрылымдардың, кіші қозуларға байланысты орнықтылығы, оның бейберекеттіктен өзгешелігінің негізгі белгішарты. Егер бұндай орнықтылық жоқ болса, жүйені зерттеудің статистикалық әдісі қолданылады.

§ 1. ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДЕГІ БЕЙБЕРЕКЕТТІК ТУРАЛЫ

Молекулалық деңгейде бейберекеттіктің ең жоғарғы мәні жүйенің тепе-тең күйіне сәйкес келетіні жоғарыда айтылғанды. Физикада, биологияда, экономикада және т.б. «бейберекеттік» теріс мағынаға ие. Бірақ, кейде тепе-теңдіктен алыс күйлердегі қозғалыстар да бейберекет қозғалыстар болып саналады. Оған сұйықтар мен газдардың құбырдағы турбуленттік қозғалысын жатқызуға болады. Ю.Климонтович «динамикалық бейберекеттікті» қарапайым динамикалық жүйелердегі күрделі қозғалыстарды сипаттауға болатынын дәлелдеді. «Динамикалық» деген сөз бастапқы ауытқулардың, яғни, ретсіздік көздерінің жоқтығын білдіреді. Осы себепті, «динамикалық жүйе» белгілі дәрежеде идеалдандырылған ұғым. Өртүрлі кездейсоқтық орын алатын, реал бейберекет қозғалыс «физикалық бейберекеттік» деп аталады. Бұның айқын мысалы тепе-тең күйдегі атомдар мен молекулалардың қозғалысы.

Динамикалық бейберекеттікті, конвекциялық жылу алмасудың математикалық нобайы ретінде алынған теңдеулерді зерттеу барысында, бірінші байқаған Э.Лоренц. Сұйық қабаттарында, егер оны төменгі жағынан қыздыратын болса, ауырлық күші мен температура градиентінің үйлесімді қаракетінің нәтижесінде конвекциялық ағын пайда болады. Бастапқыда, ыдыс түбі мен сұйық бетінің арасындағы температура айырымы аз кезде, сұйық қабатындағы жылу берілу жылу өткізгіштік әсерінен жүзеге асады. Ал, температураның қайсыбір кризистік мәнінде, сұйықта реттелген құрылымдар (Бенар ұяшықтары) түзіледі және макроскопиялық қозғалыс орын алады. Осының нәтижесінде ұяшық ішіндегі сұйықтың қызған бөлігі жоғары, ал оның шеттеріндегі суықтау бөлігі төмен қозғалады. Біршама уақыттан соң осы екі қарама-қарсы ағынның кеңістіктік таралуы өздігінен реттеліп, сұйықта қайсыбір квазистационар күйдегі жылулық ағын орын алады.

Кейінгі зерттеулер бастапқы шарттардың өте аз өзгерісі

жүйенің қозғалыс сипатын елеулі өзгерістерге ұшырататынын, ал олардың шекті дәлдікпен берілуі қозғалыс сипатының даму жолын болжаудың мүмкін еместігін көрсетті. Олай болса, бастапқыдағы кіші қозғалыстар уақытқа сәйкес өсіп отыратын болса, жүйенің күйі тек ықтималдық тұрғыда сипатталады. Ашық жүйелерді зерттеудің бұл жолы динамикалық бейберекеттік теориясының қазіргі көрінісінің негізін қалайды.

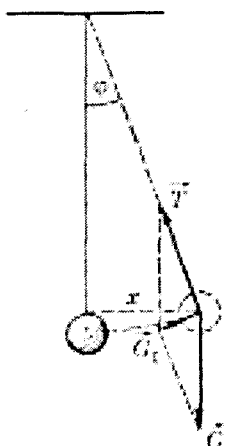
Сыртқы айнымалы күштердің әсерінен (мысалы, үйкеліс күшінің) дененің қозғалысы, жылдамдық біркәнді болмайтын, күрделі сипатқа ие болады. Бұл кезде жүйенің қозғалысын сипаттайтын теңдеудің бірнеше шешімі болуы мүмкін. Жүйеде реттелмеген күй – динамикалық бейберекеттік орнайды. Соңғы кездері физикалық, химиялық, биологиялық, педагогикалық, әлеуметтік және т.б. жүйелерде бейберекеттік күйлер болуы заңдылық екендігі анықталды. Осы айтылғандардан күрделі жүйелердегі іргелі заңдылықтарды түсіндіру мен баяндаудың арнайы әдістемесі қалыптасуы тиістігі көрінеді.

§ 2. СЫЗЫҚТЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МАЯТНИК

Механикалық жүйелердегі периодты тербелмелі қозғалыс заңдары осы жүйенің қасиеттерімен және оған ықпал ететін сыртқы күштердің сипатымен анықталады. Егер тербелмелі процесте жүйенің күйін сипаттайтын параметрлер тұрақты қалып, оған әсер етуші күштер осы параметрлерге байланысты сызықты функциялармен өрнектелсе, тербелмелі

жүйелер де және тербелістер де сызықты болып саналады. Тербелістегі денені тепе-тең күйге қайтарушы күш ығысуға байланысты сызықты функциямен өрнектелсе, оның тербелісі гармониялық деп аталады. Мұндай периодты күштердің қатарына, жылдамдықтың бірінші дәрежесіне тәуелді үйкеліс күштері ($F = -\mu v$), серпімділік күштері ($F = -kx$) және т.б. жатады.

Сызықты маятниктің ең қарапайым түрі – математикалық маятник. Ол созылмайтын жеңіл ұзын жіпке ілінген, массасы m , өзі ілінген жіптің массасымен салыстырғанда өлдеқайда үлкен, ал өлшемдері, математикалық маятниктің ұзындығынан l өлдеқайда кіші, жүктен тұрады (121-сурет). Тепе-тең күйден φ бұрышқа ауытқыған математика-



121-сурет. Математикалық маятник

лық маятниктің өз еркіне жіберілген кездегі қозғалыс теңдеуі былай жазылады:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -G_r, \quad m \frac{dv}{dt} = -G_r \quad (1)$$

мұнда $G_r = mg \sin\varphi$ – маятникті тепе-тең күйге қайтарушы күш. Суреттен тербелістегі нүкте қозғалысының жылдамдығы мына формуламен анықталатыны көрінеді:

$$v = l \frac{d\varphi}{dt}.$$

Осыны (1) теңдеуге қою арқылы оны мына түрге келтіруге болады:

$$ml \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -G_r, \quad ml \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mg \sin\varphi. \quad (2)$$

Бұл теңдеудің екі жағын да дененің массасы мен маятниктің ұзындығына бөлу арқылы оны мына түрде жазуға болады:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l} \sin\varphi, \quad \ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin\varphi = 0. \quad (3)$$

Жалпы түрде (3) теңдеудің шешімін табу күрделі болғандықтан, оның жеке жағдайлары қарастырылады. Мысалы, маятниктің тепе-тең күйден ауытқу бұрышы оның синусына пропорционал болатындай, кіші деп саналады. Бұл кезде, 1-ші

суреттен көрінгендей, $\sin\varphi = \frac{x}{l}$, яғни, нүктенің доға бойымен ығысуы, жуық шамамен, горизонталь хорданың ұзындығына (x) тең. Осыны ескерсек (3) теңдеудің соңғысы мына түрге келеді:

$$\ddot{x} + \frac{g}{l} x = 0, \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (4)$$

бұл жерде $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – дөңгелек немесе циклдік жиілік, ал (4) теңдеу сызықты математикалық маятниктің қозғалыс теңдеуі деп аталады. Серпімді серпіпкеге бекітілген жүктің тербелісінің заңдылығы да (4) теңдеумен сипатталады және осы теңдеу сызықты осциллятордың моделі болып саналады.

Тригонометриялық функциялар $\sin\omega t$ мен $\cos\omega t$ (4) теңдеудің дара шешімдері екендігі белгілі. Сызықты теңдеулердің шешімдерінің қосындысы мен қайсыбір шешімінің тұрақты шамаға көбейтіндісі, олардың жалпы шешімін береді. Сондықтан, (4) теңдеудің жалпы шешімі мына түрде жазылады:

$$x(t) = A \sin\omega t + B \cos\omega t,$$

мұндағы A және B – тұрақты шамалар. Бұлар гармониялық функциялар деп аталады. Түрлендірулер арқылы, гармониялық тербелістің жалпы шешімі мына түрге келтіріледі:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ немесе } y = B \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Мұндағы A, B – тербеліс амплитудалары, $(\omega t + \varphi_0)$ – оның фазасы, ал φ_0 – тербелістің бастапқы фазасы.

Егер қозғалыстағы денелерге үйкеліс күші немесе сыртқы айнымалы күштер әсер етсе, оның жылдамдығы ылғи да бірмөнді болмайды. Бұл кезде дене қозғалысын сипаттайтын динамикалық теңдеудің өртүрлі шешімдері болуы мүмкін. Мұндай физикалық жүйелерде реттелмеген күй – динамикалық бейберекеттік орнайды. Соңғы жылдары мұндай заңдылықтар тек физикалық жүйелерде ғана емес, химиялық, биологиялық, тіптен әлеуметтік жүйелерде де орын алатындығы белгілі болды. Осы іргелі заңдылықты түсіну мен түсіндірудің ең тіке және қарапайым жолы бейсызық маятниктің қозғалысын қарастыру

§ 3. БЕЙСЫЗЫҚ МАЯТНИК. ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ СТОХАСТАЛЫНУЫ

Сонымен, егер маятниктің тербеліс амплитудасы елеулі мәнге жетсе, соның нәтижесінде тербелістегі денеге әсер етуші үйкеліс күші, жылдамдықтың бірінші дәрежесіне емес, үлкен жылдамдықтарда жүзеге асатын, екінші дәрежесіне тәуелді болса, жағдай күрт өзгереді. Үлкен ауытқуларда маятниктің тербелісі сызықты болмайды. Яғни, бейсызық тербелмелі жүйенің қозғалысы гармониялық тербелмелі қозғалыстан өзгеше және маятниктің тербеліс амплитудасы өскен сайын бұл өзгешелік ұлғая береді.

Сондықтан, тепе-тең күйден үлкен бұрышқа ауытқыған денелер, нүктелер үшін, жуықталған (4) теңдеуді пайдалануға болмайды. Бұл жағдайда нүктенің тербелісі периодты болғанымен гармониялық емес. Демек, маятниктің тербеліс периоды, оның ауытқуына тікелей тәуелді. (3) теңдеудің әмбебап мағынасын ескере отырып, φ айнымалы x арқылы белгіленеді, яғни, $\varphi = x$ деп алынады және ол мына интервалда $0 \leq x \leq 2\pi$ өзгереді. Олай болса, математикалық маятниктің қозғалысы бейсызық (3) теңдеумен сипатталады:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 \sin x = 0, \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \sin x = 0. \quad (5)$$

Осыдан, тербелістегі дененің тепе-тең қалыптан елеулі ауытқу бұрыштарында, жалпы түрдегі шешімі бірмөнді емес, (5)

теңдеу пайдаланылады. Бұл теңдеуді кезеңдік (фазалық) кеңістікте (жылдамдық-координата айнымалылар кеңістігінде) қарапайым талдау сапалық тұрғыдан, жаңа нәтижелер тағайындауға мүмкіндік береді. Бұл үшін (5) теңдеу әрқайсысы бірінші реттік екі дифференциалдық теңдеулер арқылы жазылады:

$$\frac{dv}{dt} + \omega_0^2 \sin x = 0 \quad \text{және} \quad v = \frac{dx}{dt}. \quad (6)$$

(6) теңдеуден уақыт дифференциалын $dt = dx/v$ алмастыру арқылы мынадай өрнек алынады:

$$v dv + \omega_0^2 \sin x \cdot dx = 0. \quad (7)$$

Алынған теңдеуді (v , v_0) және (x , x_0) шектерінде интегралдау тербелістегі дененің бірлік массасына сәйкес толық энергияны (E) береді:

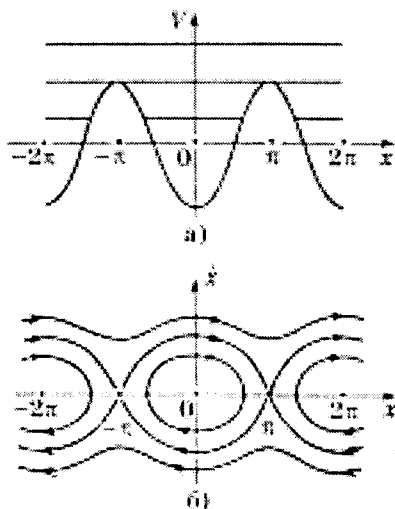
$$\frac{v^2}{2} - \omega_0^2 \cos x = \frac{v_0^2}{2} - \omega_0^2 \cos x = E \quad (8)$$

мұндағы $\frac{v^2}{2}$ – тербелістегі бірлік массалы дененің кинетикалық энергиясы, ал $U = \omega_0^2 \cos x$ – оның потенциалдық энергиясы. Тербелмелі жүйенің тепе-тең күйі мына шарттан анықталады:

$$\dot{x} = v = 0, \quad \text{яғни,} \quad \frac{dU(x)}{dx} = 0. \quad (9)$$

Бұл, тепе-тең күйде тербелістегі дененің жылдамдығы нөлге тең болатынын, ал оның потенциалы $U(x) = -\omega_0^2 \cos x$ экстремумға ие екендігін білдіреді (122, а-сурет). Сондықтан маятниктің тепе-тең күйі мынадай теңдеулермен сипатталады: $x = 0$, $\sin x = 0$. демек, $\dot{x} = 0$, $x = n\pi$, ал $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Тепе-тең күйде x нүктесінің жылдамдығы нөлге тең, ал оның потенциалы $U(x)$ n -нің жұп мәндерінде минимумға, ал тақ мәндерінде максимумға ие. Олай боса, n -нің жұп мәндерінде тербелістегі нүктенің траекториясы эллипс тәріздес, ал тақ мәндерінде гиперболалық болады (122-сурет).

(8) теңдеуді түрлендіру арқылы оны мына түрде өрнектеп жазуға болады:



122-сурет. Нүктенің периоды потенциалы (а) және соған сәйкес фазалық суреті (б)

$$\frac{v^2}{2} + \omega_0^2 (1 - \cos x) = \frac{v_0^2}{2}, \quad (10)$$

бұдан v нүкте жылдамдығының x ығысуға күрделі тәуелділігін анықтайтын теңдеу алынады. (10) теңдеуден нүкте тербелісінің траекториясы 122, а-суретте кескінделген графикпен сипатталатыны байқалады. Мұнда нүктенің жылдамдығы біркөнді емес. $x=\pi$ және $x=-\pi$ нүктелерінде график тарамдалып кетеді.

$E < \omega_0^2$ мәндерінде кезеңдік жазықтықтағы траекториялар ($v=v(x)$ тәуелділігі), маятниктің тербелісін сипаттайтын тұйық сызықтарды береді (финиттік қозғалыс). Бұл кезеңдік траекториялар, потенциалдық шұңқырда финиттік (периодты) тербеліс жасайтын «арқандалған» бөлшектерге сәйкес келеді (122, б-сурет). Кезеңдік траекторияларда ерекше нүктелер пайда болады: *центр* типті ($v=0$, $x=2\pi n$); және *ер, тұғыр* типті ($v=0$, $x=2\pi(n+1)$), мұнда $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Нүктені қоршайтын қандай да бір аумақ, бірімен-бірі қиылыспайтын тұйық кезеңдік траекториялармен тегістей толтырылса, ондай ерекше нүкте центр деп аталады. Қарастырылатын нүктенің қандайда бір аумағын жеке облыстарға бөлетін, өздері берілген $v \cdot x = \text{const}$ теңдеуімен сипатталатын гиперболалар жиынына сәйкес кезеңдік траекториялардың шекті саны түйісетін ерекше нүкте тұғыр деп аталады.

$E > \omega_0^2$ мәндерінде кезеңдік траекториялар, қозғалыстары шектелмеген (инфинитті) «өткінші» бөлшектерге сай келеді. Бұл жағдайда кезеңдік траекториялар толқындық сызықтарға айналады және математикалық маятниктің айналмалы (инфинитті) қозғалысын сипаттайды. 122, б-суреттен оның жылдамдықтың қайсыбір мәнінің маңындағы периодты тербеліс екендігі және кезеңдік қисықтардың жоғарғы және төменгі бұтақтарына жылдамдықтың әртүрлі бағыттары сәйкес келетіндігі байқалады.

Фазалық жазықтықта траекториялардың әртүрлі типтері, *сепаратриса (сарпшы)* деп аталған ерекше қисықтарға бөлінеді. Біздің жағдайда сепаратрисаға, $\dot{x}_s=0$, $x_s=\pi$ нүктелері арқылы өтетін кезеңдік траекториялар жатады. Сондықтан, оған энергиясы $E=\omega_0^2$ және қозғалысты екі әртүрлі типке бөлетін күй сәйкес келеді.

Сепаратрисадағы қозғалыс теңдеуінің шешімін табу қиын емес. Ол үшін (8) теңдеуде $E=\omega_0^2$ деп саналады және одан $v = \dot{x}$ мәні анықталады. Олай болса тербелістегі бөлшектің жылдамдығы былай анықталады:

$$\dot{x} = v = \pm 2\omega_0 \cos \frac{x}{2}, \quad \frac{dx}{dt} = \pm 2\omega_0 \cos \frac{x}{2}. \quad (11)$$

(11) теңдеу, мынадай бастапқы шарттарда $t = 0, x = 0$ айнымалыларды бөлу әдісі арқылы интегралдаудан соң мына түрге келеді:

$$\int 2\omega_0 \cdot dt = \int \frac{dx}{\cos \frac{x}{2}}. \quad (12)$$

Онша күрделі емес түрлендірілер арқылы (12) теңдеуден тербелістегі бөлшектің ығысуын анықтауға мүмкіндік беретін өрнек алынады:

$$x = 4 \operatorname{arctg} \cdot l^{\pm 2\omega_0 t - \pi}. \quad (13)$$

(13) өрнек сепаратрисаның теңдеуі (екіншісі біріншідегі уақытты $t \rightarrow -t$ -ға алмастыру арқылы табылады).

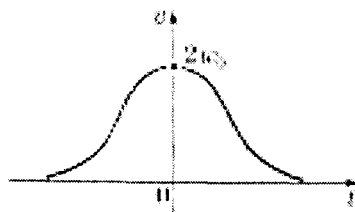
Сепаратрисадағы бөлшек қозғалысының динамикасы туралы толығырақ мағлұмат оның жылдамдығын $v = \dot{x}$ анықтайтын өрнекті талдау барысында алынады. (11) теңдеуді қолдану арқылы (13) теңдеуден сепаратрисадағы нүктенің жылдамдығын анықтайтын өрнек алынады:

$$v = \pm \frac{2\omega_0}{\operatorname{ch}(\omega_0 \cdot t)}. \quad (14)$$

Гиперболалық косинус арқылы өрнектелген (14) өрнек, бейсызық ортада пайда болатын, оқшауланған толқынды – солитонды сипаттайды (123-сурет). Жылдамдық пішінінің сипаты ені $\sim 1/\omega_0$. Оның $t \rightarrow \pm\infty$ -те экспоненциалды төмендейді. Плюс таңба оңға қозғалатын солитонға сәйкес (фазалық жазықтықтағы сепаратрисаның жоғарғы бұтағы (122, б-сурет), ал минус таңба солға қарай қозғалатын *солитонды* береді.

Солитон – бейсызық ортада таралатын оқшау орнықты құрылымды толқын. Солитондар өздерін бөлшек сияқты ұстайды (бөлшек тәріздес толқын). Олар бірімен-бірі немесе басқа қайсыбір қозулармен әсерлесу арқылы таралады. Теориялық және тәжірибелік түрде көптеген бейсызық орталарда (сұйық, плазма, қатты дене және т.б.) түзілетін солитондар табылған. Солитонның мысалдарына алып құйындар (циклондар мен антициклондар), нерв талшықтарында түзілетін импульстер – аксондар, өмір сүру уақыты аз ядролық резонанстық бөлшектер және т.б. саналады.

Солитон түсінігі қазіргі физика-



123-сурет. Оқшау толқын – солитон

да кеңінен қолданылатын *квазибөлшек* түсінігімен тығыз байланысты және оның бейсызық ортадағы арнаулы түрі болып табылады. *Квазибөлшектер* бейсызық ортадағы элементар қозулар, ұйтқулар, бөлшек тәріздес шоғырланған толқындар. Олай болса, квазибөлшектің пайда болуы, табиғаты әртүрлі (механикалық, электромагниттік және т.с.с.) әсердің, импульстің ортада жоғалмай таралуы. Квазибөлшектер ылғи да қозғалыста болады. Сұйықтарда турбон, қатты денеде фонон, плазмада плазмон, магниттік ортада магнон, шала өткізгіштерде экситон, асқын аққыш орталарда ротон және т.с.с. квазибөлшектің мысалдары болып табылады.

Тұрақталған периодты тербелістердің математикалық бейнесі шектік цикл, ал квазипериодты тербелістердікі *инвариантты тор*. Тор деп дөңгелек тесік фигура айтылады, ал «инварианттық» деген сөз оның динамикалық жүйенің сақталу заңына сәйкестігін білдіреді. Орнықты циклде, инвариантты торда, барлық жақын траекторияларды өзіне тартатын объектілер – *аттракторлар*. Орнықты қозғалысты сипаттайтын, тұйық фазалық траекториялар аттракторлар (ағылшын тілінен қазақшаға аудармасы «тартушы, жинақтаушы») деп аталады. Яғни, аттракторлар жүйе өздігінен ұмтылатын жинақтаушы қасиеті бар объектілер. Оған кезеңдік кеңістіктегі шектік циклдер мен қозғалмайтын нүктелер жатады (122-сурет). Сонда, периодты қозғалыстан ауытқыған жүйелер; біршама уақыттан соң, сол қозғалысқа қайта түседі, (мысалы, сағат маятнигі).

Бейсызық консервативті (диссипация болмайтын) жүйенің жоғарыда қарастырылған мысалында қозғалыс сипаты біркөнді болмағанымен қандай да бір орнықтылық пайда болады. Бұның себебі, бастапқы мәндердің аз өзгерістерінде, кезеңдік нүктенің ауысатын траекториясының, оның алғашқыда қозғалған траекториясына өте жақын орналасуында.

Диссипацияның болуы қозғалыстың кезеңдік сипатын сапалық тұрғыла өзгертеді. Көдімгі аттрактор, өте күрделі құрылымы бар әуейі (странный) аттракторға айналады. Бұл кезде барлық траекториялар уақыт бойынша оның әрбір нүктесі арқылы өтетін, бастапқыда біріне-бірі барынша жақын нүктелердің арасы, жеткілікті уақыттан соң, елеулі қашықтыққа айналады. Әуейі аттракторларды алғаш рет, сұйықтардың жылулық конвекциясының қарапайымдалған үш өлшемді теңдеулерінің негізінде, Е.Лоренц байқаған.

Диссипативті жүйенің кезеңдік суретінің сапалық өзгерісін, тербелістегі дене үйкелісінің жылдамдықтың бірінші дәрежесіне тәуелділігі ескерілетін, (6) теңдеуді зерттеу арқылы

байқауға болады. Үйкеліс күші кіретін математикалық маятниктің қозғалыс теңдеуі мына түрде жазылады:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 \sin x + \mu \frac{dx}{dt} = 0, \quad (15)$$

мұндағы $\mu > 0$ – үйкеліс коэффициенті. Бұл кезде, әлсіз үйкелістерде, центр типті ерекше нүктелердің маңында тұйық кезеңдік траекториялар спиралға ауысады, ал күшті үйкелістерде – белгілі бағыттардағы ерекше нүктелерді қамтитын траекторияларға айналады (124, а-сурет).

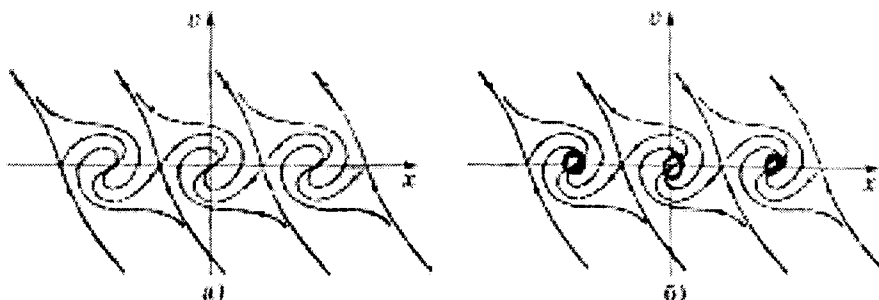
Реал жүйелерде барлық жағдайда орын алатын, ұйытқыма-лы сырты күштердің әсерінде, алдымен сепаратриса сызығы бұзылады, себебі, сапалық тұрғыдан қарағанда әртүрлі траекториялары болатын, оның маңы орнықсыз. Олай болса, тербелістің кезеңдік суреті күрделі құрылымы бар бейберекет объектіге айналады (124, б-сурет).

Сонымен, бейсызықтық және шекті дәлдікпен берілген реал бастапқы шарттар қатаң теңдеулермен сипатталатын қозғалыстың ретсізденуіне әкеледі. Қазір ғылымның осы бағытын зерттейтін «динамикалық (детерминделген) бейберекеттік теориясы» қарқынды дамып келеді. Математикалық көзқарас бойынша, аталмыш теория, төмендегідей теңдеулермен сипатталатын жүйенің даму заңдылығын тағайындайды:

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \vec{f}(x), \quad \vec{x}(t) = (\vec{x}_1(t), \dots, \vec{x}_N(t)), \quad (16)$$

мұнда $\vec{x} - N$ – өлшемді $\vec{x}(0)$ бастапқы мәні бар вектор.

Синергетика мен тепе-теңсіз жүйелер теориясына, масштабты инварианттық қасиетке ие жиындар, бейсызық физиканың жаңа ұғымы – фракталдар да жатады. Динамикалық бейберекеттік теориясында фракталдық жиындар ерекше орын алады, себебі, бейсызық физика қарастыратын көптеген объектілер, есептер фракталдар (фракталдар туралы мағлұматтар 2-ші тарауда келтірілген) болып табылады.



124-сурет. Диссипативті жүйенің әлсіз (а) және күшті (б) үйкелістердегі кезеңдік суреті.

ЖАТТЫҒУ ЕСЕПТЕРІ

1. Сепаратрисадағы бөлшектің жылдамдығын (11) анықтаңдар.

Нұсқау. Сепаратрисадағы қозғалыс теңдеуінің шешімін табу үшін (8) теңдеудегі $E = \omega_0^2$ деп саналады және одан $v = \dot{x}$ мәні анықталады. Бұл мына жолмен жүзеге асырылады.

$$\frac{v^2}{2} - \omega_0^2 \cos x = \omega_0^2 \quad \text{немесе} \quad \frac{v^2}{2} = (1 + \cos x), \quad \text{себебі, } E = \omega_0^2. \quad \text{Бірақ,}$$

$$1 + \cos x = 2 \cos^2 x \frac{x}{2}$$

екендігін ескеріп және оны (10) теңдеуге қою арқылы мынадай өрнек алынады:

$$\frac{v^2}{2} = 2 \omega_0^2 \cos^2 \frac{x}{2} \quad \text{немесе} \quad v^2 = 4 \omega_0^2 \cos^2 \frac{x}{2}.$$

Бұл теңдеуден нүктенің жылдамдығын анықтауға мүмкіндік беретін формула табылады:

$$\dot{x} = v = \pm 2 \omega_0 \cos \frac{x}{2}, \quad \frac{dx}{dt} = \pm 2 \omega_0 \cos \frac{x}{2}. \quad (11)$$

2. $E = \omega_0^2$ жағдайда сепаратриса теңдеуі деп аталатын тербелістегі нүктенің ығысуын (13) табыңыз.

Нұсқау. (11) өрнек мынадай бастапқы шарттарда $t = 0, x = 0$ айнымалыларға бөлу әдісі арқылы интегралдаудан соң былай жазылады:

$$\int 2 \omega_0 \cdot dt = \int \frac{dx}{\cos \frac{x}{2}}. \quad (12)$$

Бұл теңдеудің оң жағындағы интегралдың бөліміндегі шама мынаған тең:

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}.$$

Жоғарғы теңдеуі $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ деп белгілеу арқылы мына түрге келтіруге болады.

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad \frac{x}{2} = \operatorname{arctg} t \quad \text{немесе} \quad x = 2 \operatorname{arctg} t.$$

Мұнан

$$dx = \frac{2}{1 - t^2} \cdot dt.$$

Осыларды (2) теңдеудің оң жағына қойып және сәйкес түрлендірулер жүргізу арқылы:

$$\int \frac{1+t^2}{1-t^2} \cdot \frac{2}{1+t^2} \cdot dt = 2 \cdot \frac{1}{2} \ln \frac{1+t}{1-t} = \ln \frac{1+\frac{x}{2}}{1-\frac{x}{2}} = \ln \left[\operatorname{tg} \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right],$$

Бұл алынған мөндерді (2) теңдеуге қойып интегралдаудан сон мынадай өрнек алынады:

$$2\omega_0 \cdot t = \ln \left[\operatorname{tg} \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right].$$

Осыдан

$$\operatorname{tg} \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right) = e^{x2\omega_0 t},$$

ал

$$\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} \cdot e^{x2\omega_0 t}.$$

Соңғы теңдеу нүктенің ығысуын анықтауға мүмкіндік береді:

$$x = 4 \operatorname{arctg} \cdot e^{x2\omega_0 t} - \pi. \quad (13)$$

(16) өрнек сепаратрисаның теңдеуі (екіншісі біріншідегі $t \rightarrow -t$ -ға алмастыру арқылы анықталады) болып табылады.

3. Сепаратрисадағы бөлшек қозғалысының жылдамдығын (14) анықтаңыз.

Нұсқау. Сепаратрисадағы бөлшек қозғалысының динамикасы туралы толығырақ мағлұматы, оның жылдамдығын $v = \dot{x}$ анықтайтын өрнекті талдау барысында, алынады. Бұл үшін $\cos \frac{x}{2}$ мәнін анықтауға мүмкіндік беретін (13) теңдеуден анықталатын ығысудың x мәні пайдаланылады:

$$\cos \frac{x}{2} = \cos \left(2 \operatorname{arctg} e^{x2\omega_0 t} - \frac{\pi}{2} \right) = \sin(2 \operatorname{arctg} e^{x2\omega_0 t}).$$

Бұл жерде

$$\sin \operatorname{arctg} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}},$$

олай болса

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{\operatorname{ch}(\omega_0 \cdot t)}.$$

Бұл теңдеуді пайдалану арқылы, сепаратрисадағы бөлшектің жылдамдығы анықталатын (13) формула мына түрде жазылады:

$$v = \pm \frac{2\omega_0}{\operatorname{ch}(\omega_0 \cdot t)}. \quad (14)$$

ӨЗІН-ӨЗІ БАҚЫЛАУҒА АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Бейсызық деп қандай маятник айтылады және оның қозғалыс теңдеуі қалай өрнектеледі?
2. Жиын элементтерінің арасындағы сәйкестікті табыңыз.

Терминдер	Қысқаша мағынасы
1) Динамикалық бейберекеттік	A. Тепе-тең күй
2) Физикалық бейберекеттік	B. Бейсызық динамикалық жүйе
3) Реттілік	C. Сыртқы ауытқулардың болуы
4) Ретсіздік	D. Тепе-теңсіз күй
	E. Реттелген бейберекеттік

3. Жиының қандай элементтері диссипативті жүйенің қасиетін анықтайды?
 - A. Ашық (тұйықталмаған).
 - B. Оқшау (тұйықталған).
 - C. Бейсызықтық.
 - D. Тепе-теңдік.
 - E. Тепе-теңсіздік.
4. Жиын элементтерінің сәйкестігін анықтаңыз.

Энергия үшін қойылатын шарттар	Қозғалыс түрлері
1) $E = \omega_0^2$	A. Маятниктің тербелісін сипаттайтын финиттік қозғалыс
2) $E > \omega_0^2$	B. Оқшау толқын – солитон
3) $E < \omega_0^2$	C. Винт төріздес қозғалыс
	D. Маятниктің айналмалы қозғалысы (инфинитті қозғалыс)

5. Аттрактор, өуейі аттрактор деген не?
6. Қандай нүктелер бифуркациялық деп аталады?
7. Тұйық жүйе мен ашық жүйенің айырмашылығы неде?
8. Стохастылық деген не?
9. Қандай құбылыстар бейсызық деп аталады?
10. Қандай құрылымдар диссипативтік деп аталады және олар қалай пайда болады?

ӘДЕБИЕТ

1. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. – М.: Прогресс. – 1986. – 256
2. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. – М.: Мир. 1991. – 240 с.
3. *Климонтович Ю.К.* Статистическая теория открытых систем. – М.: Янус. – 1995. – 624 с.
4. *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную физику. – М.: Наука. – 368 с.
5. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем. Эволюционное представление. – М.: Мир. – 1989. – 486 с.
6. *Жанабаев З.Ж.* Лекции по нелинейной физике. – Алматы: Казак университеті. – 1997. – 72 с.

§ 4. ФРАКТАЛДАР ТЕОРИЯСЫ

Көп жағдайда, физика ғылымының дамуы күрделі жүйелердің макрокопиялық құрылымы мен ондағы микроскопиялық процестер арасындағы байланысты ашудың дәлдігінде. Салыстырмалы түрде бұндай байланысты тағайындаудың екі, толық жетістікке жеткізетін мүмкіндігі бар. Ол жүйе толық реттелген күйде немесе абсолют бейберекеттікте. Ретсіз орталар мен кеңістік-уақыт өлшемнің корреляцияланбаған кең диапазондарында бұндай мүмкіндік жоқ, немесе бұл шарт орындалмайды.

Табиғатта кездесетін өлшемдері атомдық масштабтан әлемдік кеңістікке дейін созылып жатқан сан қилы объектілердің (нысандардың) геометриясы біздің оны зерттеп түсіну үшін құратын, идеалдандырылған модельдерімізде басты орын алады. Бірақ дәстүр бойынша табиғат геометриясын индуктивті түсінудің негізі ретінде осы уақытқа дейін, евклидтік геометрияның түсініктері: сызықтар, шеңберлер сфералар мен тетраэдрлер қолданылады.

Осындай күрделі жүйелерде болатын процестерді, құрылымды-стохастикалық құбылыстарды барынша қарапайым түрде сипаттауға, түсіну мен түсіндіруге мүмкіндік беретін ғылым фракталдар теориясы.

Фрактал түсінігі алғаш математикалық түрде күрделі геометриялық формаларды сипаттау үшін енгізілді. Ғылымның дамуы және компьютерлік техниканы қолданудың алуан түрлі мүмкіндіктері фрактал түсінігінің табиғаттың ең жалпы, түбегейлі заңдылықтарымен байланысты екенін көрсетті. Физика – математика ғылымдарының бұл жаңа бағытының күрт дамуына француз ғалымы Б.Мандельброттың 1982 жылы жарық көрген «Табиғаттың фракталдық геометриясы» атты кітабының шығуы тікелей себеп болды. Б.Мандельброт кітабында табиғатта кездесетін фракталдық объектілердің көптеген мысалдарын келтірді және оған ғылыми жұртшылықтың жаппай назарын аударды. Оның дамытқан фракталдық

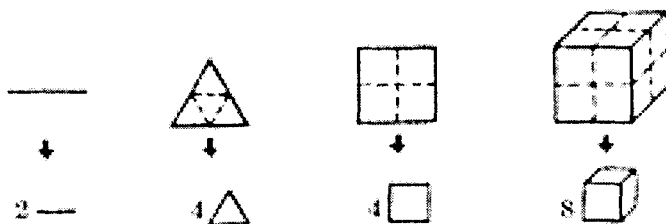
геометриясы, сан түрлі объектілердің формасын сипаттауға қолданылуымен қатар, кездейсоқ пайда болмайтын, масштабты – инварианты құрылымдардың моделін салуға мүмкіндік береді. Осы үлгілерді қолдану ретсіз құрылымдарды зерттеп білудің жаңа жолдары болып табылды.

Аспандағы бұлттар, тау сілемдері, терезе шынысына қатқан қыраулар, полимерді түзетін молекулалар, тірі клеткалар мен т.с.с. объектілер мен құрылымдардың бәріне ортақ бір қасиет – олардың кіші және үлкен бөліктерінің бір-біріне ұқсастығы. Әртүрлі уақыт мезетінде түсірілген, үлкен және кіші бұлттардың суреттерін салыстыру олардың өзгеру заңдылығының бірдей болатынын көрсетеді. Осы сияқты заңдылықты, әртүрлі масштабта түсірілген жағалау сызықтарының фрагменттерін (мысалы, Британия аралығының, Арал теңізінің Балқаш көлінің) салыстыру арқылы да байқауға болады.

Осындай өзұқсас объектілер үшін Б.Мандельброт жаңа фрактал (латыншадан аудармасы – бөлшектік, кескіленген) ұғымын енгізді. Ол құрылымдық, өзіне-өзі ұқсас иерархиялық ішкі құрылысы бар объектілерді фракталдар деп атады. Фракталдық қасиет бейсызық процестер мен құбылыстарды сипаттайтын фазалық кеңістіктерде күрделі жүйенің функционалды hareketтерінде, адрондардың әсерлесуінде, қоғамның экономикалық көрсеткіштерінің өзгерістерінде және т.б. байқалады.

Фракталдардың дәл және қатаң анықтамасы әзірге жоқ. Б.Мандельброт алғаш рет фрактал анықтамасының мынадай вариантын ұсынған: фрактал деп тұтас күйіне белгілі-бір мағынада ұқсас бөліктерден тұратын құрылым айтылады.

Математикада өзұқсас геометриялық объектілер деп, біріне-бірі ұқсас, саны шекті бірдей элементтерге бөлуге болатын денелер саналады. Мысалы, төменде кесіндіні, тең қабырғалы үшбұрышты, квадратты, кубты сәйкес 2, 4, 4, 8 өзұқсас элементтерге бөлу тәсілі келтірілген (125-сурет). Суреттен фракталдың, қандай масштабта байқалғанына қарамастан, бір-біріне ұқсас, бірдей түрге ие екендігі білінеді. Бірақ, қосымша еш информация алмай, біртіндеп кішірейіп немесе үлкейіп отыратын



125-суре. Объектіні өзұқсас элементтерге бөлу мысалдары

өзұқсас өркеш-өркеш бұлттардың сыртқы пішінінің өлшемдерін бағалау мүмкін емес. Себебі, бұл кезде элементтер саны өте көп және олар біркелкі орналаспайды. Бұл үшін арнайы өлшемділік ұғымы енгізілуі тиіс.

§ 5. ФРАКТАЛДЫҚ ӨЛШЕМДІЛІК

Жалпы өлшемділік ұғымы, кеңістіктегі нүктенің орнын анықтауға мүмкіндік беретін, ең аз тәуелсіз координаталар санын анықтаумен тығыз байланысты. Физикада бұл – геометриялық объектіні бейнелеуге мүмкіндік беретін тәуелсіз айнаымалылар санымен – параметрлік өлшемділікпен сәйкес келеді. Евклид кеңістігіндегі көлемді анықтауға керекті бұндай айнаымалылар саны үшке тең (x, y, z) , жазықтықтың ауданын өлшеуге оның екеуі (x, y) , ал сызық үшін бір координата x болса да жеткілікті. Нүктенің өлшемділігі нөлге тең. Осы жағынан кеңістік үш өлшемді, жазықтық екі өлшемді, ал сызық бір өлшемді деп айтылады, яғни, метрлік өлшемділіктің мәндері бүтін сандар 0, 1, 2, 3.

Өлшемділіктің екінші түріне топологиялық өлшемділік d жатады. Топологиялық өлшемділіктің анықтамасы былай беріледі: кез-келген жиынның топологиялық өлшемділігі оны екі, өзара байланыссыз бөліктерге ажырататын қиманың өлшемділігіне бірді қосқанға тең. Түзуді екі байланыссыз кесінділерге бөлу оның бір нүктесін алып тастау арқылы жүзеге асырылады. Ал шекті нүктелер жиынының өлшемділігі нөлге тең болғандықтан, сызық бір өлшемді, яғни $d_c=0+1$. Жазықтық екі өлшемді, себебі, оны екіге бөлу, өлшемділігі бірге тең, сызық арқылы ғана жүзеге асады, яғни, $d_{ж}=1+1$. Геометриялық дене үш өлшемді, себебі, оны екіге бөлетін жазықтықтың өлшемділігі екіге тең, яғни $d_{к}=2+1$. Осылардан, топологиялық өлшемділіктер де $d=0, 1, 2, 3$ бүтін сандар.

Бірақ, табиғатта кездесетін кейбір нысандарды өлшеу үшін, бұл өлшемділіктер жеткіліксіз. Себебі, адамның сезім мүшелерінің қабылдау шегі, өлшеулерді шекті масштабтар диапазонында ғана жүргізуге мүмкіндік береді. Әрине, бұл қабылдау шегін, әртүрлі сезімтал құралдар (микроскоптар, телескоптар және т.б.) арқылы басқа деңгейге ауыстыруға болады, бірақ барлық масштабты бір мезгілде қадағалау және нысандардың өлшемдерінің әртүрлі масштабта қандай қатынастарда болатынын тағайындау қиын. Информациялық қордың молаюы мен ғылыми-техникалық прогресс бұл қиындықты жеңуге мүмкіндік берді.

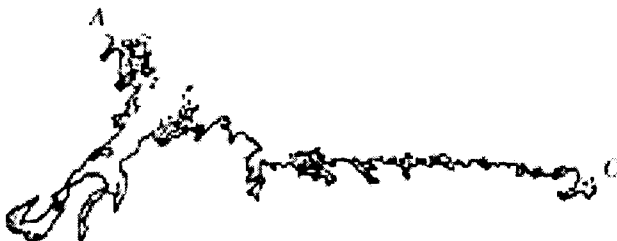
Алғаш рет күрделі объектілерді өлшеуді ағылшын физигі Л.Ричардсон жүзеге асырды. Ол фракталдық құрылымдардың бәріне ортақ маңызды ерекшеліктерінің бірі – олардың аддитивті еместігі, яғни, өлшенетін шама (ұзындық, аудан, көлем, масса, заряд және т.б.) мәндерінің кеңістікте жүргізілген өлшеулердің дәлдігіне тәуелділігін пайдаланды. Мысалы, аса күрделі, шым-шытырық броундық бөлшектің ұзындығы L , өлшеу бірлігіне δ (масштабына) байланысты. Масштаб кішірейген сайын өлшенетін ұзындық арта береді.

Л.Ричардсон Британия аралығының әртүрлі масштабта түсірілген карталарын алып, оның A және C нүктелерінің арасын қосатын жағалау сызығының ұзындығын анықтау үшін адымы δ -ға тең ашамен өлшеулер жүргізеді (126-сурет). A нүктесінен C нүктесіне дейін жүріп өткендегі аша адымының N (δ) санын білу арқылы ол өлшенетін жағалау сызығының ұзындығын мына өрнекпен анықтады:

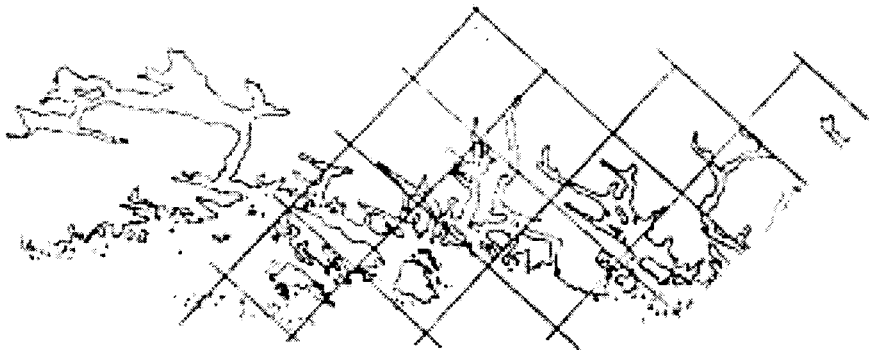
$$L=N(\delta) \cdot \delta. \quad (1)$$

Бұл кезде δ масштабтың ішіне кіретін кіші иілулер, ойыстар мен дөңестер есептелмейтіні белгілі. Оларды ескеру, яғни, өлшеу қателігін кеміту үшін Л.Ричардсон өлшеу масштабын кішірейтіп, өлшеулерді қайталады. Енді бұрынғы көптеген иілулер, дөңестер есептелгендіктен, өлшенген ұзындық біршама өсті. Сөйтіп ол ашаның адымын үнемі кішірейтіп отыру, жағалау сызығының ұзаруына әкелетін, шексіз өзгертулер енгізуге мүмкіндік беретінін байқады. Сонымен, айыру қабілеттілігін арттыру, яғни, өлшеу масштабын кеміту әр кезде күрделі сызықтардың ұзаруына әкеледі.

Фракталдық объектілерді өлшеудің тағы бір тәсілі – өлшенетін объектіні немесе оның фрагментін, қабырғаларының ұзындығы δ -ға тең, квадрат ұяшықтардан құралған торлармен жабу. Бұл кезде де өлшенетін фракталдық объектіні түгел жабатын N (δ) ұяшықтар саны анықталады (127-сурет). Тәжірибелер жағалау сызығының фрагментін жабатын, квадрат



126-сурет. Теңіз жағалауының фрагменті



127-сурет. Картадағы жағалау сызығын ұяшықтарға бөлу

ұяшықтардың саны жуық шамамен, сол қашықтықты түгел өтетін аша адымының санына тең болатынын көрсетті. Егер жағалау сызығы тұрақты L_0 ұзындыққа ие болса, онда оны жабатын квадрат ұяшықтардың саны өлшеу масштабына кері пропорционал, ал, (1) өрнекпен есептелетін, жағалау сызығының ұзындығы, δ кішірейген сайын, тұрақты L_0 -ге ұмтылар еді. Әрине, бұл әдіспен жүргізілген өлшеулерде де δ кішірейген сайын L артатындығы байқалды.

Сонымен, Л.Ричардсон өлшеу масштабы кеміген сайын, фракталдық объектінің (жағалау сызығының) өлшемі дәрежелік заңмен өсетінін тағайындады:

$$L = L_0 \cdot \delta^{-\beta}, \quad \delta < 1. \quad (2)$$

Мұндағы L_0 – өлшенетін объектінің бастапқы және соңғы нүктелерін қосатын түзудің ұзындығы.

Бұл өрнек Ричардсон заңы деп аталады. Дәрежелік көрсеткіш β оң мәнге ие болуы тиіс. Жағалау сызығының ұзындығын, тормен өлшеу тәсілінде де, δ өлшеу масштабының кемуі, торды түзетін квадрат ұяшықтардың санын көбейтетін болғандықтан, Ричардсон заңы орындалады:

$$L(\delta) = A^{1/2} \cdot \delta^{-\beta}, \quad (3)$$

бұл жерде A – қабырғаларының ұзындығы L_0 квадраттың ауданы.

Өте кіші масштабтарда «жағалау сызығы» ұғымының мәні жоғалады. Ал атом аралық қашықтықтарда «аша адымы», «квадрат ұяшық» ұғымдары да өз мәндерін жоятыны түсінікті. Себебі, бұл кезде кванттық механиканың зерттеу облыстарына енеміз. Бірақ, қалай дегенмен, Ричардсон заңы кең масштабты диапазонда орындалатыны дәлелденді. Осыдан, жоғарыда тағайындалған физикалық заңдылықтың сипатын

түсіну мен түсіндірудің математикалық құралы болуы тиістігі туындайды.

Бұл құралды табу үшін кез-келген физикалық шаманы өлшеу процесінің жалпы сатылары қарастырылады, себебі, (2), (3) жаңа дәрежелік заңдар өлшеу нәтижелеріне сүйеніп тағайындалған. Біз, объектінің санақ жүйелерінің өзгерістеріне байланыссыз тұрақты сипаттамаларын, яғни, инвариантты сипаттамаларын қарастырамыз. Объектінің инвариантты сипаттамаларының аддитивті (объектінің сипаттамасы оны құрайтын элементтердің сипаттамаларының қосындысына тең) және скалярлы болатыны белгілі. Жиындар теориясында инвариантты, аддитивті және скалярлы қасиеттерге ие сипаттамалар *өлшем* деп аталады. Классикалық физикада объектінің *өлшемі* ретінде ұзындық аудан, көлем, заряд, масса, олардың байқалу ықтималдығы және т.б. жатады.

Математиктер біртегіс емес күрделі объектілерді бейнелеу үшін бөлшектік (Хаусдорф-Безикович) өлшемділігін қолданады. Бұл өлшемділікті анықтауда кеңістіктегі нүктелердің ара қашықтығы, олардың таралу заңдылығы негізгі рөл атқарады. Осы нүктелер жиынының өлшемділігін тағайындау үшін өлшем ұғымы енгізілген.

Өлшенетін шаманы түгел жабатын кесінділердің, квадраттардың, кубтардың санын білу, объектінің өлшемін анықтауға мүмкіндік береді. Мысалы, қисық сызықтың ұзындығы, оны түгел жабатын, масштабы δ түзу кесінділердің $N(\delta)$ санын білу арқылы анықталады (128, а-сурет). Көдімгі біртегіс қисық үшін

$$N(\delta) = \frac{L_0}{\delta},$$

ал оның ұзындығы, шекке көшу арқылы, мына формуламен анықталады:

$$L = N(\delta) \cdot \delta \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \delta \frac{L_0}{\delta} \rightarrow L_0 \cdot \delta^0 \rightarrow L_0. \quad (4)$$



128-сурет. Ұзындықты, ауданды және көлемді өлшеу әдістері

$\delta \rightarrow 0$ ұмтылғанда өлшем L асимптоталы түрде қисықтың ұзындығына теңеледі және δ өлшеу масштабына тәуелсіз.

Нүктелер жиынына жазықтықты сәйкестендіріп көруге болады. Мысалы, қисықты түгелдей жабатын квадраттардың санын білу арқылы, оның ауданын тауып көрелік. Бұл кезде өлшем – аудан. Егер осы қисықты жабатын квадраттардың саны $N(\delta)$, ал әр квадраттың ауданы δ^2 -қа тең болса, қисықтың ауданы мынаған тең (128, б-сурет):

$$S = N(\delta) \cdot \delta^2 \rightarrow \frac{L_0 \cdot \delta^2}{\delta} \rightarrow L_0 \cdot \delta \rightarrow 0.$$

Бұнда $N(\delta) \rightarrow \infty$ болса $S \rightarrow 0$ ұмтылады. Яғни, қисықтың ауданы нөлге тең. Дәл осы сияқты етіп, қисықтың көлемдік өлшемін тексеруге болады. Бірақ, сызықтың көлемі болмайтыны түсінікті,

$$V = N(\delta) \cdot \delta^3 \rightarrow \frac{L_0 \cdot \delta^3}{\delta} \rightarrow L_0 \cdot \delta^2 \rightarrow 0,$$

яғни, $N \rightarrow \infty, V \rightarrow 0$.

Енді бетті түзетін нүктелер жиынын қарастырайық және оның өлшемі ретінде ұзындық алынсын. Бұл кезде $N(\delta) = \frac{S_0}{\delta^2}$, ал беттің ұзындығы

$$L = N(\delta) \cdot \delta \rightarrow \frac{S_0 \cdot \delta}{\delta^2} \rightarrow S_0 \cdot \delta^{-1} \rightarrow \infty,$$

мұнда $N(\delta) \rightarrow \infty, L \rightarrow \infty$. Олай болса, ауданды шекті сызықтар жиынымен жабу мүмкін емес.

Сонда нүктелер жиыны бет құраса, оның өлшемі тек аудан болуы тиіс, яғни:

$$S = N(\delta) \cdot \delta^2 \rightarrow \frac{S_0 \cdot \delta^2}{\delta^2} \rightarrow S_0 \cdot \delta^0 = S_0, \quad (5)$$

Беттің өлшемі ретінде көлем алып көрелік. Бұл кезде оны түгел жабатын кіші кубтардың көлемінің қосындысы мынаған тең:

$$V = N(\delta) \cdot \delta^3 \rightarrow S_0 \frac{\delta^3}{\delta^2} \rightarrow S_0 \delta^1 \rightarrow 0,$$

яғни, $N(\delta) \rightarrow \infty, V \rightarrow 0$, беттің көлемі нөлге теңеледі. Демек, ұзындық пен ауданды өлшеу үшін (4) және (5) формулаларды ғана пайдалануға болады.

Жалпы жағдай үшін (4) және (5) формулалар мына түрде жазылады:

$$M = N(\delta) \cdot \delta^d, \quad (6)$$

мұндағы $M = \{L, S, V\}$ – өлшемнің (ұзындық, аудан, көлем және

т.б.) жалпы белгісі, ал d – топологиялық өлшемділік. Нүкте, ұзындық, аудан және көлемдер үшін $d = 0, 1, 2, 3$. (6) формуланы фракталдық өлшемге қолдану үшін ол мына түрде жазылады:

$$N(\delta) = \frac{M_0}{\delta^D}, \quad \frac{N(\delta)}{M_0} = \left(\frac{1}{\delta}\right)^D, \quad (7)$$

бұл жерде $M_0 = \{L_0, S_0, V_0\}$ – тұрақты шамалар, D – фракталдық өлшемділік. (7) теңдеудің екі жағын да логарифмдеу мынадай өрнек алуға мүмкіндік береді:

$$\ln N(\delta) - \ln M_0 = D \ln \left(\frac{1}{\delta}\right)$$

немесе

$$D = \frac{\ln N(\delta) - \ln M_0}{\ln \left(\frac{1}{\delta}\right) - \ln \left(\frac{1}{\delta}\right)}. \quad (8)$$

$\delta \rightarrow 0$, яғни шекке көшкенде, бұл өрнектің оң жағындағы екінші мүше

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln M_0}{\ln \left(\frac{1}{\delta}\right)} \rightarrow 0.$$

Осыдан фракталдық өлшемділік мына түрде анықталады:

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \left(\frac{1}{\delta}\right)}. \quad (9)$$

Бұл өрнек Хаусдорф формуласы деп аталады. (9) өрнекті қолдану барысында, δ – ұяшықтың өлшемі, ал $N(\delta)$ – объектінің өзұқсастығын қамтамасыз ететін ең аз ұяшықтар саны екені ескерілуі тиіс.

Фракталдық өлшемділік – ғылымдағы жаңа түсінік, ол барлық уақытта топологиялық өлшемділіктен үлкен ($D > d$) және бөлшек сан. Өлшеу нәтижесінің бір мысалын келтірелік, L_0 – A және B нүктелерінің арасын қосатын түзудің ұзындығы болсын (126-сурет). Сонда, (6) және (7) формулалардан, осы екі нүктені қосатын фракталдық (броундық) қисықтың ұзындығы мына формуламен анықталады:

$$L_{AB} = L_0 \left(\frac{1}{\delta}\right)^{D-d},$$

мұнда δ – өлшемді шама. Егер $\delta \rightarrow 0$ ұмтылғанда, $D - d > 0$ үлкен болғандықтан $L_{AB} \rightarrow \infty$.

§ 6. МОДЕЛЬДІК ФРАКТАЛДЫҚ ОБЪЕКТІЛЕР

Фракталдық объектілердің кескіндері сызықтық және беттік деформацияларды, түзу кесінділерді аластау операциясын тізбекті түрде қайталау арқылы алынады. Элементтері нүкте, сызық болып табылатын фракталдық жиындар жаттығулар түрінде қарастырылады. Ал реалды физикалық құбылыстардың фракталдық қасиеттері олардың екі өлшемді және үш өлшемді кеңістіктік сипаттамаларының (аудан, көлем) өзгерістерімен анықталады.

Фракталдар теориясын нақты құбылыстарға қолдану үшін бет, көлем деформацияларының өзұқсас моделдерін құру керек, себебі, физикалық шама нүктемен, сызық бойында емес, көлемде, бетте таралады. Сондықтан, қайсыбір беттің қарапайым фракталдану моделін қарастырайық. Беті өте күшті жырымдалған объектінің фракталдық өлшемділігін анықтаудың екі әдісі қолданылады. Бірінші, тікелей әдіс бойынша, жырымдалған беттің фракталдық өлшемділігі Хаусдорфтың формуласымен анықталады:

$$D = \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta_n)}{\ln \left(\frac{\delta_0}{\delta_n} \right)}, \quad (10)$$

мұндағы $\frac{\delta_n}{\delta_0}$ – n -ші тізбектегі бет ұяшығының (құрылымының) салыстырмалы өлшемі, $N(\delta_n)$ – беттің өзұқсас (өртүрлі масштабта қайталанатын) қасиетін қамтамасыз ететін, ұяшықтардың ең аз саны.

Екінші әдіс бойынша беттің өзұқсас деформациясы (өртүрлі масштабтағы тізбекті бірдей) мына түрде өрнектеледі:

$$\frac{S_n}{S_0} = \left(\frac{\delta_0}{\delta_n} \right)^\gamma, \quad (11)$$

мұндағы δ_0 , S_0 – бірыңғай деформацияланбаған беттің сипатты ұзындығы мен ауданы. δ_n , S_n , – ұяшықтың (құрылымның) n -ші деформациядағы өлшемі мен ауданы ($n=0, 2, \dots$), ал γ – *скейлинг* көрсеткіші деп аталады және ол фракталдық өлшемділікпен тығыз байланысты.

Кризистік құбылыстар теориясында (фазалық ауысулар) масштабты-инвариантты (өзұқсас) процестер *скейлингтік* деп аталады. Беттік элементтер саны (11) өрнекке сәйкес мына формуламен анықталады:

$$N(\delta_n) = S_n / \delta^d, \quad (12)$$

мұндағы d – деформацияланған бет орналасқан кеңістіктің то-

пологиялық өлшемділігі. (11), (12) өрнектерін пайдаланып Хаусдорф өлшемділігін анықтау қиындық тудырмайды:

$$\begin{aligned}
 D &= \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta_n)}{\ln \left(\frac{1}{\delta_n} \right)} = \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \frac{\ln (S_0 \delta_0 \cdot \delta_n^{-(d+\gamma)})}{\ln \left(\frac{1}{\delta_n} \right)} = \\
 &= \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \frac{\ln S_0 \delta_0^\gamma}{\ln \left(\frac{1}{\delta_n} \right)} + \lim_{\delta_n \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{1}{\delta_n} \right)^{d+\gamma}}{\ln \left(\frac{1}{\delta_n} \right)} = d + \gamma,
 \end{aligned} \tag{13}$$

мұнда, тұрақты $S_0 \delta_0^\gamma$ шамасы кіретін мүше $\delta \rightarrow 0$ шегінде, нөлге айналатындығы есептелген. Егер нақты фракталдану моделінің суретінен скейлингтік көрсеткіш анықталса, (13) өрнектен фракталдық өлшемділік анықталады.

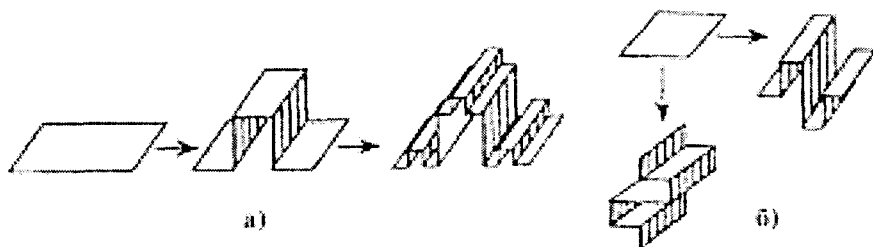
Нақты мысалдарды қарастырайық.

1. Біржақты деформация

129 а-суретте беттің біржақты деформациясының алғашқы екі сатысы келтірілген. Бұл модель берілген бір бағытта дамитын күрделі процесті сипаттайды. Фракталдық беттің мысалы ретінде, желдің бағытымен тарайтын өрттің шебі, теңіз бетіне төгілген мұнай мен судың шекарасы, шегірткелердің өсіп-өнуге ыңғайлы жаққа көшу шебі және т.б. жатады. Суреттен бір бағыттағы бет деформациясының әр сатысында оның ортаңғы

бөлігі өлшемі $\frac{1}{3}$ -ге тең шошақ түзетіні көрінеді. Шошақтың бүйір беті деформацияланбайды, оның тек алдыңғы беттері ғана каскадты деформациялану процесіне қатысады.

Қарастырылып отырған беттің деформациялану процесінде өзұқсастықтың қайталануы ең кемі бес беттің қатысуымен жүзеге асады, яғни, $N(\delta)=5$. Деформацияланудың әрбір сатысындағы ең кіші ұяшықтың өлшемі $\delta = \frac{1}{3}$. Осыларды пайдала-



129-сурет. Беттің бір жақты (а) және изотропты (б) деформациялану моделдері

нып және (9) формула арқылы беттің бір жақты деформациялануының фракталдық өлшемділігі анықталады:

$$D = \frac{\ln 5}{\ln 3} = 1,465. \quad (14)$$

Көп ретте практикалық мақсаттар үшін γ -ның мәнін білу керектігі туындайды. Біздің жағдайда деформация бір жақты болғандықтан, топологиялық өлшемділік $d = 1$. Олай болса (13) формуладан скейлингтік көрсеткіш мынаған теңеледі:

$$\gamma = \gamma_{\perp} = D - d = 1,465 - 1 = 0,465. \quad (15)$$

Бұнда индекс \perp деформацияның таралу бағытының бетке перпендикуляр екендігін білдіреді. (15) теңдеуде алынған нәтижеге басқа жолмен де келуге болады. Ол үшін алдымен (11) теңдеу арқылы скейлинг көрсеткіші γ анықталады:

$$\gamma = \frac{\ln \frac{S_n}{S_0}}{\ln \frac{\delta_n}{\delta_0}}. \quad (16)$$

Егер нақты деформация моделінің түрінен оның бір актісіндегі бет ауданының өсімшесі белгілі болса, онда бірден скейлинг көрсеткішін анықтауға болады. Суреттен, бір жақты беттік деформацияланудың бір актісінде, беттің ауданы $\frac{5}{3}$ есе артатыны, ал ең кіші ұяшықтың өлшемі $\frac{1}{3}$ екендігі көрінеді. Олай болса (16) теңдеуден скейлинг көрсеткіші мына шамаға теңеледі:

$$\gamma_{\perp} = \frac{\ln \frac{5}{3}}{\ln 3} = \frac{\ln 5}{\ln 3} - 1 = 0,465, \quad (17)$$

ал

$$D = d + \gamma_{\perp} = 1 + 0,465 = 1,465.$$

2. Изотропты деформация

129 б-суретте беттің 8 буынды симметриялық деформациясының (екі бағыттағы) нәтижесінде түзілген фракталдық беттер кескінделген. Бұл құрылымның барлық ұяшықтары екі бағытта каскадты түрде деформацияланады және соның нәтижесінде, барлық бағытта біркелкі жырымдалған беттер – фракталдық объектілер түзіледі. Изотропты фракталдық модель күрделі процестердің сипаттамаларын: сфералық жарылыстардың таралу шебін; атмосфера мен мұхиттардағы турбуленттік құрылымдарды, қатты денелердегі дислокациялардың таралуын және т.б. суреттеуге қолданылады.

Осы изотропты деформацияда да фракталдық өлшемділік екі әдіспен: тікелей Хаусдорф формуласынан және скейлинг көрсеткіші арқылы анықталады. Суреттен бет деформациясының элементар ұяшығы $\frac{1}{4}$, ал ең кіші өзұқсас деформация түзуге қатысатын үш бағыттағы элементтер саны 48-ге тең (ішкі және сыртқы беттерді қамтитын үш бағытта 8 элементтен құралады) болатыны көрінеді. Олай болса бұл өзұқсас объектінің фракталдық өлшемділігі

$$D = \frac{\ln 48}{\ln 4} = \frac{\ln 3}{\ln 4} + 2 = 0,7925 + 2 = 2,7925. \quad (18)$$

Осы изотропты деформацияға сәйкес скейлинг көрсеткіші

$$\gamma = \gamma_0 = D - d = 0,7925. \quad (19)$$

Бұл жерде беттің топологиялық өлшемділігі $d = 2$, ал γ_0 скейлингтің изотроптылығын білдіреді. Нақты деформацияның түрінен (16) формула арқылы γ_0 скейлингтік көрсеткішті тікелей анықтауға болады. Біздің жағдайда, беттің изотропты деформациясының бір актісінде оның ауданы 3 есе өседі (деформация екі бағытта жүреді), ал элементар ұяшықтың өлшемі 4 есе кемиді. Олай болса:

$$\gamma = \gamma_0 = \frac{\ln \frac{S_n}{S_0}}{\ln \frac{\delta_0}{\delta_n}} = \frac{\ln 3}{\ln 4} = 0,7925. \quad (20)$$

Біз өте көп мүмкін модельдердің ішінен бет фракталдануының тек екі: скейлингтік көрсеткіштердің γ_1 мен γ_0 мәндеріне сәйкес бір жақты және изотропты түрлерін қарастырдық. Себебі, осы фракталдық (өзұқсастық, масштабты-инварианттық) құбылыстар үшін γ_1 , γ_0 шекті мәндер болып табылады, яғни, мына шарт орындалады:

$$\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_0.$$

Бұл фактінің физикалық негізіндегі тік бұрышты импульстер (γ_1 және γ_0 мәндері алынатын деформация түрлері) ең көп информацияға және ең кіші энтропияға ие екендігінде. Информация мен энтропияның байланысын және γ_1 , γ_0 скейлинг көрсеткіштерінің информациялы-энтропиялық аналогтары келесі тарауда қаралады. Информация мен энтропияның экстремальды (максимум және минимум) принциптеріне тірі және өлі табиғаттағы барлық құбылыстар бағынатын болғандықтан, алынған $\gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_0$ нәтижесін кейбір табиғаттық және әлеуметтік құбылыстарға қолданылу мысалдары (2,6) жұмыстарда келтірілген.

Фракталдық өлшемділік, жылу тасымалдау процестерін суреттеудегі, үйлесімділік теориясының қолданылу шегін кеңейтуге мүмкіндік береді. Негізгі параметрлердің (үйлесімділіктің белгі-шарты) өлшемсіз комплекстерінің арасындағы тәуелділік дәрежесінің көрсеткіштері, құрылымдардың (құйындар, бөлшектер, кластерлер) теориялық модельдерімен анықталатын, фракталдық сипаттамалармен өрнектеледі. Осының нәтижесінде алынған белгі-шартқа сәйкес тәуелділіктер бұрынғыдан да күрделі әмбебап физикалық тәуелділіктерді суреттеуге, бейнелеуге мүмкіндік береді.

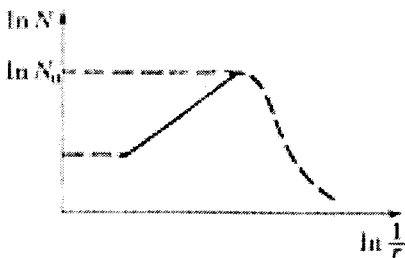
Соңғы кездегі зерттеулер жетілген турбуленттік режимдегі жылу алмасуға жүргізілген тәжірибелік мәндерді мына формуламен жалпылауға болатындығы тағайындалды:

$$Nu = cRe^{\gamma_0}, \quad (21)$$

мұндағы Nu – Нуссельт белгі-шарты, Re – Рейнольдс саны. (17)

формула (14) өрнектен туындайды. $Nu \sim S_n, \delta_n \sim \frac{v}{u}$ деп алынады, мұндағы v – кинетикалық тұтқырлық, u – сипатты жылдамдық, ал γ_1 мөні сорғы ағын, із, шекаралық қабат сияқты біртекті емес турбуленттік ағыстағы ірі масштабты (анизотропты) құрылымдар түзілу жағдайларында жылу алмасу интенсивтілігінің, турбуленттік энергияның спектрлік тығыздығының, жылдамдықтың таралуын сипаттауға пайдаланылады. Турбулентті араласудың таза анизотропты моделі ($\gamma = \gamma_1$) Рейнольдс санының салыстырмалы аз мәндерінде жүзеге асатын ауысу режимдері шін қолданылады, ал изотропты модель ($\gamma = \gamma_0$) Рейнольдс санының үлкен мәндеріне сай келеді.

$D > d$ теңсіздігіне белгілі физикалық мағына беруге болады. Ол жиынның күрделілену дәрежесін сипаттайды. Егер жиынның топологиялық өлшемділігі бірге тең ($d=1$) болса, оны шексіз иію, қисайту, бұру арқылы фракталдық өлшемділігі екіге тең жазықтықты жабатындай етіп күрделілендіруге болады. Немесе, оны кубты толық толтыратындай күрделі күйге әкелуге болады.



130-сурет. Фракталдық өлшемділікті анықтау облысы (тұтас сызық)

Бұл кезде оның фракталдық өлшемділігі үшке теңеледі.

Нақты объектілердің фракталдық өлшемділігін сандық әдістердің көмегімен анықтау, көп ретте, шексіз жиындармен жүргізілмейді. Оларды түгелдей жабатын кесінділердің, квадраттардың саны, қайсыбір N_0 санымен шектеледі. Сондық-

тан, шекті нүктелер саны үшін ең кіші ара қашықтық δ_{\min} сәйкес келеді. Осыдан, δ_x кіші мәнге ұмтылғанда $\delta_n < \delta_{\min}$ теңсіздігі орындалады, ал $N(\delta_n)$ шамасы N_0 -ге жетіп, өзгеруін тоқтатады. Олай болса, бұндай өзұқсас объектілердің фракталдық өлшемділіктерін анықтауға, егер бар болса $\frac{1}{\delta}$ мәнінің ең үлкен және ең кіші аралығында табылатын, қайсыбір түзу сызықты кесінді де жарайды.

Мысал ретінде, қалам мен қағаздың көмегімен Кох қисығын тұрғызу жүзеге асатын, нақты процесті қарастырайық. Бастапқы ұзындығы $L_0=1$ м қисық, қалыңдығы $a = 0,1$ мм = 10^{-4} м із қалдыратын қаламмен сызылсын. Математикалық тұрғыда, бұл қисықты сызу, салу процесі шексіз созылуы мүмкін. Ал нақты жағдайда, процесс, екі көрші нүктенің ара қашықтығы сызықтың қалыңдығына теңелгенде, тоқтайды. Осы процесс доғарылатын, өлшеудің n -ші сатысын есептеп табу қиын емес, ол мынаған тең:

$$n = \frac{\ln \frac{L_0}{a}}{\ln 3} = \frac{\ln 10^4}{\ln 3} = 9.$$

Кох қисығы үшін $N(\delta)=4^n$, ал $\delta = \frac{L_0}{3^n} = \frac{1}{3^n}$. Сондықтан, (1) теңдеудің негізінде оның ұзындығы мына өрнек арқылы анықталады:

$$L = L_0 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n = L_0 \left(\frac{4}{3}\right)^9 = \left(\frac{4}{3}\right)^9.$$

Бұдан

$$\ln L = 9(\ln 4 - \ln 3)$$

немесе

$$\lg L = 9(\ln 4 - \ln 3) = 9 \cdot (0,6021 - 0,4771) = 1,1250.$$

Сонымен, жоғарғы шарттар бойынша жүргізілген сызықтың ұзындығы $L \approx 13,33$ м. Яғни, нақты өзұқсас қисықтың шекті ұзындығы болады.

Практикада бұрыннан қолданылып жүрген көптеген жүйелер фракталдық қасиетке ие. Мысалы, противогаздарда, қатерлі газдарды сіңіргіш ретінде пайдаланылатын активтендірілген көмір фракталдық өлшемділігі $D = 2$ -ге тең өзұқсас объект. Себебі, оның кез-келген өлшемді бөлшектерді – тозаңнан бастап үлкен молекулаларға дейін, ұстауға және берік сақтауға қабілетті, кез-келген масштабты аудандары мен көлемдері, саңлаулары мен қуыстары бар. Химияда қолданылатын катализаторлар, ұлпа қар, кеуек материалдар және т.б. фракталдар қатарына жатады.

Сонымен, фракталдық (бөлшектік) өлшемділікке ие, біршама объектілерді қарастырдық. Ал, біз өмір сүретін кеңістіктің өлшемділігі қандай? Бұл сұраққа фракталдар теориясын пайдаланып нақты жауап беруге болады. Соңғы зерттеулер, кеңістіктің фракталдық өлшемділігі, көптеген физикалық заңдардың түр-сипатын, келбетін анықтайтындығын көрсетті. Мысалы, Кулон заңының $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{g_1 g_2}{r^2}$ бөліміндегі қашықтықтың дәрежесі, 2 шындығында $D - 1$ екендігі дәлелденді. Бұндағы D фракталдық өлшемділік. Келбеті кеңістіктің өлшемділігіне тәуелді, физикалық заңдарды тексеру барысындағы талдаулар мен зерттеулер, оның өлшемділігі 3-тен 10^{-10} -нен артық айырмашылығы болмайтынын көрсетті. Олай болса, біздің кеңістік өте үш өлшемді, яғни, фракталдық объект емес.

ЖАТТЫҒУ ЕСЕПТЕРІ

Табиғатта өлшемділігі нүкте мен сызық, сызық пен бет және бет пен көлем аралығында жататын объектілерді, математиканың, дамыған салаларының бірі, сандар теориясы қарастырады. Мысалы, санақ жиындары (натурал сандар жиыны) мен континум (түзуді құрайтын нүктелер жиыны). Бұл объектілердің фракталдық өлшемділігі олардың топологиялық өлшемділігінен ылғи да үлкен және бөлшек сан екендігі табылған. Енді қарапайым деп аталған моделдік объектілердің фракталдық өлшемділіктерін анықтау тәсілдерін келтірейік:

1. Классикалық Кантор жиынының (нүктелер жиыны) фракталдық өлшемділігін анықтаңыз.

Нұсқау. Бұл үшін ұзындығы бірге тең түзу теңдей үш кесіндіге бөлініп, ортаңғы $\frac{1}{3}$ бөлігі шығарып тасталынады (131-сурет). Қалған екі кесінді тағы да теңдей үш бөлікке бөлінеді және олардың да ортаңғылары алынып тасталады. Осы процесті шексіз қайталаудан соң пайда болған нүктелер жиы-



131-сурет. Үштік Кантор жиынын салу әдісі

ны Кантор жиыны деп аталады. Алынып тасталған кесінділердің ұзындығы

$$L = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \dots = 1.$$

Олай болса, қалған өзұқсас нүктелер жиынының (Кантор жиынының) «ұзындығы» нөлге тең. Ал нүктенің топологиялық өлшемділігі $d=0$ екені белгілі. Бірақ, процесті көп рет қайталау барысында алынған өзұқсас элементтердің әрқайсысы үшін

$N(\delta)=2$, ал $\delta = \frac{1}{3}$, осыдан Кантор жиынының фракталдық өлшемділігін (9) формула арқылы есептеу мынаны береді:

$$D = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0,6309,$$

яғни, $0 < D < 1$. Демек, Кантор жиыны нүкте де емес, сызық та емес, ол фрактал.

2. Кохтың өзұқсас үштік қисығының фракталдық өлшемділігін табыңыз.

Нұсқау. Бұл объект фракталдық өлшемділігі $D > 1$ сызықтар болатынын дәлелдейді. Оны тұрғызу ұзындығы L кесіндіні

үшке бөліп, оның ортаңғы $\frac{1}{3}$ бөлігін алып тастау мен қалған

екі бөлігінің ішкі ұштарын әрқайсысының ұзындығы $\frac{1}{3}L$ сызықтармен (131-суреттегідей жолмен) жалғастырудан басталады.

Осының нәтижесінде әрқайсысының ұзындығы $\frac{1}{3}L$ -ға тең төрт түзу кесіндіден тұратын объектінің бірінші келбеті ($n=1$)

алынады және оның ұзындығы $\frac{4}{3}L$. Кохтың үштік қисығының

екінші ұрпағы ($n=2$) осы пайда болған қисықтың төрт түзу сызықты кесіндісімен, жоғарыда жүргізілген процесті қайталау арқылы алынады. Осы процесті шексіз қайталай отырып қисықтың n -ші ұрпағы алынады. Бұл кезде, Кохтың үштік қисығын түзетін кесінділер саны $N(\delta)=4^n$, ал ең кіші



132-сурет. Кохтың фракталдық қисықтары

кесіндінің ұзындығы $\delta = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. Сонда Кохтың үштік қисығының жалпы ұзындығы мынаған тең:

$$L = N(\delta) \cdot \delta = \left(\frac{4}{3}\right)^n.$$

Мұндағы кесінділер саны $N(\delta)$ қисықты түгелдей жабатын квадраттардың релін атқарады. Олай болса, Кохтың үштік қисығының фракталдық өлшемділігі мынаған теңеледі:

$$D = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1,2628.$$

Қисықтар үшін топологиялық өлшемділік $d=1$, ал бұнда $D > d$, яғни, Кохтың үштік қисығы фракталдық объект.

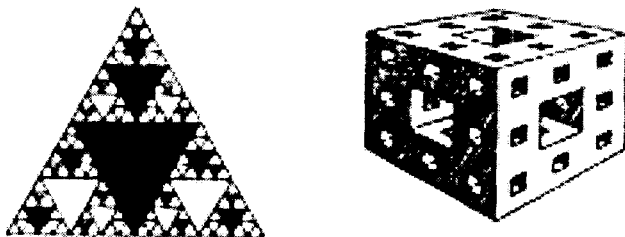
3. Серпинскийдің өзұқсас объектілерінің фракталдық өлшемділіктерін анықтаңыз.

Нұсқау. 133-суретте келтірілген Серпинскийдің үштік қисығы (сұлгісі) мен көпірі де өзұқсас объектілер қатарына жатады. Бұның біріншісі тең қабырғалы үшбұрыштың қабырғаларын дәл ортасынан түзу сызықтармен қосу және олардың ортаңғысын шығарып тастау процесін пайда болған үшбұрыштарға шексіз қайталау арқылы алынады. Мұнда тең қабырғалы үшбұрыш үш есе кішірейтілген жаңа үш тең қабырғалы үшбұрышпен алмастырылатын болғандықтан $N(\delta)=3$, ал оның қабырғасы тең екіге бөлінеді, сондықтан $\delta = \frac{1}{2}$. Осыдан пайда болған өзұқсас объектінің фракталдық өлшемділігі

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,5649.$$

Бұдан Серпинскийдің өзұқсас үшбұрыштық қисығы түзу де емес жазықтық та емес, ол фрактал.

Ал «Серпинский көпірі» деп аталған, оның әмбебап қисығы, кубтың әр қабырғасы бөлінген 9 кіші квадраттардың ортаңғы-



133-сурет. Серпинскийдің өзұқсас объектілері.

сын алып тастау процесін, қалған кіші квадраттармен, шексіз қайталау арқылы алынады (133-сурет). Бұл жерде қалған квадраттардың саны, яғни, $N(\delta)=8$, ал $\delta=3$, себебі, квадраттың қабырғасы тек үш есе кішірейтіліп отырады. Осы кезде пайда болған құрылымның фракталдық өлшемділігі

$$D = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 2,7268.$$

Сонда, Серпинскийдің әмбебап фигурасының өзұқсастық өлшемділігі $2 < D < 3$, ол жазықтық пен көлем аралығындағы фракталдық объект.

4. Кох қисығының өзұқсас симметриялық деформациясының нәтижесінде пайда болған қисығының фракталдық өлшемділігін табыңыз.

Нұсқау. Ол мына алгоритммен жүзеге асады. Бастапқыда, ұзындығы бірге тең түзу сызық, теңдей 4 кесіндіге бөлінеді (5,

б-сурет). Оның $\frac{1}{4}$ бөлігі салыстырмалы қашықтықтарда симметриялы орналасады. Сонда, әр элемент тізбекті түрде, қарама-қарсы бағытталған екі жақты деформацияға ұшырайды.

Бұл кезде $N(\delta)=8$, $\delta=\frac{1}{4}$. Осыдан Кохтың симметриялы қисығының өзұқсастық өлшемділігі былай анықталады:

$$D = \frac{\ln 8}{\ln 4} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Ал бір жақты деформациясы үшін (5, а-сурет) $N(\delta)=5$, $\delta=\frac{1}{3}$. Бұндай өзұқсас, құрылым үшін фракталдық өлшемділік

$$D = \frac{\ln 5}{\ln 3} = 1,53.$$

Өлшеу масштабын кішірейту барысында, өзұқсас объектілердің өлшемдерінің өсіп отыруы, олардың фракталдық объектілер екендігін білдіретін негізгі белгі. Мысалы, жазықтықтағы броундық бөлшектің қозғалыс траекториясының өлшемділігін есептеулер, сызықтың топологиялық өлшемділігі бірге тең болуы тиіс болса да, фракталдық өлшемділігі $D=2$ болатынын көрсетті. Яғни, броундық бөлшектің траекториясы фрактал.

ӨЗІН-ӨЗІ ТЕКСЕРУГЕ АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Берілген жиын элементтерінің қайсысы өзұқсас объектінің сипаттамаларын өлшеуге қолданылады.
 - A. Топологиялық өлшемділік
 - B. Метрикалық өлшемділік
 - C. Фракталдық өлшемділік
2. δ өлшеу масштабын өсіргенде объектінің сызықтық өлшемдері ...
 - A. Кемиді
 - B. Артады
 - C. Өзгеріссіз қалады
3. Төмендегі ара қатынастарға сәйкес фракталдық объектілердің мысалын келтіріңіз.
 - A. $D > 1$
 - B. $D > 2$
 - C. $D > 3$
 - D. $D > 4$
4. Жиындар элементтерінің арасындағы сәйкестікті анықтаңдар.

Объектілер	Фракталдық өлшемділіктің өрнегі
1) Кантор жиыны	$A. D = \frac{\ln 4}{\ln 3}$
2) Серпинский «сүлгісі»	$B. D = \frac{\ln 2}{\ln 3}$
3) Кохтың үштік кисығы	$C. D = \frac{\ln 3}{\ln 2}$

5. Терезе әйнегінде түзілген қырауды фрактал деп санауға бола ма?
6. Фракталдық объектілер мен оларды өлшеу масштабының арасындағы тәуелділік қандай заңмен өрнектеледі?
7. Броундық бөлшектердің траекторияларының фракталдық өлшемділігін өсіруге бола ма?
8. Қайсы қатынас біртегіс шеңбердің фракталдық өлшемділігіне сәйкес?
 - A. $D > 1$
 - B. $D = 1$
 - C. $D < 1$

ӘДЕБИЕТ

1. Федер Е. Фракталы. М.: Мир. 1991. – 254 с.
2. Жанабаев З.Ж., Тарасов С.Б., Турмухамбетов А.Ж. Фракталы, информация, турбулентность. Алматы.: РИО ВАК РК. 2000. – 228 с.
3. Соколов И.М. Фракталы. // Квант № 5. 1993. С. 6–13.
4. Жанабаев З.Ж. Бейсызық физика бастамалары. Алматы.: Гермес. 2000. – 68 б.
5. Штерн В.Н. Элементарная структурная модель турбулентного перемешивания // Сб. структурная турбулентность. Под. Ред. Гольдштика М.А. – Новосибирск. – 1982. – 166 с.
6. Жанабаев З.Ж. Фрактальная модель турбулентности в струе // Известия СО АН СССР, серия техн. наук. – 1988. – В. 4, № 5. – С. 57–60.

§ 7. ИНФОРМАЦИЯ ҰҒЫМЫ ФИЗИКАДА

Ғылыми танымдық әдіснаманың дамуында жүйелік тұрғыда зерттеу әдісінің маңызы зор. Жүйелілік принципі қоршаған ортадағы жүріп жатқан процестер мен құбылыстардың бір-бірімен байланысын анықтауда, тәуелділіктерін тағайындауда, физикалық мағынасын түсінуде үлкен табыстарға қол жеткізуге мүмкіндік берді.

Сонымен қатар, соңғы зерттеулер, табиғаттағы және қоғамдағы барлық дерлік заңдылықтардың информациялық сипаты болатынын ашты. Информацияның әлемде жүретін қозғалыстар мен өзгерістердің ұйтқысы екендігі дәлелденді. Осыдан қоршаған ортада жүретін процестерді, құбылыстарды зерттеулер барысында алдымен олардың информациялық сипаты талданып, анықталыну қажеттігі туындады.

Информацияның табиғаты жөніндегі ғылыми түсініктердің қарқынды дамуында, материя мен оның қозғалысының өзқауым теориясының – синергетиканың маңызы ерекше. Себебі, информация кез-келген жүйедегі өзқауым процесінің қозғалтушы күші. Информация барлық эволюциялық процестердің негізгі кезеңдері мен бағыттарын, жаңа табиғи, әлеуметтік және экономикалық құрылымдардың пайда болуын және олардың орнықтылығын қамтамасыз етеді. Информация қайсыбір процестің жүру жолының бірнеше мүмкіндігінің ішінен біреуін таңдаудың ықтималдық өлшемі ғана емес, ол жүйенің ішкі құрылысының сан қырлылығының белгісі, бейберекеттікке қарсы тұратын реттілік өлшемі. Синергетикалық тұрғыдан, бейберекеттік тек құрылымның бұзылуы, ыдырауы ғана емес, ол жаңа құрылымдардың түзілуін, процестер мен құбылыстардың жүруін қамтамасыз ететін негізгі шарт. Демек, бейберекеттіктен күрделілігі мен реттілігі бұрынғыдан да жоғары, құрылымдар түзілуіндегі басты рөл информацияға қатысты.

«Информация» (латынша *informatio* – түсіндіру, баяндау) бастапқыда, адамдардың арасындағы ауызша, жазбаша және басқаша тәсілдермен (шартты сигналдармен, техникалық

құралдармен және т.б.), берілетін мәліметтер аталған. Өткен ғасырдың ортасынан бастап ол жалпы ғылыми ұғым ретінде қалыптасты. Қазіргі кезеңде информацияға: адам мен адамның, адам мен машинаның, машина мен машинаның атқарған істері жөнінде бір-біріне беретін мәліметтері, сан-қилы мәселелерді шешуге бағытталған хабар алмасулар: алынған мағлұматтардың негізінде анықталмағандықтың мөлшерлік кемуі; кез-келген объектілер мен процестердің (тірі және өлі табиғаттағы) сан түрлілігінің сипаттаулары; белгілердің организмнен организмге, клеткадан клеткаға берілуі; жануарлар мен өсімдіктер өлеміндегі сигналдармен алмасулары жатды.

Ғылыми-техникалық прогрестің, соның ішінде, бұқаралық ақпарат құралдары мен басқада коммуникациялардың дамуы және берілетін мәліметтер көлемінің қарқынды түрде артуына байланысты информация әртүрлі аспектіде, әртүрлі деңгейлерде талқыланатын ең көкейкесті ылыми проблемаға айналды.

Информация кибернетиканың негізгі түсініктерінің бірі. Байланыс жүйесіндегі мамандардың негізгі көңіл аударатын мәселелері, оның мөлшерлік және сапалық сипаттамалары – кодтау, кедергілер мен шулар. Кибернетика мамандары информацияны іздестіру, өңдеу, жеткізу мен сақтау, ғылымды білімді, қоғамды және т.б. информациямен қамтамасыз ету мүмкіндіктерін зерттейді. Ықтималдықтар теориясында информация кездейсоқ уақиғалар ықтималдығын бір-біріне қатысты салыстырудың, аддитивтік және сандық өлшемі ретінде қарастырылады.

Кибернетика мен басқару жүйелері туралы ғылымның дамуы ғалымдардың алдына компьютерлер мен оларды құрайтын жүйелердің үйлесімді жұмыс істеуін жүзеге асыратын информациялық процестердің негізі мен табиғатын зерттеу міндеттерін қойды. Генетиктердің көп жылғы зерттеулері, тірінің өзіне ұрпақ қалдыруының, биологиялық тұқым қушылықтың негізінде информация жататынын дәлелдеді. Информация ұғымы, адамдар хабарлар және өзара алмаса алатын мәліметтермен қатар, оларға тәуелсіз туатын хабарларды да қамтиды. Материялық объектілер, соған сәйкес олардың тудыратын өзгерістері бар жерде информация бар. Олай болса, қоршаған ортадағы кез-келген өзгерістер мен біртектілік өзімен бірге информация әкеледі.

Реал объектілер мысалы, биологиялық клетка, біздің планетамызды қоршаған атмосфера және т.б. сыртқы ортамен энергия (масса) мен информация алмасатын ашық жүйелердің мы-

салы бола алады. Информация объектінің жаратылысына тәуелсіз симметрия бұзылғанда, оның құрылымның ықтималдық өзгерістерінде туады. Бірақ, екінші жағынан, өзқауым процестеріндегі табиғи құрылымдардың пайда болуы, яғни, бейберекеттіктен реттіліктің өздігінен түзілуі де реал бейсыздық, тұйық емес жүйелердің жалпы даму заңдылығы болып табылады. Осыған байланысты информация, материя мен оның қозғалысының өзқауымдасу теориясының – синергетиканың негізгі ұғымы болып табылады.

Сонымен информация деген не? Көп хабар әкелетін информацияны аз мәлімет беретін информациядан ажырататын белгі-шарт қалай тағайындалады? Бұны түсіну үшін, екі хабарды салыстырайық: A – «Күн батады» және B – «Күн тұтылады». Өзінен-өзі түсінікті «Күн батады» деген хабарды көпшілік жаңалық ретінде қабылдамайды, ал «Күн тұтылады» деген хабарда әсер көп. Ол қоғамда белгілі қызығушылық тудырады (газеттерде жарияланады, теледидардан хабарланады, маман-ғалымдармен кездесулер өткізіледі және т.б.). Бұдан орындалған жағдайда, ықтималдығы аз уақиғалар барынша көп информация көзі бола алады деген қорытынды жасалады. Бұл тұжырым өте сирек және қайталанбайтын уақиғаларға қатысты емес.

Сондықтан, информация I мен уақиға ықтималдығының P тәуелділігі мына қатынаспен өрнектеледі:

$$I = f\left(\frac{1}{P}\right). \quad (1)$$

Белгісіз f функциясының түрін, информацияға аддитивтік ережені қолданып табуға болады. Яғни, толық информация екі когерентті көздерден (1 және 2) түсетін информациялардың қосындысына ($I = I_1 + I_2$) тең болуы тиіс. Бұл шарт орындалуы үшін f функция мынадай қасиетке ие болуы керек:

$$f\left(\frac{1}{P}\right) = f\left(\frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{P_2}\right) = f\left(\frac{1}{P_1}\right) + f\left(\frac{1}{P_2}\right),$$

мұндағы $P_1 \cdot P_2$ – екі тәуелсіз уақиғалардың бір мезгілде жүзеге асу ықтималдығы. Бұндай қасиетке бірден-бір ие қарапайым математикалық функция – логарифмдік функция. Сондықтан,

$$I = \log \frac{1}{P} = -\log P. \quad (2)$$

Сонда жоғарыда қарастырылған жағдай үшін A -ға қатысты B уақиғада жинақталған информация мөлшері $I\left(\frac{B}{A}\right)$ (2)-ші теңдеудің негізінде, мына түрде жазылады:

$$I\left(\frac{B}{A}\right) = -\log \frac{P(A, B)}{P(A)}, \quad P(A, B) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right), \quad (3)$$

мұндағы $P(A)$, $P\left(\frac{B}{A}\right)$ – A және A уақиға орын алғандағы B уақиғаларының сәйкес ықтималдықтары, $P(A, B)$ – екі уақиғаның жүзеге асу ықтималдығы. $B=A$ уақиғасының пайда болуы A уақиғасының орын алғандығы жөніндегі хабар деп түсіндіріледі. $I\left(\frac{A}{A}\right) = I(A)$ саны A хабарында жинақталған $I(A)$ информация мөлшері деп аталады.

$$I\left(\frac{A}{A}\right) = I(A) = -\log P(A). \quad (4)$$

I – шамасы барлық уақытта оң, себебі $0 \leq P \leq 1$.

Логарифмнің негізінің таңдап алынуына сәйкес информация мөлшері «битпен» (логарифмнің негізі екі), «дитпен» (ондық логарифм) және «натпен» (натурал логарифм) өлшенеді. Көп ретте кибернетикада информацияның өлшемі ретінде бит қолданылады. Ол – екі тең ықтимал альтернативаны (мүмкін болатын екі ұйғарындыны) айыруға мүмкіндік беретін қажетті информация мөлшері. Мысалы, симметриялы тиынды тастау нәтижесінде алынатын информация мынаған тең:

$$I = -\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2 = 1 \text{ бит}$$

Ықтималдықтың мультипликативтік қасиетке ие екендігі белгілі: екі бір мезгілде жүретін тәуелсіз уақиғалардың P_1 , P_2 , $P_3 \dots$ жалпы ықтималдығы, олардың жеке-жеке ықтималдықтарының көбейтіндісіне $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \dots$ тең. Бірақ информация мөлшері жиын өлшемі ретінде аддитивті қасиетке ие болуы тиіс. Жоғарыда айтылды, бұл қасиетке тек қана логарифмдік функция ие. Олай болса $\log(AB) = \log A + \log B$. Осыдан, егер A және B уақиғалары бір-біріне тәуелсіз болса, B уақиғасы A -ға қатысты немесе керісінше, A уақиғасы B -ға қатысты ешқандай информация бермейді. Бұл кезде мына теңдік орындалады

$$I\left(\frac{A}{B}\right) = I\left(\frac{B}{A}\right).$$

Ал, егер A және B уақиғалары бір-біріне тәуелсіз болса, олардың бір мезгілде жүзеге асуынан алынатын информация былай анықталады:

$$I(AB) = I(A) + I(B).$$

Бұл өрнекті информация табиғатының аддитивті шарты

ретінде енгізуге де болады, бұл кезде оны функционалды теңдеу деп қарастыра отырып (2) өрнекті оның бірден-бір шешімі түрінде алуға болады. (2) өрнектен информацияның өте маңызды, бір ғана әмбебап мағынасы шығады: тәжірибеге дейінгі (априорлы) ықтималдығы аз уақиғалар барынша көп информация кезі бола алады. Басқаша сөзбен, күтпеген уақиғалар өзімен бірге көп информация әкеледі.

Нақты жағдайларда, қабылдану шарттарына байланысты, информацияның мағынасы бір-бірінен мүлдем өзгеше. Негізгі информация тасымалдаушылар қатарына электромагниттік өріс жатады. Электромагниттік толқынды қабылдау нәтижесіне оның фазасының жоғалуы, фотондар ағынының флуктуациясы және т.б. әсер етеді. Жалпы информация не деген сұрақтың бір мәнді жауабы жоқ. Ол бір жағынан материялық, ал екінші жағынан рухани текті деп айтуға болады.

§ 8. ИНФОРМАЦИЯЛЫҚ ЭНТРОПИЯ

Бейсызық физика мен статистикалық физика және информациялық теориялардың даму барысында энтропияның анықтамасына елеулі өзгерістер енгізілді. Энтропия (грекшеден аудармасы – айналу, бір жақты өзгеру) алғаш рет термодинамикада, энергияның қайтымсыз шашырауының (энергияның күнсыздануының) өлшемі ретінде енгізілген еді және толық дифференциал түрінде былай анықталады:

$$dS = \delta \frac{Q}{T}, \quad (5)$$

мұнда T – абсолют температура, ал δQ – жүйенің алған жылу мөлшері. Ол толық дифференциал емес және процестің түріне тәуелді (процесс функциясы).

Клаузиус енгізген энтропия (S) анықтамасының дәстүрге айналғанына қарамастан (5) өрнек оның физикалық мағынасын толық аша алмайды. Клаузиус энтропиясы тек аддитивтік тұрақтыға дейін дәл анықталған. (5) өрнектен энтропияны тікелей өлшеуге болмайтындығы көрінеді, себебі, температура жүйеге жылу әкелу немесе әкету процестерінде жүзеге аспайтын термодинамикалық тепе-теңдіктегі денелер жүйесінің ішкі күйін сипаттайды. Сондықтан, (5) формуламен анықталатын энтропияны өлшеуге мүмкіндік беретін энтропометрлер жоқ. Осымен қатар, Клаузиустың анықтамасынан шығатын энтропияның тұйық жүйеде өсу заңы «түсініксіз тұжырымдама» болып табылады (4,62 бет). Ақырында, энтропияның термодинамикалық

анықтамасы өртүрлі тепе-теңсіз құбылыстарға төн ерекшеліктерді ескермейді.

Статистикалық физикада энтропия жүйе бөлігінің $\Delta\Gamma$ макроскопиялық күйінің статистикалық үлесінің логарифімі ретінде енгізіледі:

$$S = \ln\Delta\Gamma, \Delta\Gamma = \Delta p \cdot \frac{\Delta q}{h^i}, \quad (6)$$

мұнда $\Delta p \cdot \Delta q$ – фазалық (кезеңдік) көлем, h – Планк тұрақтысы, i – еркіндік дәрежелер саны. Классикалық физикада h жоқ және кез-келген тұрақтымен фазалық көлемді өлшемсіздендіру энтропияның бірмәнді емес анықтамасына әкеледі. (6) формуланың түрі күрделі жүйенің энтропиясының аддитивтік болуынан туындайды:

$$S(\Delta\Gamma) = S(\Delta\Gamma_1 \cdot \Delta\Gamma_2) = S_1(\Delta\Gamma_1) + S_2(\Delta\Gamma_2). \quad (7)$$

(5) өрнек арқылы идеал газдың энтропиясын есептеу (7) теңдеуді береді. $\Delta\Gamma$ газдың температурасымен, қысымымен және көлемімен анықталады.

Энтропия түсінігі кездейсоқ уақиғалардың ықтималдықтарының таралуына да байланысты. E_i энергия тең ықтималды таралса, жүйе бөліктерінің байқалу ықтималдығы былай анықталады:

$$P(\bar{E}_i) = \frac{1}{\Delta\Gamma}.$$

Осыдан энтропия мына түрде табылады:

$$S = \ln\Delta\Gamma = -\ln P(\bar{E}_i). \quad (8)$$

Бұл формула, оның орта ықтималды мағынасын пайдаланса былай да жазылады:

$$S = -\sum P_i \ln P_i, P_i = P(E_i). \quad (9)$$

Осы анықталған энтропия информациялық энтропия деп аталады. (2) және (9) формулаларды салыстырудан информациялық энтропия информацияның орта ықтимал мәнін анықтайтындығы көрінеді. Жүйені құрайтын бөліктердің тең ықтималды таралуында оның анықталмаушылығы максимумге жетеді, яғни, жүйе туралы барлық информация жойылып, ол энтропияға айналады.

Информацияның пайда болуы анықталмағандықтың кемуімен қабаттаса жүргендіктен, оның мөлшерінің жоғалғаны анықталмағандық мөлшерімен, яғни, энтропияның азаюымен өлшеуге болады:

$$I = S_{pr} - S_{ps} \quad (10)$$

pr индексі «априори» (тәжірибеге дейін), ал ps – «апостериори» (тәжірибеден кейін) деген мағыналарды білдіреді. Осы себептен, ғылыми әдебиеттерде (9) өрнек кейде информация (егер ол пайда болса), кейде энтропия (егер ол жоғалса) деп аталады.

(10) формуланы сапалық талдау жасауға қолайлы түрде жазуға болады. Егер $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ – айнымалылар жиыны болса, онда (3) формулаға сәйкес $S\left(\frac{X}{Y}\right)$ шартты энтропия енгізіледі. Шартты энтропия барлық уақытта шартсыз энтропиядан кіші, себебі, шарттардың қойылуының өзі реттіліктің, қайсыбір анықталғандықтың белгісі. Олай болса, берілген Y мәнінде X шамасы жөніндегі информация мынадай теңдікпен анықталады:

$$I(X) = S(X) - S\left(\frac{X}{Y}\right). \quad (11)$$

Мағынасы жағынан $I(X) > 0$ болғандықтан, информацияны қайсыбір анықталғандықты сипаттауға қолдануға болады. (11)-ші формуланы информацияның екінші анықтамасы деп санауға болады. Ол күрделі құбылыстарды талдауға қолданылады.

§ 9. ЭНТРОПИЯ БАЛАНСЫНЫҢ ТЕНДЕУІ. ЭНТРОПИЯ ӨНІМІ

Тепе-теңсіз процестерге физикалық шамалар уақыт пен кеңістік бойынша өзгереді. Бұл процестер бөлшектер санының (кинетикалық теңдеу), энергияның (термодинамиканың бірінші заңы), массаның (диффузия теңдеуі), импульстің (қозғалыс теңдеуі), зарядтың (Ом заңының дифференциалдық түрі) сақталу заңдарының негізінде зерттеледі. Тасымалдау құбылыстарында жылу, бөлшектер, импульс, зарядталған бөлшектер ағындары мына өрнектермен сипатталады:

$$Y_q = -\chi \frac{dT}{dx}; \quad Y_q = -D \frac{dn}{dx}; \quad Y_\eta = \eta \frac{du}{dx}; \quad j_\varepsilon = \gamma \frac{d\varphi}{dx}. \quad (12)$$

(12) формуланың соңғысындағы j – ток тығыздығы, γ – электр өткізгіштік, φ – электр өрісінің потенциалы, ал $\frac{d\varphi}{dx} = E$ – электр өрісінің кернеулігі.

Бұл теңдеулердің жалпы ерекшелігі, олардың бәрі, теңдіктің оң жағындағы сәйкес шамалардың градиенті болып табылатын қозғаушы күштердің есебінен пайда болған, теңдеудің сол

жағындағы қайсыбір ағынды сипаттайды. Тепе-теңсіз процесстер теориясындағы мызғымас жалпы ереже бойынша, ағындар Y_i және оны тудыратын күштердің X_k арасында мынадай сызықтық тәуелділік орын алған:

$$Y_i = \sum_k L_{ik} X_k, \quad (13)$$

мұнда L_{ik} – кинетикалық коэффициент деп аталады.

Жүйенің кіші бөлігінің энтропиясы: біріншіден, көрші бөліктермен әсерлесу нәтижесінде; екіншіден, оның өзінің ішінде жүретін процесстердің есебінен өзгереді. Сондықтан, жүйеге энтропия қоршаған ортадан да беріледі және оның өзінде де өндіріледі. Жүйеге келетін энтропия берілуінің жылдамдығы энтропия ағынының тығыздығымен \bar{j}_s , ал оның өзіндегі энтропияның пайда болу жылдамдығы энтропия көзінің тығыздығымен, яғни, энтропия өнімімен $\bar{\sigma}$, анықталады. Тұйық жүйеде энтропия тек өсетін болғандықтан $\bar{\sigma} \geq 0$.

Тепе-теңсіз процесстердің барлығына ортақ жалпы заңдылықтар энтропия балансының теңдеуімен (термодинамиканың 2 – заңы) сипатталады. Тепе-теңсіз процессте энтропия сақталмайды, оның дамуы энтропияның бағытын, жүйе қасиеттерінің сапалық өзгерісін анықтайды. Жалпы жағдайда энтропия балансының теңдеуі мына түрде жазылады.

$$\frac{dS(\bar{r}, t)}{dt} + \text{div} \bar{j}_s(\bar{r}, t) = \sigma(\bar{r}, t), \quad (14)$$

j_s – энтропия ағыны, σ – энтропия өрімі, \bar{r}, t – координата мен уақыт. Әр уақытта оң $\sigma(\bar{r}, t)$ функциясы диссипативтік (қайтымсыз) процесстердің есебінен энтропияның өсуіне үлес қосады. Айта кету керек, \bar{j}_s , σ функцияларының түрі жоғарыда аталған сақталу заңдарынан анықталады.

Термодинамикалық әдіс теориялық тұрғыда кинетикалық коэффициенттерді анықтауға мүмкіндік бермейді. Ол статистикалық физиканың әдістерімен есептеледі немесе тәжірибелерден табылады. Термодинамикаға Л.Онсагердің енгізген: «кинетикалық коэффициенттердің матрицасы симметриялы болады», – деп тұжырымдалатын постулаты жоғарыда аталған коэффициенттерді анықтауды біршама жеңілдетеді:

$$L_{ik} = L_{ki}. \quad (15)$$

Бұл қатынастан қайсыбір «қосымша» процеске қарсы құбылыс жүретіні білінеді. Мысалы, жүйедегі температуралық гра-

диент тіке процесс – жылу өткізгіштік тудырады, ал ол зат ауысумен қабаттаса жүреді. Сонда «қосымша» процесс – термодиффузия. Осы термодиффузияға қарсы құбылыс бар деп жорамал жасауға болады. Бұндай процеске, тәжірибелермен расталған, температуралық айырымға әкелетін, жылу ағынын тудыратын, тығыздық градиенті жатады. Л.Онсагердің теңдігі (15), белгілі жағдайларда ағындарға сәйкес күштер үшін де орындалады. Бұл шартты қанағаттандыратын формула энтропиялық өнім заңы деп аталады:

$$\sigma_s = \sum L_i X_i, \quad (16)$$

мұндағы σ_s – энтропия өнімі.

§ 10. БОЛЬЦМАН ЭНТРОПИЯСЫ

Газдың тығыздығын оның молекулаларының потенциалдық энергиясымен байланыстыратын қатынас Больцман теңдеуі деп аталады:

$$\frac{dn}{n} = d(\ln n) = -\frac{dU}{kT}, \quad n = n_0 \exp\left(\frac{U}{kT}\right). \quad (17)$$

Мұнда, газдың тығыздығын, белгілі бір энергетикалық U күйдегі молекуланы табу ықтималдығымен алмастыру мынаны береді:

$$P \sim e^{-\frac{U}{kT}}$$

немесе

$$k \ln P = -\frac{U}{T}, \quad k \ln \frac{1}{P} = \frac{U}{T}.$$

Бұл жерде $\frac{1}{P} = W$ – термодинамикалық тепе-тең күйдегі тең ықтималды микрокүйлер саны. Осыдан, Клаузиус тұжырымдаған термодинамикалық энтропияның физикалық энтропиямен сәйкестігін көрсететін формула алынады:

$$k \ln W = \frac{U}{T}, \quad S = k \ln W. \quad (18)$$

Бұл формула энтропияны ықтималдықпен, демек бейберекеттікпен байланыстырады. Оның сол жағында, кез-келген жүйе күйінің өздігінен өзгеруін сипаттайтын термодинамиканың екінші бастамасының негізгі ұғымы, ал оң жағында – энергия шашырауының, оның қоршаған ортадағы құлдылауының өлшемі болып табылатын бейберекеттікпен байланысқан шама түр. Олай болса, микрокүйлердің мағынасы, жүйенің макроско-

пиялық сипаттамаларын өзгертпей, ондағы қайта құрылуларды жүзеге асыруға мүмкіндік беретін тәсілдер саны.

Мысалы, жеке атом, қайсыбір жолмен, энергетикалық қозған күйге ауысты. Бұл кезде атомда қозудың таралуы бір ғана жолмен жүзеге асады, яғни, $W=1$. Ал, бірдің логарифмі нөлге тең, демек $S=0$, себебі, таралмайтын энергияның белгілі бір нүктедегі шоғыры нөлдік энтропияға ие. Егер қозу жүз атомнан тұратын жүйеге берілсе, онда ол жүз тәсілмен жүзеге асады, яғни, $W=100$, $\ln 100=4,61$. Осыдан $S=4,61k$. Сонда жүйенің энтропиясы өсті, оның бейберекеттігі артты, себебі, қозған атомның қай жерде екенін дәл көрсету мүмкін емес. Егер жүйе өзара әсерлесе алатын екі бөліктен тұрса, оларда жылулық тепе-теңдік орнағанда энтропия максимумға жетеді. Бұл күй, микрокүйлердің ең көп тәсілімен жүзеге асады және тәсілдер саны көбейген сайын, оның ықтималдығы артады.

Энтропияның координата мен импульстың таралу функциясымен байланысын бірінші рет тағайындаған Больцман. Ол сиретілген газдың тепе-тең күйге ұмтылу процесін зерттеу барысында: біріншіден, қос өзара әсерлерді ғана есептеді, яғни, соқтығысуларда тек екі бөлшек қатысады да санады; екіншіден, көлемдегі молекулалардың таралуы бейберекет жүзге асатындығын ескерді. Бірінші шарт теорияны сирек газдарға ғана қолдануға болатындығын шектейді, ал екіншісі – уақытқа байланысты қайтымсыздықты есепке алады.

Больцманның кинетикалық теңдеуінен энтропия $S(\vec{r}, t)$ үшін мынадай теңдеу шығады:

$$\frac{dS(\vec{r}, t)}{dt} = -k \int J(\vec{r}, \vec{p}, t) \ln f(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p}, \quad (19)$$

k – Больцман тұрақтысы, J – соқтығысу интегралы, f – газ молекулаларының таралу функциясы. Үнемі $J \geq 0$, $f \leq 1$, сондықтан, (19) өрнектен мынадай нәтиже алынады:

$$\frac{dS(\vec{r}, t)}{dt} \geq 0, \quad S(t) = \int S(\vec{r}, t) d\vec{r}, \quad (20)$$

бұдан, тұйық жүйенің энтропиясы уақыт бойынша кемуі мүмкін емес, ол не өседі немесе тұрақты (тепе-тең күйде) қалады. Больцман S -тің орнына $H = -S$ функциясын пайдаланды. Сондықтан энтропияның өсу заңы H – теорема деп аталады.

Газдың тепе-теңсіз күйінің энтропиясын Больцман мына түрде анықтады:

$$S(t) = -kn \int f(\vec{r}, \vec{p}, t) \ln f(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{r} d\vec{p}, \quad (21)$$

n – бөлшектер санының орташа тығыздығы, f – бірбөлшектік таралу функциясы.

Кез келген тепе-теңсіз процестерді зерттеу үшін энтропия формуласы (21) мына түрде жалпыланады:

$$S(t) = -k \int f_N(X, t) \ln f_N(X, t) dX, \quad \int f_N(x, t) dx = 1, \quad (22)$$

X – жүйенің күйін сипаттайтын айнымалылар жиыны, f_N – N – бөлшектік таралу функциясы.

§ 11. ЭНТРОПИЯ ӨНІМІНІҢ МИНИМУМ ПРИНЦИПІ. ПРИГОЖИН ТЕОРЕМАСЫ

Тепе-тең күйде жүйедегі энтропия өнімі нөлге тең. Бірақ шектік шарттармен ұсталып тұратын стационар тепе-теңсіз күйлерде (температураның, қысымның және т.б. градиенті) σ жоғалып кетпейді. Пригожин теоремасы, стационар, әлсіз тепе-тең емес күйлерде энтропияның толық өнімі ең аз екендігін тұжырымдайды.

Мысалы, тепе-тең күйден кіші ауытқулардағы қайтымды процестерді сызықтық тәуелділікпен сипаттауға болады:

$$Y_k^{(i)} = \sum L_{ik} X^{(k)}, \quad (23)$$

$Y^{(i)}$ – физикалық шамалар ағыны, L_{ik} – ортаның қасиетіне байланысты алынатын феноменологиялық немесе кинетикалық коэффициенттер, $X^{(k)}$ – термодинамикалық күштер. Онсагердің өзара кепілдік қатынастарына сәйкес $L_{ik} = L_{ki}$. Тасымалдау процестерінің дәл теңдеулерін талдаулар жалпы түрде төмендегідей байланыстың болатынын көрсетті:

$$\sigma_i = \sum Y^{(i)} X_{i,k}^{(i)} = \sum L_{ik} X^{(i)} X^{(k)}. \quad (24)$$

Температура градиенті ΔT бар жағдайда жылу ағыны мына түрде анықталады:

$$\bar{Y} = -\chi \Delta T,$$

мұндағы

$$\chi = L_{qq} / T^2,$$

олай болса

$$\bar{Y} = L_{qq} \Delta(T^{-1}). \quad (25)$$

Бұл жерде жылу өткізгіштік коэффициенті χ мен феноменологиялық коэффициент L_{qq} арасындағы байланыс (24)-ші теңдеуді қанағаттандыратындай етіп таңдалған. Энтропияның толық өнімі, оның тығыздығынан σ алынған көлемдік интегралға тең

$$P = \int \sigma d\bar{r} = L_{qq} \Delta(T^{-1})^2 d\bar{r}. \quad (26)$$

Көлем шекарасындағы температураның тұрақтылық шартынан функционалдың (20) минимумдық шарты табылады. Осы берілген вариациялық есеп үшін Эйлер-Лагранж теңдеуі мына түрде жазылады:

$$\frac{df}{d(1/T)} - \sum_{\alpha=1}^3 \frac{d}{dx_{\alpha}} \left[\frac{df}{d(d(1/T)/dx_{\alpha})} \right] = 0. \quad (27)$$

(23) өрнекті дифференциалдау мына өрнекті береді:

$$\Delta^2(T^{-1}) = 0. \quad (28)$$

Мұнан температураның стационар таралуын сипаттайтын

Лаплас теңдеуіне эквивалентті $\left(\frac{dT}{dt} \right) = 0$ теңдеу алынады:

$$\Delta T = 0. \quad (29)$$

Осыдан энтропияның минимал өніміне сәйкес күй стационар болады, яғни, энтропияның минимум принципі мына теңсіздіктен өрнектеледі:

$$\frac{d^2 S}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dt} \leq \sigma_{cm} \leq \sigma(t), \quad (30)$$

σ_{cm} – стационар күйдегі, ал $\sigma(t)$ – t – уақыт мезетіндегі стационар күйдің қалыптасу процесіндегі энтропия өнімі. Пригожин теоремасы сызықтық термодинамика үшін дұрыс. Ал тепе-теңдіктен алыс аймақтарда (24) түрдегі жүйе дамуының универсал белгі-шарты (критерий) σ -ның толық емес дифференциалы үшін тағайындалған. Бұған қарамастан Пригожин теоремасы өртүрлі сипаттағы көптеген тәжірибелермен дәлелденген жүйелердің тепе-теңсіз, бірақ стационар күйінің мүмкіндігін дұрыс тағайындайды.

Ю.Л.Климонтович, сұйықтардағы турбуленттік, өзқауым процесіне жататынын дәлелдеді. Турбуленттік күйдегі энтропия өндірісі ламинарлық күйдегіден кем. Сондықтан Пригожин теоремасының жалпылама мағынасында $\sigma_{op} \leq \sigma_{op-cm}$ теңсіздігін тағайындайтын кең мағыналы «өзқауым процестеріндегі минимум принципі» туралы айтуға болады.

§ 12. ИНФОРМАЦИЯНЫҢ МАКСИМУМ ПРИНЦИП. КОЛМОГОРОВ ЭНТРОПИЯСЫ

Егер информацияны жүйенің анықталуына қажетті өлшем деп түсінсек, онда мағынасы жағынан информацияның максимум принципі энтропияның максимум принципіне барабар. Жоғарыда айтылғандай, термодинамиканың екінші баста-

масының информациялық түсіндірмесін көбінесе тепе-теңсіз жүйелерге қолдану ыңғайлы. I. Джеймс информациялық энтропияның максимум принципінен мына шарттар орындалғанда:

$$S = - \sum_i P_i \ln P_i \quad (31)$$

$$\sum_i P_i f_i^{(k)} = f_k, \quad \sum_i P_i = 1 \quad (32)$$

термодинамиканың барлық негізгі формулаларын шығарып алуға болатынын көрсетті. (32) шарттардың біріншісі сақталу заңдарына сәйкес. Мысалы, f_k жүйенің k – күйдегі энергиясы екендігін білдіреді. (31) формуламен анықталған энтропия экстремумы теориялық физикада кеңінен қолданылатын лагранждың көбейткіштер әдісімен ізделінеді. Белгісіз коэффициенттер P_i -ді нормалау шартынан табылады.

Сонда тепе-теңсіз құбылыстарды сы жолмен зерттеудегі негізгі қиындық ашық бейсызық диссипативті жүйенің сақталу заңдарын адекватты, дәл таңдап алуға тіреледі.

Информациялық энтропия үшін Шеннон формуласы Колмогоров энтропиясы (K – энтропия) арқылы кез-келген өлшемділікті динамикалық жүйеге жалпыланады. d – өлшемділікті фазалық кеңістік (жылдамдық-координата айнымалылар кеңістігі) мөлшерлі ұяшықтарға бөлінсін. Жүйенің күйі τ уақыт аралығында өлшенеді. $P_{i_0 \dots i_n}$ – фазалық нүкте $X(t=0) - i_0$ ұяшығында болатындығының, ал $X(t=\tau) - i_n$ ұяшығында болуына сай келетін ықтималдық. Сонда K – энтропия мына формуламен есептеледі:

$$K = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{l \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau} \sum_{i_0 \dots i_N} P_{i_0 \dots i_N} \ln P_{i_0 \dots i_N}. \quad (33)$$

K – энтропия метрлік түсінік, себебі өлшемді анықтаумен байланысты. (29) өрнек ықтималдың өлшемі үшін q ретті Реньи энтропиясының дербес жағдайы, демек

$$K_q = \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{l \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\tau(1-q)} \ln \sum_{i_0 \dots i_N} P_{i_0 \dots i_N}^q. \quad (34)$$

(33) өрнек $q \rightarrow 1$ кезінде (34)-ші формуланың шегі болып табылады.

K – энтропия жалпы саны m оң Ляпуновтың көрсеткіштерінің қарапайым қосындысымен анықталады

$$K = \sum_i^m \lambda_i^+, \quad (35)$$

Бұл өрнектен туындайтын нәтиженің мәні (31) берілген нүктеде анықталған Ляпуновтың оң таңбалы көрсеткіштеріне про-

порционал екендігінде. Қозғалыстың экспоненциалды орнықсыздығы мынадай формуламен сипатталады:

$$D(t) = D(0)e^{kt}, \quad D(t) = \sum_{i=1}^N ((x_{1i}(t) - x_{2i}(t))^2)^{\frac{1}{2}}$$

мұнда $D(t)$ – t уақыт мезетіндегі «1», «2» фазалық нүктелері арасындағы қашықтық, $D(0)$ – сөйкес бастапқы қашықтық, ал $K = K(t)$ Колмогоров энтропиясы.

§ 13. АШЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ӨЗҚАУЫМ ДӘРЕЖЕСІНІҢ БЕЛГІ-ШАРТЫ

Жалпы қабылданған термин бойынша (6) P_i ықтималдықпен пайда боатын (жоғалатын) құрылымның синергетикалық информациясы I_i мына түрде өрнектеледі:

$$I_i = -\ln P_i = 1, \quad (36)$$

ал оның орта мәні – информациялық энтропия (9) өрнек бойынша анықталады. Өзқауым жүйелердің әмбебап қасиетіне: оның иерархиялық деңгейлерінің өзұқсастығы, энергияның үздіксіз мөндерін алу мүмкіндігін тудыратын масштабты инварианттық сипаттамасы жатады. Бұндай қасиеттер күшті әсерлі динамикалық-информациялық жүйелерде (турбуленттік орта, биологиялық объектілер және т.б.) байқалады.

Құрылымның жүзеге асу ықтималдығын (P) үздіксіз айнымалы информацияның (I) функциясы ретінде елестетейік:

$$P(I) = e^{-I}, \quad \int_0^{\infty} P(I) dI = 1,$$

бұл үздіксіз жағдайға сөйкес (12) формуладан туындайды.

Ықтималдық оның тығыздығының таралу функциясы $f(I)$ арқылы өрнектеледі:

$$P(I) = e^{-I} = \int_I^{\infty} f(I) dI, \quad (37)$$

мұнда интегралдау шектері мынадай өзгеру интервалдарына, $1 \geq P \geq 0$, $0 \leq I \leq \infty$, сөйкес келеді. Бұл қатынасты мынадай функция қанағаттандырады:

$$f(I) = P(I) = e^{-I}, \quad \int_0^{\infty} f(I) dI = 1. \quad (38)$$

Информацияның байқалу ықтималдығының функциясы $P(I)$ ықтималдық тығыздығының функциясымен – $f(I)$ тең. Информация өзұқсас жүйенің кез-келген иерархиялық деңгейіне тең, оның ажыратылмайтын сипаттамасы болып табылады,

яғни, жүйенің бөлігі, тұтас жүйе туралы толық информация бере алады. (14) өрнекті ескеріп, өзұқсас жүйелердің информациялық энтропиясын мына түрде жазуға болады:

$$S(I) = - \int_I^{\infty} f(I) I dI = (I+1)e^{-I}, \quad (39)$$

мұнда бөлшектеп интегралдау әдісі пайдаланылды.

Өзұқсастық, яғни, өртүрлі масштабтағы қайталану, қайсы-бір сипатты функцияның өзінің аргументімен тең екендігін білдіреді. Сондықтан, өзұқсастықтың белгішарты ретінде қозғалмайтын нүктелеріндегі $P(I)$ ықтималдық функциясының мәні мен информациялық энтропия $S(I)$ -дің мәні алынады. Яғни, өзқауым процесінің сипатты функцияларының қозғалмайтын нүктелері өзұқсастық белгілері болады:

$$P(I_1)=I_1, \quad e^{-I_1}=I_1, \quad I_1=0,567, \quad (40)$$

$$S(I_2)=I_2, \quad (I_2+1)e^{-I_2}=I_2, \quad I_2=0,806 \quad (41)$$

I_i сандарының мағынасының мұндай түсіндірмесі информация мен энтропияның i нөмірі бойынша иерархиялы деңгейлердегі дамуын бақылауға мүмкіндік береді. (41) шарттан $I+1 \approx I$ жағдайында (40) шығады, сондай-ақ $I \ll 1$ кезінде экспонентті функцияны жіктегенде бірінші жуықтауды ескеріп мынаны алады:

$$I_3^2 + I_3 - 1 = 0, \quad I_3 = 0,618. \quad (42)$$

«Алтын қиманы» анықтайтын I_3 Фибоначчи саны динамикалық бейберекеттік теориясында, ғылымның басқа салаларында «ең нашар» (зандылығы жоқ) иррационал сан ретінде қолданылады. Күрделі жүйенің екі шеткі күйлерін: кездейсоқ, информациялық ($I = -\ln P$ арқылы) және орталанған, энтропиялық ($S(I)$ арқылы) сипаттауға мүмкіндік беретін I_1, I_2 сандары, Фибоначчи санының жалпыламалары болып табылады.

§ 14. РЕТТІЛІК ПЕН БЕЙБЕРЕКЕТТІК ҮЙЛЕСІМДІЛІГІНІҢ ӨМБЕБАП МӨЛШЕРЛІК БЕЛГІ-ШАРТТАРЫ

Осы I_1, I_2 сандарының физикалық мәнін дәлдігі аз, бірақ түсінікті әдіс арқылы толығырақ ашуға болады. Шеннон бойынша берілген Y мәнінде X шамасы туралы информация шартсыз және шартты энтропиялардың айырымымен анықталады:

$$S_1(X) - S_1\left(\frac{X}{Y}\right) = I_1(X) > 0. \quad (43)$$

«Физикалық бейберкеттік» энтропиясын ($S_1(X)$) анықталмағандық нормасы ретінде алсақ мынадай

$$I + S = 1, \quad (44)$$

мұндағы $I = \frac{I_1}{S_1(X)}$, қайсыбір X сипаттамасы бойынша жүйе туралы анықталғандықтың, реттіліктің (информация), ал $S =$

$$= \frac{S_1\left(\frac{X}{Y}\right)}{S_1(X)} - \text{қайсыбір } X \text{ сипаттамасы бойынша жүйе туралы}$$

анықталмағандықтың (энтропия) салыстырмалы өлшемдері.

Бұл қатынас кез-келген күрделі жүйенің өзара үйлескен альтернативті сипаттамаларын: детерминизм мен индетерминизмді, симметрия мен асимметрияны, реттілік пен бейберкеттікті және т.б. байланыстырады. Жүйенің осы альтернативті сипаттамаларының үйлесімділігі олардың салыстырмалы өлшемдерінің пропорционал өзгеретінін білдіреді:

$$\lambda \frac{dI}{I} = \frac{dS}{S} = \frac{d(1-I)}{1-I}, \quad (45)$$

бұдан

$$\lambda \ln I = \ln(1-I), \quad \lambda = \frac{\ln(1-I)}{\ln I},$$

мұнда I, S шамаларының өлшем бірліктерін еркін тандап ала отырып интегралдау тұрақтысын нөлге теңестіруге болатындығы ескерілді. Сонда, (45) теңдеу мынадай алгебралық теңдеуге барабар болып шығады:

$$I^\lambda + I - 1 = 0. \quad (46)$$

Бұл теңдеу, дербес жағдайларда, λ параметрі мен айнымалы I мәніне дәл мағына береді. М.Фейгенбаум тағайындаған периодтың екі еселену бифуркациясын – табиғи құбылыстар эволюциясының әмбебап заңдылығын негізге алып, $\lambda = 2^n$ деп жазалық. Мұнда n жүйе эволюциясының иерархиялық деңгейінің күрделілігінің реттілік мәніне ие деп саналады. Жүйенің статикалық күйіне $n = 0$, $\lambda = 1$ мәндері сәйкес, ал (44) теңдеуден $I = S = \frac{1}{2}$. Динамикалық жүйе эволюциясының бірінші иерархиялық деңгейі ($n=1, \lambda=2$) Фибоначчи санына тең ($I_3=0,618$) сипаттамалық пропорциямен анықталады.

Динамикалық және статикалық күйлердің арасында, I_1 санымен анықталатын, жүйенің информациялық күйлері (түзілудің басталуы мен стохасталынуы) жүзеге асады деп күтіледі. $\lambda = 1,5$ кезінде $I = 0,57 \sim I_1$. Егер $n = 3$ болса, жүйенің энтро-

пия функциясының I_2 қозғалмайтын нүктелерімен сипатталатын ішкі реттілікке ие, ең күрделі статистикалық күйі сипатталады. Ли-Йорке теоремасы бойынша «үш периоды бейберекеттікті білдіреді» (10). (46) тендеудің $\lambda = 2^3 = 8$ кездегі шешімі $I = 0,811 \approx I_2$.

I_1, I_2 сандары, жүйе өз эволюциясының өртүрлі сапалы деңгейлерінде тудыратын, информациялар жиынының фракталдық өлшемділігінің ең кіші мәні деп те түсіндіріледі.

I_1 саны мәні I_1 -ге тең информация тудыратын құрылымдардың өзіндік үйлесімді жүзеге асу ықтималдығын анықтайды. Аз информациялы (жиі кездесетін, изотроптық) құрылымдар I_1 -ге қарағанда үлкен ықтималдықпен жүреді. Ішкі құрылысы ескерілмейтін, ең қарапайым құрылымдардың I_1 шамасын, локалды энтропия деп қарастыруға болады. Демек, I_1 – динамикалық түрде сипаттауға болатын құрылымның максимал энтропиясын анықтайды. I_1 статистикалық сипаттау тұрғысынан минимум энтропия болып есептеледі, информацияның одан төмен мәндерінде қарастырылып отырған объектінің, синергетикалық мағынасы жоғалады.

Жоғарыда айтылғандардан, I_1, I_2 сандары, табиғаты өртүрлі, өте күрделі құбылыстарды сипаттауға қолданылатыны анықталды. Бұл сандар скейлинг көрсеткіштерінің γ_1, γ_0 (үздіксіз процестер үшін) нақтыланған мәндері болып табылады. Бұның дәлелдемесі мультифракталдар теориясынан туындайды. Мультифракталдарды өзара әсерлесетін фракталдар деп қарастыруға болады (2,6).

ЖАТТЫҒУ ЕСЕПТЕРІ

1. I_1 және I_2 өзұқсастық белгі-шарттарының дара және орнықты екендігін дәлелдендер.

Нұсқау. Өзұқсастыққа ұмтылу процесін дискретті тізбектілік ретінде елестетейік, Яғни,

$$I_{i+1} = e^{-I_i}, \quad i=0, 1, 2, \dots$$

$$I_{i+1} = (I_i + 1) \cdot e^{-I_i}$$

I_0 -дің бастапқы мәніне байланыссыз жеткілікті дәрежеде интерациялаулар I_1 және I_2 мәндерін алуға мүмкіндік береді.

2. Тепе-тең күйдің дисперсиясы мен энтропияның байланысын тағайындаңыз.

Нұсқау. Тепе-тең күйдің ықтималдық функциясы мына түрде жазылады.

$$f(x) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),$$

мұндағы σ^2 – дисперсия, x – қайсыбір физикалық шама, ал $f(x)$ – Гаусстың таралу функциясы. Үздіксіз шаманың таралу энтропиясының анықтамасынан

$$S = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \ln x dx = - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \left[-\frac{\ln(2\pi\sigma^2)}{2} - \frac{x^2}{2\sigma^2} \right] = \ln(\sqrt{2\pi e} \cdot \sigma),$$

бұл жерде $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \sigma^2$ теңдігі пайдаланылды.

3. Айнымалы n шамасының ие бола алатын мәндерінің саны M болсын және ол осы, берілген жүйенің тепе-тең күйіне сәйкес келсін. Жүйе энтропиясының ең жоғары мәнге ие екендігін дәлелдендер.

Нұсқау. Есептің шарты бойынша P_0 – ықтималдықтың тепе-тең таралу функциясы және S_0 – энтропиясы мына түрде жазылады:

$$P_0 = \frac{1}{M}, \quad S_0 = \ln M.$$

Осы энтропия мен ықтималдықтың кез-келген P_n таралуы кезіндегі энтропияны салыстырамыз:

$$S_0 - S_n = \sum_n \ln(M \cdot P_n) P_n \geq \sum_n \left(1 - \frac{1}{M \cdot P_n}\right) = 0,$$

яғни $S > S_n$. Мұнда біз мынадай белгілі теңсіздікті пайдаландық:

$$\ln a \geq 1 - \frac{1}{a}, \quad \text{ал } a = M \cdot P_n.$$

ӨЗІН-ӨЗІ БАҚЫЛАУҒА АРНАЛҒАН СҰРАҚТАР

1. Энтропияның өсуіне кедергі жасайтын процестер ...

- A. Стационар күйге өкеледі
- B. Информацияның кемуіне өкеледі
- C. Жүйенің бейберекеттігіне өкеледі

2. Жиын элементтерінің арасындағы сәйкестікті анықтандар:

Терминдер	Формулалар
1) Больцманның физикалық энтропиясы	A. $dS = \frac{\delta Q}{T}$
2) Шеннонның информациялық энтропиясы	B. $S = k \ln W$
3) Клаузиустың термодинамикалық энтропиясы	C. $S = - \sum_i P_i \ln P_i$

3. Бөліктерінің бірдей ықтималдықпен таралуында жүйенің анықталмағандығы ...

- A. Ең үлкен мөнге жетеді
- B. Ең кіші мөнге ие болады
- C. Өзгермейді

4. Информация ...

- A. Анықталмағандық өлшемі
- B. Реттілік өлшемі
- C. Бейберекеттік өлшемі

5. Клаузиус энтропиясын тікелей өлшеудің қиындығы неде?

6. Фракталдар өзқауым жүйелердің қатарына жата ма?

7. Кибернетика мен синергетиканың ұқсастығы мен айырмашылығы неде?

8. Синергетикалық жүйенің негізгі қасиеттерін атаңыз.

9. I_1, I_2, I_3 информациялық белгі-шарттардың мағынасы қандай?

ӘДЕБИЕТ

1. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. М.: Прогресс. 1986. – 256 с.
2. *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. – 254 с.
3. *Жанабаев З.Ж.* и др. Фракталы, информация, турбулентность. РИО ВАК РК, 2000. – 226 с.
4. *Николис Дж.* «Динамика иерархических систем». Эволюционное представление. М.: Мир. 1989. – 486 с.
5. *Ланду Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Ч.1. М.: Наука. 1976. – 583 с.
6. *Хакен Г.* Информация и самоорганизация. М.: Мир. 1991. – 240 с.
7. *Zhanabaev Z.Zh.* The informational properties of self organizing systems // rep (Nat) Acad. Of Scien of Rep. Of Kaz. 1996, № 5 – P 1424–1427.
8. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая теория открытых систем. М.: Янус. 1995. – 524 с.
9. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир. 1988. – 240 с.
10. *Жанабаев З.Ж.* Фрактальная модель турбулентности в струе // Изв. СО АН СССР, серия техн. Наук. 1988. В. 4. № 15. – С. 57–60.

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз	3
----------------	---

Бірінші бөлім

МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА

Кіріспе	4
---------------	---

I тарау. ГАЗДАРДЫҢ МОЛЕКУЛАЛЫ-КИНЕТИКАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ

§ 1. Физикалық құбылыстарды зерттеудің екі әдісі	6
§ 2. Молекулалық физиканың негізгі ұғымдары Зат мөлшері. Молекулалардың массасы	8
§ 3. Зат күйі. Идеал газ және изопроцестер.	11
§ 4. Температура және оны өлшеу әдістері	15
§ 5. Идеал газ заңдары. Абсолют температура	18
§ 6. Идеал газ күйінің негізгі теңдеуі	22
§ 7. Қоспа газдар үшін күй теңдеуі	25
§ 8. Газдардың молекулалы-кинетикалық теориясының негізгі қағидалары	27
§ 9. Молекулалы-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі	29
§ 10. Броундық қозғалыс	34
§ 11. Барометрлік формула. Больцман заңы	38
§ 12. Газ молекулаларының жылдамдықтары	42
§ 13. Газ молекулаларының жылдамдықтары бойынша Максвеллше таралуы	45
Есеп шығару үлгілері	54
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	60

II тарау. ГАЗДАРДАҒЫ ТАСЫМАЛДАУ ҚҰБЫЛЫСТАРЫ

§ 14. Молекулалардың еркін жол ұзындығы	61
§ 15. Молекулалық шоқтар және орта еркін жол ұзындығын анықтау тәсілдері	65

§ 16. Газдардағы тасымалдау құбылыстары	67
§ 17. Тасымалдау коэффициенттерінің арасындағы қатынастар	76
§ 18. Газдағы диффузия, тұтқырлық және жылу өткізгіштік коэффициенттерін анықтау әдістері	78
§ 19. Сиретілген газдардағы тасымалдау құбылыстары	83
§ 20. Төменгі қысымдарды алу	89
§ 21. Жоғарғы вакуумды өлшеу	21
Есеп шығару үлгілері	94
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	99

III тарау. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ БІРІНШІ БАСТАМАСЫ

Кіріспе	100
§ 22. Термодинамикалық жүйенің ішкі энергиясы	101
§ 23. Жұмыс және жылу мөлшері	104
§ 24. Термодинамиканың бірінші бастамасы	107
§ 25. Газдардың жылу сыйымдылығы	108
§ 26. Жылу сыйымдылықтың классикалық теориясы	112
§ 27. Жылу сыйымдылықтың классикалық теориясының кемшіліктері	115
§ 28. Кристалдардың жылу сыйымдылығы	117
§ 29. Жылу сыйымдылықтың кванттық теориясы	119
§ 30. Термодинамиканың 1-ші бастамасын изопроцестерге қолдану	128
§ 31. Газдағы дыбыс жылдамдығы	129
§ 32. Жылу мөлшері мен жылу сыйымдылықтарды өлшеу	130
Есеп шығару үлгілері	133
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	138

IV тарау. ТЕРМОДИНАМИКАНЫҢ ЕКІНШІ БАСТАМАСЫ

§ 33. Қайтымды және қайтымсыз процестер	140
§ 34. Термодинамиканың 2-ші бастамасы және оның маңызы	143
§ 35. Карно циклі және оның пайдалы әсер коэффициенті	145
§ 36. Карно теоремалары	149
§ 37. Техникалық циклдар	150
§ 38. Температураның идеал газдық және термодинамикалық шкалалары	154
§ 39. Энтропия	156

§ 40. Қайтымсыз процестердегі энтропия өзгерістері	159
§ 41. Энтропияның кейбір процестердегі өзгерістері және оны техникада пайдалану	161
§ 42. Еркін энергия және энтальпия	163
§ 43. Энтропия және ықтималдық. Термодинамиканың 2-ші заңының статистикалық және философиялық мәні . .	165
Есеп шығару үлгілері	169
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	173

V тарау. НАҚТЫ ГАЗДАР

§ 44. Нақты газдардың идеал газ заңдарынан ауытқуы	175
§ 45. Молекулалардың өзара әсерлесуі	176
§ 46. Ван-дер-Ваальс теңдеуі	178
§ 47. Ван-дер-Ваальс изотермасы мен тәжірибелік изотермаларды салыстыру	181
§ 48. Заттардың кризистік күйі	185
§ 49. Реал газдардың ішкі энергиясы және оның бос кеңістікке ұлғаюы	189
§ 50. Джоуль-Томсон құбылысы	191
§ 51. Газдарды сұйытту	196
§ 52. Төменгі температуралады алу	200
§ 53. Сұйық гелийдің қасиеттері	202
Есеп шығару үлгілері	204
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	208

VI тарау. СҰЙЫҚТАР

§ 54. Фазалық ауысулар	210
§ 55. Сұйықтардың құрылысы мен құрылымы	211
§ 56. Сұйықтардың қасиеттері	214
§ 57. Сұйықтардағы беттік керілу құбылысы	220
§ 58. Сұйықтың имек бетінің астына түсіретін қысымы	224
§ 59. Сұйықтардағы жұққыштық құбылысы	227
§ 60. Капиллярлық құбылыстар	230
§ 61. Булану және қайнау	233
§ 62. Қаныққан бу серпімділігінің сұйық бетінің қисықтығына тәуелділігі	237
§ 63. Сұйық пен будың тепе-теңдігі. Клапейрон-Клаузиус теңдеуі	238
§ 64. Ерітінділер	241
§ 65. Осмос және осмостық қысым	242
Есеп шығару үлгілері	246
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	250

VII тарау. ҚАТТЫ ДЕНЕЛЕР

§ 66. Кристалл және амоф денелер	251
§ 67. Кристалдардың құрылымы	252
§ 68. Кристалдық тордың түрлері	259
§ 69. Кристалдардың механикалық қасиеттері	263
§ 70. Кристалдардағы ақаулар	267
§ 71. Кристалдардың жылулық қасиеттері	270
§ 72. Қатты денелердің балқуы және кристалдануы	275
§ 73. Күй диаграммалары	277
§ 74. Сұйық кристалдар	281
§ 75. Полимерлер	282
Есеп шығару үлгілері	286
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	289

Екінші бөлім

БЕЙСЫЗЫҚ ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Кіріспе	290
-------------------	-----

I тарау. ДИНАМИКАЛЫҚ БЕЙБЕРЕКЕТТІК

§ 1. Динамикалық жүйелердегі бейберекеттік туралы	293
§ 2. Сызықты математикалық маятник	294
§ 3. Бейсызық маятник. Динамикалық жүйелердің стохасталынуы	296
Жаттығу есептері	302
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	304
Әдебиет	305

II тарау. ФРАКТАЛДАР

§ 4. Фракталдар теориясы	306
§ 5. Фракталдық өлшемділік	308
§ 6. Модельдік фракталдық объектілер	314
Жаттығу есептері	320
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	324
Әдебиет	325

III тарау. ИНФОРМАЦИЯ ЖӘНЕ ЭНТРОПИЯ

§ 7. Информация ұғымы физикада	326
§ 8. Информациялық энтропия.	330

§ 9. Энтропия балансының тендеуі. Энтропия өнімі.	332
§ 10. Больцман энтропиясы	334
§ 11. Энтропия өнімінің минимум принципі. Пригожин теоремасы.	336
§ 12. Информацияның максимум принципі. Колмогоров энтропиясы	337
§ 13. Ашық жүйелердің өзқауым дәрежесінің белгі-шарты . . .	339
§ 14. Реттілік пен бейберекеттік үйлесімділігінің өмбебап мөлшерлік белгі-шарты	340
Жаттығу есептері	343
Өзін-өзі тексеруге арналған сұрақтар	344
Әдебиет	345

Низан ІЛИЯСОВ

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСЫ

**(Молекулалық физика және
бейсызық физика)**

Оқу құралы

**Редакторы Есенова М.И.
Техникалық редакторы Суранова Т.
Компьютерде беттеген Мұхамедин Қ.Қ.**

Басуға 09.10.03 қол қойылды. Пішімі 60×90¹/16. Қаріп түрі «Школьная». Шартты баспа табағы 18,5. Есептік баспа табағы 19,0. Таралымы 1000 дана. Тапсырыс № 151.

«Білім» баспасы, 480009, Алматы қаласы, Абай даңғылы, 143.

«Тамыр» фирмасының компьютерлік-баспа жүйесінде беттелген. 480009, Алматы қаласы, Абай даңғылы, 143.

Тапсырушының файлдарынан Қазақстан Республикасы «Атамұра» корпорациясының Полиграфкомбинатында басылған, 480002, Алматы қ., Мақатаев к., 41.