

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тихоокеанский государственный университет»

Н. Г. Леонова

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

*Утверждено издательско-библиотечным советом университета
в качестве учебного пособия*

Хабаровск
Издательство ТОГУ
2015

УДК 330.42(075.8)
ББК У9(2Рос)

Рецензенты:

Доцент кафедры «Банковское дело» ФГБОУ ВПО «Хабаровская государственная академия экономики и права», канд. экон. наук *Л. В. Масюкова*

Доцент кафедры «Финансы и кредит» ФГБОУ ВПО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации», канд. экон. наук *Л. А. Езепчук*

Научный редактор:

Канд. экон. наук, проф. *В. А. Федоров*

Леонова, Н. Г.

Финансовая математика : учебное пособие / Н. Г. Леонова. - Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2015. - 104 с.
ISBN

Учебное пособие написано к курсу «Финансовая математика». В нем в доступной форме рассмотрены актуальные вопросы финансовой математики. В рамках представленной дисциплины анализируются общие вопросы организации финансовых расчетов. Автор пособия акцентирует свое внимание на основных принципах финансовой математики такие как наращение и дисконтирование. Каждый раздел учебного пособия снабжен контрольными вопросами и задачами аналитического и ситуационного характера. Учебное пособие предназначено для студентов всех форм обучения направления 080100.62 «Экономика».

УДК 330.42(075.8)
ББК У9(2Рос)

ISBN

©Тихоокеанский государственный
университет, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Деятельность любого хозяйствующего субъекта не обходится без использования математических методов. Отметим, что в сегодняшнее время активных преобразований в экономике нельзя пользоваться только субъективными методами в управлении финансами предприятия и других субъектов хозяйствования. Вследствие чего, математические методы занимают центральное место в процессе управления финансами субъекта. В основе указанных методов лежат методы финансовой математики, позволяющие проанализировать экономическую деятельность субъекта, оценить структуру финансового портфеля и измерить эффективность применяемого инструмента финансовых расчетов.

Целью изучения курса является раскрытие раздела прикладной математики, имеющей дело с математическими задачами, связанными с финансовыми расчетами. В процессе изучения «Финансовой математики» студент приобретет теоретические знания и практические навыки и умения в области использования различных прикладных математических методов.

К задачам изучения дисциплины относятся:

- ✓ изучение современных методов финансовых вычислений;
- ✓ ознакомление с основными направлениями количественного финансового анализа, с применяемым при этом математическим аппаратом;
- ✓ рассмотрение различных методов расчетов;
- ✓ измерение влияния отдельных факторов на финансовые параметры, взаимодействие этих параметров.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Уметь: вычислять наращенную сумму в случае кратного и непрерывного начисления процентов; проводить дисконтирование и удержание процентов; учитывать влияние инфляции на ставку процента; применять правила вычисления аннуитетов.

Знать: методы наращивания и дисконтирования стоимости денег и капитала; методы наращивания и дисконтирования денежных потоков (аннуитетов); методы учета основных финансовых рисков и их влияние на стоимость доходов и финансовых результатов деятельности субъекта.

Владеть: навыками расчета и учета эффективной процентной ставки; навыками приведения финансового потока к первоначальной или итоговой стоимости; навыками расчета доходности и дохода финансовой операции; навыками моделирования риска финансовой операции.

Успешное овладение курсом студентом достигается только в результате систематической работы, а также самостоятельной работы с литературой.

1. БАЗОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ФИНАНСОВЫХ МОДЕЛЕЙ

1.1. Основные понятийные категории, используемые в финансовой математике

Любая финансово-кредитная операция, инвестиционный проект или коммерческое соглашение предполагают наличие ряда условий их выполнения, с которыми согласны участвующие стороны. К таким условиям можно отнести: денежные суммы, временные параметры, процентные ставки и некоторые другие величины.

В практических финансовых операциях суммы денег вне зависимости от их назначения или происхождения, так или иначе, но обязательно, связываются с конкретными моментами или периодами времени. Для этого в контрактах фиксируется дата, срок, периодичность выплат. Фактор времени, особенно в долгосрочных операциях, играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Необходимость учета временного фактора вытекает из сущности любой финансовой операции и выражается в принципе неравноценности денег, относящихся к разным моментам времени.

Согласно указанному принципу сегодняшние поступления всегда ценнее будущих.

Предположим, есть сумма в 10 000 р., и есть возможность получить столько же через год. Кроме того, существует возможность положить деньги в банк на годовой депозит, а также получить кредит на такой же срок. Банковская ставка по обеим операциям равна 10 % годовых. Необходимо определить максимально возможное потребление в текущем и будущем периодах. Допустим S_t – доходы, полученные в период t ; P_t – часть дохода, направленная на потребление в периоде t ; r – процентная ставка по банковским операциям; $t = [0,1]$.

1. Наиболее простым является случай, когда полностью тратятся доходы, полученные в соответствующем периоде. Максимально возможное потребление для периодов $t = 0$ и $t = 1$:

$$\text{Max } P_0 = S_0 = 10 \text{ тыс. р.}$$

$$\text{Max } P_1 = S_1 = 10 \text{ тыс. р.}$$

максимальное потребление за два периода в этом случае будет равно:

$$\text{Max } P_{[0,1]} = S_0 + S_1 = 20 \text{ тыс. р.}$$

2. Если поместить в банк весь свой доход S , полученный в текущем периоде, то сумма дохода, доступная для потребления, через год составит:

$$P_0 = 0,$$

$$P_1 = 10 + 10(1 + 0,1) = 21 \text{ тыс. р.}$$

3. При полной гарантии получения 10 000 р. через год можно увеличить свое потребление в текущем периоде, воспользовавшись возможностью получения кредита в счет будущих доходов. Максимальная сумма кредита, которая может быть погашена за счет будущего дохода: $S_1 = 10/(1 + 0,1) = 9\ 091$ р. Тогда предельный объем потребления: $\text{Max } P_{[0,1]} = S_0 + S_1/(1 + r) = 19\ 091$ р.

Неравноценность двух одинаковых по величине, но разных по времени получения денежных сумм нашла воплощение в формулировке принципа временной неравноценности денег.

Из принципа временной ценности денег возникают следующие два важных следствия:

- ✓ необходимость учета фактора времени при проведении финансовых операций;
- ✓ некорректность суммирования и сравнения денежных величин, относящихся к разным периодам времени.

Таким образом, необходимость учета фактора времени требует применения специальных количественных методов его оценки.

Финансовые операции подразумевают наличие как минимум двух сторон сделки, которые друг перед другом несут определенные финансовые обязательства. При этом должен соблюдаться принцип финансовой эквивалентности, т.е. стороны должны нести эквивалентные финансовые обязательства.

Например, покупатель оплачивает рыночную цену облигации, а эмитент обязуется периодически выплачивать покупателю купонный доход и вернуть в конце срока сумму, равную номиналу облигации. При этом финансовые обязательства сторон эквивалентны и принцип финансовой эквивалентности соблюден.

Другой пример: страхователь оплачивает страховую премию, а страховщик обязуется выплатить страховую сумму, при наступлении страхового события. В отличие от первого примера, где платежи обеих сторон безусловны, платеж страховщика имеет вероятностный характер. Следовательно, финансовой эквивалентности обязательств каждой из сторон друг перед другом в данном случае нет.

Соблюдение принципа финансовой эквивалентности требует определения ключевых характеристик финансовых операций и навыка разбираться во влиянии различных параметров на результат финансовой операции.

В следующих темах нами подробно будут изучены два таких процесса, как наращение и дисконтирования, зависящие от фактора времени. Заметим, что в любой финансовой операции фактор времени играет ключевую роль.

1.2. Проценты и виды процентных ставок

Под процентами понимают абсолютную величину дохода от представления денег в долг в любой его форме: выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигации и т.д.

Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями, родилась еще в древности у вавилонян, которые пользовались шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных таблицах вавилонян содержатся задачи на расчет процентов. До нас дошли составленные вавилонянами таблицы процентов, которые позволяли быстро определить сумму процентных денег. Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применив так называемое тройное правило, т. е. пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов. Денежные расчеты с процентами были особенно распространены в Древнем Риме. Римляне называли процентами деньги, которые платил должник заимодавцу за каждую сотню. Даже римский сенат вынужден был установить максимально допустимый процент, взимаемый с должника, так как некоторые заимодавцы усердствовали в получении процентных денег. От римлян проценты перешли к другим народам.

В средние века в Европе в связи с широким развитием торговли особо много внимания обращали на умение вычислять проценты. В то время приходилось рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов, т. е. сложные проценты, как называют их в наше время.

При заключении финансового или кредитного соглашения стороны (кредитор и заемщик) договариваются о размере процентной ставки.

Под процентной ставкой понимается относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени – отношение дохода к сумме долга.

Временной интервал, к которому приурочена процентная ставка, называют периодом начисления (*running period*), его не следует путать со сроком начисления. В качестве такого периода принимают год, полугодие, квартал, месяц или даже день.

Капитализация процентов – это причисление процентов к сумме вклада, позволяет в дальнейшем осуществлять начисление процентов на проценты, то есть начисление процентов на проценты, используемое в некоторых видах банковских вкладов. То же, что и сложный процент. Проценты по вкладу с капитализацией могут начисляться ежедневно, ежемесячно, ежеквартально и ежегодно. Если их не выплачивают, то прибавляют к сумме вклада. В следующем периоде проценты будут начислены уже на большую сумму.

Процесс увеличения суммы денег во времени в связи с присоединением процентов называют *наращением* или ростом этой суммы. Обратное движение денег во времени от будущего к настоящему называется *дисконтированием*. Размер процентной ставки зависит от ряда как объективных, так и субъективных факторов, а именно общего состояния экономики, в том числе денежно-кредитного рынка, кратковременных и долгосрочных ожиданий его динамики, вида сделки, срока кредита, особенностей заемщика и кредитора.

В финансовом анализе процентная ставка применяется не только как инструмент наращивания суммы долга, но и в более широком смысле – как измеритель степени доходности.

В финансовой системе используется целый комплекс различных видов процентных ставок.

Во-первых, это процентные ставки, подверженные непосредственному регулированию. К ним относятся ставка рефинансирования ЦБ РФ, процентные ставки по его кредитам и по переучету им коммерческих векселей.

Во-вторых, это рыночные процентные ставки, которые делятся на аукционные и банковские. К первому виду принадлежат ставки по депозитам и банковским кредитам, размещаемым посредством аукционных торгов. Второй вид ставок включает стоимость привлекаемых банками депозитов при непосредственной работе с клиентами и ставки по кредитам, предоставляемым непосредственным заемщикам, т.е. предприятиям, организациям и населению.

Процентные ставки по депозитам и кредитам, в свою очередь, подразделяются на ставки по кредитам юридических и физических лиц.

В условиях инфляции существуют различия между номинальной и реальной ставкой процента, корректируемой с учетом инфляции. Именно реальная процентная ставка, а не номинальная имеет важное значение для принятия решения о пользовании кредитом. На основе различных подходов к методологии установления ставок могут быть рассчитаны годовые и эффективные ставки, которые измеряют тот реальный относительный доход, который приносят в целом за год.

В зависимости от исходной базы, суммы для начисления процентов различают простые и сложные проценты. Простые проценты предполагают применение ставки к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока пользования кредитом. Сложные проценты исчисляются применительно к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами.

В практических расчетах применяются различные виды процентных ставок. При этом стоит разграничивать термины проценты и процентные ставки.

2. НАРАЩЕНИЕ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО ПРОСТЫМ ПРОЦЕНТНЫМ СТАВКАМ

2.1. Способы расчета простых процентов при различных условиях

Ранее, в первой главе, были рассмотрены такие термины как наращение и дисконтирование. Под наращенной суммой ссуды, долга, депозита и т.д. понимают первоначальную ее сумму с начисленными процентами к концу срока начисления. Простым примером наращенной суммы можно назвать итоговую сумму кредита, взятого под определенный срок. Для определения формулы введем устойчивые буквенные обозначения.

ОБОЗНАЧЕНИЯ:

P – первоначальная сумма долга;

S – наращенная сумма долга, долг в конце срока;

i – ставка процентов;

n – срок ссуды.

Следовательно, формула наращения по простым процентам имеет следующий вид:

$$S_n = P(1 + ni)$$

Пример:

В какую сумму обратится через 5 лет долг, равный 10 тыс. р., при росте по простым процентам 5,5 %?

Решение: $S = 10(1 + 5 \times 5,5) = 12,75$ тыс. р.

К наращению по простым процентам прибегают при выдаче краткосрочных ссуд (на срок до 1 года) или в случаях, когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются.

При установлении срока уплаты ссуды менее чем через 1 год, необходимо установить ставку процента за данный период.

На практике применяются три основных метода, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Методы расчета срока ссуды

| № п/п | Метод | Характеристика | Расчет |
|-------|---|---------------------------|---------------------------------|
| 1 | Точные проценты, с точным числом дней ссуды | Данный метод используется | Он обозначается как 365/365 или |

Окончание табл. 1

| № п/п | Метод | Характеристика | Расчет |
|-------|--|--|---|
| | | центральными банками и крупными коммерческими банками, например Великобритания, США. | АСТ/АСТ |
| 2 | Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды | Банковский метод, распространен в межстрановых ссудных операциях, в таких странах как Франция, Бельгия и Швейцария. | Он обозначается как 365/360 или АСТ/360 |
| 3 | Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды | Данный метод применяется, когда не требуется большой точности, например в промежуточных расчетах. Применяется в таких странах как Германия, Швеция, Дания. | 360/360 |

В договоре иногда учитывается изменение ставки, в данном случае формула простых процентов примет вид:

$$S = P(1 + \sum n_t i_t)$$

В свою очередь, неоднократное наращение суммы по простым процентам в пределах заданного срока называется реинвестированием. Примером процесса реинвестирования можно назвать неоднократное вложение денег под определенный процесс в банк, например, когда физическое лицо неоднократно обращается в банковское учреждение для открытия депозитного счета, с одинаковыми процентами. Формула реинвестирования можно представить следующим образом:

$$S_n = P(1 + n_1 i_1)(1 + n_2 i_2) \dots (1 + n_t i_t)$$

Если ставка не меняется, то формула имеет следующий вид:

$$S_n = P(1 + nt)^m$$

где m – количество вложений.

В потребительском кредите проценты начисляются на всю сумму кредита и присоединяются к основному долгу уже в момент открытия кредита.

Погашение производится частями. Из сказанного следует, что наращенная сумма вычисляется по обычной формуле простых процентов, а разовый платеж равен:

$$R = S/nm$$

где n – срок кредита;

m – число платежей в году.

В связи с тем, что проценты начисляются на первоначальную сумму долга, а его фактическая величина систематически уменьшается во времени, действительная стоимость кредита заметно превышает договорную процентную ставку.

2.2. Дисконтирование по простым процентным ставкам

В финансовой практике часто сталкиваются с задачей, обратной наращению процентов: по заданной сумме S , которую следует уплатить через некоторое время n , необходимо определить сумму полученной ссуды P . Данная ситуация может возникнуть, например, при разработке условий контракта. В этих случаях говорят, что сумма S дисконтируется или учитывается, сам процесс начисления процентов и их удержание называют учетом, а удержанные проценты – дисконт или скидка. Такой прием часто называют приведением стоимостного показателя к некоторому, обычно начальному, моменту времени. Например, инвестор хочет определить сколько ему стоит инвестировать в объект, если он планирует получить 1 млн. р.

Величину P , найденную с помощью дисконтирования, называют современной стоимостью, или современной величиной, будущего платежа S , а иногда – текущей, или капитализированной, стоимостью. Современная величина суммы денег является одним из важнейших понятий в количественном анализе финансовых операций. В большинстве случаев именно с помощью дисконтирования, а не наращения, удобно учитывать такой факто, как время.

В зависимости от вида процентной ставки применяют два метода дисконтирования – математическое дисконтирование и банковский учет. В первом случае применяется ставка наращение, во втором – учетная ставка.

Математическое дисконтирование

Математическое дисконтирование представляет собой решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды. Ранее был

приведен пример про инвестора, который характеризует сущность дисконтирования. Нарастание и дисконтирование можно представить в виде рис. 1.

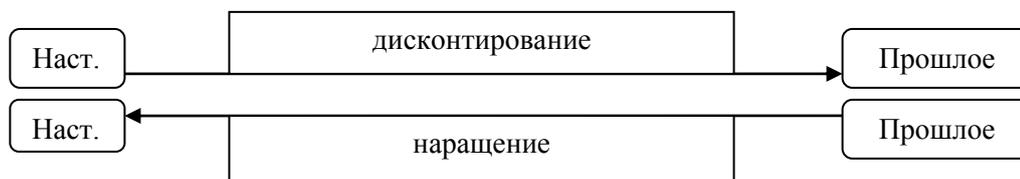


Рис. 1. Схема наращивания и дисконтирования

Следовательно, формула имеет вид:

$$P = S/(1 + ni)$$

Пример:

Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 310 тыс. р. Кредит выдан под 16 % годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням?

Решение: $P = 310/(1 + 180/365 \times 0,16) = 287328,52$ р.

Банковский учет

Операция учета (учета векселей) заключается в том, что банк до наступления срока платежа по векселю или другому платежному обязательству покупает его у владельца (являющегося кредитором) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом. Для расчета процентов при учете векселей применяется учетная ставка, которую мы обозначим символом d . Схематично процесс учета можно представить следующим образом:

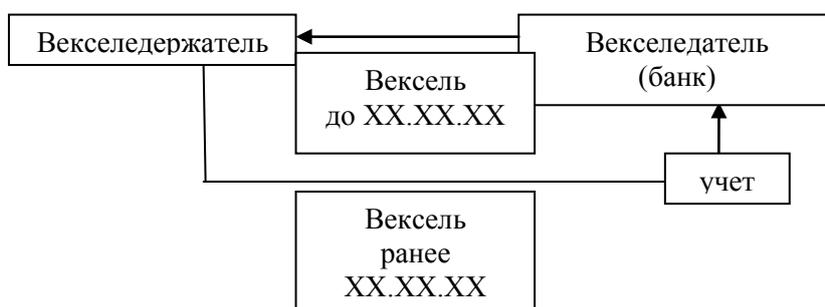


Рис. 2. Схема организации банковского учета

Размер дисконта или учета, удерживаемого банком, равен:

$$D = Snd,$$

$$\text{откуда } P = S - D = S - Snd = S(1 - nd)$$

Дисконтирование по учетной ставке производится чаще всего при условии, что год равен 360 дням.

Учетная ставка может использоваться для наращенной суммы, т.е. для расчета S . В этом случае из формулы следует, что

$$S = P/(1 - nd)$$

Заметим, если $n \geq 1/d$, расчет лишен смысла, т.к. наращенная сумма становится бесконечно большим числом.

В случае, когда учету подлежит долговое обязательство, предусматривающее начисление простых процентов на первоначальную сумму долга, необходимо решить две задачи: определить конечную сумму долга на момент его погашения; рассчитать сумму, получаемую при учете, путем дисконтирования конечной суммы долга, применяя учетную ставку, действующую в момент учета.

Решение двух этих задач можно записать в виде одной формулы, содержащей наращение по ставке простых процентов, фигурирующей в долговом обязательстве, и дисконтирование по учетной ставке:

$$P_2 = P_1(1 + n_1i)(1 - n_2d)$$

где P_1 – первоначальная сумма ссуды,

P_2 – сумма, получаемая при учете обязательства,

n_1 – общий срок платежного обязательства, в течение которого начисляются проценты,

n_2 – срок от момента учета до погашения долга.

Пример:

Платежное обязательство уплатить через 100 дней 2 млн. р. с процентами, начисляемыми по ставке простых процентов 20 % годовых, было учтено за 40 дней до срока погашения по учетной ставке 15 %. Требуется определить сумму, получаемую при учете.

Решение: $P = 2(1 + 100/365 \times 0,20)(1 - 40/360 \times 0,15) = 2,074$

Таким образом, необходимо запомнить два вида дисконтирования. Банковский учет в отличие математического дисконтирования встречается только в случае использования векселя.

2.3. Определение срока ссуды и величины процентной ставки

Иногда задача ставится таким образом, что требуется найти временной интервал, за который исходная сумма при заданной ставке процентов вырастет до нужной величины, или срок, обеспечивающий определенный дисконт с заданной величины.

При использовании простой ставки наращенная i получаем

$$n = (S - P)/Pi,$$

а при учетной ставке d имеем

$$n = (S - P)/Sd.$$

Формулы дают срок, измеряемый в годах, но простые ставки в основном используются в краткосрочных операциях, когда срок исчисляется днями. В этом случае срок финансовой операции в днях выражается как

$$t = nK$$

где K – временная база (365 дней).

Уровень процентной ставки может служить мерой доходности операции, критерием сопоставления альтернатив и выбора наиболее выгодных условий.

$$i = (S - P)/Pn = (S - P)/P_t K$$

$$d = (S - P)/Sn = (S - P)/S_t K$$

Таким образом, наращение и дисконтирование представляет собой взаимосвязанные процессы.

Вопросы для повторения

1. Дайте определение процессу наращенная.
2. Дайте определение процессу дисконтирования.
3. Охарактеризуйте виды дисконтирования.
4. Перечислите методы наращенная по простым процентным ставкам.
5. Ответьте на вопрос: Что относится к реинвестированию?

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Ссуда в размере 1 млн. р. взята на срок с 28 января 2011 г. по 1 ноября 2012 г. под 30 % годовых. Найти размер погасительного платежа, применяя британский, французский и германский методы расчета. Сравните результаты, сделайте выводы.

Задача 2. Определите, какую долю составит процент от первоначальной ссуды, если срок ссуды 1,5 года, причем в первый год простая годовая ставка равна 30 %, а в каждом последующем квартале понижается на 1 %.

Задача 3. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов по простой ставке: первый год по годовой ставке 18 %, в каждом последующем полугодии ставка повышается на 1 %. Определите множитель наращивания за 2,5 года.

Задача 4. Определите размер наращенной суммы за один год, если первоначальная сумма равна 10 тыс. р., первые полгода годовая ставка простых процентов равна 18 %, а вторые 21 %.

Задача 5. Определите годовую ставку простых процентов, при которой сумма в 5 тыс. р. за три квартала возрастет до 6,5 тыс. р.

Задача 6. Банк принимает вклад на срок 90 дней под 18 %, а на 180 дней под ставку 18,4 %. Какой вариант вложения выгоднее и в каком случае?

Задача 7. Первый год годовая ставка простых процентов равна 8 %, а каждый последующий год увеличивается на 2 %. Через сколько лет удвоится первоначальная сумма (реинвестирования не предполагается)?

Задача 8. Коммерческая фирма открыла расчетный счет 12 января 2001 года, разместив на нем 120 тыс. р., 21 февраля со счета было снято 35 тыс. р., 17 марта поступило 52 тыс. р.. Простая ставка 18 % годовых. Чему равен остаток на конец первого квартала, на 31 марта? Британская практика расчета.

Задача 9. Определите сумму процентов, если ссуда в 3 млн. р. была получена на срок 6 месяцев при ставке простых процентов равных 24 % годовых.

Задача 10. Ссуда в размере 100 тыс. р. выдана на полгода по ставке 20 %. Определите наращенную сумму.

Задача 11. Кредит в размере 100 тыс. р. выдан со 2 марта до 11 декабря под 18 % годовых. Год високосный (366 дней). Определите размер наращенной суммы для различных вариантов расчета процента: точного, обыкновенного с точным числом дней и обыкновенного с приближенным числом дней.

Задача 12. Определите период начисления, за который первоначальный капитал в размере 200 тыс. р. вырастает до 650 тыс. р., если используется простая процентная ставка - 20 % годовых.

Задача 13. Определите простую ставку процентов, при которой первоначальный капитал в размере 240 тыс. р. достигнет 300 тыс. р. через 100 дней. Длительность года 365 дней.

Задача 14. Кредит выдается под простую ставку – 11 % годовых на 250 дней. Рассчитайте сумму, получаемую заемщиком, и сумму процентных денег, если величина кредита составляет 400 тыс. р.

Задача 15. Вкладчик внес в Сбербанк под определенный процент 20 тыс. р. Через полгода он снял со счета половину процентной прибавки, а основной вклад и оставшуюся прибавку оставил в банке. Еще через полгода у вкладчика на счету оказалось 26 400 р. Каков процент годовых по вкладу в Сбербанке?

Задача 16. Администрация региона получила кредит в банке на сумму 6 млн. р. сроком на 1 год. Процентная ставка по кредиту определена в 10,5 % для 1-го месяца, для 2-го месяца предусматривается надбавка к процентной ставке в размере 1,5 %, для 3-го и последующих месяцев – в размере 0,75 %. Определить сумму долга, подлежащую погашению по истечении срока займа.

Задача 17. В контракте предусматривается погашение обязательства в сумме 100 тыс. р. через 240 дней. Первоначальная сумма долга 90 тыс. р. Год принимается равным 360 дням. Определить доходность ссудной операции для кредитора в виде простых ставок начисления и учетного процента.

Задача 18. Через 210 дней у вас наступает срок платежа в размере 150 000 р. Какую сумму вы должны зарезервировать для погашения этого долга, если на указанный срок вы можете отдать ее займы под 17 % годовых? Временная база 365. Чему равен дисконт?

Задача 19. Тратта (переводной вексель) выдана на сумму в 300 000 р. с уплатой 25 декабря. Владелец учел его в банке 20 сентября по учетной ставке 16 %. Сколько получил владелец тратты? Расчет произвести по французской практике.

Задача 20. Вы приобрели трехмесячную ГКО за 960 р. за 80 дней до погашения. Номинал облигации 1000 р. Ставка 15 %. Какова доходность этой облигации к погашению, если ее измерять:

- А) простой годовой ставкой,
- Б) простой годовой учетной ставкой?

Задача 21. Какую сумму надо проставить в бланке векселя, если выдаваемая ссуда составляет 150000 р., срок 90 дней, простая годовая учетная ставка 18 %? Временная база 360.

Задача 22. Обязательство уплатить через 180 дней 120 000 р. с процентами из расчета 18 % годовых было учтено через 80 дней по учетной ставке 16 %. Рассчитать полученную при учете сумму и дисконт, полученный банком, если при использовании ставки наращенная применяется временная база 365, а в учетной операции 360.

Задача 23. За какой срок сумма в 10 тыс. р. возрастет до 12 тыс. р., если проценты начисляются по простой ставке 18 % годовых и применяется британская практика расчета процентов?

Задача 24. Стороны договорились, что из суммы кредита, выданного на 180 дней, удерживается дисконт в размере 11 %. Определите цену кредита в виде простой годовой учетной ставки и простой годовой ставки наращенная, если применяется германская практика расчета.

Задача 22. Два студента, Миша и Андрей, победили в конкурсе научных проектов. Миша занял первое место с призовой выплатой 150 тыс. р., Андрей был второй, и его выигрыш составил 110 тыс. руб. По легкомыслию, не обращая внимания на 20%-ю банковскую ставку и все время откладывая на потом, Миша получил свой выигрыш на два года позже Андрея. Кто больше заработал, Миша или Андрей?

Задача 23. Студент, который держит деньги на банковском счете при 8%-й ставке, решил подписаться на журналы. Годовая подписка стоит 12 долл., двухгодичная — 22 долл. Определить в какую сумму обошлась ему подписка на второй год.

3. НАРАЩЕНИЕ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ ПО СЛОЖНЫМ ПРОЦЕНТНЫМ СТАВКАМ

3.1. Начисление сложных годовых процентов

В средне- и долгосрочных финансово-кредитных операциях, если проценты не выплачиваются сразу после их начисления, а присоединяются к сумме долга, применяют сложные проценты. Базой для начисления сложных процентов в отличие от простых процентов не остается постоянной – она увеличивается с каждым шагом во времени. Капитализация процентов – присоединения начисленных процентов к сумме, которая послужила базой для их начисления. Именно сложные проценты являются наиболее распространенным способом определения итога финансовой операции. Видоизменяя формулу простых процентов получим:

$$S = P(1 + i)^n$$

где $(1 + i)^n$ – множитель наращения.

Пример:

Необходимо рассчитать долг через 3 года, равный 7 млн. р. при росте по сложной учетной ставке 15 % годовых.

Решение: $S = 7(1 + 0.15)^3 = 10,65$ млн.р.

Множитель наращения зависит от двух величин i и n . Увеличение срока при незначительном увеличении ставки приводит к устрашающим последствиям. Например, остров Манхеттан в США был куплен за 24 \$, спустя 350 лет стоимость острова уже оценивалась в 40 млрд. долл. Такой рост достигается при сложной ставке 6,3 % годовых. В свою очередь при большой процентной ставке должен быть небольшой срок погашения, иначе наращение бессмысленно. Проценты и срок находятся по формулам:

$$i = (\sqrt[n]{S/P}) - 1$$

$$n = \log(S/P) / \log(1 + i)$$

Для того чтобы сравнить методы наращения достаточно сравнить множители наращения. При одной и той же ставке i наращение сложных процентов идет быстрее, чем простых процентов, при длине периода

наращения более единичного и медленнее, если период наращивания менее единичного.

Пример: Сумма 800 наращивается по ставке 12 %, тогда наращенные суммы равны:

| % | 30 дней | 1 год | 3 года |
|------------------|---------|-------|---------|
| Простые проценты | 807,89 | 896 | 1088 |
| Сложные проценты | 807.48 | 896 | 1258.81 |

Наращение процентов m раз в году. Номинальная и эффективная ставка.

На сегодняшний день зачастую банковские институты используют начисление процентов не один, а несколько раз в году. Некоторые зарубежные компании практикуют даже начисление процентов ежедневно или при совершении конкретной операции.

Ставка, фиксируемая в договоре – номинальная ставка, а действительная ставка – эффективная. Например, годовая ставка 12 %, фиксируемая в договоре называется номинальной. Клиент оплачивает кредит поквартально, таким образом, период начисления равен 4 месяцам, т.е. множитель наращивания равен $(1 + 0,03)^4 = 1,126$, т.е. реальная ставка равна 12,6 %.

Таким образом, формулу наращивания по номинальной ставке можно представить следующим образом:

$$S = P(1 + j/m)^{mn}$$

где j – номинальная ставка %;

m – число периодов начисления в году.

Формула нахождения номинальной ставки и периода начисления:

$$n = \frac{\ln(\frac{S}{P})}{m \ln(1 + \frac{j}{m})}$$

$$j = m \left(\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} - 1 \right)$$

Пример: Сумма долга 200 тыс. р. Найдем наращенную сумму, по процентам (сложные) равным 20 % годовых, начисление поквартальное, за 2 года.

Решение: $S = 200 (1 + 0,2/4)^{2*4} = 295,49$ тыс. р.

3.2. Дисконтирование по сложной процентной ставке

В первом пункте мы разбирали вопрос наращенная, а теперь рассмотрим обратный процесс. Формула дисконтирования имеет следующий вид:

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$$

В свою очередь период начисления и ставка дисконтирования определяется по следующим формулам:

$$n = \frac{\ln(\frac{S}{P})}{\ln(1+i)}$$

$$i = \sqrt[n]{S/P} - 1$$

Для случаев, когда проценты начисляются m раз в году, получим:

$$P = \frac{S}{(1 + \frac{j}{m})^{mn}}$$

Период начисления и ставка по номинальной ставке находятся по формуле:

$$n = \frac{\ln(\frac{S}{P})}{m \ln(1 + \frac{j}{m})}$$

$$j = m \left(\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} - 1 \right)$$

Стоит отметить, что чем выше ставка дисконтирования, тем сильнее дисконтирование при всех прочих равных условиях. Например, если увеличить ставку процента с 7 до 10 дисконтный множитель уменьшится с 0,934 до 0,909.

Влияние срока платежа на результат также очевидно; с увеличением срока величина современной стоимости убывает. Следовательно, высокие ставки бессмысленны для проведения дисконтирования.

Операции со сложной учетной ставкой

В практике учетных операций иногда применяют сложную учетную ставку. В этих случаях процесс дисконтирования происходит медленнее,

чем с применением простой учетной ставкой, т.к. каждый раз ставка применяется не к первоначальной сумме, а к сумме, дисконтированной на предыдущем шаге.

Формула дисконтирования по сложной учетной ставке имеет вид:

$$P = S(1 - d)^n$$

где d – сложная учетная ставка.

Пример:

Долговое обязательство на сумму 6 млн. р., срок оплаты наступит через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 6 %. Каков размер полученной за долг суммы и величина дисконта?

Решение: $P = 6(1 - 0,06)^5 = 4,13$ млн. р.

Если использовать простую учетную ставку, то получим:

$P = 6(1 - 5 \times 0,06) = 4,2$ млн. р.

Таким образом, для должника выгоднее дисконтирование по сложной учетной ставке. Период начисления и сложная учетная ставка дисконтирования определяется по следующим формулам:

$$n = \frac{\ln(\frac{P}{S})}{\ln(1 - d)}$$

$$d = 1 - \sqrt[n]{P/S}$$

Номинальная и эффективная учетная ставки.

Если дисконтирование проводится не один раз, а m раз в году, т.е. учет производится по номинальной ставке f/m . Формула дисконтирование по номинальной учетной ставке имеет следующий вид:

$$P = S(1 + \frac{f}{m})^{mn}$$

где f – номинальная годовая учетная ставка.

Период начисления и ставка по номинальной ставке находятся по формуле:

$$n = \frac{\ln(\frac{P}{S})}{m \ln(1 + \frac{f}{m})}$$

$$f = m(1 - \sqrt[mn]{\frac{P}{S}})$$

Эффективная учетная ставка во всех случаях, когда $m > 1$ меньше номинальной.

3.3. Непрерывное наращение и дисконтирование

В практике кредитных расчетов непрерывное наращение, т.е. за бесконечно-малые отрезки времени, применяется редко. Чаще данный вид операций применяется при финансовом проектировании. При непрерывном наращении процентов применяют особый вид процентной ставки – силу роста. Сила роста характеризует относительный прирост наращенной суммы за бесконечно малый промежуток времени.

Постоянная сила роста.

Как было сказано выше при использовании номинальной ставки наращенная сумма находится с помощью следующей формулы:

$$S = P(1 + j/m)^{mn}$$

Используя этот предел в выражении, окончательно получаем, что наращенная сумма в случае непрерывного начисления процентов по ставке j равна

$$S = Pe^{jn}$$

Для того, чтобы отличать ставку непрерывных процентов от ставок дискретных процентов, ее называют силой роста и обозначают символом δ .

$$S = Pe^{\delta n}$$

Проценты и период рассчитываются по следующей формуле:

$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{S}{P}\right)}{n}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{P}\right)}{\delta}$$

Сила роста δ представляет собой номинальную ставку процентов при $m \rightarrow \infty$. Дисконтирование на основе непрерывных процентных ставок осуществляется по формуле

$$P = Se^{-\delta n}$$

Проценты и период рассчитываются по ниже представленной формуле:

$$n = -\frac{\ln\left(\frac{P}{S}\right)}{\delta}$$

$$\delta = -\frac{\ln\left(\frac{P}{S}\right)}{n}$$

Пример:

Пусть начальное значение силы роста равно 10 %, процентная ставка непрерывно и линейно изменяется, прирост за год составляет 2 %. Срок наращивания 5 лет. Первоначальная сумма равна 2 млн. долл. Необходимо найти наращенную сумму.

Решение: $S = 2 \times 2,71^{0,1 \times 5 + 0,02 \times 5} = 3,94$

Таким образом, в данной главе были рассмотрены различные виды сложных процентных ставок. Сложные процентные ставки применяются повсеместно при проведении оценки инвестиционных проектов, а также осуществлении кредитных операций. Стоит различать сложные учетные ставки и простые ставки, а также эффективные и номинальные учетные и простые ставки. Отметим, что учетные ставки применяются только в случае проведения учета векселя.

Вопросы для повторения

1. Опишите наращение и дисконтирование по сложным ставкам.
2. Охарактеризуйте способы возникновения эффективной ставки.
3. Перечислите отличия между номинальной и эффективной ставкой?
4. Охарактеризуйте учетную ставку.
5. Перечислите случаи применения учетной ставки.
6. Перечислите различия между применением простой и сложной ставками.
7. Опишите применение силы роста.
8. Приведите пример применения силы роста.
9. Графически изобразите процесс дисконтирования.
10. Постройте схему взаимосвязи наращивания и дисконтирования.
11. Опишите процесс применения банковского учета.

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Сравните скорость наращивания суммы 1000 тыс. р. по простым и сложным процентам, если годовая ставка равна 12,5 % для сроков – год, полгода, месяц. Сделайте выводы.

Задача 2. Сложная ставка по кредиту равна 9 %, маржа в первый год установлена в размере 3 %, в последующие годы 2 %. Определите множитель наращивания за 4 года.

Задача 3. Кредит в размере 100 000 р. выдан на 2 года под ставку 20 %. Рассчитайте итоговую сумму долга.

Задача 4. Первоначальная сумма кредита равна 1 000 000 р., выдана на 3 года, по ставке 15 %. Необходимо определить конечную сумму долга.

Задача 5. 10.01.2012г. куплен пакет акций за 100 000 р. Продан 31.01.2012г. за 130 000 р. За время владения пакетом были выплачены дивиденды в размере 20 000 р. Какова доходность операций с пакетом акций, если банковская ставка по депозитам равна 14 %?

Задача 6. Чему равна эффективная ставка процента, если банк начисляет проценты ежемесячно исходя из номинальной ставки 14 %?

Задача 7. Должник получил 1 000 000 р. на 3 года, годовая учетная ставка равна 16 %. Какую учетную ставку, простую или сложную, выгоднее применить?

Задача 8. Сколько получит владелец векселя на сумму 200 000 р., если он учитывает его заранее 2 лет до срока погашения 3 лет? Расчет ведется по годовой сложной учетной ставке 12 %.

Задача 9. Рассчитайте итоговую сумму кредита, если первоначальная сумма равна 2 000 000 р., срок – 10 лет. и процентная ставка равна 17 %.

Задача 10. Сколько получит владелец векселя на сумму 500 000 р., если он его учитывает за 2,5 года до наступления срока погашения, если расчет ведется по годовой учетной ставке 20 %.

Задача 11. Кредит составляет 120 000 р. на срок 3 года по процентной ставке 20 %. Необходимо рассчитать первоначальную сумму кредита.

Задача 12. Какую сумму следует проставить в векселе, если выдается ссуда в размере 200 000 р. на 5 лет? В контракте предусматривается номинальная учетная ставка 23 % при годовом дисконтировании.

Задача 13. Вексель номинальной стоимостью 20 000 р. со сроком погашения 03.11.05, учтен 03.08.05 при 8 % годовых. Найти дисконт и дисконтировать величину векселя.

Задача 14. По одному из вкладов в банке в течение 20 лет накоплено 200 000 руб. Найти сумму, положенную на счет первоначально, если годовая процентная ставка составляет 8%.

Задача 15. Владелец векселя номинальной стоимости 19 000 р. и сроком обращения 1 год предъявил его банку-эмитенту для учёта за 60 дней до платежа. Банк учёл его по ставке 60 % годовых. Определить дисконтированную величину.

Задача 16. Ссуда в 600 тыс. р. выдана сроком на шесть лет под сложные проценты по ставке 20 % годовых. Определить проценты и сумму накопленного долга. Как изменится величина накопленного долга при снижении ставки процентов в два раза?

Задача 17. Пусть ставка налога на проценты равна 10 %. Процентная ставка – 30 % годовых, срок начисления процентов – 3 года. Первоначальная сумма ссуды 1 млн. р. Определить размеры налога на проценты при начислении простых и сложных процентов.

Задача 18. Предположим, что сила роста меняется линейно: а) растёт со скоростью 2 % за год; б) падает с той же скоростью (-2 %). Начальное значение силы роста составляет 8 %, а срок наращения – 5 лет. Найти множитель наращения для случая положительной и соответственно отрицательной динамики.

Задача 19. Две девушки, Алена и Катя, победили в конкурсе красоты. Алена заняла первое место с призовой выплатой 150 тыс. долл. Катя была второй, и ее выигрыш составил 100 тыс. долл. По легкомыслию, не обращая внимания на 20 %-ю банковскую ставку и все время откладывая на потом, Алена получила свой выигрыш на два года позже Кати. Кто больше заработал, Алена или Катя?

Задача 20. Мистер Х, желая удвоить наличную сумму, открыл депозит с начислением по простой ставке в 10 % годовых. Определить:

А) через сколько лет будет получена желаемая сумма?

Б) на сколько сократится срок ожидания при замене простого процента на сложный?

Задача 21. После кризиса банковской системы господин Иванов уже не доверял банкам и хранил свои деньги в валюте. Время шло, банковская система укрепилась, и господин Иванов стал подумывать, а не положить ли ему деньги на депозит. У него была накоплена 1 тыс. долл., но надежная когда-то валюта стала слабеть и отставать от евро, а рубль окреп и стабилизировался. Иванов задумался, в какой валюте выгоднее хранить деньги. Банк предложил ему следующие варианты вкладов: в рублях 15 %, долларах – 6 % и в евро – 5 % годовых. Помогите господину Иванову выбрать валюту вклада, если известны следующие условия:

а) рост доллара - 0,5 % в месяц; рост евро - 0,6 % в месяц; текущий курс доллара - 29 р., евро - 36 р.;

б) в конце года Иванов собирается:

- ✓ сделать крупную покупку в рублях;
- ✓ взять отпуск и отдохнуть в Турции;
- ✓ поехать в Европу.

Изменится ли ваш совет, когда вы узнаете о его планах?

Задача 22. Фирма желает взять заем на покупку нового оборудования, которое будет стоить 20000 ден. ед. и служить 1 год. Ожидается, что благодаря этому дополнительный годовой доход составит 1500 ден. ед. Фирма осуществит инвестиции в оборудование при условии, что процентная ставка составит...

Задача 23. Индивидуальный предприниматель купил оборудование на сумму 250 тыс. р., рассчитывая продать его в конце 1-го года за 300 тыс. р. за вычетом налогов. Какую доходность составят инвестиции?

Задача 24. Депозитная ставка равна 7 % с начислением по сложному годовому проценту. Определить период времени, по истечении которого процентные деньги сравняются с величиной вклада.

Задача 25. По условиям одного из двух обязательств должно быть выплачено 500 тыс. р. через 4 месяца; второго 540 тыс. р. Через 8 месяцев. Применяется простая процентная ставка 18 %. Какое из этих условий выгоднее для должника.

4. ПРОИЗВОДНЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ РАСЧЕТЫ

4.1. Эквивалентность процентных ставок

Как рассматривалось в первых главах процессы наращения и дисконтирования можно осуществлять с помощью различных видов ставок. При этом замена одной ставки на другую при учете принципа эквивалентности не изменит финансовый результат.

Процентные ставки различного вида, приводящие к одному и тому же финансовому результату за один и тот же срок, называются эквивалентными.

Равенство финансовых результатов означает то, что три величины - сумма первоначального долга P_0 , погашаемого долга S_n и срок долга n являются постоянными и безразлично, какой метод наращения (или дисконтирования) будет использован в операции. При этом замена одного вида процентной ставки на другой не изменяет финансовых отношений сторон в операции. Соотношения эквивалентности можно получить для любых процентных ставок, приравнивая соответствующие множители наращения или дисконтные множители.

На практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно денежное обязательство другим, например, с более отдаленным сроком платежа, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т.п. Ясно, что такие изменения не могут быть произвольными. Неизбежно возникает вопрос о принципе, на котором должны базироваться изменения условий контрактов. Таким общепринятым принципом является финансовая эквивалентность обязательств. Эквивалентными считаются такие платежи, которые, будучи "приведенными" к одному моменту времени, оказываются равными. Приведение осуществляется путем дисконтирования (приведение к более ранней дате) или, наоборот, наращения суммы платежа (если эта дата относится к будущему). Если при изменении условий контракта принцип финансовой эквивалентности не соблюдается, то одна из участвующих сторон терпит ущерб, размер которого можно заранее определить.

Применение принципа финансовой эквивалентности не ограничено рамками задач изменения контрактов. Он лежит в основе преобладающего числа методов количественного финансового анализа. По существу, принцип эквивалентности в наиболее простом проявлении следует из формул наращения и дисконтирования, связывающих величины P и S . Сумма P эквивалентна S при принятой процентной ставке и методе ее начисления. Две суммы денег S_1 и S_2 , выплачиваемые в разные моменты времени, считаются эквивалентными, если их современные (или

наращенные) величины, рассчитанные по одной и той же процентной ставке и на один момент времени, одинаковы. Замена S_1 на S_2 в этих условиях формально не изменяет отношения сторон.

Принцип финансовой эквивалентности платежей применяется при различных изменениях условий выплат денежных сумм: их объединении, изменении сроков (досрочном погашении задолженности или, наоборот, пролонгировании срока) и т.п. Общий метод решения подобного рода задач заключается в разработке так называемого уравнения эквивалентности, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к какому-либо моменту времени, приравнивается к сумме платежей по новому обязательству, приведенных к той же дате. Для краткосрочных обязательств приведение осуществляется обычно на основе простых ставок, для средне и долгосрочных – с помощью сложных процентных ставок. Заметим, что в простых случаях часто можно обойтись без разработки и решения уравнения эквивалентности.

Так, при применении простых процентных ставок получим

$$S = \sum S_j(1 + t_j \times i) + \sum S_i(1 + t_i \times i)^{-1}$$

Консолидацию платежей можно осуществить и на основе сложных процентных ставок.

$$S = \sum S_j(1 + i)^{t_j}$$

Пример:

Платежи в 1 и 2 млн. р. через 2 и 3 года уплаты, объединяются в один платеж со сроком 2,5 года. При консолидации используется сложная ставка в 20 %.

Решение: $S = 1000(1 + 0,2)^{0,5} + 2000(1 + 0,2)^{-0,5} = 2921$ тыс. р.

Если при объединении платежей задана величина консолидированного платежа S_0 , то возникает проблема определения его срока. В этом случае уравнение эквивалентности удобно представить в виде равенства современных стоимостей соответствующих платежей. При применении простой ставки - это равенство имеет вид

$$n = \frac{1}{i} \left(\frac{S}{\sum (1 + ni)^{-1}} \right) - 1$$

Перейдем к определению срока консолидированного платежа на основе сложных процентных ставок. Уравнение эквивалентности запишем следующим образом

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{Q}\right)}{\ln(1+i)}$$

Для частного случая, когда $S_0 = \sum S_j$ при определении срока консолидирующего платежа иногда применяют средний взвешенный срок:

$$n = \frac{\sum S_n}{S}$$

В свою очередь консолидация представляет собой объединение двух финансовых инструментов. При проведении консолидации необходимо учитывать также такой элемент как инфляция.

4.2. Налоги и инфляция

Следствием инфляции является падение покупательной способности денег, которое за период n характеризуется индексом J_n . Индекс покупательной способности равен обратной величине индекса цен J_p , т.е. $J_n = 1/J_p$, т.о. чем выше цены, тем ниже индекс покупательной способности.

Индекс цен показывает во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Если наращенная за n лет сумма денег составляет S , а индекс цен равен J_p , то реально наращенная сумма денег, с учетом их покупательной способности, равна

$$C = S/J_p.$$

Пусть ожидаемый средний годовой темп инфляции (характеризующий прирост цен за год) равен h . Тогда годовой индекс цен составит $(1+h)$.

$$J_p = (1 + h/100)$$

Пусть теперь речь пойдет о будущем. Если h ожидаемый темп инфляции за один период, то за несколько периодов n :

$$J_p = (1 + h/100)^n$$

Если наращение производится по простой ставке в течение n лет, то реальное наращение при темпе инфляции h составит:

$$C = \frac{S}{J_p} = P \frac{1 + ni}{J_p} = P \frac{1 + ni}{\left(1 + \frac{h}{100}\right)^n}.$$

Если наращение производится по сложной ставке в течение n лет, то реальное наращение при темпе инфляции h составит

$$C = \frac{S}{J_p} = P \frac{(1 + i)^n}{J_p} = P \left(\frac{1 + i}{1 + \frac{h}{100}} \right)^n$$

При этом при начислении простых процентов ставка, компенсирующая влияние инфляции соответствует величине

$$i' = \frac{J_p - 1}{n}$$

Ставку превышающую ставку i' называют положительной ставкой процента. Для избегания инфляции большинство инвесторов стараются корректировать ставку процента на инфляцию, т.е. на инфляционную премию. Итоговая величина ставки называется брутто-ставкой. Данную ставку определим как r .

$$r = i + \frac{h}{100}.$$

где h_t - это темп инфляции в периоде t .

Реальная ставка по простым процентам определяется по следующей формуле:

$$i = \frac{1}{n} \left(\frac{1 + nr}{J_p} - 1 \right).$$

Пример:

Рассчитаем реальную годовую ставку для следующих условий: годовой темп инфляции – 20 %, брутто-ставка – 25 %, n – 0,5 года. Индекс цен за половину года составил $1,2^{0,5} = 1,0954$.

Решение: $i = \frac{1}{0,5} \left(\frac{1 + 0,5 * 0,25}{1,0954} - 1 \right) = 0,054$

Реальная ставка по сложным процентам определяется по следующей формуле:

$$i = \frac{1+r}{1+h} - 1 = \frac{r-h}{1+h}.$$

Таким образом при осуществлении расчета ставки кредита, депозита и другого элемента необходимо в его составе учесть инфляцию.

4.3. Конвертация валюты

Рассмотрим совмещение конвертации (обмена) валюты и наращение простых процентов, сравним результаты от непосредственного размещения имеющихся денежных средств в депозиты или после предварительного обмена на другую валюту. Всего возможно 4 варианта наращения процентов:

1. Без конвертации. Валютные средства размещаются в качестве валютного депозита, наращение первоначальной суммы производится по валютной ставке путем прямого применения формулы простых процентов.

2. С конвертацией. Исходные валютные средства конвертируются в рубли, наращение идет по рублевой ставке, в конце операции рублевая сумма конвертируется обратно в исходную валюту.

3. Без конвертации. Рублевая сумма размещается в виде рублевого депозита, на который начисляются проценты по рублевой ставке по формуле простых процентов.

4. С конвертацией. Рублевая сумма конвертируется в какую-либо конкретную валюту, которая инвестируется в валютный депозит. Проценты начисляются по валютной ставке. Наращенная сумма в конце операции обратно конвертируется в рубли.

Операции без конвертации не представляют сложности. В операции наращения с двойной конвертацией имеются два источника дохода: начисление процента и изменение курса. Причем начисление процента является безусловным источником (ставка фиксирована, инфляцию пока не рассматриваем). Изменение же обменного курса может быть как в ту, так и в другую сторону, и оно может быть как источником дополнительного дохода, так и приводить к потерям. Далее мы конкретно остановимся на двух вариантах (2 и 4), предусматривающих двойную конвертацию.

Предварительно введем следующие ОБОЗНАЧЕНИЯ:

P_v – сумма депозита в валюте,

P_r – сумма депозита в рублях,

S_v – наращенная сумма в валюте,

S_r – наращенная сумма в рублях,

K_0 – курс обмена в начале операции (курс валюты в р.)

K_1 – курс обмена в конце операции,
 n – срок депозита,
 i – ставка наращенения для рублевых сумм (в виде десятичной дроби),
 j – ставка наращенения для конкретной валюты.

ВАРИАНТ 1: ВАЛЮТА → РУБЛИ → РУБЛИ → ВАЛЮТА

Операция состоит из трех этапов: обмена валюты на рубли, наращенения рублевой суммы, обратное конвертирование рублевой суммы в исходную валюту. Нарощенная сумма, получаемая в конце операции в валюте, составит

$$Sv = PvK_0(1 + ni) \frac{1}{K_1}$$

где $k = K_1/K_0$ – темп роста обменного курса за срок операции.

Мы видим, что множитель наращенения m связан линейной зависимостью со ставкой i и обратной с обменным курсом в конце операции K_1 (или с темпом роста обменного курса k).

Далее определим максимально допустимое значение курса обмена в конце операции K_1 , при котором эффективность будет равна существующей ставке по депозитам в валюте, и применение двойной конвертации не дает никакой дополнительной выгоды. Следовательно,

$$\max K_1 = K_0 \frac{1 + ni}{1 + nj}$$

Следовательно, депозит валюты через конвертацию в рубли выгоднее валютного депозита, если обменный курс в конце операции ожидается меньше $\max K_1$.

ВАРИАНТ: РУБЛИ → ВАЛЮТА → ВАЛЮТА → РУБЛИ

Рассмотрим теперь вариант с двойной конвертацией, когда имеется исходная сумма в рублях. В этом случае трем этапам операции соответствуют три сомножителя следующего выражения для наращенной суммы

$$Sr = \frac{Pr}{K_0} (1 + nj)K_1$$

Здесь также множитель наращеня линейно зависит от ставки, но теперь от валютной ставки процентов. От конечного курса обмена он также зависит линейно. Проведем теоретический анализ эффективности этой операции с двойной конвертацией и определим критические точки.

Следовательно, если ожидаемые величины K_1 меньше своих критических значений, то операция явно убыточна ($i_{эфф} < 0$). Минимально допустимая величина k (темпа роста валютного курса за весь срок операции), обеспечивающая такую же доходность, что и прямой вклад в рублях, определяется путем приравнивания множителей наращеня для альтернативных операций (или из равенства $i_{эфф} = i$).

$$\min K_1 = K_0 \frac{1 + ni}{1 + nj}$$

Следовательно, депозит рублевых сумм через конвертацию в валюту выгоднее рублевого депозита, если обменный курс в конце операции ожидается больше $\min K_1$.

Вопросы для повторения

1. Дайте понятие финансовой эквивалентности.
2. Что относится к инфляции и темпу инфляции.
3. Чем различаются показатель темпа инфляции и индекс цен?
4. Перечислите способы конвертации валюты.

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Найдите эффективную годовую сложную учетную ставку, если номинальная учетная ставка равна 16 %, а дисконтирование предусматривается ежеквартальное.

Задача 2. Годовая ставка сложных процентов составляет 25 %. Чему равна эквивалентная сила роста?

Задача 3. Сила роста равна 20 % годовых. Чему равна эквивалентная годовая ставка сложных процентов?

Задача 4. Кредит предоставлен на 2 года под номинальную ставку 16 % при ежемесячном начислении процентов. За это время инфляция характеризовалась годовым темпом 17 %. Какова реальная (эффективная) ставка сложных процентов?

Задача 5. Ожидается рост цен на уровне 16 % в год. Желательна реальная доходность 15 % годовых. Чему должна быть равна объявленная ставка и инфляционная премия, чтобы обеспечить такую доходность, если срок операции 3 квартала и рассматриваются простые проценты?

Задача 6. Вексель был учтен за 100 дней до наступления срока погашения по простой учетной ставке 16 %. Какой эквивалентной простой ставкой процентов измеряется доходность банка от этой операции? Временная база 365.

Задача 7. Годовая сложная процентная ставка равна 17 %. Определите эквивалентную сложную учетную процентную ставку.

Задача 8. В первом квартале применялась простая процентная ставка 15 %, во втором – 16 %, в третьем 15,5 %, в четвертом – 17 %. Чему равна средняя годовая ставка?

Задача 9. Найдите среднюю годовую ставку сложных процентов, если в первые 1,5 года ставка составляла 18 %, последующий год 15 %, и еще 1,5 года 16 %.

Задача 10. Какую ссудную сложную ставку должен применить банк, чтобы иметь положительную доходность, если депозитная ставка 18 % при сроке депозита 2 года и норме резервирования 10 %?

Задача 11. Студент имеет 100 долл. и решает: сберечь их или потратить. Если он положит деньги в банк, то через год получит 112 долл. Инфляция составит 14 % в год. Определить:

А) номинальную процентную ставку;

Б) реальную процентную ставку;

В) что бы вы посоветовали студенту;

Г) как повлияло бы на ваш совет снижение темпа инфляции до 10 % при неизменной номинальной ставке процента.

Задача 12. Для заключения одного 1000-долларового контракта на счет биржи требуется внести 10 % от объема контракта по текущему курсу. Допустим, что в условиях рассматриваемой задачи этот курс составляет 28 р. Известно, что к дате закрытия (13 апреля) котировочная цена снизилась по сравнению с ценой открытия (4 апреля) на 0,5 р. Определить годовую доходность от игры на понижение и на этой основе пояснить действие финансового рычага.

Задача 13. Иванов решает вложить 1 млн. р. на валютный депозит в долл. США. Валютный курс составляет 1 долл. США = 36,45 р. Срок операции составляет 3 года. Через три года курс валют изменится в меньшую сторону и составит 1 долл. США = 31,24 р. Оцените результат указанной финансовой операции.

Задача 14. Компания из Великобритании имеет дочернюю фирму в США, стоимость чистых активов которой составила на 1 января 560 тыс. долл. США. Курсы валют при этом составляли на 1 января – 1 фунт стерлингов = 1,75 долл. США, на 1 декабря того же года – 1 фунт стерлингов = 1,83 долл. США. Определить результат изменения валютного курса для английской компании.

Задача 15. Ожидается рост цен на уровне 4 % в год. Желательна реальная доходность составляет 10 % годовых. Чему должна быть равна объявленная ставка и инфляционная премия, чтобы обеспечить такую доходность, если срок операции 3 квартала и рассматриваются простые проценты?

Задача 16. Вексель был учтен за 10 дней до наступления срока погашения по простой учетной ставке 18 %. Какой эквивалентной простой ставкой процентов измеряется доходность банка от этой операции? Временная база 366.

Задача 17. Годовая сложная процентная ставка равна 19 %. Определите эквивалентную сложную учетную процентную ставку.

Задача 18. В первом квартале применялась простая процентная ставка 17 %, во втором – 15 %, в третьем 12,4 %, в четвертом – 19 %. Чему равна средняя годовая ставка?

Задача 19. Найдите эффективную годовую сложную учетную ставку, если номинальная учетная ставка равна 22 %, а дисконтирование предусматривается ежеквартальное.

Задача 20. Годовая ставка сложных процентов составляет 28 %. Чему равна эквивалентная сила роста?

5. ПОСТОЯННЫЕ И ПЕРЕМЕННЫЕ ФИНАНСОВЫЕ РЕНТЫ

5.1. Потоки платежей, их основные параметры

Потоки платежей довольно часто встречаются в практике, так например заработная плата выплачивается как правило, в виде потока платежей 2 раза в месяц, примерно через 15 дней. Плата за квартиру — поток, как правило, ежемесячных платежей. Семья откладывает на покупку автомобиля, внося ежемесячно на счет в банк некоторую сумму, и т.д.

Поток платежей – это последовательность величин самих платежей (со знаками) и моментов времени, когда они осуществлены.

Платеж со знаком плюс, который может быть опущен, – это поступление, платежи со знаком минус представляют собой выплаты. Поток называется конечным или бесконечным в зависимости от количества платежей в нем.

Пусть $R = [R_k t_k]$ – поток платежей, в нем R_k - платежи, t_k - моменты времени. Кроме того, предполагается, что известна ставка процента i , обычно неизменная в течение всего потока. Величина $R(0)$ называется современной величиной потока; если есть последний платеж, то величина потока в момент этого платежа называется конечной величиной потока.

Поток положительных платежей с постоянными промежутками между ними называется рентой. Например, рентой является последовательность получения процентов по облигациям, платежи по потребительскому кредиту и т.д. При этом стоит иметь в виду что аннуитетом называется платеж или рента с ежегодными выплатами (поступлениями).

Рента характеризуется следующими основными параметрами:

член ренты – размер отдельного платежа;

период ренты – временной интервал между двумя последовательными платежами;

срок ренты – время от начала первого периода ренты до конца последнего периода, процентная ставка.

Дополнительные условия и параметры:

число платежей в году;

способ и частота начисления процентов.

В практике применяют разные по своим условиям ренты. Рассмотрим классификации по основным признакам.

По количеству выплат членов ренты на протяжении года ренты делятся на годовые и r -срочные (r – количество выплат в году). Эти виды ренты называют дискретными. В практике встречаются и с такими последовательностями платежей, которые производятся так часто, что их

можно рассматривать как непрерывные, т. е. платежи, производимые в бесконечно малые отрезки времени. Заметим, что непрерывный, постоянный поток платежей можно трансформировать в дискретный поток с платежами в середине периодов. Такое преобразование практически не повлияет на точность результатов финансового анализа.

По величине своих членов ренты делятся на постоянные (с одинаковыми платежами) и переменные. Члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например арифметической или геометрической прогрессии, или несистематично (задаются таблицей). Нельзя не упомянуть о еще одном виде рент, с которым часто сталкиваются на практике при анализе производственных инвестиций. В таких рентах их члены задаются не конкретными величинами, а их статистическими распределениями. Этот вид рент ранее не рассматривался в классическом финансовом анализе.

По вероятности выплат ренты делятся на верные (*annuity certain*) и условные (*contingent annuity*). Верные ренты подлежат безусловной уплате. Выплата условной ренты ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события. Поэтому число ее членов заранее неизвестно. Условные ренты (условные аннуитеты) применяются в страховых расчетах.

По количеству членов различают ренты с конечным числом членов, т. е. ограниченные по срокам ренты (их срок заранее оговорен), и бесконечные, или вечные ренты (*perpetuity*). Использование последних вместо ограниченных с большим сроком рент обычно упрощает расчеты, не приводя к заметной потере точности получаемых экономических параметров.

По соотношению начала срока ренты и какого-либо момента времени, упреждающего начало ренты (например, начало действия контракта или дата его заключения), ренты делятся на немедленные и отложенные, или отсроченные (*deferred annuity*).

Важным является различие рент по моменту выплат платежей в пределах периода. Если платежи осуществляются в конце периодов, то соответствующие ренты называют обыкновенными или постнумерандо (*ordinary annuity*), если же платежи производятся в начале периодов, то их называют пренумерандо (*annuity due*). Иногда контракты предусматривают платежи или поступления денег в середине периодов.

Например, если ожидается отдача в постоянном размере в течение 10 лет спустя 2 года после завершения инвестиций, то такой поток поступлений представляет собой постоянную, отложенную, ограниченную ренту.

5.2. Нарращение суммы ренты

Рассмотрим общую постановку задачи. Допустим, имеется ряд платежей R_t , выплачиваемых спустя время t , после некоторого начального момента времени, общий срок выплат составляет n лет. Необходимо определить наращенную на конец срока сумму. Если проценты начисляются раз в году по сложной ставке i , то, обозначив искомую величину через S , получим

$$S = \sum_t R_t (1 + i)^{n-t}.$$

Современную стоимость такого потока также определим прямым счетом как сумму платежей, дисконтированных на начало срока. Обозначив эту величину A , получим

$$A = \sum_t R_t v^t,$$

где v^{nt} — дисконтный множитель по ставке i .

Нетрудно обнаружить, что между величинами A и S существует функциональная зависимость. В самом деле, дисконтируя сумму S , получим

$$Sv^n = \sum_t R_t (1 + i)^{n-t} \times v^n = \sum_t R_t v^t = A.$$

Основные характеристики используемые для расчета ренты:

A – современная стоимость ренты;

S – наращенная сумма ренты;

R – член ренты (размер платежа);

n – срок ренты;

p – число платежей;

m – количество начислений в году;

i – процентная ставка;

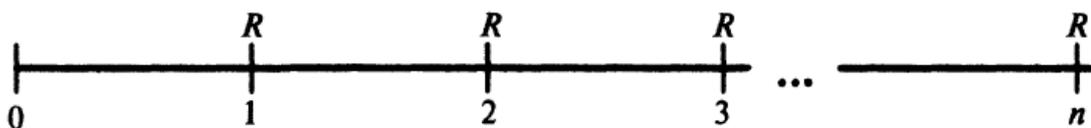
v – дисконтный множитель по ставке i .

Годовая рента.

Годовая рента – это самая простая рента: в ней только один платеж R в год, длительность ее n лет, годовая процентная ставка i . На рентные платежи начисляются сложные проценты.

Если платежи поступают в конце очередного промежутка, то рента называется *постнумерандо*, в начале – *пренумерандо*.

Изучим подробно конечную годовую ренту $\{R, n, i\}$ в общем виде:



Пусть в конце каждого года в течение n лет на расчетный счет вносится по R рублей, проценты начисляются один раз в года по ставке i . В этом случае первый взнос к концу срока ренты возрастет до величины $R(1 + i)^{n-1}$, так как на сумму R проценты начислялись в течение $n - 1$ года. Второй взнос увеличится до $R(1 + i)^{n-2}$ и т.д. На последний взнос проценты не начисляются. Таким образом, в конце срока ренты ее наращенная сумма будет равна сумме членов геометрической прогрессии

$$S = R + R(1 + i) + R(1 + i)^2 + \dots + R(1 + i)^{n-1},$$

Формула годовой ренты представлена в приложении.

Пример:

В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 млн. р., на которые начисляются проценты по сложной годовой ставке 10 %. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Решение:

$$S = 10 * \frac{(1+10\%)^3 - 1}{10\%} = 33,1$$

Годовая рента, начисление процентов m раз в году ($m > 1$)

В данном случае платежи производятся один раз в конце года, а проценты начисляются m раз в году. Это означает, что применяется каждый раз ставка j/m , где j – номинальная ставка процентов. Тогда члены ренты с начисленными до конца срока процентами имеют вид

$$R(1 + j/m)^{m(n-1)}, R(1 + j/m)^{m(n-2)}, \dots, R.$$

Если прочитать предыдущую строку справа налево, то нетрудно увидеть, что перед нами опять геометрическая прогрессия, первым членом которой является R , знаменателем $(1 + j/m)^m$, а число членов n . Сумма членов этой прогрессии и будет наращенной суммой ренты (См. Приложение)

Рента p -срочная, $m = 1$

Найдем наращенную сумму при условии, что рента выплачивается p раз в году равными платежами, а проценты начисляются один раз в конце

года. Если R – годовая сумма платежей, то размер отдельного платежа равен R/p . Тогда последовательность платежей с начисленными до конца срока процентами также представляет собой геометрическую прогрессию, записанную в обратном порядке:

$$\frac{R}{p}(1+i)^{n-\frac{1}{p}}, \frac{R}{p}(1+i)^{n-\frac{2}{p}}, \frac{R}{p}(1+i)^{n-\frac{3}{p}}, \dots, \frac{R}{p}$$

у которой первый член R/p , знаменатель $(1+i)^{1/p}$, общее число членов np . Тогда наращенная сумма рассматриваемой ренты равна сумме членов этой геометрической прогрессии (см. Приложение).

Рента p -срочная, $p=t$

В контрактах часто начисление процентов и поступление платежа совпадают во времени. Таким образом число платежей p в году и число начислений процентов t совпадают, т.е. $p = t$. Тогда для получения формулы расчета наращенной суммы можно воспользоваться аналогией с годовой рентой и одноразовым начислением процентов в конце года, для которой

$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Различие будет лишь в том, что все параметры теперь характеризуют ставку и платеж за период, а не за год.

Рента p -срочная, $p > 1, t > 1, t$ не равно p

Это самый общий случай p -срочной ренты с начислением процентов t раз в году, причем, возможно $p > t$. Первый член ренты R/p , уплаченный спустя $1/p$ года после начала, составит к концу срока вместе с начисленными на него процентами

$$\frac{R}{p} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m(n-\frac{1}{p})} = \frac{R}{p} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn-\frac{m}{p}}.$$

Второй член ренты к концу срока возрастет до

$$\frac{R}{p} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m(n-\frac{2}{p})} = \frac{R}{p} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn-2\frac{m}{p}}$$

и т.д. Последний член этой записанной в обратном порядке геометрической прогрессии равен R/p , ее знаменатель $(1 + j/m)^{m/p}$, число членов nt .

Отметим, что из нее легко получить все рассмотренные выше частные случаи, задавая соответствующие значения p и m .

5.3. Определение современной величины ренты

Пусть член годовой ренты равен R , процентная ставка i , проценты начисляются один раз в конце года, срок ренты n . Тогда дисконтированная величина первого платежа равна

$$R \frac{1}{1+i} = Rv,$$

Приведенная к началу ренты величина второго платежа равна Rv^2 т.д. В итоге приведенные величины образуют геометрическую прогрессию: $Rv, Rv^2, Rv^3, \dots, Rv^n$, сумма которой равна

$$A = Rv \frac{v^n - 1}{v - 1} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = Ra_{\overline{n}|i}$$

Как видим, коэффициент приведения ренты зависит только от двух параметров: срока ренты n и процентной ставки i . Поэтому его значения могут быть представлены в табличном виде.

Рента p -срочная, $p \geq 1, m \geq 1$

Аналогичные рассуждения позволяют получить формулу для расчета современной величины ренты в самом общем случае для произвольных значений p и m

$$A = R \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{p[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}$$

от которой нетрудно перейти к частным случаям при различных p и m , что представлено в ПРИЛОЖЕНИИ.

5.4. Анализ переменных потоков платежей

Временные интервалы между последовательными платежами в нерегулярном потоке могут быть любыми, не постоянными, любыми могут быть так же и члены потока. Обобщающие характеристики в этом случае получают только путем прямого счета:

Нарощенная сумма определяется по следующей формуле

$$S = \sum_t R_t (1 + i)^{n-t}$$

Переменная рента с разовыми изменениями размеров платежа.

Пусть общая продолжительность ренты n и этот срок разбит на k участков продолжительностью n_1, n_2, \dots, n_k , в каждом из которых член ренты постоянен и равен $R_t, t = 1, 2, \dots, k$, но изменяется от участка к участку. Тогда наращенная сумма для годовой ренты постнумерандо ($p = 1, m = 1$) вычисляется по формуле

$$S = R_1 S_{n_1, i} (1 + i)^{n-n_1} + R_2 S_{n_2, i} (1 + i)^{n-(n_1+n_2)} + \dots + R_k S_{n_k, i}$$

Современная величина как

$$A = R_1 a_{n_1, i} + R_2 a_{n_2, i} v^{n_2} + \dots + R_k a_{n_k, i} v^{n-n_k}$$

Рента с постоянным абсолютным приростом платежей.

Пусть размер платежей изменяется с постоянным приростом a (положительным или отрицательным). Если рента годовая постнумерандо, то размеры последовательных платежей составят $R, R + a, R + 2a, \dots, R + (n - 1)a$. Величина t -го члена равна $R_t = R + (t - 1)a$.

Тогда современная стоимость такой ренты равна

$$A = \left(R + \frac{a}{i} \right) a_{n, i} - \frac{nav^n}{i},$$

а наращенная сумма

$$S = \left(R + \frac{a}{i} \right) s_{n, i} - \frac{na}{i}.$$

Наращенная сумма рассчитывается по следующей формуле

$$S = \sum_{t=1}^{pn} \left(R + \frac{a(t-1)}{p} \right) (1 + i)^{n-\frac{t}{p}}.$$

Ренты с постоянным относительным изменением платежей.

Если платежи годовой ренты изменяются с постоянным темпом роста q , то члены ренты будут представлять собой ряд: $R, R_q, \dots, R_{q^{n-1}}$. Величина t -го члена равна $R_t = R_{q^{t-1}}$. Для того чтобы получить современную величину

ну, дисконтируем эти величины: $R_v, R_{qv^2}, \dots, R_{qn-1v^n}$. Мы получили геометрическую прогрессию.

Сумма этих величин равна

$$A = Rv \frac{q^n v^n - 1}{qv - 1} = R \frac{q^n v^n - 1}{q - (1+i)}$$

Наращенная сумма

$$S = F(1+i)^n = R \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)}$$

Для p -срочной ренты ($m = 1$):

$$A = R \frac{q^{np} v^n - 1}{q - (1+i)^{1/p}}$$

$$S = R \frac{q^{np} - (1+i)^n}{q - (1+i)^{1/p}}$$

5.5. Конверсия аннуитетов

В практике иногда возникает необходимость изменить условия финансового соглашения, предусматривающего выплату аннуитетов, то есть конвертировать ренту. Рассмотрим некоторые типичные ситуации.

Выкуп ренты. Выкуп ренты представляет собой замену предстоящей последовательности выплат единовременным платежом. Из принципа финансовой эквивалентности следует, что в этом случае вместо ренты выплачивается ее современная величина.

Рассрочка платежей. Это замена единовременного платежа аннуитетом. Для соблюдения принципа финансовой эквивалентности современную величину ренты следует приравнять величине заменяемого платежа. Далее задача обычно сводится к определению члена ренты или ее срока при остальных заданных параметрах.

Замена немедленной ренты на отсроченную. Пусть имеется годовая немедленная рента с параметрами R_1, n_1, i и ее необходимо заменить на отсроченную на t лет ренту, то есть начало ренты сдвигается на t лет. Обозначим параметры отложенной ренты как R_2, n_2, i . Ставку процентов при этом будем считать неизменной. Тогда может быть два типа расчетных задач.

1. Задан срок n_2 , требуется определить размер R_2 .

Исходим из принципа финансовой эквивалентности результатов, то есть из равенства современных стоимостей заменяемого и заменяющего потоков: $A_1 = A_2$. Раскрывая это равенство, получаем

$$R_1 a_{n...i} = R_2 a_{n...i} v^{-t}$$

В частном случае, когда $n_1 = n_2 = n$, решение упрощается и принимает следующий вид

$$R_2 = R_1(1 + i)t$$

2. Размеры платежей заданы, требуется определить срок n_2 .

Рассмотрим частный случай, когда платежи годовой ренты остаются теми же $R_2 = R_1 = R$.

Исходя из равенства современных стоимостей,

$$R_1 a_{n...i} = R_2 a_{n...i} v^{-t}$$

где

$$a_{n...i} = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

последовательно приходим к выражению

$$n_2 = \frac{-\ln(1 - (1 - (1 + i)^{-n_1})(1 + i)^t)}{\ln(1 + i)}$$

Изменение продолжительности ренты. Пусть имеется годовая обычная рента, и у партнеров есть договоренность об изменении срока ренты, то есть вместо срока n_1 , принят новый срок n_2 . Тогда для эквивалентности финансовых результатов требуется изменение и размера платежа. Найдем его из равенства

$$R_1 a_{n...i} = R_2 a_{n...i} v^{-t}$$

из которого следует, что

$$R_2 = R_1 \frac{1 - (1 + i)^{-n_1}}{1 - (1 + i)^{-n_2}}$$

Общий случай изменения параметров ренты. В случае одновременного изменения нескольких параметров ренты, исходим из равенства $A_1 = A_2$. Если рассматривается годовая рента, то приводится к виду

$$A_1 = R_2 \frac{1 - \left(1 + \frac{j_2}{m_2}\right)^{-m_2 n_2}}{p_2 \left(1 + \frac{j_2}{m_2}\right)^{-m_2 p_2} - 1} \left(1 + \frac{j_2}{m_2}\right)^{-t n_2}$$

где A_1 подсчитывается заранее, t – период (возможной) отсрочки, ряд параметров задается по согласованию сторон, и один параметр находится из этого уравнения.

Объединение рент. В случае объединения (консолидации) нескольких рент в одну из принципа финансовой эквивалентности обязательств до и после операции следует, что

$$A = \sum_k A_k,$$

где A – современная величина заменяющей ренты, A_k – современная величина k -й объединяемой ренты.

Вопросы для повторения

1. Перечислите основные элементы ренты.
2. Чем поток платежей отличается от ренты и аннуитета.
3. В чем заключается отличия переменных рент от постоянных.
4. Дайте понятие годовой ренте и срочной ренте.
5. Перечислите основные виды конверсии аннуитетов.

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Инвестиции производятся на протяжении 4 лет один раз в конце года по 2 млн р. Ставка сложных процентов 17 % годовых. Найти сумму инвестиций к концу срока.

Задача 2. Для формирования фонда ежеквартально делаются взносы по 100 000 р., Проценты начисляются один раз в год по ставке 17 %. Найти величину накопленного фонда к концу пятилетнего срока.

Задача 3. Инвестиции производятся на протяжении 4 лет один раз в конце года по 2 млн р. Ставка сложных процентов 17 % годовых. Найти современную стоимость инвестиций.

Задача 4. Найти современную стоимость годовой ренты, если проценты начисляются по номинальной ставке 16 % ежемесячно, член ренты 50 000 р., срок ренты 4 года.

Задача 5. Для формирования фонда ежеквартально делаются взносы по 100 000 р., Проценты начисляются один раз в год по ставке 17 %. Найти современную стоимость фонда, который будет накоплен к концу пятилетнего срока.

Задача 6. Определите размер равных ежегодных взносов, которые необходимо делать для погашения в течение 3 лет текущего долга в размере 1 млн. р., если ставка сложных процентов 17 % годовых.

Задача 7. При какой минимальной ставке процентов удастся за 5 лет создать фонд в 1 млн. р., если ежемесячные взносы планируются в размере 10 тыс. р. Задачу решить методом линейной интерполяции.

Задача 8. Договор предусматривает выплату взносов в течение 5 лет, увеличивая их каждый год на 2 млн. р. Первый взнос составляет 10 млн. р. Ставка равна 18 % годовых. Платежи и начисление процентов производится один раз в конце каждого года. Найдите современную величину ренты и наращенную величину фонда в конце срока.

Задача 9. Платежи увеличиваются в течение 2 лет ежеквартально на 25 тыс. р. Первый взнос 100 тыс. р. Проценты начисляются по годовой ставке 16 % ежеквартально. Чему равна современная стоимость и наращенная сумма платежей.

Задача 10. Контракт предусматривает следующий порядок использования кредитной линии: 01.07.2010 г. — 5 млн. р., 01.01.2011 г. — 15 млн. р., 01.01.2013 г. — 18 млн. р. Необходимо определить сумму задолженности на начало 2014 г. и современную стоимость этого потока на начало срока при условии, что проценты начисляются по ставке 20 % годовых.

Задача 11. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 млн. р., на которые начисляются проценты по сложной годовой ставке 10 %. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Задача 12. В течение 5 лет на счет в конце каждого года поступает 30 тыс. р., на которые каждые полгода начисляется ставка 8,5 %. Определите сумму на счете в конце указанного срока.

Задача 13. Найти наращенную сумму годовой ренты, если проценты начисляются по номинальной ставке 16 % ежемесячно, член ренты 50 000 р., срок ренты 4 года.

Задача 14. Какие ежеквартальные взносы необходимо делать в банк, начисляющий 1,5 % в квартал, чтобы за 5 лет скопить 500 тыс. р.?

Задача 15. Договор аренды имущества заключён на 5 лет. Аренда уплачивается суммами $S_1 = 19\ 000$ р., $S_2 = 20\ 000$ р., $S_3 = 21\ 000$ р. в конце 1-го, 3-го и 5-го годов. По новому графику платежей вносится две суммы: $S_4 = 22\ 000$ р. в конце 2-го года и S_5 в конце 4-го года. Ставка банковского процента 5 %. Определить S_5 .

Задача 16. Определить размер ежегодных платежей по сложной ставке 5 % годовых для создания через 6 лет фонда в размере 19 000 000 р.

Задача 17. Рассчитать величину фонда, который может быть сформирован за 2 года путём внесения в конце каждого года сумм 19 000 р. Проценты на вклад начисляются по ставке 5 %.

Задача 18. Вам досталось по наследству 10 тыс. долл. и вы хотите иметь стабильный доход в течение 10 лет. Финансовая компания «Светлое будущее» продает такие аннуитеты из расчета 5 % годовых. Какова будет сумма вашего ежегодного дохода, если вы воспользуетесь этой услугой?

Задача 19. Фермеру предлагают продать находящийся в его владении участок земли, на котором он выращивает в среднем 600 т картофеля в год. Цена одного килограмма картофеля из года в год одна и та же – 0,3 долл. Банковский процент устойчиво держится на уровне 15 % годовых. Ниже какой цены фермеру не имеет смысла продавать землю, если затраты на выращивание, сбор и реализацию картофеля оцениваются в 60 тыс. долл. в год?

Задача 20. Маша следует тенденциям моды, поэтому покупает себе каждый сезон новую сумку. Ее мама любит классику и предпочитает дорогие кожаные сумки, которые носит в среднем в течение 4 лет. На новый год папа дал жене и дочери на обновки по 200 долл. Определить:

А) на сколько сезонов хватит Маше этих денег, если она будет каждый год приобретать по сумке стоимостью 50 долл., а остаток хранить на банковском счете с годовой процентной ставкой 12,6 %;

Б) по какой максимальной цене может покупать сумки Маша, чтобы они с мамой «износили» свои сумки в одно и то же время?

Задача 21. Господин Иванов проработал в фирме «Петров и Со» 10 лет. При выходе на пенсию руководство фирмы предложило ему вознаграждение в размере 15000 долл., на что господин Иванов высказал пожелание заменить ему это разовое поощрение ежемесячными выплатами по 150 долл. в течение 10 лет. Какой вариант выплат выгоднее для господина Иванова, а какой – для фирмы при следующих возможностях начисления процентов на рентные платежи: для Иванова — пенсионный вклад с начислением процентов раз в году по ставке 6 %, для фирмы – ежеквартально под ставку 10 % годовых?

Задача 22. У Надежды Барышевой, работающей младшим бухгалтером с годовой зарплатой 96 тыс. р., есть возможность окончить годичный курс обучения стоимостью 40 тыс. р. и занять должность старшего бухгалтера. Насколько выше должна быть зарплата старшего бухгалтера, чтобы обучение было целесообразным, если Надежда считает приемлемой для себя нормой отдачи на вложения 15 % годовых и собирается работать в новой должности:

- А) до пенсии (30 - 40 лет);
- Б) 5 лет?

Задача 23. Ваши родители решили перевести сумму своих пенсионных накоплений в негосударственный пенсионный фонд. Примером такого негосударственного пенсионного фонда является НПФ Сбербанка РФ. Доходность фонда составляет 9 %. Рассчитайте сумму прибавки к пенсии.

6. РИСК И ДИВЕРСИФИКАЦИЯ

6.1. Основные определения риска, неопределенности и диверсификации. Классификационные модели риска

Термин «риск» происходит от греческих слов *ridsikon*, *ridsa* - утёс, скала, образованных от *rhiza* - подножие горы. В итальянском языке «риск» - (*risiko*) - опасность, угроза, во французском (*risque*) - угроза, объезжать утес, скалу, действие на удачу, в надежде на счастливый исход. Некоторые историки придерживаются арабского происхождения риска.

С позиций американских исследователей М.Дуглас и Т.Лоуви, понятие «риск» возникло в XVII в. в связи с азартными играми, для которых был разработан специальный математический анализ шансов благоприятных и неблагоприятных результатов игры. Риск тогда означал вероятность появления некоторого события в сочетании с величиной потерь и выигрышей, которые оно повлекло бы за собой.

Питер Л. Бернстайн считает, что слово «риск» происходит от староитальянского *risicare*, означающего «отваживаться». Поэтому риск, по его мнению, это не жребий, а выбор: «Действия, которые мы готовы предпринять, что предполагает наличие у нас свободы выбора, - вот что такое риск на самом деле».

Как определяет Н. Луман распространение термина «риск» начинается с момента книгопечатания в Испании и Италии в 1500 г., но точных подтверждений этому нет, так как данное слово употреблялось довольно редко. Сферами его применения были мореплавание и морская торговля. Интенсифицировавшиеся под влиянием великих географических открытий процессы развития мировой торговли и формирования мировых рынков неизбежно были связаны с использованием такого ненадежного «посредника» и «перевозчика» как море. Очевидная неопределенность результатов морских перевозок, высокая вероятность гибели грузов и, соответственно, больших потерь заставляли торговцев и предпринимателей оценивать и сопоставлять шансы различных морских судов и маршрутов на благополучный исход перевозок, рассчитывать необходимые и достаточные суммы страховок. Именно развитие практики страхования морских грузов привело к возникновению и развитию в последующем различных теорий и методик «калькуляций рисков». В последствие, термин «риск» встречается чаще, так оно вышло за рамки употребления лишь в морском деле и начинает использоваться в деловом обороте. Данное слово употребляют, чтобы обозначит какую-либо сложную, проблемную ситуацию.

Но наиболее полное изучение фактора риска как важнейшей составляющей предпринимательской функции проделал американский экономист Ф. Найт. Он дал знаменитое определение риска.

Ф. Найт писал с конкурирующей объективистской точки зрения. Он считал, что утверждения имеют существенные вероятности - быть истинными или ложными. Найт различал необходимое и фактическое незнание. Он проиллюстрировал данное различие примером урны заполненной красными и черными шарами.

Ф. Найт различал вероятность, полученную двумя способами:

- ✓ первоначальная вероятность, вытекающей из присущей симметрии;
- ✓ статистические вероятности, полученные посредством анализа однородных данных.

Найт не хотел, чтобы термин «вероятность» прикрепили к мнениям сформированных в отсутствие симметрии или однородных данных. Он предположил, что первоначальная и статистическая вероятность отражают «измеримую неопределенность». Найт признал, что другие авторы отмечали это различие терминами «объективная вероятность» и «субъективной вероятности», но он предпочел свою собственную терминологию: «Чтобы сохранить различие между измеримой и неизмеримой неопределенностью, мы можем использовать термин «риск» для обозначения первого и термин «неопределенность» для последнего».

Таким образом, риск, по Ф. Найту, представляет собой объективную вероятность того или иного события и может быть выражен количественно, в частности, в виде вероятностного распределения доходов. Чем больше вероятность стандартного отклонения от ожидаемой величины при таком распределении, тем меньше риск, и наоборот. Помимо риска (измеримой неопределенности) существует неопределенность, которую в принципе нельзя вычислить на основании априорных предположений или статистического анализа имеющихся данных.

При этом Найт отметил, что риску присущи два признака: неопределенность и подверженность риску. При этом стоит отметить, что т.к. Найт был операционалистом, то он отмечал, что определение тогда считается практическим, когда оно может быть определено через группу опытов, т.е. оно может быть воспринято. Следовательно, определение «риска», тогда считается определением, когда оно может быть воспринято.

Таким образом, Ф. Найт первым разграничил понятия риск и неопределенность. Риск относится к объективной вероятности. Неопределенность связана с субъективной вероятностью. Найт признал, что его использование терминов «риск» и «неопределенность», не соответствовало общему пользованию, но все же отождествляет суть «риска».

Поворотным событием в развитие теории «риска» стало появление понятия «диверсификации», предложенное в 1952 г. Г. Марковицем.

Диверсификация позволяет путем продуманного распределения вложений минимизировать инвестиционный риск, например при формировании инвестиционного портфеля. Марковиц определил понятие «дисперсия» как меру риск или неопределенности дохода. Г. Марковиц определил два главных постулата, используемых всеми инвесторами:

1. кто не рискует, тот не выигрывает;
2. не клади все яйца в одну корзину.

Применив методы линейного программирования, Марковиц показал, как обеспечить максимально ожидаемый доход для заданного уровня риска или минимальный уровень риска для заданного ожидаемого дохода.

И только в 1974 г. к идеям Марковица обратились инвесторы практики. Управление риском, стало главной задачей инвестора. В 1970-1980 гг. возникли новые неопределенностей, связанные с применением новых информационных технологий. Широкое применение компьютерной техники привело к увеличению объема доступной информации об объектах инвестирования, увеличению скорости распространения доступной информации. Стали широко применяться производные инструменты: опционы, фьючерсы, основное предназначение заключалось в защите от риска неожиданных колебаний цен таких активов, как пшеница, французские франки, обыкновенные акции и т.д.

В данный период произошли три события, оказавшие большое влияние и во многом определившие картину финансового мира на десятилетия вперед:

1. Переход к свободно плавающим валютным курсам основных мировых валют и золота в результате отмены Бреттон-Вудских соглашений;
2. Начало работы Чикагской биржи опционов;
3. Опубликование Ф. Блэком, М. Шоулзом модели ценообразования европейских опционов.

Именно третье событие дало ключ к пониманию инвестиционных рисков и их научно-обоснованной количественной оценки.

Проблеме риска и его оценки уделялось внимание и в отечественной экономике: в 20-х гг. XX в. был принят ряд законодательных актов, учитывающих существование в России производственно-хозяйственного риска. Административно-командная система искоренила предпринимательскую деятельность, понятие «риск» было отнесено к буржуазным, капиталистическим и исключено из словарей и энциклопедий.

Часть ученых рассматривает риск как возможную неудачу, материальные или иные потери, опасности, которые могут реализоваться в процессе деятельности финансового института. Подобное определение

встречается у А.В. Тихомировой, по ее мнению, понятие «риск» предполагает в экономическом смысле потери, ущерб, вероятность которых связала с наличием неопределенности (недостаточности информации).

В словаре Уэбстера риск определяется как «опасность, возможность убытка или ущерба».

Многочисленность определений термина «риск» подкрепляется представленной ниже табл. 2.

Таблица 2

Определения дефиниции «риск»

| № п/п | Определение риска | Автор |
|-------|---|-------------------------------|
| 1 | Риск - опасность, возможность убытка или ущерба | словарь Уэбстера |
| 2 | Риск - возможность опасности, неудачи | Словарь Ожегова |
| 3 | Риск - опасность понесения предпринимателем ущерба, убытков, потерь | Б. А. Райзберг |
| 4 | Риск - возможная опасность потерь, вытекающая из специфики тех или иных явлений природы и видов деятельности человека | И. Т. Балабанов |
| 5 | Риск - вероятность возникновения неблагоприятных последствий в форме потери дохода или капитала в ситуации неопределенности условий осуществления его финансово-хозяйственной деятельности. | И. А. Бланк |
| 6 | Вероятность, потери хозяйствующим субъектом части своих активов, недополучения доходов или возникновения дополнительных расходов в результате осуществления производственно-коммерческой деятельности | В.П. Буянов |
| 7 | Риск - результат накопления регрессивного потенциала, пронизывающего все сферы человеческой деятельности и являющегося ее особой формой существования. | И. Гассенди |
| 8 | Риск - вероятность получения неблагоприятного результата | Л. Дж. Гитман |
| 9 | Риск - вероятность (угроза) потери лицом или организацией части своих ресурсов, недополучения доходов или появления дополнительных расходов в результате осуществления производственной и финансовой политики | А.М. Дубров |
| 10 | Риск - опасность потенциально возможной, вероятной потери ресурсов или недополучения доходов по сравнению с вариантом, который рассчитан на рациональное использование ресурсов в данном виде финансовой деятельности | М.Г. Лапуста и Л.Г. Шаршукова |
| 11 | Риск - вероятность неблагоприятного исхода, когда компания не получает ожидаемого результата | Б. Мильнер и Ф. Лиис |

Окончание табл. 2

| № п/п | Определение риска | Автор |
|-------|---|---------------|
| 12 | Риск - ситуативная характеристика деятельности любого производителя, в том числе и банка, отображающая неопределенность ее исхода и возможные неблагоприятные последствия в случае неуспеха. | В. Т. Севрук |
| 13 | Риск - опасность (возможность) потерь денежных ресурсов либо получение доходов ниже ожидаемых, либо появление дополнительных расходов, сверх предусмотренных прогнозом | В.С. Ступаков |
| 14 | Риск - вид опасности, связанный с политической, социальной и экономической деятельностью людей, реально осознаваемый, вероятно оцениваемый, для минимизации последствий которой имеются ресурсы и возможности | Л.Н. Тэпман |
| 15 | Риск - случайное события, приводящее к ущербу | Т.А. Федорова |
| 16 | Риск - возможность случайного возникновения нежелательных убытков, измеряемых в денежном выражении | Г.В. Чернова |
| 17 | Риск - неопределенность, связанная с возможностью возникновения в ходе реализации решения неблагоприятных ситуаций и последствий, характеризуется понятием «риск» | А.С. Шапкин |

Данные характеристики риска встречаются в определениях многих авторов. Как уже ранее отмечалось соотношение неопределенности и риска, является дискуссионным вопросам.

Классификация риска

Вопросы классификации рисков представляют довольно сложную проблему, что обусловлено их многообразием. Под классификацией понимают систему соподчиненных понятий какой-либо области знания или деятельности человека, используемую как средство для установления связей между этими понятиями. Следовательно, классификация рисков означает систематизацию множества рисков на основании каких-то признаков и критериев, позволяющих объединить подмножества рисков в более общие понятия.

Одним из первых риски классифицировал Дж.М. Кейнс. Он подошел к этому вопросу со стороны субъекта, осуществляющего инвестиционную деятельность, выделив три основных вида рисков:

- 1 Предпринимательский риск – неопределенность получения ожидаемого дохода от вложения средств. Этот вид риска возникает только тогда, когда в оборот направляются собственные деньги и предприниматель сомневается, удастся ли ему действительно получить ту выгоду, на которую он рассчитывает.

- 2 Риск «заимодавца» - риск невозврата кредита, включающий в себя юридический риск (уклонение от возврата кредита) и кредитный риск (недостаточность обеспечения).

В зависимости от причины возникновения риски делятся на природные, экологические, политические, транспортные, производственные и торговые.

Группа инвестиционных рисков наиболее обширна и включает в себя:

1. Структурный риск – риск ухудшения конъюнктуры рынка в целом, не связанный с конкретными видами предпринимательской деятельности
2. Системный риск – риск потерь из-за неправильного выбора объекта инвестирования
3. Кредитный риск – риск того, что заемщик окажется не в состоянии выполнить свои обязательства
4. Региональный риск – связан с экономическим, политическим и социальным положением отдельных административных или географических регионов
5. Отраслевой риск – связан со спецификой функционирования отдельных отраслей народного хозяйства
6. Инновационный риск - риск потерь, связанных с неудачной реализацией новых проектов.

Профессор Б. Мильнер и профессор Ф. Лиис предложили всю совокупность хозяйственных рисков разделить на две основные группы. Первую группу образуют внешние риски, т. е. риски, возникающие во внешней среде организации. Ко второй группе относятся внутренние риски, соответственно возникающие во внутриорганизационной среде.

Среди внешних рисков выделяют:

- 1 Политические – связаны с политической обстановкой в стране и деятельностью органов государственной власти (революция, военные действия, национализация частной собственности, конфискация имущества и др.)
- 2 Законодательные – изменение действующих норм с выходом новых законодательных и нормативных актов, например, ухудшающих положение компании (введение новых налогов, отмена налоговых льгот, повышение налоговых ставок и др.)
- 3 Природные – связаны с возможными стихийными бедствиями и загрязнением окружающей среды (наводнения, пожары, землетрясения и т. п.)
- 4 Региональные – обусловлены состоянием отдельных регионов, их законодательством и т. д.
- 5 Отраслевые – зависят от тенденций развития отрасли

6 Макроэкономические – обусловлены развитием экономических процессов в стране и в мире в целом. В свою очередь, макроэкономические риски включают инфляционные (дефляционные), валютные, процентные и структурные риски.

Внутренние риски подразделяются на три вида:

- 1 Производственные, связанные с особенностями технологического процесса на конкретном предприятии, уровнем квалификации работников, организацией поставок сырья и материалов и осуществлением транспортных перевозок
 - 2 Инвестиционные, несущие потенциальную угрозу неполучения запланированного результата
 - 3 Коммерческие, обусловленные обычно неправильно проведенными маркетинговыми исследованиями, в результате которых компания не может реализовать весь объем произведенной продукции,
- Также выделяются следующие классификационные признаки:

По последствиям:

- 1 Допустимый риск – это риск решения, в результате неосуществления которого предприятию грозит потеря прибыли; в пределах этой зоны предпринимательская деятельность сохраняет свою экономическую целесообразность, т.е. потери имеют место, но они не превышают размер ожидаемой прибыли
- 2 Критический риск – это риск, при котором предприятию грозит потеря выручки; иначе говоря, зона критического риска характеризуется опасностью потерь, которые заведомо превышают ожидаемую прибыль и, в крайнем случае, могут привести к потере всех средств, вложенных предприятием в проект
- 3 Катастрофический риск - риск, при котором возникает неплатежеспособность предприятия; потери, могут достигнуть величины, равной имущественному состоянию предприятия. Также к этой группе относят любой риск, связанный с прямой опасностью для жизни людей или возникновением экологических катастроф.

По степени правомерности предпринимательского риска могут быть выделены оправданный (правомерный) и неоправданный (неправомерный) риски. Все предпринимательские риски можно разделить на две большие группы в соответствии с возможностью страхования: страхуемые и не страхуемые. В зависимости от источника опасности страховые риски подразделяются на две группы: риски, связанные с проявлением стихийных сил природы (погодные условия, землетрясения, наводнения и др.); риски, связанные с целенаправленными действиями человека.

К рискам, которые целесообразно страховать, относятся:

- ✓ вероятные потери в результате пожаров и других стихийных бедствий;

- ✓ вероятные потери в результате автомобильных аварий;
- ✓ вероятные потери в результате порчи или уничтожения продукции при транспортировке;
- ✓ вероятные потери в результате ошибок сотрудников фирмы;
- ✓ вероятные потери в результате передачи сотрудниками фирмы коммерческой информации конкурентам;
- ✓ вероятные потери в результате невыполнения обязательств субподрядчиками;
- ✓ вероятные потери в результате приостановки деловой активности фирмы;
- ✓ вероятные потери в результате возможной смерти или заболевания руководителя или ведущего сотрудника фирмы.

Следует выделить еще две большие группы рисков: статистические (простые) и динамические (спекулятивные). Особенность статистических рисков заключается в том, что они практически всегда несут в себе потери для предпринимательской деятельности. При этом потери для предпринимательской фирмы, как правило, означают и потери для общества в целом. В соответствии с причиной потерь статистические риски могут далее подразделяться на следующие группы:

- ✓ вероятные потери в результате негативного действия на активы фирмы стихийных бедствий (огня, воды, землетрясений, ураганов и т. п.);
- ✓ вероятные потери в результате преступных действий;
- ✓ вероятные потери вследствие принятия неблагоприятного законодательства для предпринимательской фирмы (потери связаны с прямым изъятием собственности либо с невозможностью взыскать возмещение с виновника из-за несовершенства законодательства);
- ✓ вероятные потери в результате угрозы собственности третьих лиц, что приводит к вынужденному прекращению деятельности основного поставщика или потребителя;
- ✓ потери вследствие смерти или недееспособности ключевых работников фирмы либо основного собственника предпринимательской фирмы (что связано с трудностью подбора квалифицированных кадров, а также с проблемами передачи прав собственности).

В отличие от статистического риска динамический риск несет в себе либо потери, либо прибыль для предпринимательской фирмы. По типичности последствий выделяют:

- ✓ фундаментальные риски, т.е. регулярные риски, внутренне присущие данному объекту или ситуации, а также основанные на природных и социальных закономерностях;

- ✓ спорадические, т.е. нерегулярные вызываемые редкими событиями и форс-мажорными обстоятельствами; риски, реализующиеся с очень низкой вероятностью.

Но важным классификационным признаком рисков является отклонение фактического результата от ожидаемого, согласно ему риски делятся на два вида:

1. Чистые – означают возможность получения убытка или нулевого результата. Данные риски страхуются.
2. Спекулятивные – выражаются в вероятности получить как положительный, так и отрицательный результат.

6.2. Методы оценки, анализа финансового риска

Управление рисками подразумевает прохождение несколько этапов. Первым этапом управления рисками является постановка цели. Вторым этапом – анализ риска. Мнения по определению данного этапа расходятся, ряд авторов для его обозначения используют понятия «выявление» и «оценка» риска. Они подразумевают под выявлением рисков – качественную составляющую анализа, а под оценкой - количественную составляющую. Данная установка по нашему мнению является ошибочной, т.к. оценка – способ установления значимости чего-либо для действующего и познающего субъекта. В соответствии с экономическим словарем оценка риска - натурально-вещественный и стоимостной анализ всех рискованных обстоятельств, характеризующих параметры риска. Т.е. анализ - это синоним слова оценка.

Заключительными этапами в управлении рисками являются принятие решения и выбор методов воздействия на риск, а также контроль.

Анализируя данные этапы можно сделать вывод, что оценка риска и его факторов является ключевой составляющей в процессе управления ими. Основные методы оценки риска представлены на рис. 3.

Вероятностный метод позволяет оценить как деятельность субъекта в целом, так и конкретное мероприятие или проект.

Вероятностный метод подразделяется на статистические оценки и имитационное моделирование.

Как уже отмечалось выше риск – вероятностное событие, т.е. рисковое событие может произойти или нет. Таким образом, риск – событие, мерой которого может быть вероятность. Данное событие случайно, случайность - это то, что в сходных условиях происходит неодинаково, и поэтому ее заранее нельзя предвидеть, спрогнозировать. Но в случайности присутствует доля закономерности. Данная закономерность изучаема математическим аппаратом вероятности.

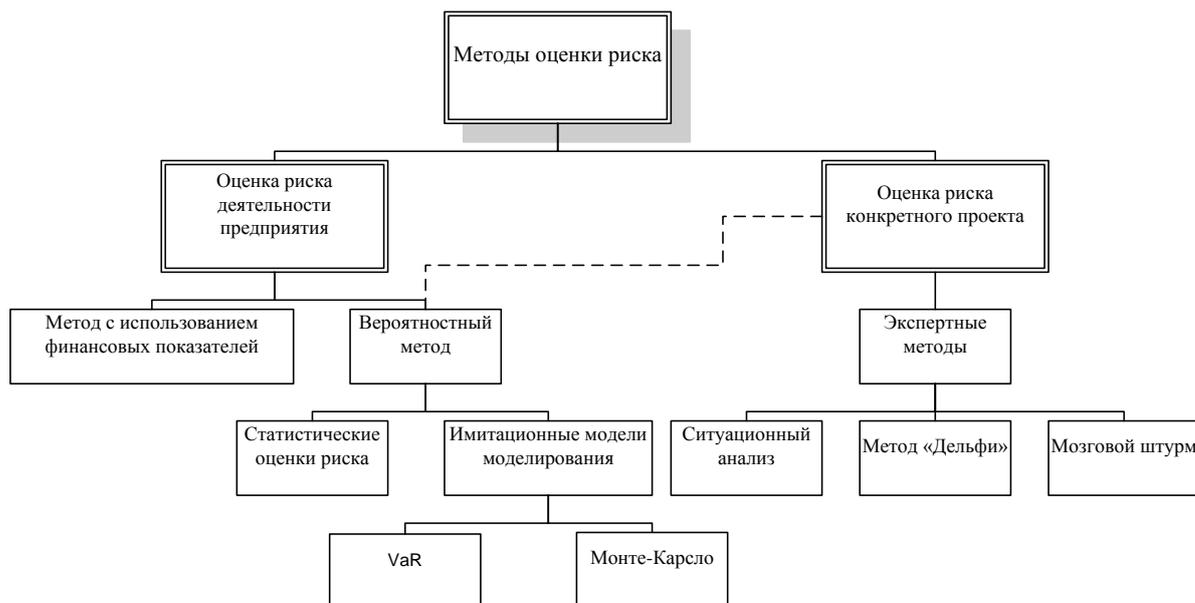


Рис. 3. Методы оценки риска хозяйствующего субъекта

Вероятность - математическая, числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определённого события в тех или иных определённых, могущих повторяться неограниченное число раз условиях.

Также вероятность риска определяется как количественная оценка возможности наступления рискового события, или как оценка возможности наступления рискового события путем логических, экспертов и эмпирических форм определения. Вероятность того или иного события колеблется от 0 до 1. При соответствии вероятности 1, событие является достоверным. При вероятности равной 0, событие считается невозможным.

Вероятность можно определить двумя показателями:

1. Среднее ожидаемое значение;
2. Колеблемость конкретного результата.

Среднее ожидание – это вероятностный выход конкретного события. Ожидание позволяет сравнить два результата и выбрать наименее рискованный.

Среднее ожидаемое значение является средневзвешенной величиной, которая вычисляется:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i * p_i$$

где x – значения результата;

p – вероятности.

Колеблемость возможного результата представляет собой степень отклонения ожидаемого результата от средней величины. Для этого

используют следующие показатели: размах вариации, дисперсия, среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Данные показатели входят в статистический вид оценки риска. Статистические показатели риска, являются параметрами законов распределения, и требуют меньше информации чем, интегральные оценки риска.

Показатель размаха вариации ожидаемого результата, позволяет оценить колеблемость всех возможных значений результата деятельности предприятия и рассчитывается:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

где X_{\max} , X_{\min} - наибольшее и наименьшее значения результата в выборочном наблюдении.

Дисперсия представляет собой средневзвешенную величину, и вычисляется:

$$\sigma^2 R = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 p_i$$

где x_i - i -е значение случайной величины;

p_i – вероятность того, что i -я случайная величина примет значение x_i .

Среднее квадратическое отклонение, вычисляется по формуле:

$$\bar{\sigma}_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Коэффициент вариации, позволяет сравнить варианты решений с разными ожидаемыми средними значениями результата и разными средними квадратическим отклонениями.

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\bar{x}}$$

Данный метод на основе статистических показателей позволяет оценить риски и сделать соответствующие выводы, но при этом имеет несколько минусов. Так дисперсия сигнализирует о наличие риска, но скрывает отклонения от ожидаемого значения, а также не всегда отражает реалии современной экономической ситуации.

Рассмотрим второй вероятностный метод – имитационное моделирование.

Анализ зарубежной литературы показал, что при оценке рисков зарубежными компаниями чаще всего используют метод Монте-Карло и

метод Value at Risk (VaR), а также метод построения деревьев или графический анализ (Weibull analysis).

Метод Монте-Карло возник в 1930-х годах в Италии, а затем Джон фон Нейман и Станислав Улам в 1940-х в Лос-Аламосе предположили, что можно использовать связь между стохастическими процессами и дифференциальными уравнениями «в обратную сторону». Т.е. проводить эксперимент бесчисленное число раз, подсчитать благоприятное число исходов, и таким образом рассчитать вероятность события. Позже с появлением компьютеров данный метод стал наиболее популярным, т.к. он позволяет оценить вероятность появления события с наибольшей точностью. Данный метод также популярен и в экономике, в частности используется при оценке риска.

Метод позволяет найти прибыль, т.е. позволяет выбрать наиболее привлекательный проект при минимальном риске. Для этого выбирают такую случайную величину X , математическое ожидание которой равно a : $M(X) = a$.

Практически производят n испытаний, в результате которых получают n возможных значений X ; вычисляют их среднее арифметическое и принимают x в качестве оценки (приближённого значения) a^* искомого числа a . Данный метод строится на основе статистических показателях, рассмотренных ранее.

Метод Монте-Карло позволяет оценить прибыльность и эффективность проекта, учитывая возможные риски, путем проведения множества испытаний, и определения вероятности события.

Теоретической основой метода Монте-Карло являются предельные теоремы теории вероятностей. Они гарантируют высокое качество статистических оценок при весьма большом числе испытаний. Метод статистических испытаний применим для исследования как стохастических, так и детерминированных систем.

Как показано на рисунке 1, еще одним методом имитационного моделирования является модель Value at Risk, которая пользуется большой популярностью среди экономистов. В первые, данная модель стала использоваться инвестиционными фирмами США в начале XX века, а основа была заложена в документе JP Morgan's Risk Metrics Technical Document.

Рисковая стоимость отражает максимально возможные убытки изменения стоимости финансового инструмента, портфеля активов и т.д., которое может произойти за данный период времени с заданной вероятностью его появления.

Из определения следует, что ключевыми показателями при рисковой стоимости являются уровень доверительного интервала и временной горизонт.

Уровень доверительного интервала – это та граница, которая отделяет нормальные колебания рынка от экстремальных ценовых всплесков по частоте их проявления. Обычно вероятность потерь устанавливается в пределах $1-\gamma = 1,0; 2,5$ или 5% . Следует учитывать, что с увеличением уровня доверительного интервала показатель рисковости будет возрастать.

Выбор временного горизонта зависит от того, насколько часто производятся сделки с данными активами, а также от их ликвидности. Для финансовых институтов, ведущих активные операции на рынках капитала, типичным периодом расчета является один день, тогда как стратегические инвесторы могут использовать и большие периоды времени. На практике считают, что за период в n дней величина рисковости будет приблизительно в \sqrt{n} раз больше, чем за один день.

В частности используется следующая формула для оценки вероятности того, что значение, примет значение, в интервале (x_1, x_2) :

$$R = p(x_1 \leq x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$

Вероятность получения результата в заданных пределах выражается через нормированную функцию Лапласа:

$$R(t) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

где $t_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma_x}$

$t_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma_x}$

Данный метод используется финансовыми институтами, и затруднителен для большинства предприятий. Однако предприятия экспортеры и импортеры, постоянно имеют дело с иностранной валютой и результаты их деятельности во многих случаях зависят от будущей стоимости этого финансового актива. Поэтому рассмотренный нами метод VaR был включен в схему, представленную на рисунке 1.

Для оценки рисков конкретного проекта, кроме вероятностных методов, применяют также методы экспертных оценок.

Экспертные оценки – это методы организации работы со специалистами-экспертами и обработки их мнений. Выделяют два типа оценок:

- ✓ индивидуальные оценки одного специалиста;
- ✓ коллективная оценка – предполагают формирование общего мнения в ходе совместного обсуждения результатов конкретного события.

Один из наиболее известных методов экспертных оценок - это метод «Дельфи». Название дано по ассоциации с древним обычаем, при котором для получения поддержки при принятии решений обращались в Дельфийский храм (дельфийский оракул).

В США в 1960-х годах методом Дельфи назвали экспертную процедуру прогнозирования научно-технического развития. В первом туре эксперты называли вероятные даты тех или иных будущих свершений. Во втором туре каждый эксперт знакомился с прогнозами всех остальных. Если его прогноз сильно отличался от прогнозов основной массы, его просили пояснить свою позицию, и часто он изменял свои оценки, приближаясь к средним значениям. Эти средние значения и выдавались заказчику как групповое мнение. Минус метода заключается в том, что он не соответствует принципу объективности. Мнения большинства экспертов зачастую субъективны и не отражают в полной мере действительность.

Некоторые эксперты в области риск-менеджмента определяют метод «Дельфи» как мозговой штурм. По нашему взгляду это ошибочно, т.к. при методе «Дельфи» эксперты не знакомы с мнениями друг друга.

Мозговой штурм - коллективный метод поиска новых идей и решений. Автором данного метода является А. Осборн (США), предложивший его в конце 30-х гг. XX века.

Цель мозгового штурма – получение большого количества различных идей и предложений в ограниченное время (20-40 мин).

Мозговой штурм состоит из двух фаз.

1. Генерации идей и их последующей оценки. Для успешного проведения первой фазы необходимо собирать в коллективе людей с различными профессиональными навыками. Психологической основой мозгового штурма является снятие барьера психологической инерции в результате запрета критики и поощрения самых неординарных высказываний.
2. Вторая фаза мозгового штурма заключается в осуществляемом группой экспертов анализе высказанных идей, зафиксированных в протоколе мозгового штурма. Эта фаза представляет собой работу высокого творческого уровня, заключающуюся в преобразовании идей в реальные технических предложения.

Данный метод является наиболее творческим, но в то же время наименее популярным среди хозяйствующих субъектов РФ.

К третьей разновидности экспертных методов относится ситуационный анализ.

Ситуационный, или SWOT – анализ, может проводиться как для хозяйствующего субъекта в целом, так и для отделов. В ходе анализа рассматривается внутренняя и внешняя среда. Внутренняя среда имеет

несколько составляющих, каждая из которых включает набор ключевых процессов и элементов хозяйствующего субъекта, состояние которых в совокупности определяет тот потенциал и те возможности, которыми располагает данный субъект. Внутренняя среда включает маркетинговую, финансовую, производственную и кадрово-организационную составляющую. Оценка внутренней среды хозяйствующего субъекта производится через определение сильных и слабых сторон.

- ✓ S – strenghts – сильные стороны;
- ✓ W – weaknesses – слабые стороны;
- ✓ O – opportunities – возможности;
- ✓ T – threats – опасности, угрозы;

SWOT-анализ – это анализ сильных и слабых сторон хозяйствующего субъекта, и оценка возможностей и угроз на пути его развития, представлен в табл. 3.

Табл. 3.

SWOT – анализ

| Показатель | Положительное влияние | Отрицательное влияние |
|------------------|-----------------------|-----------------------|
| Внутренняя среда | Сильные стороны | Слабые стороны |
| Внешняя среда | Возможности | Угрозы, опасности |

В первую очередь SWOT - анализ оценивает факторы риска, возникающие из-за слабых сторон хозяйствующего субъекта.

Данный метод является ступенькой для проведения глубокой оценки выявленных при нем факторов риска (слабых сторон).

Рассмотренные экспертные методы являются в большей степени творческими и не могут в полной мере оценить факторы риска. Поэтому они должны быть обязательно дополнены вероятностными методами, которые являются приемлемыми и значимыми для хозяйствующего субъекта.

В ситуации полной неопределенности для определения степени риска, используют три основные правила.

Допустим, рассматривается вопрос о проведении финансовой операции. Неясно, чем она может закончиться. В связи с этим проводится анализ нескольких возможных решений и их последствий. Так приходим к следующей общей схеме принятия решений (в том числе финансовых) в условиях неопределенности. Предположим, что рассматривается несколько возможных решений $i = 1, \dots, m$. Ситуация неопределенна, понятно лишь, что наличествует какой-то из вариантов $j = 1, \dots, n$. Если будет принято i -е решение, а ситуация есть j -я, то фирма, получит доход

q_{ij} . Матрица $Q = (q_{ij})$ называется *матрицей последствий* (возможных решений). Какое же решение нужно принять? В этой неопределенной ситуации могут быть высказаны лишь некоторые рекомендации предварительного характера. Допустим, мы хотим оценить риск, который несет i -е решение. Нам неизвестна реальная ситуация. Но если бы мы ее знали, то выбрали бы наилучшее решение, т.е. приносящее наибольший доход. Если ситуация j -я, то было бы принято решение, дающее доход $q_j = \max q_{ij}$. Значит, принимая i -е решение, мы рискуем получить не q_j , а только q_{ij} т.е. принятие i -го решения несет риск недобрать $r_{ij} = q_j - q_{ij}$. Матрица $R = (r_{ij})$ называется *матрицей рисков*.

6.3. Основные методы уменьшения риска

Основным методом уменьшения риска является его диверсификация.

Принцип диверсификации применяется не только для усреднения операций, проводимых одновременно, но в разных местах (усреднение в пространстве), но и проводимых последовательно во времени, например, при повторении одной операции во времени (усреднение во времени). Например, вполне разумной является стратегия покупки акций какой-нибудь стабильно работающей компании 20-го января каждого года. Неизбежные колебания курса акций этой компании благодаря этой процедуре усредняются и в этом проявляется эффект диверсификации. Теоретически эффект диверсификации только положителен – эффективность усредняется, а риск уменьшается. Однако усилия по проведению большого числа операций, по отслеживанию их результатов могут, конечно, свести на нет все плюсы от диверсификации.

При хеджировании (от англ. hedge — изгородь) компания подбирает или даже специально конструирует новые операции, чтобы, проводя их совместно с основной, уменьшить риск.

Пример:

По контракту российская фирма через полгода должна получить крупный платеж от американской компании. Платеж равен 100 000 гривен (примерно 600 тыс. р.) и будет произведен именно в гривнах. У российской фирмы есть опасения, что за эти полгода курс доллара упадет по отношению к российскому рублю. Фирма хочет подстраховаться от такого падения и заключает форвардный контракт с одним из американских банков на продажу тому 100 000 долларов по курсу 30 р. за долл. Таким образом, что бы ни произошло за это время с курсом рубль/доллар российская фирма не понесет из-за этого убытков. В этом и заключается

суть хеджирования. При диверсификации наибольшую ценность представляли независимые (или некоррелированные) операции. При хеджировании подбираются операции, жестко связанные с основной, но при этом отрицательно коррелированные с основной операцией.

На практике не так легко подобрать дополнительную операцию, отрицательно коррелированную с основной, да еще с нулевой эффективностью. Обычно допускается небольшая отрицательная эффективность дополнительной операции и из-за этого эффективность суммарной операции становится меньше, чем у основной. Насколько допускается уменьшение эффективности на единицу уменьшения риска, зависит от отношения к риску (психология инвестора).

Рассмотрим фьючерсные контракты. Фьючерс – сделка, при заключении которой покупается или продается стандартизированный контракт, предполагающий поставку какого-либо реального товара в оговоренные сроки в будущем. Фьючерс – это сделка производная от форварда. В свою очередь форвардная сделка – сделка, по которой поставка осуществляется в оговоренный срок в будущем по фиксированной заранее цене.

В отличие от форвардного контракта фьючерсный:

1. Стандартизирован;
2. Фьючерсный контракт можно продать до момента наступления срока исполнения контракта.

Фьючерсный контракт стандартизирован по следующим параметрам:

1. Количеству поставляемого товара;
2. Срокам поставки;
3. Месту поставки товара;
4. Качественной характеристики товара.

Каждая биржа ставит свои конкретные условия. Например, РТС устанавливает следующие параметры:

1. Объем контракта;
2. Минимальная поставочная партия;
3. Срок поставки;
4. Место поставки.

Для совершения сделки с фьючерсом на РТС, необходимо стать участником торгов, т.е. совершить следующие действия:

1. Открыть счет на бирже;
2. Подключиться к программе.

Механизм покупки и продажи фьючерсного контракта заключается в открытии и закрытии длинной и короткой позиции. Так предприятие участник торга, покупая контракт, открывает длинную позицию, т.е. данный участник должен в момент наступления срока указанного в

контракте исполнить данный контракт, принять партию товара и заплатить за товар цену, зафиксированную в момент покупки фьючерсного контракта. Участник торга, продавший контракт открывает короткую позицию, должен в момент наступления срока, осуществить поставку товара по цене зафиксированной в момент продажи контракта. Удобство фьючерса заключается в том, что если в силу определенных обстоятельств предприятие не может выполнить свои обязательства, оно может закрыть свою позицию противоположной (компенсационная сделка).

Предприятиям предлагается к использованию фьючерсный контракт на топливо, продукцию агросектора (сахар сырец, зерно, и т.д.), но наиболее актуальными являются фьючерсы на электроэнергию, и погоду.

Ещё одним вариантом снижения уровня риска является его качественное управление.

Риск – столь сложное понятие, что весьма часто невозможна его количественная оценка. Поэтому широко развиты методы управления риском качественного характера, без количественной оценки. К таким относятся многие банковские риски. Наиболее важные из них – это кредитный риск и риски отсутствия платежеспособности.

Рассмотрим кредитный риск. При выдаче кредита (или ссуды) всегда есть опасение, что клиент не вернет кредит. Предотвращение невозврата, уменьшение риска невозврата кредитов — это важнейшая задача кредитного отдела банка. Какие же существуют способы уменьшения риска невозврата кредита?

- ✓ отдел должен постоянно систематизировать и обобщать информацию по выданным кредитам и их возвращению. Информация по выданным кредитам должна быть систематизирована по величине выданных кредитов, должна быть построена классификация клиентов, которые взяли кредит (физические лица, госорганы, предприятия, другие банки и т.п.);
- ✓ отдел (банк в целом) должен вести так называемую кредитную историю своих клиентов, в том числе и потенциальных (т.е. когда, где, какие кредиты брал и как их возвращал клиент).

Соответственно, при управлении рисками важным этапом является выбор метода его измерения.

Вопросы для повторения

1. Перечислите этапы управления риском предприятия.
2. Перечислите и опишите методы измерения риска предприятия.
3. Охарактеризуйте матрицу риска предприятия.
4. Опишите методы воздействия на уровень риска предприятия.

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Трехнедельные наблюдения дали следующие данные о ежедневной выручке (в тыс. р.). Найти среднее значение ежедневной выручки и стандартное отклонение от среднего (несмещенную оценку). С какой вероятностью выручка будет больше 375 тыс. р., если закон распределения предполагается нормальным?

| | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 неделя | 257 | 301 | 287 | 405 | 350 |
| 2 неделя | 270 | 325 | 310 | 260 | 325 |
| 3 неделя | 305 | 280 | 340 | 300 | 290 |

Задача 2. Банк выдал на год следующие кредиты предпринимателям из разных групп риска

| Группа риска | Общая сумма кредитов, млн.р. | Вероятность невозврата кредита | Ставка, под которую выданы кредиты |
|--------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| 1 | 50 | 4 % | 24 % |
| 2 | 250 | 8 % | 28 % |
| 3 | 1200 | 5 % | 35 % |

Какова ожидаемая реальная доходность банка по каждой группе заемщиков и в среднем по всем заемщикам?

Задача 3. Кредит на одну и ту же сумму, на один и тот же срок в 4 года предоставлен двум предприятиям: одной абсолютно надежной фирме и фирме, относящейся к группе риска с вероятностью банкротства в течение года 3%. Погашение кредита и процентов предполагается платежами, образующими постоянную годовую ренту постнумерандо. На сколько платежи фирмы из группы риска должны быть больше платежей абсолютно надежной фирмы, чтобы обеспечить кредитору одинаковую ожидаемую доходность в 22 % годовых?

7. ПЛАНИРОВАНИЕ ПОГАШЕНИЯ ЗАДОЛЖЕННОСТИ

7.1. Основные способы погашения долга

Одним из условий кредитного договора является способ его погашения. Долг может погашаться разными способами: в конце срока; по частям в течение срока; проценты – по частям, а основной долг – в конце срока кредитного договора и др. В зависимости от выбора способа погашения кредита сумма процентных денег будет различной.

Актуарный метод предполагает последовательное начисление процентных денег на реальную сумму долга. Поступивший частичный платеж направляется на погашение процентных денег, начисленных на дату платежа. Если сумма платежа превышает начисленные проценты, то разница идет на погашение основного долга. Если частичный платеж меньше начисленных процентных денег, то погашения не происходит, а сумма платежа присоединяется к следующему платежу.

Остаток задолженности определяется по формулам:

$$K_1 = D_0 (1 + i \cdot t_1) - R_1;$$

$$K_2 = K_1 (1 + i \cdot t_2) - R_2$$

где D_0 – размер ссуды;
 R – частичный платеж.

Пример:

Согласно кредитному договору заемщик должен погасить долг суммой 6000 р. в срок с 15 марта по 13 августа. Простые проценты начисляются по ставке 18 % годовых (“германская практика”). В погашение долга поступили частичные платежи: 5 мая – 140 р., 26 июля – 2000 р. Определить, какую сумму заемщик должен внести в погашение обязательства 13 августа.

Решение:

| Дата платежа | Основной долг | Проценты | Сумма платежа | Величина платежа в погашение | |
|--------------|---------------|----------|---------------|------------------------------|-----------------|
| | | | | процентов | основного долга |
| 05.05 | 6000 | 150 | 140 | - | - |
| 26.07 | 6000 | 393 | 2140 | 393 | 1747 |
| 13.08 | 4253 | 36,15 | 4289,15 | 36,15 | 4253 |

Таким образом, размер платежа 13 августа должен составить 4289,15 р.

Правило торговца предусматривает два возможных варианта. Если срок ссуды меньше года, то параллельно с начислением процентов на сумму долга происходит накопление частичных платежей с начисленными

на них до конца срока кредитного договора процентами. Последний взнос балансирует долг и платежи.

Если срок кредитного договора превышает год, то эти расчеты производятся для годового периода задолженности, а остаток погашается в следующем году.

Остаток долга на конец срока или долга определяется по формуле

$$S = P(1+ni) - \sum R_j(1+t_j i),$$

где t_j – интервал времени от момента платежа до конца срока кредитного договора или года.

При погашении долга единовременным платежом целесообразно создание денежного фонда, в который регулярно делаются взносы. За счет того, что на взносы начисляются проценты, величина долга меньше общей суммы взносов. Предположим, что поток платежей в погасительный фонд представляет собой постоянную ренту постнумерандо со сроком, равным сроку погашения задолженности.

В случае если проценты периодически выплачиваются кредитору, ежегодная срочная уплата R будет состоять из выплаты процентных денег (Dg) и взноса в погасительный фонд

$$R = Dg + a,$$

где D – основной долг; g – ставка процентов, начисляемых на сумму долга; a – величина ежегодного взноса в погасительный фонд.

Размер ежегодного взноса в погасительный фонд определяется по формуле вычисления размера очередного платежа аннуитета:

$$\alpha = \frac{Di}{(1+i)^n - 1} = \frac{D}{k_n}.$$

Если взносы осуществляются p раз в году, то их ежегодная сумма

$$\alpha = \frac{pD \left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]}{(1+i)^n - 1}.$$

В случае, если процентные деньги присоединяются к сумме основного долга, размер ежегодной срочной уплаты при осуществлении взносов в погасительный фонд раз в году определяется по формуле

$$R = \frac{D(1+g)^n i}{(1+i)^n - 1},$$

а при осуществлении взносов p раз в году – по формуле

$$R = \frac{p \cdot D(1+g)^n [(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1]}{(1+i)^n - 1}.$$

Пример:

Ссуда в сумме 30 тыс. р. выдана на 5 лет под 25 % годовых. Для погашения единовременным платежом этого долга создается фонд. Взносы вносятся в фонд в конце каждого квартала. На вносимые суммы начисляются сложные проценты по ставке 23 % годовых. Определить величину ежегодного взноса и общую сумму расходов на погашение долга, если: а) проценты выплачиваются кредитору; б) проценты присоединяются к сумме основного долга.

Решение:

а) ежегодный взнос составит

$$a = \frac{4 * 30000((1 + 0,23)^{\frac{1}{4}} - 1)}{(1 + 0,23)^5 - 1} = 3511,22$$

Ежегодная срочная уплата составит:

$$R = 30000 * 0,25 + 3511,22 = 11011,22 \text{ р.};$$

Общая сумма расходов на погашение долга:

$$5 * 11011,22 = 55056,10 \text{ р.};$$

б) ежегодный взнос составит

$$R = \frac{4 * 30000(1 + 0,25)^5((1 + 0,23)^{1/4} - 1)}{(1 + 0,23)^5 - 1} = 10715,38$$

Общие расходы заемщика по погашению долга

$$5 * 10715,38 = 53576,90 \text{ р.}$$

При погашении основной суммы долга частями его текущее значение будет уменьшаться и, следовательно, сумма процентных платежей также будет уменьшаться. При ежегодных выплатах по долгу с погашением основной суммы долга равными частями размер очередной срочной уплаты

$$R_t = D_t g + \frac{D_1}{n},$$

$$t = 1, 2, \dots, n;$$

где D_t – остаток задолженности на начало очередного года; g – ставка процентов, начисляемых на сумму долга; D_1 – первоначальная сумма долга; n – срок долга в годах.

Остаток задолженности на начало очередного года

$$D_{t+1} = D_1 \left(1 - \frac{t-1}{n} \right)$$

Общая сумма выплаченных процентов при ежегодных выплатах по долгу составит

$$I = D_1 g \frac{n+1}{2}.$$

Пример:

Долг 5 млн р. должен быть погашен равными частями в течение 5 лет. Проценты на долг начисляются по ставке 20 % годовых. Определить размеры ежегодных расходов заемщика (план погашения долга) и общие расходы по его погашению.

Решение: Уплата в конце первого года

$$R_1 = 50,2 + 5/5 = 2 \text{ млн р.}$$

Остаток задолженности на начало второго года составит

$$D_2 = 5 (1 - 1/5) = 4 \text{ млн р.}$$

Составим план погашения долга:

| Год | Остаток кредита D , млн р. | Годовые взносы, млн. руб. | | |
|-----|------------------------------------|---------------------------|----------------|------------|
| | | Проценты, I | Кредит, $D1/n$ | Всего, R |
| 1 | 5 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 0,8 | 1 | 1,8 |
| 3 | 3 | 0,6 | 1 | 1,6 |
| 4 | 2 | 0,4 | 1 | 1,4 |
| 5 | 1 | 0,2 | 1 | 1,2 |

Общие расходы по погашению долга составят

$$S = 2,0 + 1,8 + 1,6 + 1,4 + 1,2 = 8 \text{ млн. р.}$$

Сумма выплаченных процентов будет равна:

$$I = 8 - 5 = 1 + 0,8 + 0,6 + 0,4 + 0,2 = 3 \text{ млн. р.}$$

Тот же результат можно получить по приведенной выше формуле:

$$I = 50,2 (5 + 1) / 2 = 3 \text{ млн. р.}$$

Еще одним способом погашения долга является погашение равными срочными уплатами, включающими как погашение основной суммы долга,

так и выплату процентов. Последовательность срочных уплат в этом случае будет представлять собой постоянную финансовую ренту, современное значение которой должно быть равно сумме долга.

Если платежи осуществляются в конце каждого года, то размер равных срочных уплат при этом определяется по формуле

$$R = \frac{D g}{1 - (1 + g)^{-n}}.$$

Общая сумма расходов заемщика по погашению долга

$$S = n R = \frac{n D g}{1 - (1 + g)^{-n}}.$$

Сумма выплачиваемых процентов при очередной срочной уплате составит

$$I_t = D_t g, t = 1, 2, \dots, n.$$

Сумма погашения долга при очередной срочной уплате

$$d_t = R - I_t$$

Частным случаем погашения долга равными срочными уплатами является потребительский кредит, при котором проценты начисляются по простой ставке. При p выплатах в году сумма выплаченных процентов

$$I = \frac{D g (n p + 1)}{2 p},$$

где D – сумма кредита; S – годовая ставка простых процентов по кредиту; n – срок кредита в годах.

Общая сумма расходов по погашению кредита составит

$$S = D + I,$$

и, следовательно, размер одинаковых очередных взносов

$$R = \frac{D + I}{n p}.$$

Пример:

Потребительский кредит на сумму 500 тыс. р. открыт на два года по ставке 25 % годовых. Погашение кредита должно осуществляться равными взносами ежеквартально. Определить стоимость кредита, погашаемую сумму и размер ежеквартальных взносов.

Решение: Стоимость кредита (сумма выплаченных процентов)

$$I = \frac{500000 * 0,25(2 * 4 + 1)}{2 * 4} = 140625$$

Погашаемая сумма составит:

$$S = 500000 + 140625 = 640625 \text{ р.}$$

Размер ежеквартальных взносов

$$R = \frac{640625}{2 * 4} = 80078,13$$

Начисление процентов указанным способом в мировой банковской практике называется “методом 78”. Это связано с тем, что для потребительского кредита сроком 12 месяцев ежемесячный размер погашения будет равен 1/12 его суммы. Следовательно, проценты за 1-й месяц будут начисляться со всей (12/12) суммы долга, за 2-й месяц – с 11/12 суммы долга, за 3-й месяц – с 10/12 суммы долга и так далее до последнего месяца, проценты в котором будут браться с 1/12 суммы долга. Сумма числителей таких дробей $12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 78$, что и дало название подобному методу начисления процентов.

7.2. Реструктурирование займа

Под реструктурированием займа (restructuring loan) понимают пересмотр условий действующего обязательства по погашению задолженности в связи с резким ухудшением финансового положения должника — для кредитора, очевидно, лучше потерять кое-что, чем все.

При реструктурировании применяются разные приемы, основными из которых являются:

- ✓ прямое сокращение суммы долга,
- ✓ уменьшение размера процентной ставки,
- ✓ пересмотр сроков и порядка выплат процентов и сумм погашения основного долга.

На практике одновременно применяют несколько из указанных способов. Например, известны случаи, когда к одной части обязательства применяли сокращение суммы основного долга, к другой — снижение процентной ставки, снижение процентной ставки иногда сопровождается увеличением льготного периода и т.п.

Какой бы способ реструктурирования ни был принят, обычным ее следствием является уменьшение современной стоимости выплат и

снижение процентной ставки за задолженность. В силу того, что при реструктурировании изменяются многие условия погашения задолженности, точные финансовые последствия этих изменений неочевидны. Поэтому выбор варианта реструктурирования и оценка финансовых последствий заключаются в сравнении соответствующих расчетных параметров. Для получения последних необходимо сформировать варианты потоков платежей от должника. Далее на основе принятой для дисконтирования процентной ставки (превалирующая для данного срока кредита рыночная ставка) рассчитать современную стоимость поступлений.

Что касается фактической доходности для кредитора новых условий займа, то здесь ограничимся лишь очевидным замечанием, что она будет ниже, чем до реструктурирования.

Пример:

Реструктурируется долг в сумме 1000 ден. ед., срок 5 лет, без льготного периода, погашение задолженности по методу постоянных срочных уплат, выплаты постнумерандо, проценты за кредит по ставке 12 % годовых. Обсуждается два варианта:

1. увеличение срока до 8 лет, снижение платы за кредит до 11,5 %;
2. увеличение срока до 10 лет, введение льготного периода 3 года, снижение платы за кредит до 11,75 %.

При сравнении вариантов реструктуризации следует учесть, что на денежном рынке кредиты на аналогичные сроки и с близкой степенью надежности открывают по 12 %. Предпочтительным для должника, естественно, является вариант с наименьшей современной стоимостью выплат. Для первого варианта находим:

$$Y_1 = \frac{D}{a_{8;12}}; A_1 = Y_1 \times a_{8;11,5} = \frac{1000}{5,055637} \times 4,96764 = 982,6.$$

Для второго:

$$Y_2 = \frac{D}{a_{10-3;11,75}};$$

$$A_2 = Dg_2 \times a_{3;12} + Y_2 \times a_{10-3;12} \times v^3 = 1000 \times 0,1175 \times 2,401831 +$$

$$+ \frac{1000}{4,600164} \times 4,563756 \times 1,12^{-3} = 988,4;$$

$$A_1 < A_2 < 1000.$$

7.3. Ипотечные ссуды. Расчеты по ипотечным ссудам

Ссуды под залог недвижимости являются одним из важных источников долгосрочного финансирования. В такой сделке владелец имущества получает ссуду у залогодержателя и в качестве обеспечения возврата долга передает последнему право на преимущественное удовлетворение своего требования из стоимости заложенного имущества в случае отказа от погашения или неполного погашения задолженности. Сумма ссуды обычно несколько меньше оценочной стоимости закладываемого имущества. В США, например, запрещено, за некоторыми исключениями, выдавать ссуды, превышающие 80% оценочной стоимости имущества. Наиболее распространенными объектами залога являются жилые дома, фермы, земля, другие виды недвижимости. Ипотечные ссуды выдаются коммерческими банками и специальными ипотечными банками, ссудно-сберегательными ассоциациями. Характерной особенностью ипотечных ссуд является длительный срок погашения – в США до 30 и более лет. Поскольку платежи по обслуживанию долга, то есть по уплате процентов и погашению предоставленного кредита, являются регулярными, то и расчет ипотеки сводится к расчету параметров того или иного вида ренты. Основной задачей расчета является разработка планов погашения и остатка задолженности на любой момент времени.

Существует несколько видов ипотечных ссуд, различающихся в основном методами погашения задолженности.

Стандартная ипотека

Наиболее распространена стандартная или типовая ипотечная ссуда, существо которой сводится к тому, что заемщик получает от залогодержателя, то есть кредитора, некоторую сумму под залог недвижимости. Этот кредит он погашает вместе с процентами равными, обычно ежемесячными, взносами.

Ссуды с ростом платежей

В этом случае предусматривается постоянный рост расходов по обслуживанию долга в первые 5 - 10 лет. Затем погашение производится постоянными взносами. Расчет сводится к применению формул для рент с переменными и постоянными платежами в соответствующие интервалы времени.

Ссуды с периодическим увеличением взносов

По согласованному графику каждые 3 - 5 лет сумма взносов увеличивается. Таким образом поток платежей представляет собой последовательность постоянных рент.

Ссуда с льготным периодом

В такой ипотеке предполагается наличие льготного периода, в течение которого выплачиваются только проценты по долгу.

Ссуда с залоговым счетом

В этой схеме предполагается, что клиент в начале операции вносит на специальный (залоговый) счет некоторую сумму денег. На начальных этапах он выплачивает кредитору погасительные взносы, которые меньше тех, что необходимы по стандартной ипотеке. Недостающие суммы добавляются путем списания с залогового счета, пока он не иссякнет. Таким образом кредитор все время получает постоянные взносы, как и в стандартной ипотеке. А взносы должника характеризуются ростом во времени.

Ссуды с периодическим изменением процентной ставки

Эта схема предполагает, что стороны каждые 3 - 5 лет пересматривают уровень процентной ставки с целью адаптации к условиям рынка.

Ссуда с переменной процентной ставкой

Здесь уровень ставки привязывается к какому-либо распространенному финансовому показателю или индексу. Пересмотр обычно осуществляется по полугодиям. Чтобы избежать чрезмерных скачков, предусматривается верхняя и нижняя границы разовых корректировок (например, не более 2 %).

Ипотека с обратным аннуитетом

Предназначена для заклада домов пожилыми владельцами (продажа в рассрочку с правом дожития). Цель такого залога – получение систематического дохода владельцем жилища.

Вопросы для повторения

1. Перечислите виды погашения задолженности.
2. Как формируется погасительный фонд.
3. Как осуществляется планирование погасительного фонда.
4. Перечислите разновидности кредитов.

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. По условиям контракта доходность кредита должна составлять 24 % годовых. Каков должен быть размер номинальной ставки при начислении процентов:

- А) ежемесячно;
- Б) поквартально?

Задача 2. Контракт между фирмой *A* и банком *B* предусматривает, что банк предоставляет в течение 3 лет кредит с ежегодными платежами в размере 1 млн. р. в начале каждого года под ставку 10 % годовых. Фирма

возвращает долг, выплачивая 1 млн. 300 тыс. р.; 1,5 и 2 млн. р. в конце 3-го, 4-го и 5-го годов. Приемлема ли эта операция для банка и если да, то каков его выигрыш?

Задача 3. Предполагается, что в фонд погашения долга $D = 10\,000$ долл. средства поступают в конце каждого года в течение 5 лет. На средства погасительного фонда начисляются проценты по ставке 10 %, ставка по кредиту 9,5 %. Предусматривается, что платежи каждый раз увеличиваются на 500 долл. Необходимо разработать план формирования фонда погашения.

Задача 4. Пусть долг, равный 100 тыс. р., необходимо погасить равными суммами за 5 лет, платежи в конце года. За заем выплачиваются проценты по ставке 5 %. Составить план погашения долга.

Задача 5. Ссуда в 30 500 р. выдана в 2004 г. 1 января по сложной ставке 10 % годовых. Заемщик обязан вернуть долг, выплачивая 8000, 16500 и 6500 р. последовательно 15.03, 07.07 и 21.10 того же года. Кто при такой схеме погашения кредита оказывается в проигрыше: кредитор или должник, и насколько?

Задача 6. По контракту произведенная продукция стоимостью 2 млн. р. оплачивается в рассрочку ежеквартально в течение 5 лет с начислением сложных процентов на оставшуюся сумму долга по годовой процентной ставке 0,12. Определить величины равных платежей, если начало оплаты продукции:

- А) перенесено на полгода после подписания контракта;
- Б) отложено на 2 года.

Задача 7. Заем был взят под 16 % годовых, выплачивать осталось ежеквартально по 500 д. е. в течение 2 лет. Из-за изменения ситуации в стране ставка снизилась до 8 % годовых. В банке согласились с необходимостью пересчета ежеквартальных выплат. Каков должен быть новый размер выплаты?

Задача 8. Выдана ссуда в 120 тыс. р. на 1,5 года под 24 % годовых. Должник обязан в конце каждого 2-го месяца выплачивать равными долями долг вместе с процентами (имеются в виду проценты в 1/6 от годовых). Какова сумма разового платежа?

Задача 9. Ссуда в 10 тыс. долл. выдана под 12 % годовых и требует ежемесячной оплаты по 180 долл. и выплаты остатка долга к концу срока в 5 лет. Каков остаток долга?

Задача 10. Долг в сумме 100 тыс. р. выдан под 10 % годовых на 5 лет. Для его погашения единовременным платежом одновременно с получением ссуды создается фонд. На размещаемые в нем средства начисляются проценты (11 % годовых), причем в погасительный фонд ежегодно вносятся равные суммы. Найти срочные расходы должника на протяжении 5 лет для двух вариантов погашения процентов:

А) ежегодно;

Б) разовым платежом в конце срока.

Задача 11. При выдаче ссуды на 180 дней под 10 % годовых по простой ставке кредитором удержаны комиссионные в размере 0,5 % суммы кредита. Какова эффективность ссудной операции в виде годовой ставки сложных процентов при условии, что год равен 360 дням?

Задача 12. Кредит в 20 млн. р. выдан на 2 года под ставку 10 %. Согласно договору все проценты должны быть выплачены одной суммой в начале срока. Определить:

А) план погашения минимальным числом выплат;

Б) может ли срочная уплата второго года равняться 10 млн. р.?

Задача 13. Имеются два варианта получения годового кредита в 90 тыс. р., возвращаемого одним платежом в конце года:

А) при учетной ставке 10 %;

Б) при процентной ставке 10 %.

Определить платежи по каждому варианту и лучший для заемщика вариант.

Задача 14. Для занятия предпринимательской деятельностью господину Иванову требуется кредит в размере 300 тыс. р. Возможности возврата этой ссуды, основанные на ожидаемой прибыли, он оценивает допустимыми для него ежегодными выплатами по 70 тыс. р. каждая. Банк кредитует под ставку 5 % годовых и согласен на предлагаемый размер срочной уплаты в счет погашения кредита. Составить план погашения долга.

Задача 15. Фермер купил в кредит систему для очистки воды за 20 тыс. долл. Он обязан погасить этот кредит ежемесячными платежами в течение года, выплачивая при этом проценты за долг по сложной ставке в 6 %.

Хозяин магазина продает этот контракт финансовой компании, которая, желая получить доход по ставке 12 %, добивается соответствующего изменения стоимости контракта. Сколько должна заплатить компания хозяину магазина?

Задача 16. Домостроительная фирма продала дом за 12 млн. р., предоставив покупателю потребительский кредит на 3 года по простой годовой ставке 10 %. Согласно договору этот кредит должен быть погашен равными ежегодными выплатами. Определить доходность этой операции для домостроительной фирмы.

Задача 17. Начиная с текущего года Якутский университет в правилах приема предусмотрел возможность обучения в кредит. Так, для абитуриентов отделения математики, недобравших одного проходного бала, этот кредит равен стоимости пятилетнего обучения на платной основе и составляет 25 тыс. долл. Руководство университета, не сомневаясь в кредитоспособности своих выпускников, установило следующие правила займа: кредит выдается на 10 лет под 10 % годовых; первые 5 лет, пока студент учится, он ничего не платит, в оставшуюся пятилетку ссуда погашается в конце каждого года равными взносами. Допустим, что заемщик предполагает использовать на эти нужды половину годовой зарплаты, которую он будет получать по окончании университета. На какой минимально возможный для себя уровень среднемесячной зарплаты он надеется?

Задача 18. Ссуда в 32 240 р. выдана в 2009 г. 1 января по сложной ставке 17% годовых. Заемщик обязан вернуть долг, выплачивая 8000, 16500 и 6500 р. последовательно 15.03, 07.07 и 21.10 того же года. Кто при такой схеме погашения кредита оказывается в проигрыше: кредитор или должник, и насколько?

Задача 19. По контракту произведенная продукция стоимостью 10 млн. р. оплачивается в рассрочку ежеквартально в течение 11 лет с начислением сложных процентов на оставшуюся сумму долга по годовой процентной ставке 0,12. Определить величины равных платежей, если начало оплаты продукции:

- А) перенесено на полгода после подписания контракта;
- Б) отложено на 4 года.

8. ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ НА РЫНКЕ ЦЕННЫХ БУМАГ

8.1. Виды доходности финансовых операций

Доходы от финансово-кредитных операций и различных коммерческих сделок имеют различную форму: проценты от выдачи ссуд, комиссионные, дисконт при учете векселей, доходы от облигаций и других ценных бумаг и т.д. Само понятие "доход" определяется конкретным содержанием операции. Причем в одной операции часто предусматривается два, а то и три источника дохода. Например, ссуда приносит кредитору проценты и комиссионные, владелец облигации помимо процентов (поступлений по купонам) получает разницу между выкупной ценой облигации и ценой ее приобретения. В связи со сказанным возникает проблема измерения доходности операции с учетом всех источников поступлений. Обобщенная характеристика доходности должна быть сопоставимой и применима к любым видам операций и ценных бумаг. Обычно степень финансовой эффективности (доходности) этих операций измеряется в виде годовой ставки процентов — чаще сложных, реже простых. Искомые показатели получают исходя из общего принципа — все вложения и доходы с учетом конкретного их вида условно приравниваются эквивалентной (равнодоходной) ссудной операции.

Решение проблемы измерения и сравнения степени доходности финансово-кредитных операций заключается в разработке методик расчета условной годовой ставки для каждого вида операций с учетом особенностей соответствующих контрактов и условий их выполнения. Такие операции различаются между собой во многих отношениях. Эти различия на первый взгляд могут и не представляться существенными, однако практически все условия операции в большей или меньшей мере влияют на конечные результаты – финансовую эффективность.

Расчетная процентная ставка, о которой идет речь, получила различные названия. В простых депозитных и ссудных операциях она называется эффективной, в расчетах по оценке облигаций ее часто называют полной доходностью, или доходностью на момент погашения, доходностью к погашению. В анализе производственных инвестиций для аналогичного по содержанию показателя применяется термин внутренняя норма доходности, или внутренняя норма процента. Этот термин в настоящее время широко распространен за рубежом и вне рамок производственных инвестиций – его часто применяют в коммерческой и банковской практике. Свое название данный показатель, по-видимому, получил в связи с тем, что он адекватен всем условиям инвестиционного проекта в совокупности и непосредственно не фигурирует в контрактах.

На наш взгляд, этот термин не вписывается в принятую у нас терминологию. Поэтому в дальнейшем во всех случаях, кроме анализа производственных инвестиций, будем называть соответствующую годовую ставку полной доходностью.

Итак, под полной доходностью понимают ту расчетную ставку процента, при которой капитализация всех видов доходов от операции равна сумме инвестиций и, следовательно, капиталовложения окупаются, иначе говоря, начисление процентов на вложения по ставке, равной полной доходности, обеспечит выплату всех предусмотренных платежей. Применительно к облигации это означает равенство цены приобретения облигации сумме дисконтированных по полной доходности купонных платежей и выкупной цены; для ссудной операции – равенство действительной суммы кредита (т.е. кредит за вычетом комиссионных) сумме дисконтированных поступлений (процентов и погашений долга). Чем выше полная доходность, тем больше эффективность операции. При неблагоприятных условиях полная доходность может быть нулевой или даже отрицательной величиной. Показатель полной доходности является не только измерителем доходности операции для кредитора, но и характеризует цену кредита для должника. Следует отметить, что при получении кредита должник может нести какие-либо дополнительные разовые расходы, которые увеличат цену кредита, но оставят без изменения доходность кредитной операции для владельца денег.

Основное внимание в главе уделено проблеме оценки полной доходности для конкретных видов финансовых операций и анализу факторов, влияющих на этот показатель. Кроме того, здесь обсуждаются методы сравнения контрактов, предусматривающих кредитование.

Финансовой называется операция, начало и конец которой имеют денежную оценку – IC_n и IC_k соответственно, а цель проведения заключается в максимизации разности ($IC_k - IC_n$) или другого подобного показателя.

Под денежной оценкой начала операции понимают размер вложенных инвестиций, затраты или просто наличный капитал, под денежной оценкой конца операции – наращенный капитал, полученный доход.

Доходность d операции (номинальная или расчетная) определяется из уравнения:

$$d = \frac{IC_k - IC_n}{IC_n}$$

Здесь IC_k/IC_n называется коэффициентом, или множителем наращения.

Поскольку множитель наращения и доходность жестко связаны друг с другом, то иногда под доходностью понимают множитель наращения.

Ранее нами было отмечено, что при рассмотрении ставки финансовой операции необходимо оценивать также инфляцию. Реальная доходность операции с учетом инфляции определяется по следующему выражению:

$$d = \frac{I_{\text{К}}/1 + a - I_{\text{Н}}}{I_{\text{Н}}}$$

где a – величина инфляции за время проведения операции.

Следовательно, инфляция обесценивает конечную оценку операции в $(1 + a)$ раз. Эффективная доходность операции учитывает ставку безрискового вложения

$$d = \frac{I_{\text{К}}/1 + b - I_{\text{Н}}}{I_{\text{Н}}}$$

где b – ставка безрискового вложения (безрисковая ставка) за время проведения операции.

Точная доходность с учетом инфляции и возможности размещения по безрисковой ставке определяется по следующему соотношению

$$d = \frac{I_{\text{К}}/(1 + b)(1 + a) - I_{\text{Н}}}{I_{\text{Н}}}$$

Поскольку между темпом инфляции и безрисковой ставкой имеется связь, то простое дисконтирование по произведению $(1 + a)(1 + b)$ не дает нужного результата.

В приведенных выше определениях доходности дисконтировалась конечная оценка операции к ее началу. То же самое можно получить, если дисконтировать начальную оценку операции к ее концу, т. е. нарастить начальную оценку по соответствующей ставке.

Все определения доходности данные выше практически не учитывали продолжительность операции, поэтому их называют абсолютными доходностями.

Относительная доходность (эффективность операции) – скорость роста вложенных в операцию средств по отношению к размеру средств в начале операции. Она определяется в процентах годовых или в годовой доле и ее обозначают i . При известной длительности операции T , начальной $I_{\text{Н}}$ и конечной $I_{\text{К}}$ оценке операции для определения i используется уравнение $I_{\text{Н}}(1 + i)^T = I_{\text{К}}$.

Если операция продолжалась время t и имела (абсолютную) доходность d , то доходность в процентах годовых удовлетворяет уравнению

$$i = (IC_k / IC_n)^{\frac{1}{t}} - 1$$

Текущая и полная доходность

Финансовые операции, которые продолжаются некоторое время и состоят из нескольких более мелких операций, характеризуются текущей доходностью. В случае с акцией – это дивиденды, в случае с облигацией – купонные выплаты.

Полная доходность относится ко всему вложенному капиталу, и рассчитывается с позиции владельца этого капитала по формуле

$$r = \frac{R + (IC_k - IC_n)}{IC_n} = r_c + r_I$$

где R – поток текущих доходов, полученных владельцем от вложенного капитала за период; IC_n – первоначальная сумма вложенного капитала (инвестиции на начало периода); IC_k – конечная (наращенная) сумма вложенного капитала (инвестиции на конец периода); r_c – текущая доходность; r_I – доходность прироста капитала (капитализированная) текущая доходность.

Пример:

Владелец недвижимости стоимостью 1 550 000 р. в начале года сдал ее в аренду и получил за это годовую плату в сумме 60 000 р. К концу года стоимость недвижимости возросла и составила 1 750 000 р. Рассчитать текущую доходность, доходность прироста капитала и полную доходность.

Решение:

Полная доходность капитала за год, вложенного в недвижимость рассчитывается по выше предложенной формуле: $r = \frac{R}{IC_n} + \frac{(IC_k - IC_n)}{IC_n} = \frac{60000}{1550000} + \frac{1750000 - 1550000}{1550000} = 0,1677$

Текущая доходность составляет: $r = \frac{R}{IC_n} = \frac{60000}{1550000} = 0,0387$

Таким образом, текущая доходность составляет 17 % и полная доходность 3,87 %.

Доходность используется для обеспечения сопоставимости и сравнительной оценки различных вложений капитала.

8.2. Курс и доходность облигации

Облигация – это долговая ценная бумага, которая удостоверяет отношения займа между его владельцем (кредитором) и лицом, выпустившим облигацию (заемщиком).

Современное российское законодательство определяет облигацию как «эмиссионную ценную бумагу, закрепляющую право ее держателя на получение от эмитента облигации в предусмотренный ею срок ее номинальной стоимости и зафиксированного в ней процента от этой стоимости или иного имущественного эквивалента». Таким образом, облигация — это долговое свидетельство, которое имеет два основных компонента:

- ✓ обязательство эмитента вернуть держателю облигации по истечении определенного срока сумму, указанную на лицевой стороне облигации;
- ✓ обязательство эмитента выплачивать держателю облигации фиксированный доход в виде процента от номинальной стоимости или иного имущественного эквивалента.

Стоимость и доходность облигаций

Облигации имеют номинальную (нарицательную) цену и рыночную цену.

Номинальная цена облигации напечатана на самой облигации и обозначает сумму, которая берется в займы и подлежит возврату по истечении срока облигационного займа. Номинальная цена является базовой величиной для расчета принесенного облигацией дохода. Процент по облигации устанавливается к номиналу, а прирост (или уменьшение) стоимости облигации за соответствующий период рассчитывается как разница между номинальной ценой, по которой облигация будет погашена, и ценой покупки облигации.

Облигации с момента их эмиссии и до погашения продаются и покупаются по установившимся на рынке ценам. Рыночная цена в момент эмиссии, а именно эмиссионная цена, может быть ниже номинала, равна номиналу и выше номинала.

Рыночная цена облигаций определяется исходя из ситуации, которая сложилась на рынке облигаций и на финансовом рынке в целом к моменту продажи. Рыночная цена облигации зависит и от ряда других условий, важнейшее из которых – надежность вложения, т. е. степень риска, уровень процентной ставки, период обращения облигации, срок до погашения и др.

В общем виде текущую цену облигации можно представить как стоимость ожидаемого денежного потока, приведенного к текущему моменту. Как известно, денежный поток состоит из двух компонентов купонных выплат и номинала облигации, выплачиваемого при ее погашении. Таким образом, цена облигации представляет собой приведенную стоимость аннуитета и единовременно выплачиваемой суммы номинальной цены. Фиксированный текущий доход по облигации представляет собой постоянные аннуитеты, т.е. годовые фиксированные выплаты в течение ряда лет. Цена облигации определяется по формуле:

$$PV = \sum_{t=1}^n K / (1 + r)^t + N / (1 + r)^n$$

где PV – текущая стоимость (приведенная стоимость);

K – купонные выплаты;

r – ставка дисконтирования;

N – номинал стоимости облигации;

n – число периодов, в течение которых осуществляется выплата купонных доходов.

Следует иметь в виду, что номинальная стоимость разных облигаций различна и часто возникает потребность в сопоставимом измерителе рыночных цен облигаций. Для этого используют такое понятие, как курс облигации.

Курс облигации – это значение рыночной цены облигации, выраженное в процентах к ее номиналу.

$$K_{\text{обл}} = (C_p / N) * 100\%$$

где C_p – рыночная цена облигации, р.;

N – номинальная цена облигации, р.

Доход по облигации

Облигации, как и другие ценные бумаги, являются объектом инвестирования на фондовом рынке и приносят своим держателям определенный доход.

Общий доход от облигации складывается из:

- ✓ периодически выплачиваемых доходов (купонного дохода);
- ✓ изменения стоимости облигации за соответствующий период;
- ✓ дохода от реинвестирования полученных процентов.

Рассмотрим каждую составляющую дохода.

Во-первых, как уже отмечалось, облигация, в отличие от акций, приносит своему владельцу фиксированный текущий доход. Этот доход

представляет собой постоянные аннуитеты, т.е. годовые фиксированные выплаты в течение ряда лет.

Размер купонного дохода по облигациям зависит прежде всего от надежности эмитента. Чем надежнее эмитент, тем меньше предлагаемый процент.

Процентные купонные выплаты по облигациям условно можно разделить на три группы:

- ✓ фиксированные ежегодные выплаты по ставке, установленной эмитентом при выпуске облигаций;
- ✓ индексируемые ежегодные выплаты;
- ✓ купонный доход, выплачиваемый одновременно с основной суммой долга.

Во-вторых, облигация может приносить доход в результате изменения стоимости облигации за время с момента ее покупки до продажи. Разница между ценой покупки облигации (C_0) и ценой, по которой инвестор продает облигацию (C_p), представляет собой *прирост капитала*, вложенного инвестором в конкретную облигацию ($D = C_p - C_0$).

Этот вид дохода приносят прежде всего облигации, которые продаются по цене ниже номинала, т.е. с дисконтом. При покупке и продаже облигаций с дисконтом важным моментом является определение цены продажи облигации.

В-третьих, облигация приносит доход от реинвестиции полученных процентов. Однако этот доход можно получить только при условии, что полученный в виде процентов текущий доход по облигации постоянно реинвестируется. Этот вид дохода может иметь довольно существенное значение при покупке долгосрочных облигаций.

Общий, или совокупный, доход по облигациям, как правило, ниже, чем по другим ценным бумагам.

Доходность облигаций

На практике решение об инвестировании средств должно пройти экспертизу с точки зрения эффективности вложений, которую можно определить путем изучения доходности той или иной операции.

Под доходностью понимают величину дохода от вложения финансовых средств, т.е. от предоставления активов в долг, соотнесенную с затратами на получение данной суммы дохода.

В общем виде доходность является относительным показателем и представляет собой доход, который приходится на единицу затрат. Различают текущую доходность и полную, или конечную доходность облигаций.

Показатель текущей доходности характеризует годовые (текущие) поступления по облигации относительно затрат на ее покупку.

Текущая доходность облигации рассчитывается по формуле:

$$d_{\text{тек}} = (D / C_0) * 100\%$$

где $d_{\text{тек}}$ – текущая доходность облигации, %;

D – доход (сумма, выплачиваемая в год, % в р.);

C_0 – курс стоимости облигации, по которой она была приобретена, р.

Текущая доходность облигации является простейшей характеристикой облигации. Однако этот показатель не отражает еще один источник дохода – изменение стоимости облигации за период владения ею. Поэтому по облигациям с нулевым купоном текущая доходность равна нулю, хотя доход в форме дисконта она приносит.

Оба источника дохода отражаются в показателе конечной или полной доходности, которая характеризует полный доход по облигации, приходящийся на единицу затрат на покупку этой облигации.

Показатель конечной доходности (или полной доходности) рассчитывается по формуле:

$$d_{\text{кон}} = [(D_{\text{сов}} + P) / (K_p * T)] * 100\%$$

где $d_{\text{кон}}$ – конечная (полная) доходность облигации, %;

$D_{\text{сов}}$ – совокупный процентный доход, р.;

P – величина дисконта по облигации (т.е. разница между ценой приобретения и номинальной ценой облигации), р.;

K_p – курс стоимости облигации, по которой она была приобретена, р.;

T – число лет, в течение которых инвестор владел облигацией.

Величина дисконта P равна разнице между номинальной стоимостью облигации и ценой приобретения, если инвестор держит облигацию до погашения. Если же инвестор продает облигацию, не дожидаясь погашения, то величина P представляет собой разницу между ценой продажи и ценой приобретения облигации. Кроме того, существуют два фактора, влияющих на доходность облигаций. Это – инфляция и налоги. Поэтому реальная доходность облигаций должна рассчитываться после вычета из дохода выплачиваемых налогов с поправкой на инфляцию.

8.3. Банковские депозитные сертификаты

Депозитный сертификат (англ. - certificate of deposit) - именная ценная бумага, выдаваемая вкладчику, которая удостоверяет внесенную им сумму депозита. Такой сертификат дает вкладчику право получить по окончании

срока его действия проценты, зафиксированные условиями договора. Депозитный сертификат не может являться платежным средством при расчетах за товары или услуги.

Депозитные сертификаты бывают именными или на предъявителя.

Допускается досрочное расторжение договора депозитного сертификата. В таком случае проценты по нему будут выплачены по сниженной ставке. Как правило, депозитные сертификаты имеют долгий срок действия, от одного года. По данному инструменту возможна плавающая процентная ставка (преимущественно в США и Великобритании). В США существуют депозитные сертификаты, предусматривающие крупные минимальные суммы - от 100 тыс. долларов (так называемые jumbo CDs, или «гигантские» депозитные сертификаты). В западных странах депозитные сертификаты выдаются как частным, так и юридическим лицам.

Сертификаты отличаются от обычных банковских депозитов тем, что могут обращаться на вторичном рынке. Там они оцениваются исходя из текущей стоимости будущих денежных поступлений. Расчет их текущей стоимости интересен тем, что за время действия сертификата может произойти изменение текущей процентной ставки.

Пример:

Пусть депозитный сертификат был выпущен на сумму 1000 р. под 12 % годовых. Следовательно, при его гашении через год его владелец получит 1120 р. Предположим, что через полгода ставка уменьшилась до 6 %. Какова будет цена этого сертификата в этот момент?

Решение: Эта цена P , наращенная по ставке 6 % годовых, через полгода должна нарасти до 1120. Имеем уравнение $P(1 + 0,06)^{1/2} = 1120$, отсюда получаем $P = 1087$ р.

8.4. Арбитраж и характеристики финансовых инструментов

Если на одном рынке товар стоит дешевле, чем на другом, то можно купить товар на первом рынке, продать его на втором и получить некоторую прибыль. В советское время это называлось спекуляцией. Конечно, такое положение может быть лишь временным. Найдется много желающих проводить такие операции — они называются арбитражными. Эта операция приведет к повышению цены на первом рынке и к ее падению на втором. Разница цен может остаться, но она не сможет компенсировать транспортных и других издержек по этой операции.

Финансовый рынок принципиально немногим отличается от обычных товарных рынков. Арбитражные операции проводятся и на нем. Отметим, что часто арбитражные операции покупки и продажи осуществляются одновременно.

Рассмотрим ценообразование фьючерсных и форвардных контрактов с учетом возможности арбитражных сделок.

Форвардные и фьючерсные контракты – это контракты на покупку или продажу определенного количества какого – либо товара на определенную дату в будущем, но по цене, установленной в момент заключения контракта. Фьючерсные контракты отличаются от форвардных лишь тем, что они обезличены, являются фактически стандартными и торговля ими ведется лишь на специализированных биржах, в то время как форвардные контракты могут быть весьма индивидуальны (например, между банком и его клиентом).

Рассмотрим ценообразование фьючерсов на покупку какого-то актива ровно через год. Пусть нынешняя цена актива равна 10 000 \$, банковская процентная ставка составляет 10 %. Предположим, что этот актив приносит чистого дохода тоже 10 % в год. Тогда справедливая цена такого актива через год составит 110 % от нынешних 10 000 \$, т.е. 11 000 \$ (надо понимать, что доход, который принесет актив за год, добавляется к активу и за оба вместе и платят 11 000 \$). Столько и должен стоить фьючерс на покупку такого актива. В самом деле, предположим, что этот фьючерс сейчас продается за меньшую сумму: например, за 10 000 \$. Тогда арбитражер купит фьючерс, продаст сейчас имеющийся у него актив за 10 000 \$, положит вырученные деньги в банк, через год они нарастут до 10 000 + 1000 \$, по имеющемуся у него фьючерсу купит точно такой же актив, какой продал год назад, за 10 000 \$ и получит в итоге прибыль 1000 \$.

Если же фьючерс будет переоценен, т.е. он дает право продать через год актив по большей цене, скажем за 12 000 \$, то арбитражер приобретает фьючерс, покупает актив сейчас за 10 000 \$, воспользовавшись банковским кредитом под 10 % годовых. Через год этот актив он продаст по фьючерсу за 12 000 \$ и в итоге получает прибыль 1000 \$ (т.е. 12 000 - 11 000 \$). Торговлю фьючерсами на биржах организует клиринговая палата.

Допустим, что сегодня 2000 \$ — фьючерсная цена поставки актива через 3 дня, в момент $t = 3$. Если завтра фьючерсная цена поставки актива в момент t станет 1900 \$, то клиринговая палата перечислит на счет поставщика 100 \$. Эти 100 \$ будут сняты со счета покупателя и ему будет предложено пополнить свой счет. Если вдруг (под влиянием каких-нибудь событий, слухов и т.п.) послезавтра фьючерсная цена поставки актива в момент $t = 3$ поднимется до 2200 \$, то палата перечислит на счет

покупателя 300 \$, сняв их со счета поставщика. Так клиринговая палата обеспечивает исполнение контракта ровно по цене 2000 \$.

8.5. Портфельная теория Г. Марковица

В 1952 г. Гарри Марковиц опубликовал фундаментальную работу, которая является основой подхода к инвестициям с точки зрения современной теории формирования портфеля. Подход Марковица начинается с предположения, что инвестор в настоящий момент времени имеет конкретную сумму денег для инвестирования. Эти деньги будут инвестированы на определенный промежуток времени, который называется периодом владения (holding period). В конце периода владения инвестор продает ценные бумаги, которые были куплены в начале периода, после либо использует полученный доход на потребление, либо реинвестирует доход в различные ценные бумаги (либо делает то и другое одновременно).

Таким образом, подход Г. Марковица может быть рассмотрен как дискретный подход, при котором начало периода обозначается $t = 0$, а конец периода обозначается $t = 1$. В момент $t = 0$ инвестор должен принять решение о покупке конкретных ценных бумаг, которые будут находиться в его портфеле до момента $t = 1$. Поскольку портфель представляет собой набор различных ценных бумаг, это решение эквивалентно выбору оптимального портфеля из набора возможных портфелей. Поэтому подобную проблему часто называют проблемой выбора инвестиционного портфеля.

Принимая решение в момент $t = 0$, инвестор должен иметь в виду, что доходность ценных бумаг (и, таким образом, доходность портфеля) в предстоящий период владения неизвестна. Однако инвестор может оценить ожидаемую (или среднюю) доходность различных ценных бумаг, основываясь на некоторых предположениях, а затем инвестировать средства в бумагу с наибольшей ожидаемой доходностью. Г. Марковиц отмечает, что это будет в общем неразумным решением, так как типичный инвестор хотя и желает, чтобы "доходность была высокой", но одновременно хочет, чтобы "доходность была бы настолько определенной, насколько это возможно". Это означает, что инвестор, стремясь одновременно максимизировать ожидаемую доходность и минимизировать неопределенность (т.е. риск), имеет две противоречащие друг другу Цели, которые должны быть сбалансированы при принятии решения о покупке в момент $t = 0$.

Подход Г. Марковица к принятию решения дает возможность адекватно учесть обе эти цели. Следствием наличия двух противоречивых целей является необходимость проведения диверсификации с помощью покупки не одной, а нескольких ценных бумаг. Последующее обсуждение подхода Г. Марковица к инвестициям начинается с более конкретного определения понятий начального и конечного благосостояния.

Поскольку портфель представляет собой совокупность различных ценных бумаг, его доходность может быть вычислена аналогичным образом:

$$r_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0}$$

Здесь W_0 обозначает совокупную цену покупки всех ценных бумаг, входящих в портфель в момент $t = 0$; W_1 - совокупную рыночную стоимость этих ценных бумаг в момент $t = 1$ и, кроме того, совокупный денежный доход от обладания данными ценными бумагами с момента $t = 0$ до момента $t = 1$.

Уравнение с помощью алгебраических преобразований может быть приведено к виду:

$$W_0(1 + r_p) = W_1$$

Из уравнения (159) можно заметить, что начальное благосостояние, или благосостояние в начале периода (W_0), умноженное на сумму единицы и уровня доходности портфеля, равняется благосостоянию в конце периода (W_1), или конечному благосостоянию.

Ранее отмечалось, что инвестор должен принять решение относительно того, какой портфель покупать в момент $t = 0$. Делая это, инвестор не знает, каким будет предположительное значение величины для большинства различных альтернативных портфелей, так как он не знает, каким будет уровень доходности большинства этих портфелей.

Таким образом, по Г. Марковицу, инвестор должен считать уровень доходности, связанный с любым из этих портфелей, случайной переменной. Так переменные имеют свои характеристики, одна из них - ожидаемое (или среднее) значение, а другая - стандартное отклонение.

Г. Марковиц утверждает, что инвестор должен основывать свое решение по выбору портфеля исключительно на ожидаемой доходности и стандартном отклонении. Это означает, что инвестор должен оценить ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля, а затем выбрать "лучший" из них, основываясь на соотношении этих двух параметров. Интуиция при этом играет определяющую роль. Ожидаемая доходность может быть представлена как мера потенциального вознаграждения, связанная с конкретным портфелем, а стандартное

отклонение - как мера риска, связанная с данным портфелем. Таким образом, после того, как каждый портфель был исследован в смысле потенциального вознаграждения и риска, инвестор должен выбрать портфель, который является для него наиболее подходящим.

Кроме того, был изложен подход к инвестициям Г. Марковица.

При этом подходе инвестор должен оценить все альтернативные портфели с точки зрения их ожидаемых доходностей и стандартных отклонений, используя кривые безразличия.

В случае когда инвестор избегает риска, для инвестиций будет выбран портфель, лежащий на кривой безразличия, расположенной "выше и левее" всех остальных. Однако определенные вопросы остаются без ответов. Например, каким образом инвестор вычисляет ожидаемую доходность и стандартное отклонение портфеля, представленная на рис. 4.

- А) Инвестор с высокой степенью избегания риска
- Б) Инвестор со средней степенью избегания риска
- В) Инвестор с низкой степенью избегания риска

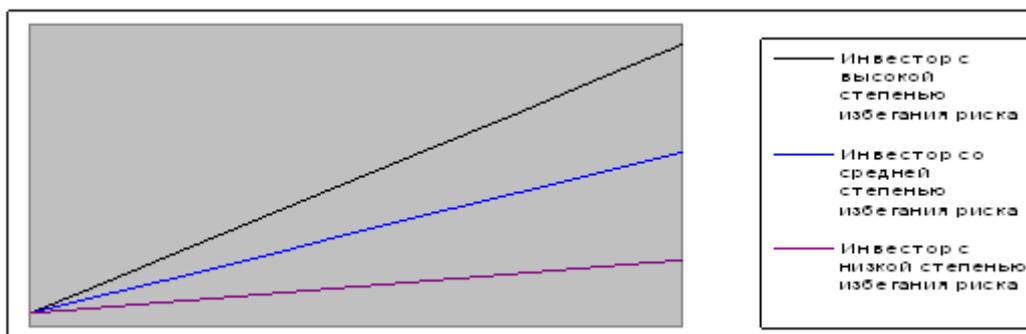


Рис. 4. Кривые безразличия инвесторов с различной степенью избегания риска

Исходя из подхода Г. Марковица к инвестициям, инвестор должен обратить особое внимание на конечное (в конце периода) благосостояние W_1 . Это означает, что, принимая решение, какой портфель приобрести, и используя свое начальное (в начале периода) благосостояние W_0 , инвестор должен обратить особое внимание на эффект, который различные портфели оказывают на W_1 . Этот эффект может быть выражен через ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля.

Вопросы для повторения

1. Перечислите виды ценных бумаг.
2. Что такое внутренняя доходность ценных бумаг?
3. Что такое полная и текущая доходность?
4. Как производится расчет полной доходности ценной бумаги?

Задачи для аудиторной и самостоятельной работы

Задача 1. Оценить текущую стоимость облигации с нулевым купоном номинальной стоимостью 1 млн. р. и сроком погашения через 3 года. Ставка дисконта $d = 12\%$.

Задача 2. Оценить текущую стоимость облигации номинальной стоимостью 1 млн. р., с купонной ставкой 16% годовых и сроком погашения 5 лет. Ставка дисконта $d = 10\%$.

Задача 3. Оценить текущую стоимость бессрочной облигации, если по ней ежегодно выплачивается доход в размере 100 тыс. р. Ставку дисконта принять равной $d = 10\%$.

Задача 4. Определить ориентировочную рыночную стоимость облигации номиналом 100 000 р. при условии, что срок погашения облигации через 3 года, купонная ставка 10% годовых, ставка банковского процента равна 4% .

Задача 5. Определить цену акции нулевого роста при условии, что дивиденды в размере 500 р. из года в год будут оставаться неизменными, а требуемый уровень доходности – 10% .

Задача 6. Правительство решает выпустить краткосрочные долговые обязательства сроком на три месяца, доход выплачивается в виде дисконта, банковская ставка по депозитам – 60% , обязательства размещаются среди производственных предприятий. Предполагается, что доход по долговым обязательствам государства налогом не облагается, а доходы (проценты) по депозиту облагаются налогом на прибыль по ставке 32% . Определить минимально допустимый размер дисконта, обеспечивающий размещение облигаций (при расчете учесть налогообложение).

Задача 7. При выполнении операции учета векселя с владельца удерживаются комиссионные в размере $0,5\%$ от достоинства векселя. Вычислить доходность этой финансовой операции, если учет векселя производится по простой ставке $d = 30\%$ за 3 месяца до погашения.

Задача 8. Инвестор X приобрел за 800 р. привилегированную акцию номинальной стоимостью 1000 р. с фиксированным размером дивиденда 30% годовых. В настоящее время курсовая стоимость акции - 1200 р. Определить:

А) текущую доходность по данной акции (без учета налогов);

Б) текущую доходность вложения инвестора «Х».

Задача 9. Ожидается, что выплачиваемый по акции дивиденд составит в первом году сумму $D = 5$ долл. и в будущем неограниченно долго будет возрастать на $g = 10\%$ в год. Оценить текущую стоимость этой акции, если ставка дисконта $d = 15\%$.

Задача 10. Что выгоднее производственному предприятию (с учетом налогообложения прибыли в 32% годовых): инвестировать 1 млн. р. на депозит в банке сроком на 1 год с выплатой 21% годовых или купить депозитный сертификат того же банка со сроком погашения через год и выплатой 17% годовых (доход от покупки депозитного сертификата облагается налогом по ставке 15%)?

Задача 12. Трехгодичная купонная облигация номиналом 100 долл. и с купонной ставкой 6% имеет текущую стоимость 92,6 долл. Ставки налогов на прирост капитала и процентный доход одинаковы и равны 30% . Требуется:

- А) определить полную годовую доходность этой облигации;
- Б) найти реальное значение этой доходности, если ожидается инфляция с годовым темпом 4% ;
- В) рассчитать внутреннюю доходность;
- Г) определить ее реальное значение при инфляции с тем же темпом 4% .

Задача 13. Текущий курс акций составляет 30 долл. Инвестор соглашается купить опцион за 200 долл. на покупку 100 акций по 35 долл. через два месяца. Допустим, что к назначенному сроку курс акций поднимется до 50 долл. Какова годовая ставка процента на вложенные в покупку опциона 200 долл.?

ВОПРОСЫ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

1. Финансовая математика – как основа количественного анализа финансовых операций.
2. Время – основной фактор финансовых расчетов. Будущая и текущая стоимость.
3. Концепция временной стоимости (ценности) денег.
4. Проценты, виды процентных ставок.
5. Формула наращения. Варианты расчета простых процентов.
6. Реинвестирование по простым ставкам.
7. Наращение процентов в потребительском кредите.

8. Дисконтирование по простым процентным ставкам.
9. Банковский учет.
10. Определение срока ссуды и величины процентной ставки.
11. Начисление сложных годовых процентов.
12. Начисление процентов при дробном числе лет.
13. Переменные ставки.
14. Номинальная и эффективная ставки.
15. Дисконтирование по сложной процентной ставке.
16. Операции со сложной учетной ставкой.
17. Нарращение по сложной учетной ставке.
18. Определение срока ссуды и размера процентной ставки.
19. Непрерывное наращение и дисконтирование.
20. Средние процентные ставки.
21. Эквивалентность процентных ставок.
22. Финансовая эквивалентность обязательств.
23. Консолидирование задолженности.
24. Налоги и инфляция.
25. Потоки платежей, их основные параметры.
26. Постоянная рента постнумерандо. Нарращение и дисконтирование постоянной ренты постнумерандо.
27. Рента пренумерандо.
28. Нарращение суммы и современные стоимости постоянных рент.
29. Ренты с постоянным абсолютным приростом платежей.
30. Ренты с постоянным относительным приростом платежей.
31. Непрерывные переменные потоки платежей.
32. Конверсия рент.
33. Основные определения риска, неопределенности и диверсификации.
34. Классификационные модели риска.
35. Методы оценки, анализа финансового риска.
36. Диверсификация инвестиций и дисперсия дохода.
37. Минимизация дисперсии дохода.
38. Понятие и виды долга, расходы на его обслуживание.
39. Погасительный фонд. Погашение долга в рассрочку.
40. Реструктурирование займа.
41. Ипотечные ссуды. Расчеты по ипотечным ссудам.
42. Виды доходности финансовых операций. Текущая и полная доходность. Курс и доходность облигации.
43. Зависимость цены (курса) облигации от ставки процента.
44. Цена вечной акции (доход — только дивиденды).
45. Банковские депозитные сертификаты.
46. Арбитраж и характеристики финансовых инструментов.
47. Портфельная теория Гарри Марковица.

48. Стохастические модели с дискретным и непрерывным временем.
49. Характеристика инвестиций.
50. Определение величины инвестиций.
51. Расчет годового дохода для заданной внутренней доходности проекта.
52. Чистый приведенный доход.
53. Внутренняя норма доходности.
54. Срок окупаемости и индекс доходности.
55. Сравнение инвестиционных проектов.
56. Сравнение результатов оценки эффективности.
57. Моделирование инвестиционного процесса.

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ

Актуарный метод - предполагает последовательное начисление процентных денег на реальную сумму долга.

Верные ренты - подлежат безусловной уплате.

Вечная рента - это рента с бесконечно большим числом членов ренты.

Выкуп ренты - представляет собой замену предстоящей последовательности выплат единовременным платежом.

Годовая рента - это самая простая рента: в ней только один платеж R в год, длительность ее n лет, годовая процентная ставка i .

Депозитный сертификат - (англ. - certificate of deposit) именная ценная бумага, выдаваемая вкладчику, которая удостоверяет внесенную им сумму депозита.

Дисконтирование - это обратное движение денег во времени от будущего к настоящему.

Индекс покупательной способности - равен обратной величине индекса цен.

Индекс цен - показывает во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Капитализация процентов - это причисление процентов к сумме вклада, позволяет в дальнейшем осуществлять начисление процентов на проценты, то есть начисление процентов на проценты, используемое в некоторых видах банковских вкладов.

Курс облигации - это значение рыночной цены облигации, выраженное в процентах к ее номиналу.

Математическое дисконтирование - это решение задачи обратной наращению первоначальной суммы ссуды.

Наращение - это процесс увеличения суммы денег во времени в связи с присоединением процентов.

Номинальная ставка - это ставка, фиксируемая в договоре.

Номинальная цена - облигации напечатана на самой облигации и обозначает сумму, которая берется займы и подлежит возврату по истечении срока облигационного займа.

Облигация - это долговая ценная бумага, которая удостоверяет отношения займа между его владельцем (кредитором) и лицом, выпустившим облигацию (заемщиком).

Операция учета - (учета векселей) заключается в том, что банк до наступления срока платежа по векселю или другому платежному обязательству покупает его у владельца (являющегося кредитором) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом.

Период начисления - это временной интервал, к которому приурочена процентная ставка.

Полная доходность - это расчетная ставка процента, при которой капитализация всех видов доходов от операции равна сумме инвестиций и, следовательно, капиталовложения окупаются, иначе говоря, начисление процентов на вложения по ставке, равной полной доходности, обеспечит выплату всех предусмотренных платежей.

Положительная ставка процента - это ставка превышающую ставку i ?

Поток платежей - это последовательность величин самих платежей (со знаками) и моментов времени, когда они осуществлены.

Правило торговца - предусматривает два возможных варианта. Если срок ссуды меньше года, то параллельно с начислением процентов на сумму долга происходит накопление частичных платежей с начисленными на них до конца срока кредитного договора процентами. Последний взнос балансирует долг и платежи. Если срок кредитного договора превышает год, то эти расчеты производятся для годового периода задолженности, а остаток погашается в следующем году.

Принцип неравноценности денег - когда сегодняшние поступления всегда ценнее будущих, т.е. будущие поступления обладают меньшей ценностью по сравнению с современными.

Принцип финансовой эквивалентности - когда стороны должны нести эквивалентные финансовые обязательства.

Процентная ставка - это относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени, отношение дохода к сумме долга.

Проценты - это абсолютная величина дохода от представления денег в долг в любой его форме: выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение денег на депозитный счет, учет векселя, покупка сберегательного сертификата или облигации и т.д.

Рассрочка платежей - это замена единовременного платежа аннуитетом.

Реинвестирование - это неоднократное наращение суммы по простым процентам в пределах заданного срока.

Рента - это поток положительных платежей с постоянными промежутками.

Рента постнумерандо - ренты, когда платежи осуществляются в конце периодов.

Рента пренумерандо - ренты, когда платежи производятся в начале периодов.

Реструктурирование займа - это пересмотр условий действующего обязательства по погашению задолженности в связи с резким ухудшением финансового положения должника.

Риск - это опасность (возможность) потерь денежных ресурсов либо получение доходов ниже ожидаемых, либо появление дополнительных расходов, сверх предусмотренных прогнозом.

Рыночная цена – это цена, определяемая исходя из ситуации, которая сложилась на рынке облигаций и на финансовом рынке в целом к моменту продажи.

Сила роста - это относительный прирост наращенной суммы за бесконечно малый промежуток времени. *Сила роста* δ представляет собой номинальную ставку процентов при $t \rightarrow \infty$.

Финансовые операции, которые продолжаются некоторое время и состоят из нескольких более мелких операций, характеризуются *текущей доходностью*.

Форвардные и фьючерсные контракты - это контракты на покупку или продажу определенного количества какого – либо товара на определенную дату в будущем, но по цене, установленной в момент заключения контракта.

Члены переменных рент изменяют свои размеры во времени, следуя какому-либо закону, например арифметической или геометрической прогрессии, или несистематично (задаются таблицей).

Эффективная ставка - это действительная ставка.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнов, Ю. А.* Финансовый менеджмент : учеб. пособие / Ю. А. Арутюнов - М. : КноРус, 2010. – 312 с.
2. *Басовский, Л. Е.* Финансовый менеджмент: учеб. для вузов / Л. Е. Басовский. - М. : ИНФРА-М, 2009. - 240 с.

3. *Батракова, Л. Г.* Экономико-статистический анализ кредитных операций коммерческого банка: учеб. пособие / Л. Г. Батракова – М. : Логос, 2008. - 216 с.
4. *Ермасова, Н. Б.* Финансовый менеджмент: учеб. для вузов / Н. Б. Ермасова. - М. : Высшая школа, 2008. - 470 с.
5. *Касимов, Ю. Ф.* Финансовая математика: учеб. / Ю. Ф. Касимов – М. : Юрайт, 2011. - 335 с.
6. *Кузнецов, Б. Т.* Финансовая математика: учеб. пособие для вузов / Б. Т. Кузнецов - М. : Экзамен, 2005. - 128 с.
7. *Ковалев В. В.* Основы теории финансового менеджмента: учеб. пособие / В. В. Ковалев – М. : Проспект, 2009. - 544 с.
8. *Криничанский, К. В.* Математика финансового менеджмента: учеб. пособие для вузов / К. В. Криничанский - М. : Дело и Сервис, 2006. - 256 с.
9. *Кремер, Н. Ш.* Математика для экономистов: учеб.-справ. пособие / Н. Ш. Кремер. – М. : Высшее образование, 2009. - 648 с.
10. *Ковалев, В. В.* Основы теории финансового менеджмента: учеб. / В. В. Ковалев – М. : Проспект, 2008. - 544 с.
11. *Лукаевич, И. Я.* Финансовый менеджмент: учеб. для вузов / И. Я. Лукаевич - М. : Эксмо, 2008. - 768 с.
12. *Лялин, В. А.* Рынок ценных бумаг: учеб. для вузов / В. А. Лялин, П. В. Воробьев – М. : Проспект, 2009. - 384 с.
13. *Найдёнова, Р. И.* Финансовый менеджмент: учеб. пособие / Р. И. Найдёнова - М. : КноРус, 2009. - 208 с.
14. *Рогова, Е. М.* Финансовый менеджмент: учеб. для вузов / Е. М. Рогова, Е. А. Ткаченко. – М. : Юрайт, 2011. - 540 с.
15. *Румянцева, Е. Е.* Финансовый менеджмент: учебник / Е. Е. Румянцева – М. : Изд-во РАГС, 2010. - 304 с.
16. *Финансовая математика:* учеб. пособие / Е. В. Ширшов, Н. И. Петрик, А. Г. Тутыгин, Г. В. Серова. - М. : КноРус, 2007. - 144 с.
17. *Финансовая математика:* Математическое моделирование финансовых операций: учеб. пособие / В. Я. Габескирия, О. М. Гусарова, Н. Б. Кобелев и др.; под ред. : В. А. Половникова, А. И. Пилипенко. - М. : Вузовский учеб. : ВЗФЭИ, 2010. - 360 с.
18. *Финансовый менеджмент:* учеб. для вузов / под ред. Е. И. Шохина. - М. : КноРус, 2008. - 480 с.

19. *Финансовый менеджмент: учеб. пособие* / А. Н. Гаврилова, Е. Ф. Сысоева, А. И. Барабанов и др. - М. : КноРус, 2010. - 432 с.
20. *Финансовый менеджмент: учеб. для вузов* / Е. И. Шохин, Е. В. Серегин, М. Н. Гермогентова и др.; под ред. Е.И. Шохина. – М. : КноРус, 2011. - 480 с.
21. *Четыркин, Е. М. Финансовая математика: учеб. для вузов* / Е. М. Четыркин. - М. : Дело, 2007. - 400 с.
22. *Ширяев, В. И. Финансовая математика: Потоки платежей, производные финансовые инструменты: учеб. пособие* / В. И. Ширяев - М. : URSS, 2009. - 232 с.
23. *Экономическая теория. Экономика: учеб. пособие для вузов* / под общ. ред.: А. В. Соболева, Н. Н. Соловых. - М. : Дашков и К°, 2009. - 552 с.
24. *Четыркин, Е. М. Финансовая математика: учеб. для вузов* / Е. М. Четыркин - М.: Дело, 2007. - 400 с. /Электронный ресурс/
<http://books4study.info/text-book199.html>

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Бернстайн, Питер Л. Против богов.: укрощение риска: пер. с англ.* / Бернстайн Питер Л. - М. : Олимп-Бизнес, 2006. - 261 с.
2. *Деньги, кредит, банки: учеб. для вузов* / под ред. Г. Н. Белоглазовой. - М. : Высшее образование: Юрайт, 2009. - 624 с.
3. *Николаева, И. П. Рынок ценных бумаг: учеб. для вузов* / И. П. Николаева – М. : ЮНИТИ, 2010.
4. *Найт, Ф. Х. Риск, неопределенность и прибыль* / пер. с англ. М. Л. Каждана – М. : Дело, 2003. – 225 с.
5. *Рынок ценных бумаг: учеб. для вузов* / под ред. Е. Ф. Жукова. - М. : ЮНИТИ, 2009. - 567 с.
6. *Эконометрика: учеб. пособие для вузов* / А. И. Новиков. - М. : ИНФРА-М, 2008. - 144 с.

Характеристика рент

| Кол-во платежей | Кол-во начислений в году | Характеристики ренты | | | |
|-----------------|--------------------------|---|--|--|--|
| | | Наращение | Срок ренты (наращение) | Современная стоимость | Срок ренты (современная стоимость) |
| p=1 | m=1 | $S = R \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ | $n = \frac{\ln(\frac{S}{R}i + 1)}{\ln(1+i)}$ | $A = Rv \frac{v^n - 1}{v - 1} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = Ra_{n i}$ | $n = \frac{\ln(1 - A/R \cdot i)}{\ln(1+i)}$ |
| p=1 | m>1 | $S = R \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{(1+j/m)^m - 1}$ | $n = \frac{\ln\{S/R \left[(1 + \frac{j}{m})^m - 1 \right] + 1\}}{m \ln(1 + \frac{j}{m})}$ | $A = R \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{p[(1 + j/m)^{m/p} - 1]}$ | $n = \frac{\ln(1 - \frac{A/R((1+j/m)^m - 1)}{1})}{\ln(1+i)}$ |
| p>1 | m=1 | $S = \frac{R}{p} \frac{(1+i)^{(1/p)np} - 1}{(1+i)^{1/p} - 1} = R \frac{(1+i)^n - 1}{p[(1+i)^{1/p} - 1]}$ | $n = \frac{\ln\{\frac{S}{R} * p[(1+i)^{1/p} - 1] + 1\}}{m \ln(1+i)}$ | $A = R * \frac{1 - (1+i)^{-n}}{p((1+i)^{1/p} - 1)}$ | $n = \frac{\ln(1 - \frac{A/R * p((1+i)^{1/p} - 1)}{1})}{\ln(1+i)}$ |
| p>1 | m=p | $S = \frac{R}{m} \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{j/m} = R \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{j}$ | $n = \frac{\ln(\frac{S}{R} * j + 1)}{m \ln(1 + \frac{j}{m})}$ | $A = R * \frac{1 - (1+j/m)^{-nm}}{j}$ | $n = \frac{\ln(1 - A/R * j)}{m \ln(1+j/m)}$ |
| p>1 | m>1 | $S = \frac{R}{p} \frac{(1+j/m)^{(m/p)np} - 1}{(1+j/m)^{m/p} - 1} = R \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{p[(1+j/m)^{m/p} - 1]}$ | $n = \frac{\ln\{\frac{S}{R} * p[(1+j/m)^{m/p} - 1] + 1\}}{m \ln(1 + j/m)}$ | $A = R * \frac{1 - (1+j/m)^{-nm}}{p((1+j/m)^{m/p} - 1)}$ | $n = \frac{\ln(1 - \frac{A/R * p((1+j/m)^{m/p} - 1)}{1})}{m \ln(1+j/m)}$ |
| p=1 | m→бесконечность | $S = R \frac{e^{\delta n} - 1}{e^{\delta} - 1}$ | $n = \frac{\ln(S/R(e^{\delta} - 1) + 1)}{\delta}$ | $A = R \frac{1 - e^{-\delta n}}{e^{\delta} - 1}$ | $n = \frac{\ln(1 - A/R(e^{\delta} - 1))}{\delta}$ |
| p>1 | m→бесконечность | $S = R \frac{e^{\delta n} - 1}{p(e^{\delta/p} - 1)}$ | $n = \frac{\ln(S/R * p(e^{\delta/p} - 1) + 1)}{\delta}$ | $A = R * \frac{1 - e^{-\delta n}}{p(e^{\delta/p} - 1)}$ | $n = \frac{\ln(1 - A/R * p(e^{\delta/p} - 1))}{\delta}$ |

Оглавление

| | |
|---|----|
| 1. Базовые элементы финансовых моделей | 4 |
| 1.1. Основные понятийные категории, используемые в финансовой математике..... | 4 |
| 1.2. Проценты и виды процентных ставок..... | 6 |
| 2. Нарращение и дисконтирование..... | 8 |
| 2.1. Способы расчета простых процентов при различных условиях..... | 8 |
| 2.2. Дисконтирование по простым процентным ставкам | 10 |
| 2.3. Определение срока ссуды и величины процентной ставки..... | 13 |
| 3. Нарращение и дисконтирование по сложным процентным ставкам..... | 17 |
| 3.1. Начисление сложных годовых процентов..... | 17 |
| 3.2. Дисконтирование по сложной процентной ставке | 19 |
| 3.3. Непрерывное наращение и дисконтирование | 21 |
| 4. Производные процентные расчеты | 26 |
| 4.1. Эквивалентность процентных ставок | 26 |
| 4.2. Налоги и инфляция | 28 |
| 4.3. Конвертация валюты..... | 30 |
| 5. Постоянные и переменные финансовые ренты..... | 35 |
| 5.1. Потоки платежей, их основные параметры..... | 37 |
| 5.2. Нарращение суммы ренты | 37 |
| 5.3. Определение современной величины ренты..... | 40 |
| 5.4. Анализ переменных потоков платежей | 41 |
| 5.5. Конверсия аннуитетов | 42 |
| 6. Риск и диверсификация | 48 |
| 6.1. Основные определения риска, неопределенности и диверсификации. Классификационные модели риска | 48 |
| 6.2. Методы оценки, анализа финансового риска..... | 56 |
| 6.3. Основные методы уменьшения риска..... | 63 |
| 7. Планирование погашения задолженности..... | 67 |
| 7.1. Основные способы погашения долга | 67 |
| 7.2. Реструктурирование займа..... | 72 |
| 7.3. Ипотечные ссуды. Расчеты по ипотечным ссудам..... | 74 |
| 8. Финансовые расчеты на рынке ценных бумаг | 79 |
| 8.1. Виды доходности финансовых операций..... | 79 |
| 8.2. Курс и доходность облигации..... | 83 |
| 8.3. Банковские депозитные сертификаты..... | 87 |

| | |
|--|-----|
| 8.4. Арбитраж и характеристики финансовых инструментов | 88 |
| 8.5. Портфельная теория Г. Марковица | 89 |
| Вопросы итого контроля | 94 |
| Основные термины финансовой математики..... | 96 |
| Библиографический список..... | 99 |
| Приложение | 101 |

Учебное издание

Леонова Наталия Георгиевна

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие

Дизайнер Е. И. Саморядова

Печатается с авторского оригинала - макета

Подписано в печать . Формат 68x84 1/16.
Бумага писчая. Гарнитура «Таймс». Печать цифровая. Усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ 50.

Издательство Тихоокеанского государственного университета.
680035, г.Хабаровск, ул.Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства
Тихоокеанского государственного университета.
680035, г.Хабаровск, ул.Тихоокеанская, 136.