«Тұран-Астана» университеті

Нуспеков Е. Л., Таукенова Л.Ж., Абдибекова Л.М., Жумабаев Е.Н.

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА

Оқу құралы

Нұр-Сұлтан, 2022

ОӘЖ 519.2 (075.8)
ББК 22.17 я73
ISBN 978-601-7616-79-3

Пікір берушілер:

Адамов А.А Л.Н.Гумилев атындағы Еуразиялық ұлттық университеті Математикалық және компьютерлік модельдеу кафкдранысының меңгерушісі, т.ғ.д,. профессор.

Жузбаев С.С Л.Н.Гумилев атындағы Еуразиялық ұлттық университеті Ақпараттық жүйелер кафедрасының профессоры ф-м.ғ.к.

Нуспеков Е.Л. Таукенова Л.Ж., Абдибекова Л.М., Жумабаев Е.Н. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика: Оқу құралы/ Нұр-Сұлтан: «Тұран-Астана» университеті, 2022-106 бет.

Ұсынылған оқу құралы «Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика» тарауларын игеруге көмектесу мақсатымен дайындалған.

Аталған тарауды меңгеру үшін студенттерге теориялық шолу, кездейсоқ оқиғалар, сынақтар қайталануы, кездейсоқ шамалар, таңдаманың статистикалық үлестірілуі, үлестіру параметрлерінің статистикалық бағалары, корреляция теориясының элементтері, статистикалық гипотезаларды статистикалық тексеру тақырыптарынан түсініктемелер келтірілген. Әрбір тақырыпқа есептер шығарылып, көрсетілген, сонымен қатар әрбір студентке жеке орындау тапсырмалары берілген. 25 нұсқау. Нұсқаудың номері студенттің тізімдегі номеріне сәйкес келеді.

Теориялық мәліметтер келтірілген, теориялық сұрақтар лекция мен көрсетілген оқулықтар бойынша игерілуі қажет.

ОӘЖ 519.2 (075.8)
ББК 22.17 я73
ISBN 978-601-7616-79-3

МАЗМҰНЫ

Кіріспе 4
1 «Ықтималдықтар теориясынан» қысқаша мәліметтер 5
1.1 Ықтималдықтың классикалық анықтамасы
1.2 Комбинаторика формулалары 6
1.3 Геометриялық ықтималдық 7
1.4 Ықтималдықтардың қосу және көбейту теоремалары 7
1.5 Толық ықтималдық формуласы және Бейес формуласы 8
1.6 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары) 9
1.7 Кездейсоқ шамалар 10
1.8 Кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары 12
2 Есептеу тапсырмаларын орындау үлгісі 13
2.1 Геометриялық ықтималдық 13
2.2 Ықтималдықтардың қосу және көбейту теоремалары 14
2.3 Толық ықтималдық формуласы және Бейес формуласы 16
2.4 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары) 17
2.5 Кездейсоқ шамалар 19
2.6 Кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары 20
3 «Ықтималдықтар теориясынан» жеке орындау тапсырмалары 22
3.1.Кездейсоқ оқиғалар. Ықтималдықтың классикалық анықтамасы. Комбинаторика формулалары 31
3.2 Геометриялық ықтималдық 31
3.3 Ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремалары 33
3.4 Толық ықтималдық формуласы. Бейес формуласы 40
3.5 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары) 46
3.6 Кездейсоқ шамалар 49
4 Математикалық статистика элементтері теориясынан қысқаша мәліметтер 70
4.1 Математикалық статистика есептері 70
4.2 Бас және таңдамалы жиынтықтар 70
4.3 Іріктеу әдістері 71
4.4 Таңдаманың статистикалық үлестірілімі 71
4.5 Үлестірудің эмпирикалық функциясы 72
4.6 Үлестіру параметрлерінің статистикалық бағалары 72
4.7 Таңдаманың келтірімділік сипаттамаларын есептеу әдістер 74
4.8 Корреляция теориясының элеметтері 75
4.9 Статистикалық гипотезаларды статистикалық тексеру 79
5 Есептеу тапсырмаларын орындау үлгісі 85
6 Жеке орындау тапсырмалары 93
ӘДЕБИЕТТЕР 97

А қосымшасы А.1 кесте- Жеке орындау тапсырмаларының берілген мәндері 98
Ә қосымшасы Ә.1 кестесі- $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ функциясының мәндер кестесі 99
Б қосымшасы Б.1 кестесі- $\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$ функциясының мәндер кестесі 101
В қосымшасы В.1 кестесі- $t_\gamma=t(\gamma,n)$ мәндер кестесі 103
Г қосымшасы Г.1 кестесі- $q=q(\gamma,n)$ мәндер кестесі 104

КІРІСПЕ

Ұсынылған оқу құралы «Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика» тарауларын игеруге көмектесу мақсатымен дайындалған.

Аталған тарауды меңгеру үшін студенттерге теориялық шолу, кездейсоқ оқиғалар, сынақтар қайталануы, кездейсоқ шамалар, таңдаманың статистикалық үлестірілуі, үлестіру параметрлерінің статистикалық бағалары, корреляция теориясының элементтері, статистикалық гипотезаларды статистикалық тексеру тақырыптарынан түсініктемелер келтірілген. Әрбір тақырыпқа есептер шығарылып, көрсетілген, сонымен қатар әрбір студентке жеке орындау тапсырмалары берілген. 25 нұсқау. Нұсқаудың номері студенттің тізімдегі номеріне сәйкес келеді.

Теориялық мәліметтер келтірілген, теориялық сұрақтар лекция мен көрсетілген оқулықтар бойынша игерілуі қажет.

Жеке орындау тапсырмаларын студент А-4 беттерге жазып, тапсырады.

Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика жалпылама құбылыстардың ортақ заңдылықтарын зерттеу, әр құбылыстың нәтижесіне кездейсоқ факторлардың әсер етуін шама жағынан бағалайтын әдістерді жасау және белгісіз шарттарға сәйкес шешімдер қабылдау туралы ғылымдар.

Техникалық бағыттағы ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика курсы кездейсоқ оқиғалар: ықтималдықтар анықтамасы, негізгі теоремалар, сынақтар қайталануы; кездейсоқ шамалар: дискретті кездейсоқ шамалар, үздіксіз кездейсоқ шамалар; таңдамалы әдіс, үлестіру параметрлерін статистикалық бағалау, таңдаманың характеристика жинағын есептеу әдістері бөлімдерінен тұрады.

1 «ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫНАН» ҚЫСҚАША МӘЛІМЕТТЕР

1.1 Ықтималдықтың классикалық анықтамасы

Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдарының бірі-оқиға. Егер белгілі бір шарттар жиынтығы орындалғанда болатын немесе болмайтын оқиға кездейсоқ деп аталады. Оқиға сынақ нәтижесі деп қарастырылады.

Анықтама. Оқиға ықтималдығы деп осы оқиға орындалуына қолайлы элементар жағдайлар санының осы сынақтағы барлық толық топ құрайтын бірдей мүмкіндікті, тең мүмкіндікті үйлесімсіз жағдайлар санына қатынасын айтамыз:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

мұндағы n-барлық сынақтардың жалпы саны, m - A оқиғасы орындалатын сынақтар саны.

Ақиқат оқиға ықтималдығы p=1. Анықтамаға сүйенсек, A – ақиқат оқиға болғандықтан m=n болады да

$$P(A)=1.$$

Жалған оқиғаның ықтималдығы p=0. Бұл жағдайда анықтамаға сүйенсек, m=0 болады да

$$p=\frac{0}{n}=0$$

Кездейсоқ оқиға ықтималдығы 0 мен 1- дің аралығында анықталады:

$$0<P(A)<1$$

Сонымен, кез келген оқиғаның орындалу ықтималдығы $0\le P(A)\le 1$ теңсіздігін қанағаттандырады.

A және B оқиғаларының қосындысы деп A оқиғасының орындалуын, немесе B оқиғасының орындалуын, немесе A және B оқиғаларының екеуініңде орындалуын айтамыз және былай белгілейміз A+B.

A және B оқиғаларының көбейтіндісі деп A мен B оқиғалары бірлесе орындалатын $A\cdot B$ оқиғасын айтамыз.

Егер A оқиғасының орындалуы B оқиғасының да орындалуын қамтамасыз етсе, онда A оқиғасы B оқиғасының құрамында жатады деп айтамыз, және былай белгілейміз $A\subset B$.

Егер $A\subset B$ болса, онда $A\cdot B=A$ және $A+B=B$ екендігі жоғарыдағы анықтамалардан шығады.

A және B оқиғаларының айырмасы деп A оқиғасы орындалып, B оқиғасы орындалмайтын оқиғаны айтамыз және C=A\B немесе C=A-B деп белгілейміз.

Сынақ нәтижесінде орындалған A оқиғасы B оқиғасының да орындалуын қамтыса (яғни, $A\subset B$) немесе осы сынақта B оқиғасының орындалуы A оқиғасының да орындалуын қамтыса (яғни $B\subset A$), онда A және B оқиғалары балама (эквивалент) деп аталады және A=B деп белгіленеді. Өзара балама оқиғалар теңбе-тең немесе тең оқиғалар деп аталады.

Белгілі бір шарттар жиыны іске асырылғанда, міндетті түрде орындалатын оқиға ақиқат оқиға деп аталады

Белгілі бір шарттар жиыны іске асырылғанда, алдын ала орындалмайтыны белгілі оқиға жалған оқиға деп аталады

Ақиқат оқиғаны U деп , жалған оқиғаны V деп белгілейміз.

Егер бір сынақта бір оқиғаның орындалуы басқа оқиғалардың орындалуын жоққа шығарса, онда оқиғалар үйлесімсіз деп аталады.

Егер А және В оқиғалары үйлесімсіз болса, онда $A \cdot B = V$.

Қарама қарсы оқиғалар деп, толық топ құрайтын жалғыз мүмкіндікті екі оқиғаны айтамыз. Біреуі А оқиғасы деп, екіншісі $\overline{A}$ деп белгіленеді.

Ендеше, осы анықтамаларға сүйене отырып, төмендегі теңдіктерге оңай көз жеткізуге болады:

$$A+A=A \qquad A\cdot A=A \qquad A+\overline{A}=U \qquad A\cdot \overline{A}=V$$
$$A+V=A \qquad A\cdot V=V \qquad A+U=U \qquad A\cdot U=A$$

Оқиғалардың қосындысы, көбейтіндісі және айырмасының анықтамаларын қолдана отрып,мына төмендегі теңдіктерге көз жеткізуге болады:

$$A\cup A=A \qquad A\cap A=A \qquad A\cup B=B\cup A$$
$$A\cap B=B\cap A \qquad A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C \qquad A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$$
$$A\setminus B=A\cap \overline{B} \qquad A\cap(B\cup C)=A\cap B\cup A\cap C \qquad (A\cup B)\cap(A\cup C)=A\cup B\cap C$$
$$\overline{\overline{A}} = A \qquad \overline{A\cup B} = \overline{A}\cap\overline{B} \qquad \overline{A\cap B} = \overline{A}\cup\overline{B}$$

1.2 Комбинаторика формулалары

Шешуі «нешеу», «неше тәсілмен» деген сұрақтарды қажет ететін есептер комбинаторикалық есептер делінеді. Мұндай есептерді шешумен айналысатын математика саласы комбинаторика немесе комбинаторикалық математика деп аталады.

1- анықтама. Берілген әртүрлі n элементтен m элемент бойынша орналастырулар деп әрқайсысы бір бірінен құрамы бойынша , немесе орналасу реті бойынша ажыратылатын комбинацияларды айтамыз.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad (2.1)$$

мұндағы n! (эн факториал) дегеніміз $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot \ldots \cdot n$ 1-ден n-ге дейінгі натурал сандардың көбейтіндісі

Ескерту: 0!=1 деген ұйғарым алынған.

Мысал 1.2.1: Әр түсті 6 жалаушадан екеуден ала отырып, неше түрлі белгі беруге болады?

Шешуі: Есеп шартына сәйкес элементтер орналасу реті де, құрамы бойынша да ажыратылатын болғандықтан, орналастыру қолданылады:

$$A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = 30$$

Жауабы:30

2 - анықтама. Берілген әртүрлі n элементтен m элемент бойынша алмастырулар деп әрқайсысы бір бірінен тек орналасу реті бойынша ажыратылатын комбинацияларды айтамыз.

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n! \text{яғни}$$

$$P_n = n!$$

Мысал 1.2.2: Егер 1, 2, 3 сандарынан әрбір сан кескінге бір рет енетін болса, неше үш орынды сан құруға болады?

Шешуі: Есеп шартына сәйкес элементтер тек орналасу реті бойынша ғана ажыратылатындықтан, алмастыру қолданылады:

$$P_3 = 3! = 6$$

Жауабы: 6

3 - анықтама. Берілген әртүрлі n элементтен m элемент бойынша терулер деп әрқайсысы бір бірінен тек құрамы бойынша ажыратылатын комбинацияларды айтамыз.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Мысал 1.2.3: Жәшіктегі 10 детальдан 3 детальды неше әдіспен алуға болады?

Шешуі:Есеп шартына сәйкес элементтер құрамы бойынша ажыратылғантықтан теру қолданылады:

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$$

Жауабы: 120

1.3 Геометриялық ықтималдық

Ықтималдықтың классикалық анықтамасының кемшіліктерін жеңу мақсатымен, сынақтар жиыны шектеусіз болғанда геометриялық ықтималдықтар енгізіледі – облысқа (кесінді, жазықтық бөлігі) нүктенің тиісті болу ықтималдығы:

$$p(A) = \frac{mes\{\Omega_A\}}{mes\{\Omega\}}$$

мұндағы Ω – барлық сынақтар жиыны, ал Ω_A- A оқиғасы орындалатын сынақтар жиыны, mes - жиын өлшемі (ұзындық, аудан, көлем т.с.с.).

1.4 Ықтималдықтардың қосу және көбейту теоремалары

Үйлесімсіз оқиғалар ықтималдықтарының қосу теоремасы: Екі үйлесімсіз оқиғалардың біреуінің, қайсысы болса да, бәрібір, орындалу ықтималдығы осы оқиғалар ықтималдықтарының қосындысына тең болады:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Салдар: Өзара үйлесімсіз бірнеше оқиғалардың біреуінің, қайсысы болса да, бәрібір, орындалу ықтималдығы осы оқиғалар ықтималдықтарының қосындысына тең болады:

$$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$$

Үйлесімді оқиғалар ықтималдықтарының қосу теоремасы: Екі үйлесімді оқиғалардың ең болмаса біреуінің орындалу ықтималдығы осы оқиғалар ықтималдықтарының қосындысынан оқиғалардың бірлесе орындалу ықтималдығын алып тастағандағы нәтижесіне тең болады:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

Теорема үйлесімді оқиғалардың кез келген ақырлы санына орынды болады. Мысалы: үш үйлесімді оқиғаға теорема келесі түрде келтіріледі:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cdot B) - P(A \cdot C) - P(B \cdot C) + P(ABC)$$

Ықтималдықтарды көбейту теоремасы: Екі оқиғаның бірлесе орындалу ықтималдығы біреуінің ықтималдығын екіншісінің, бірінші оқиға орындалды деген ұйғарыммен есептелген шартты ықтималдығына көбейтіндісіне тең болады:,

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

Дербес жағдайда, тәуелсіз оқиғаларға теорема келесі түрде айтылады:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B),$$

басқаша айтқанда, екі тәуелсіз оқиғалардың бірлесе орындалу ықтималдығы осы оқиғалар ықтималдықтарының көбейтіндісіне тең болады.

Салдар: Бірнеше оқиғалардың бірлесе орындалу ықтималдығы біреуінің ықтималдығының басқаларының шартты ықтималдықтарына көбейтіндісіне тең болады және әрбір келесі оқиға ықтималдығы алдыңғы оқиғалар орындалды деген ұйғарыммен есептеледі, яғни:

$$P(A_1 A_2 A_3 ... A_n) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 A_2}(A_3) ... P_{A_1 A_2 ... A_{n-1}}(A_n)$$

бұл формуладағы $P_{A_1 A_2 ... A_{n-1}}(A_n)$- A_n оқиғасының $A_1, A_2, ..., A_{n-1}$ оқиғалары орындалды деген ұйғарыммен есептелген ықтималдығы.

Дербес жағдайда, бірнеше тәуелсіз оқиғалардың бірлесе орындалу ықтималдығы, осы оқиғалардың ықтималдықтарының көбейтіндісіне тең болады:

$$P(A_1 A_2 ... A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) ... P(A_n)$$

1.5 Толық ықтималдық формуласы және Бейес формуласы

Егер А оқиғасы өзара үйлесімсіз толық топ құрайтын $B_1, B_2, ... B_n$ оқиғаларының (гипотезалар) біреуі орындалғанда орындалса, онда А оқиғасының орындалу ықтималдығы әр гипотеза ықтималдығының А оқиғасының шартты ықтималдығына көбейтінділерінің қосындысына тең болады:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{в_2}(A) + ... + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A),$$

бұл формуладағы $P(B_1)+P(B_2)+...+P(B_n)=1$

Көрсетілген теңдік толық ықтималдық формуласы деп аталады.

А оқиғасы өзара үйлесімсіз толық топ құрайтын $B_1, B_2, ... B_n$ оқиғаларының (гипотезалар) біреуі орындалғанда орындалсын.Егер А оқиғасы орындалса, онда гипотезалар ықтималдығы Бейес формуласымен бағаланады:

$$P_A(B_i)=\frac{P(B_i)\cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (\mathrm{i}=1,2,\dots,\mathrm{n}),$$

бұл формуладағы

$$P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{в_2}(A)+...+P(B_n)\cdot P_{B_n}(A)$$

1.6 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары)

Бернулли формуласы:

Егер А оқиғасының әрбір сынақта орындалу ықтималдығы басқа сынақтар нәтижелерінен тәуелсіз болатын сынақтар жүргізілсе, онда ондай сынақтар А оқиғасына байланысты тәуелсіз сынақтар деп аталады.

Әрқайсысында оқиғаның орындалу ықтималдығы бірдей болатын тәуелсіз сынақтарды қарастырайық.

n тәуелсіз сынақтарда , әрқайсысында оқиғаның орындалу ықтималдығы p – ға тең $(0<p<1)$, оқиғаның k рет орындалу ықтималдығы:

$$P_n(k)=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$$

формуласымен табылады. Бұл формуладағы $q=1-p$.

n тәуелсіз сынақтарда оқиғаның

а) k реттен кем орындалу ықтималдығы:

$$P_n(0)+P_n(1)+...+P_n(k-1)$$

б) k реттен артық орындалу ықтималдығы:

$$P_n(k+1)+P_n(k+2)+...+P_n(n)$$

в) k реттен кем емес орындалу ықтималдығы:

$$P_n(k)+P_n(k+1)+...+P_n(n)$$

г) k реттен артық емес орындалу ықтималдығы:

$$P_n(0)+P_n(1)+...+P_n(k)$$

формулаларымен табылады.

Муавр – Лапластың локальдық теоремасы:

n тәуелсіз сынақтарда , әрқайсысында оқиғаның орындалу ықтималдығы p – ға тең $(0<p<1)$, оқиғаның k рет (қандай ретпен болса да бәрібір) орындалу ықтималдығы жуық мөлшермен (n неғұрлым үлкен болса, соғұрлым дәлірек):

$$P_n(k)\approx\frac{1}{\sqrt{npq}}\cdot\varphi(x)$$

- ке тең болады. Бұл формуладағы

$$\varphi(\mathrm{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}, x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}}$$

φ(x) функциясының кестесі А – қосымшасында келтірілген және φ(x) функциясы жұп функция, яғни: φ(-x) = φ(x).

Муавр – Лапластың интегралдық теоремасы:

n тәуелсіз сынақтарда , әрқайсысында оқиғаның орындалу ықтималдығы p – ға тең$(0 < p < 1)$, оқиғаның k_1реттен кем емес және k_2 реттен артық емес орындалу ықтималдығы жуық мөлшермен:

$$P_n(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x')$$

- ке тең болады. Бұл формуладағы

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$ - Лаплас функциясы,

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}; \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Пуассон формуласы:

Әр сынақтағы А оқиғасының орындалу ықтималдығы p-ға тең болатын, n тәуелсіз сынақтар жүргізілсін. Бұл сынақтарда оқиғаның k рет орындалу ықтималдығын табу үшін, Бернулли формуласы қолданылатынын, егер n үлкен болса, Муавр – Лапластың асимтоталық формуласының қолданылатынын көрдік. Енді егер оқиға ықтималдығы аз шама $(p \le 0{,}1)$болса, онда бұл формула жарамайды. Бұл жағдайларда ($n-$ үлкен, p- аз) болғанда Пуассонның асимтоталық формуласы қолданылады.

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda},$$ мұндағы λ=np –ға тең болады.

1.7 Кездейсоқ шамалар

Анықтама. Кездейсоқ шама деп сынақ нәтижесінде қандай да бір мән (тек бір ғана) қабылдайтын шаманы айтамыз, әрі оның алдын-ала, сынақ жүргізілгенге дейін, қандай мән қабылдайтыны белгісіз.

Кездейсоқ шаманың қабылдайтын мәндері ақырлы бүтін сандар немесе тізбек түрінде жазылса, онда ондай кездейсоқ шамаларды дискреттік шамалар деп атаймыз.

Дискретті кездейсоқ шамалар үлестірім түрлері:

1 Биномдық үлестірім

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \; 0 < p, q < 1, \; k = 0,1,2,\dots,n$$

2 Пуассон үлестірімі $P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, k = 0,1,2...$

3 Геометриялық үлестірім

$$P_n(k) = pq^{k-1}, \; 0 < p, \mathrm{q} < 1, \; k = 0,1,2,\dots$$

4 Гипергеометриялық үлестірім

$$P = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_N^m}.$$

Егер кездейсоқ шама өзінің мүмкін мәндерін [a, b] интервалынан қабылдаса және бұл мәндерді бүтін сандармен нөмірлеуге болмаса, онда ол үздіксіз кездейсоқ шама аталады.

Үздіксіз кездейсоқ шамалар үлестірім түрлері:

1 Бірқалыпты үлестірім

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \mathrm{x} \in [a, \mathrm{b}] \\ 0\ , & \mathrm{x} \notin [a, \mathrm{b}], \end{cases} \quad -\infty < a < b < \infty.$$

2 Қалыпты үлестірім ((a,σ) параметрлерімен берілген)

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} - e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < a < +\infty, \quad \sigma > 0$$

3 Көрсеткіштік үлестірім

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda\, e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0\ , & x < 0, \end{cases} \quad , \lambda > 0.$$

Дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім заңы:

X кездейсоқ шамасын толық анықтау үшін, X-тің мүмкін мәндерінен басқа, осы мүмкін мәндер мен оған сәйкес ықтималдықтарының арасындағы байланысты көрсету қажет. Бұл байланыс X шамасының үлестірім заңы деп аталады және дискретті кездейсоқ шама үшін оны мынадай үлестірім қатары түрінде беруге болады:

X_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
p_i	p_1	p_2	$\dots$	p_n

Бір сынақта кездейсоқ шаманың бір мән қабылдайтынын ескере отырып,

$$X = x_1, X = x_2, \dots X = x_n$$

оқиғалары толық топ құрайды деп ұйғарамыз, ендеше кестенің екінші жолындағы ықтималдықтар қосындысы:

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

Сонымен қатар, бұл байланысты график түрінде үлестірім көпбұрышы ретінде беруге болады.

Үздіксіз кездейсоқ шамалардың үлестірім заңы:

Үздіксіз X кездейсоқ шамасының үлестірім заңдылығы үлестірім функциясы (интегралдық функция) арқылы беріледі.

$$F(x) = P(X < x).$$

Солнымен, үлестірім функциясы кездейсоқ шама X сынақ нәтижесінде x – тен кіші мәнге ие болу ықтималдығын анықтайды.

$F(x)$ үлестірім функциясының қасиеттері:

1. $0 \le F(x) \le 1$
2. $P(\alpha \le X \le \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$
3. $F(x)$ - кемімелі емес функция
4. $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1.$

Үздіксіз X шамасының үлестірімінің әртүрлі нүктелердің маңайындағы сипаттамаларын $F(x)$ функциясына қарағанда үлестірім тығыздығы (дифференциалдық функция):

$$f(x) = F'(x)$$

толығырақ сипаттайды.

$f(x)$ үлестірім тығыздығының қасиеттері

1. $f(x) \ge 0$
2. $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$
3. $P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$
4. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

1.8 Кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары

X кездейсоқ шамасының математикалық күтімі деп

$$M(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i p_i, \text{ егер X - дискретті шама} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx, \text{ егер X - уздіксіз шама} \end{cases}$$

формуласымен анықталатын шаманы айтамыз. Математикалық күтімнің төмендегідей қасиеттері бар:

1. M(C)=C;
2. M(CX)=C M(X);
3. M(X+Y)=M(X)+M(Y),

бұл формулалардағы C - тұрақты шама; X,Y – кездейсоқ шамалар.

X кездейсоқ шамасының дисперсиясы деп

$$D(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - M^2(X), \text{ егер X - дискретті шама} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)dx - M^2(X), \text{ егер X - уздіксіз шама} \end{cases}$$

формуласымен анықталатын шаманы айтамыз. Дисперсияның төмендегідей қасиеттері бар:

1.D(C)=0;
2. D(CX)=C^2 D(X);

3. D(X+Y)=D(X)+D(Y);

4. D(X)≥0,

бұл формулалардағы C - тұрақты шама; X,Y – кездейсоқ шамалар.

Орта квадраттық ауытқу деп:

$$\sigma=\sqrt{D(X)}$$

формуласы бойынша есептелінетін шаманы айтамыз.

Кездейсоқ шаманың моменттері:

X кездейсоқ шамасының k ретті алғашқы моменті ν_k деп

$$\nu_k=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} x_i^k p_i, \text{ егер X - дискретті шама}\\ \int_{-\infty}^{+\infty} x^k\cdot f(x)dx, \text{ егер X - үздіксіз шама}\end{cases}$$

формуласымен анықталатын шаманы айтамыз.

X кездейсоқ шамасының k-шы ретті орталық моменті μ_k деп:

$$\mu_k=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} (x_i-\nu_1)^k p_i, \text{ егер X - дискретті шама}\\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\nu_1)^k\cdot f(x)dx, \text{ егер X - үздіксіз шама}\end{cases}$$

формуласымен анықталатын шаманы айтамыз.

Алғашқы және орталық момент арасында мынадай байланыс бар:

$$\mu_2=\nu_2-\nu_1^2;$$

$$\mu_3=\nu_3-3\nu_1\nu_2+2\nu_1^3;$$

$$\mu_4=\nu_4-4\nu_3\nu_1+6\nu_2\nu_1^2-3\nu_1^4.$$

Үлестірім заңдылығының асимметриясы мен эксцессі:

Үлестірім заңдылығының асимметриясын A_s арқылы белгілейміз:

$$A_s=\frac{\mu_3}{\sigma^3}.$$

Үлестірім заңдылығының эксцессін E_k арқылы белгілейміз:

$$E_k=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3.$$

2 ЕСЕПТЕУ ТАПСЫРМАЛАРЫН ОРЫНДАУ ҮЛГІСІ

2.1 Геометриялық ықтималдық

2.1.1- мысал : Радиустары 6 см және 4 см болатын концентрлі екі шеңбер берілген. Егер нүктенің шеңберге түсу ықтималдығы шеңбер ауданына пропорционал болса және орналасуына байланысты емес болса, онда үлкен дөңгелекке лақтырылған нүктенің үлкен және кіші дөңгелек арасында пайда болған сақинаға түсу ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: А оқиғасы – «үлкен дөңгелекке лақтырылған нүктенің сақинаға түсуі». Лақтырылған нүкте үлкен дөңгелекке түсуі мүмкін, барлық сынақтар жиыны үлкен дөңгелек ауданы: $36\pi R^2$. Ал сақинаның ауданы $36\pi R^2 - 16\pi R^2 = 20\pi R^2$. Яғни, бұл А оқиғасын қанағатттандыратын сынақтар жиыны. Ендеше,

p(A)$=\frac{20\pi R^2}{36\pi R^2}=\frac{5}{9}$.

Жауабы: $\frac{5}{9}$

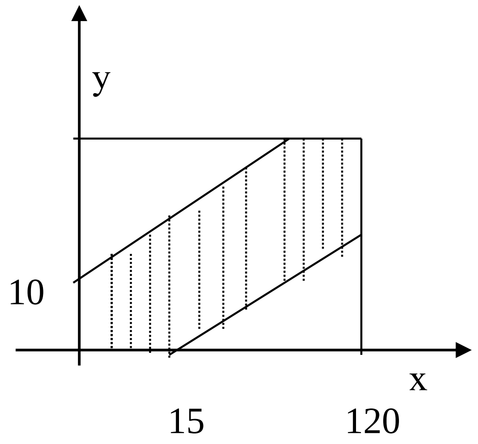
2.1.2 - мысал: Екі оқиғаның кездейсоқ басталу уақыты 11^{00} – сағаттан 13^{00} сағатқа дейін.

Оқиғаның біреуі 10 минутқа, екіншісі 15 минутқа созылады.

а) оқиғалардың уақытпен қиылысу ықтималдығын;

б) оқиғалардың уақытпен қиылыспау ықтималдығын табу керек.

Шешуі:



А- оқиғалардың уақытпен қиылысуы;

Оқиғалардың басталу моментін сәйкесінше х және у деп белгілейік. х пен у тің мүмкін мәндер жиыны D- келесі теңсіздіктермен анықталады:

$0 \le x \le 120 \quad 0 \le y \le 120$

11 –ді уақыттың басталуы деп қабылдағанбыз, уақыт минутпен есептеледі. Ендеше х пен у тің қиылысуының мәндер жиыны D_A келесі теңсіздіктермен анықталады:

$x-15 \le y \le x+10 \quad 0 \le x \le 120 \quad 0 \le y \le 120$;

Әрбір х ;у мәндер жұбына тік бұрышты координаталар жүйесінің жазықтығындағы (х ;у) нүктесі сәйкестендірейік.

Ендеше D жиынына қабырғасы 120 болатын квадрат сәйкес келеді, ал D_A жиынына:

$$y = x-15; y = x+10$$

түзулері арасындағы квадраттың жолағы сәйкес келеді. Сөйтіп, А оқиғасының ықтималдығы:

а) геометриялық ықтималдықтың анықтамасы бойынша:

$$P(A)=\frac{S_Ж}{S_{кв}}=\frac{1}{120^2}\left(120^2-\frac{1}{2}110^2-\frac{1}{2}105^2\right)=\frac{2837,5}{14400}\approx\frac{220}{1152}\approx 0,20$$

түрінде табылады.

б) В-оқиғалардың уақытпен қиылыспауы;

Бұл А оқиғасына қарама қарсы оқиға, ендеше оқиғаның орындалу ықтималдығы келесі түрде табылады:

$$P(B)=1-P(A)=1-\frac{227}{1152}=\frac{925}{1152}\approx 0,80$$

Жауабы: $P(A)\approx 0,20$; $P(B)\approx 0,80$

2.2 Ықтималдықтардың қосу және көбейту теоремалары

2.2.1 - мысал Кітапханада 18 оқулық бар, олардың бесеуі түптелген. Кітапханашы кез келген үш оқулықты алды. Алынған оқулықтың ең болмаса біреуінің түптелген оқулық болу ықтималдығын табу керек.

Шешуі: А оқиғасы – «алынған үш оқулықтың ең болмаса біреуінің түптелген оқулық болуы; В оқиғасы –« алынған үш оқулықтың біреуі түптелген оқулық болуы»; С оқиғасы - «алынған үш оқулықтың екеуі түптелген оқулық болуы»; D оқиғасы - «алынған үш оқулықтың үшеуі де түптелген оқулық болуы».

Ізделінген А оқиғасы оқиғалар қосындысы түрінде келтіріледі, яғни

A=B+C+D

Қосу теоремасы бойынша:

$$P(A)=P(B)+P(C)+P(D)$$

B, C, D оқиғаларының ықтималдығын табалық:

$$P(B)=\frac{C_5^1\cdot C_{13}^2}{C_{18}^3}=\frac{65}{136},\quad \mathrm{P(C)}=\frac{\mathrm{C}_5^2\cdot C_{13}^1}{C_{18}^3}=\frac{65}{408},\quad P(D)=\frac{C_5^3}{C_{18}^3}=\frac{5}{408}$$

Ендеше $P(A)=\frac{65}{136}+\frac{65}{408}+\frac{5}{408}=\frac{265}{408}$.

2.2.2 - мысал Құрылғы тәуелсіз жұмыс жасайтын үш элементтен тұрады. Бірінші, екінші, үшінші элементтердің тоқтамай ақаусыз жұмыс жасау ықтималдықтары сәйкесінше 0,6; 0,7; 0,8. Белгілі уақыт мерзімінде а) тек бір элемент ақаусыз жұмыс жасау ықтималдығын; б) тек екі элемент ақаусыз жұмыс жасау ықтималдығын; в) үш элементте ақаусыз жұмыс жасау ықтималдығықтарын табу керек.

Шешуі*:*

а) А- «тек бір элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_1 - «бірінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_2 - «екінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_3-«үшінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы болсын.

$\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$ сәйкесінше A_1 , A_2 , A_3 оқиғаларына қарама-қарсы оқиғалар.

А оқиғасын A_1 , A_2 , A_3 оқиғалары арқылы былай өрнектеуге болады:

$$A = A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3 .$$

Есептің берілу шарты бойынша:

$$P(A_1) = 0{,}6; \quad P(A_2) = 0{,}7; \quad P(A_3) = 0{,}8 ,$$

онда

$$P(\overline{A}_1) = 1 - P(A_1) = 0{,}4; \quad P(\overline{A}_2) = 1 - P(A_2) = 0{,}3; \quad P(\overline{A}_3) = 1 - P(A_3) = 0{,}2$$

болады.

$A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3, \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3, \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3$ оқиғалары өзара үйлесімсіз және A_1 , A_2 , A_3 оқиғалары өзара тәуелсіз, ендеше ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремаларын қолдансақ:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(A_3) = 0{,}188 .$$

б) В- «тек екі элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_1 - «бірінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_2 - «екінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_3-«үшінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы болсын.

$\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$ сәйкесінше A_1 , A_2 , A_3 оқиғаларына қарама-қарсы оқиғалар.

В оқиғасын A_1 , A_2 , A_3 оқиғалары арқылы былай өрнектеуге болады:

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3 + A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3 + \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot A_3 .$$

Есептің берілу шарты бойынша:

$$P(A_1) = 0{,}6; \quad P(A_2) = 0{,}7; \quad P(A_3) = 0{,}8 ,$$

онда

$$P(\overline{A}_1) = 1 - P(A_1) = 0{,}4; \quad P(\overline{A}_2) = 1 - P(A_2) = 0{,}3; \quad P(\overline{A}_3) = 1 - P(A_3) = 0{,}2$$

болады.

$A_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3, A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3, \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot A_3$ оқиғалары өзара үйлесімсіз және A_1, A_2, A_3 оқиғалары өзара тәуелсіз, ендеше ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремаларын қолдансақ:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}452 .$$

в) С - «үш элементте ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_1 - «бірінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_2 - «екінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы

A_3-«үшінші элемент ақаусыз жұмыс жасау» оқиғасы болсын.

С оқиғасын A_1 , A_2 , A_3 оқиғалары арқылы былай өрнектеуге болады:

$$C = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 .$$

Есептің берілу шарты бойынша:

$$P(A_1) = 0{,}6; \quad P(A_2) = 0{,}7; \quad P(A_3) = 0{,}8 ,$$

A_1, A_2, A_3 оқиғалары өзара тәуелсіз, ендеше тәуелсіз оқиғаларды көбейту теоремасын қолдансақ:

$$P(C) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}336 .$$

2.3 Толық ықтималдық формуласы және Бейес формуласы.

2.3.1 - мысал Пирамидада 5 мылтық бар, олардың үшеуі оптикалық көздеуі бар мылтық. Мергеннің нысанаға оптикалық көздеуі бар мылтықпен тигізуі 0,95 –ке тең, оптикалық көздеуі жоқ мылтықпен нысанаға тигізу ықтималдығы 0,7 – ге тең.

1) Мергеннің кездейсоқ алынған мылтықпен нысанаға тигізу ықтималдығын табу керек;

2) Мергеннің нысанаға оптикалық көздеуі бар мылтықпен тигізу ықтималдығын табу керек;

3) Мергеннің нысанаға оптикалық көздеуі жоқ мылтықпен тигізу ықтималдығын табу керек.

Шешуі:

А- нысанаға оқ тигізілді деген оқиға болсын.

Мылтық туралы екі гипотеза қарастырылады:

B_1 - нысанаға оптикалық көздеуі бар мылтықпен ату жүргізілді;

B_2 нысанаға оптикалық көздеуі жоқ мылтықпен ату жүргізілді.

Нысанаға оптикалық көздеуі бар мылтықпен ату жүргізілді деген оқиға ықтималдығы:

$$P(B_1) = \frac{3}{5}$$

Нысанаға оптикалық көздеуі жоқ мылтықпен ату жүргізілді деген оқиға ықтималдығы:

$$P(B_2) = \frac{2}{5}$$

1)Ендеше нысанаға кез келген мылтықпен оқ тиді деген оқиға ықтималдығы:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{в_2}(A) = \frac{3}{5} \cdot 0{,}95 + \frac{2}{5} \cdot 0{,}7 = 0{,}57 + 0{,}28 = 0{,}85$$

2) Нысанаға оптикалық көздеуі бар мылтықпен тигізілді деген оқиға ықтималдығы:

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot 0{,}95}{0{,}85} \approx 0{,}67$$

3) Нысанаға оптикалық көздеуі жоқ мылтықпен тигізілді деген оқиға ықтималдығы:

$$P_A(B_2) = \frac{P(B_2) \cdot P_{B_2}(A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0{,}7}{0{,}85} \approx 0{,}33$$

2.4 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары)

Бернулли формуласы:

2.4.1 - мысал Цехта 6 мотор жұмыс жасайды. Әрбір мотор үшін, оның уақытында жұмыс жасап тұру ықтималдығы 0,8 – ге тең. Берілген уақытта: а) 4 мотор жұмыс жасап тұруы; б) 3 мотордан кем моторлар жұмыс жасап тұруы; в) 5 мотордан артық моторлардың жұмыс жасауы ықтималдықтарын табу керек.

Шешуі: а) Әрбір мотор үшін, оның уақытында жұмыс жасап тұру ықтималдығы тұрақты, р = 0,8 – ге тең.

4 мотор да жұмыс жасап тұру оқиғасының. ықтималдығы Бернулли формуласы бойынша:

$$P_6(4) = C_6^4 p^4 q^2 = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^2 \approx 0{,}24$$

болады.

б) 3 мотордан кем моторлардың жұмыс жасап тұру ықтималдығы:

$$P_6(0) + P_6(1) + P_6(2) = C_6^0 0{,}8^0 \cdot 0{,}2^6 + C_6^1 0{,}8 \cdot 0{,}2^5 + C_6^2 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2^4 \approx 0{,}02$$

болады.

в) 5 мотордан артық моторлардың жұмыс жасауы ықтималдығы:

$$P_6(6) = C_6^6 \cdot 0{,}8^6 \cdot 0{,}2^0 \approx 0{,}26$$

болады.

Муавр – Лапластың локальдық теоремасы:

Мысал 2.4.2 Егер А оқиғасының әр сынақта орындалу ықтималдығы р = 0,2 –ге тең болса, онда 200 тәуелсіз сынақтарда А оқиғасының а) 40 рет орындалу ықтималдығын; б) 60 реттен 80 ретке дейін орындалу ықтималдықтарын табу керек.

Шешуі: а) есеп шарты бойынша:

$$n = 200; k = 40; p = 0{,}2; q = 0{,}8$$

Муавр Лапластың асимптоталық формуласын қолданайық:

$$P_{200}(40) \approx \frac{1}{\sqrt{200 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}} \cdot \varphi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{32}} \cdot \varphi(x)$$

х – тің мәндерін есептейік:

$$x = \frac{40 - 200 \cdot 0{,}2}{\sqrt{200 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}} = 0\,.$$

А.1 кестесінен

$$\varphi(0) = 0{,}3989$$

екендігін таптық, осыдан ізделінген ықтималдық келесі болады:

$$P_{200}(40) \approx \frac{1}{\sqrt{200 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}} \cdot \varphi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{32}} \cdot \varphi(x) \approx \frac{1}{\sqrt{32}} \cdot 0{,}3989 \approx 0{,}07$$

б) 60 реттен 80 ретке дейін орындалу ықтималдығын табайық, есеп шарты бойынша:

$$n = 200; k_1 = 60; k_2 = 80; p = 0{,}2; q = 0{,}8$$

Муавр Лапластың интегралдық формуласын қолданайық:

$$P_{200}(60;80) = \Phi(x'') - \Phi(x').$$

Интегралдың жоғарғы және төменгі шектерін есептейік:

$$x' = \frac{60 - 200 \cdot 0{,}2}{\sqrt{200 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8}} \approx 3{,}54\,;$$

$$x'' = \frac{80 - 200 \cdot 0,2}{\sqrt{200 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \approx 7,07 \text{ .}$$

Сонымен, келесі нәтиже алдық:

$$P_{200}(60;80) = \Phi(x'') - \Phi(x'). = \Phi(7,07) - \Phi(3,54)$$

Б.1 кестесінен

$$\Phi(7,07) \approx 0,5; \quad \Phi(3,54) \approx 0,4996$$

екендігін таптық; осыдан ізделінген ықтималдық келесі болады:

$$P_{200}(60;80) = \Phi(x'') - \Phi(x') \approx 0,5000 - 0,4996 \approx 0,0004$$

Пуассон формуласы:

Мысал 2.4.3 Фабрикадан 5000 сапалы бұйым келіп түсті. Бұйымның тасымалдау кезінде зақымдалу ықтималдығы 0,0002. Фабрикаға әкелінген бұйымның үшеуінің зақымдалу ықтималдығын табу керек.

Шешуі: а) есеп шарты бойынша:

$$n = 5000; k = 3; p = 0,0002.$$

$\lambda -$ ны есептеп алайық:

$$\lambda = np = 5000 \cdot 0,0002 = 1 \text{ .}$$

Ендеше, ізделінген оқиға ықтималдығы жуық шамамен келесі болады:

$$P_{5000}(3) \approx \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \approx \frac{e^{-1}}{3!} \approx \frac{1}{6e} \approx 0,06$$

2.5 Кездейсоқ шамалар

Мысал 2.5.1 Партиядағы 8 детальдың 6 стандартқа жататын детальдар. Кездейсоқ 2 деталь таңдалды. Таңдалған детальдар арасындағы стандартқа жататын детальдар саны болатын кездейсоқ шаманың үлестірім заңын құрыңыз:

Шешуі: Кездейсоқ шама X - таңдалған детальдар арасындағы стандартқа жататын детальдар саны, X- тің мүмкін мәндері келесідей болады:

$$x_1 = 0; x_2 = 1; x_3 = 2.$$

X- тің мүмкін мәндерінің ықтималдықтарын келесі формуламен табамыз:

$$P(X = k) = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_n^m},$$

бұл формуладағы N – партиядағы детальдар саны, n – партиядағы стандартты детальдар саны, m – таңдалған детальдар саны, k - таңдалған детальдар арасындағы стандартқа жататын детальдар саны.

Табайық:

$$P(X = 0) = \frac{C_6^0 \cdot C_2^2}{C_8^2} = \frac{1}{\frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2}} = \frac{1}{28}$$

$$P(X = 1) = \frac{C_6^1 \cdot C_2^1}{C_8^2} = \frac{6 \cdot 2}{\frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2}} = \frac{3}{7}$$

$$P(X=2)=\frac{C_6^2\cdot C_2^0}{C_8^2}=\frac{\frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}}{\frac{8\cdot 7}{1\cdot 2}}=\frac{15}{28}$$

Ізделінген үлестірім заңын құрайық:

	0	1	2
	$\frac{1}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$

Бақылау: $\frac{1}{28}+\frac{3}{7}+\frac{15}{28}=1$

2.6 Кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары

Мысал 2.6.1 Келесі үлестірім заңдылығымен берілген дискретті кездейсоқ шаманың математикалық күтімін, дисперсиясын және орта квадрат ауытқуын табу керек:

X	-4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

Шешуі: Дискретті кездейсоқ шаманың математикалық күтімі X- тің мүмкін мәндерінің ықтималдықтарына көбейтінділерінің қосындысына тең болады:

$$M(X)=x_1\cdot p_1+x_2\cdot p_2+...+x_n\cdot p_n=-4\cdot 0,2+6\cdot 0,3+10\cdot 0,5=6$$

Дискретті кездейсоқ шаманың дисперсиясын келесі формуламен есептеу тиімдірек:

$$D(X)=M\left(X^2\right)-(M(X))^2=16\cdot 0,2+36\cdot 0,3+100\cdot 0,5-6^2=28$$

Дискретті кездейсоқ шаманың орта квадрат ауытқуын келесі формуламен есептейміз:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{28}\approx 5,29$$

Мысал 2.6.2 Келесі үлестірім функциясымен берілген кездейсоқ шама X-тің математикалық күтімін және дисперсиясын табу керек:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^3}{27} & 0<x\le 3\\ 1 & x>3\end{cases}$$

Шешуі: Үлестірім тығыздығын табайық:

$$f(x)=F'(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^2}{9} & 0<x\le 3\\ 0 & x>3\end{cases}$$

Кездейсоқ шаманың математикалық күтімін келесі формуламен табамыз:

$$M(X)=\int_0^3 x\cdot\frac{x^2}{9}dx=\int_0^3\frac{x^3}{9}dx=\frac{x^4}{36}\Big|_0^3=\frac{3}{4}$$

Кездейсоқ шаманың дисперсиясын келесі формуламен табамыз:

$$D(X)=\int_a^b x^2\cdot f(x)dx-(M(x))^2=\int_0^3 x^2\cdot\frac{x^2}{9}dx-\frac{3^2}{4^2}=\int_0^3\frac{x^4}{9}dx-\frac{9}{16}=\frac{x^5}{45}\Big|_0^3-\frac{9}{16}=\frac{243}{45}-\frac{9}{16}\approx 4{,}84$$

Мысал 2.6.3 Дискретті кездейсоқ шама X үлестірім заңымен берілген:

X	2	3	5
p	0,1	0,4	0,5

Бірінші, екінші, үшінші, төртінші ретті орталық моменттерді, үлестірім асимметриясын, эксцессін табу керек.

Шешуі:Бірінші ретті орталық момент о- ге тең:

$$\mu_1=0$$

Орталық моменттерді есептеу үшін, орталық моменттерді алғашқы моменттермен өрнектейтін формулаларды қолданамыз, сондықтан алдымен алғашқы моменттерді табайық:

$$\nu_1=M(X)=2\cdot 0{,}1+3\cdot 0{,}4+5\cdot 0{,}5=3{,}9$$

$$\nu_2=M(X^2)=4\cdot 0{,}1+9\cdot 0{,}4+25\cdot 0{,}5=16{,}5$$

$$\nu_3=M(X^3)=8\cdot 0{,}1+27\cdot 0{,}4+125\cdot 0{,}5=74{,}1$$

$$\nu_4=M(X^4)=16\cdot 0{,}1+81\cdot 0{,}4+625\cdot 0{,}5=346{,}6$$

Орталық моменттерді табайық:

$$\mu_2=\nu_2-\nu_1^2=16{,}5-3{,}9^2=1{,}29$$

$$\mu_3=\nu_3-3\nu_1\nu_2+2\nu_1^3=74{,}1-3\cdot 3{,}9\cdot 16{,}5+2\cdot 3{,}9^3=-0{,}312$$

$$\mu_4=\nu_4-4\nu_1\nu_3+6\nu_2\nu_1^2-3\nu_1^4=346{,}6-4\cdot 3{,}9\cdot 74{,}1+6\cdot 3{,}9^2\cdot 16{,}5-3\cdot 3{,}9^4=2{,}3977$$

$$A_s=\frac{\mu_3}{\sigma^3}=\frac{-0{,}312}{\sqrt{1{,}29}^3}\approx -0{,}2129$$

$$E_k=\frac{\mu_4}{\sigma^4}-3=\frac{2{,}3944}{\sqrt{1{,}29}^4}-3\approx 1{,}4389-3\approx -1{,}5611$$

3 «ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫНАН» ЖЕКЕ ОРЫНДАУ ТАПСЫРМАЛАРЫ

3. 1 Кездейсоқ оқиғалар. Ықтималдықтың классикалық анықтамасы. Комбинаторика формулалары

№1 25 нұсқа

1. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 3 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 3 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 3 – ке бөлінеді.
2. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 4 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 4 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 4 – ке бөлінеді.
3. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 5 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 5 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 5 – ке бөлінеді.
4. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 6 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 6 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 6 – ға бөлінеді.
5. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 7 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 7 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 7 – ге бөлінеді.
6. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 8 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 8 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 8 – ге бөлінеді.
7. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 9 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 9 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 9 – ға бөлінеді.
8. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 10 – нан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 10 – нан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 10 – ға бөлінеді.
9. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 11 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 11 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 11 – ге бөлінеді.
10. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 12 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 12 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 12 – ге бөлінеді.
11. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 13 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 13 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 13 – ке бөлінеді.

12. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 14 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 14 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 14 – ке бөлінеді.

13. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 15 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 15 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 15 – ке бөлінеді.

14. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 16 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 16 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 16 – ға бөлінеді.

15. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 17 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 17 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 17 – ге бөлінеді.

16. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 18 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 18 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 18 – ге бөлінеді.

17. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 19 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 19 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 19 – ға бөлінеді.

18. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 20 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 20 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 20 – ға бөлінеді.

19. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 21 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 21 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 21 – ге бөлінеді.

20. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 22 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 22 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 22 – ге бөлінеді.

21. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 23 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 23 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 23 – ке бөлінеді.

22. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 24 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 24 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 24 – ке бөлінеді.

23. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 25 – тен аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 25 – тен аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 25 – ке бөлінеді.

24. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 26 – дан аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 26 – дан аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 26 – ға бөлінеді.

25. Екі ойын сүйегі лақтырылды. Келесі оқиғалар ықтималдығын табыңыз: а) ашылған ұпайлар қосындысы 12 – ден аспайды; б) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 12 – ден аспайды; в) ашылған ұпайлар көбейтіндісі 12 – ге бөлінеді.

№2. 25 нұсқа

1. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 1 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 3 бұйым, 4- ші сұрыптан 4 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 3 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

2. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 5 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 1, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

3. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 3, 1 бұйым,сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

4. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 1 бұйым, 2-ші сұрыптан 4 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 3 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 1, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

5. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 4 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 3 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

6. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 3 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 3, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

7. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 5 бұйым, 2-ші сұрыптан 1 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 5 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 3 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 1, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

8. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 10: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 5 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 3, 1, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

9. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 4 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 3 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

10. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

11. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 3 бұйым, 4- ші сұрыптан 3 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 3, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

12. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 1 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 3 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

13. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

14. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 1 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 3 бұйым, 4- ші сұрыптан 5 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 3 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

15. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 4 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 5 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 1, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

16. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 11: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

17. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 4 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 3 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 6 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

18. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 2, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

19. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 4 бұйым, 3- ші сұрыптан 5 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 8 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 3, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

20. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 9 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 3, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

21. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 3 бұйым, 3- ші сұрыптан 4 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 3, 1, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

22. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 4 бұйым, 2-ші сұрыптан 4 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 2, 2, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

23. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 2 бұйым, 2-ші сұрыптан 7 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 1 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 7 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 5, 0, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

24 Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 12: 1-ші сұрыптан 3 бұйым, 2-ші сұрыптан 1 бұйым, 3- ші сұрыптан 6 бұйым, 4- ші сұрыптан 2 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 5 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 2 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 1, 1 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

25. Төрт сұрыпты бұйымдар берілген және і- сұрыптағы бұйымдар саны 9: 1-ші сұрыптан бұйым, 2-ші сұрыптан 2 бұйым, 3- ші сұрыптан 2 бұйым, 4- ші сұрыптан 3 бұйым. Бақылауға кездейсоқ 5 бұйым алынды. Кездейсоқ таңдалған бұйымдар ішінде 1 бұйым 1- ші сұрыптық, 1, 1, 2 бұйым сәйкесінше екінші, үшінші және төртінші сұрыптық болу ықтималдықтарын анықтаңыз.

№3. 25 нұсқа

1. 10 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

2. 10 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 3 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

3. 10 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

4. 10 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

5. 11 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

6. 11 лотереялық билеттің 8 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

7. 11 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

8. 12 лотереялық билеттің 5 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 8 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

9. 12 лотереялық билеттің 3 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 8 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

10. 12 лотереялық билеттің 4 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

11. 9 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

12. 9 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

13. 9 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 3 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

14. 8 лотереялық билеттің 5 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

15. 8 лотереялық билеттің 4 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

16. 8 лотереялық билеттің 5 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

17. 10 лотереялық билеттің 5 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 6 билет сатып алынды.Олардың ішінде 4 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

18. 10 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 7 билет сатып алынды.Олардың ішінде 5 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

19. 10 лотереялық билеттің 7 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 4 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

20. 12 лотереялық билеттің 6 – ы ұтысы бар билет. Кездейсоқ 8 билет сатып алынды.Олардың ішінде 4 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

21. 8 лотереялық билеттің 4 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 3 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

22. 8 лотереялық билеттің 5 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 3 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

23. 8 лотереялық билеттің 3 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 2 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

24. 8 лотереялық билеттің 4 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 5 билет сатып алынды.Олардың ішінде 3 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

25. 8 лотереялық билеттің 2 – і ұтысы бар билет. Кездейсоқ 4 билет сатып алынды.Олардың ішінде 1 билеттің ұтысы бар билет болу ықтималдығын табыңыз.

№4. 25 нұсқа

1. 6 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

2. 7 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

3. 8 қабатты үйдің лифтіне 5 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

4. 9 қабатты үйдің лифтіне 5 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

5. 10 қабатты үйдің лифтіне 6 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

6. 11 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

7. 12 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

8. 13 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

9. 14 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

10. 14 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

11. 13 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

12. 11 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

13. 10 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

14. 9 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

15. 8 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

16. 7 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

17. 6 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

18. 7 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

19. 8 қабатты үйдің лифтіне 5 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

20. 9 қабатты үйдің лифтіне 5 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

21. 10 қабатты үйдің лифтіне 6 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

22. 10 қабатты үйдің лифтіне 6 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

23. 11 қабатты үйдің лифтіне 4 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

24. 13 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

25. 14 қабатты үйдің лифтіне 3 адам отырды. Олардың әрқайсысы басқаларынан тәуелсіз бірдей ықтималдықпен кез келген (2- ші қабаттан бастап) қабатта шыға алады. а) барлығы әртүрлі қабатта шықты; б) ең болмаса екеуі бір қабатта шықты деген оқиғалар ықтималдығын анықтаңыз.

3.2 Геометриялық ықтималдық

№5. 25 нұсқа

1. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{4}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

2. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{5}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

3. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

4. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{5}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

5. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

6. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

7. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

8. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

9. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{8}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

10. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

11. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{8}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

12. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{5}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

13. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

14. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

15. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{8}$-ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

16. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{9}$-ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

17. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{8}$-ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

18. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

19. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

20. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{5}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

21. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{4}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

22. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{4}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

23. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{5}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

24. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{6}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

25. Ұзындығы бірге тең кесіндіде кездейсоқ нүкте пайда болды. Нүктеден кесіндінің шеткі нүтелеріне дейінгі ара қашықтық $\frac{1}{7}$ -ден аспау ықтималдығын анықтаңыз.

3.3 Ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремалары

№6. 25 нұсқа

1. Екі партияда сәйкес 71% және 47% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

2. Екі партияда сәйкес 78% және 39% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

3. Екі партияда сәйкес 87% және 31% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

4. Екі партияда сәйкес 72% және 46% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар

арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

5. Екі партияда сәйкес 79% және 38% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

6. Екі партияда сәйкес 86% және 32% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

7. Екі партияда сәйкес 73% және 45% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

8. Екі партияда сәйкес 81% және 37% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

9. Екі партияда сәйкес 85% және 33% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

10. Екі партияда сәйкес 74% және 44% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

11. Екі партияда сәйкес 82% және 36% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

12. Екі партияда сәйкес 84% және 34% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

13. Екі партияда сәйкес 75% және 43% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

14. Екі партияда сәйкес 83% және 35% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

15. Екі партияда сәйкес 76% және 42% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар

арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

16. Екі партияда сәйкес 77% және 41% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

17. Екі партияда сәйкес 47% және 71% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

18. Екі партияда сәйкес 39% және 78% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

19. Екі партияда сәйкес 31% және 87% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

20. Екі партияда сәйкес 72% және 46% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

21. Екі партияда сәйкес 38% және 79% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

22. Екі партияда сәйкес 32% және 86% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

23. Екі партияда сәйкес 73% және 45% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

24. Екі партияда сәйкес 81% және 37% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

25. Екі партияда сәйкес 33% және 85% сапалы бұйымдар. Әр партиядан кездейсоқ кез келген бір бір бұйымнан таңдалды. Таңдалған бұйымдар арасында а) ең болмаса біреуі сапасыз болу; б) екеуі де сапасыз болу; в) біреуі сапалы және біреуі сапасыз болу ықтималдығы қандай?

№7. 25 нұсқа

1. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,61$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,55$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

6. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,62$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,54$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

3. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,63$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,53$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

4. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,64$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,52$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

5. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,65$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,51$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

6. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,66$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,49$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

7. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,67$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,48$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

8. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,68$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,47$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

9. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,69$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,46$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

10. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,71$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,45$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

11. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,72$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы

$p_2 = 0{,}44$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

12. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}73$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}43$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

13. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}74$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}42$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

14. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}75$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}41$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

15. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}76$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}39$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

16. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}77$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}38$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

17. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}78$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}37$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

18. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}39$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}45$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

19. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}38$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}46$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

20. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}37$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}47$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

21. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0{,}38$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0{,}48$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

22. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,35$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,49$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

23. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,34$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,51$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

24. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,33$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,52$. Бірінші мерген 3 рет, екінші мерген 2 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

25. Бірінші мерген бір рет нысанаға оқ атқанда нысанаға тигізу ықтималдығы $p_1 = 0,32$, екінші мергеннің нысанаға тигізу ықтималдығы $p_2 = 0,53$. Бірінші мерген 2 рет, екінші мерген 3 рет оқ атты. Нысанаға оқ тимеу ықтималдығын анықтаңыз.

№8. 25 нұсқа

1. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 4 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

2. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 5 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

3. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 6 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

4. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 7 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

5. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 8 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

6. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 9 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

7. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші

болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 10 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

8. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 11 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

9. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 4 – ші лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

10. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 5 – ші лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

11. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 6 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

12. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 7 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

13. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 8 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

14. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы 9 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

15. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. A ойыншысы лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

16. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. B ойыншысы 12 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

17. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші болып B ойыншы, үшінші – A және тағы солай қайталанады. B ойыншысы 5 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

18. A және B ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып A ойыншы тастайды, екінші

болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 6 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

19. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 7 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

20. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 8 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

21. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 9 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

22. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 10 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

23. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 11 лақтырысқа дейін жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

24. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 6 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

25. А және В ойыншы кезекпен тенге тастайды. Кімге елтаңба бірінші түссе, сол жеңді деп есептеледі. Бірінші болып А ойыншы тастайды, екінші болып В ойыншы, үшінші – А және тағы солай қайталанады. В ойыншысы 6 лақтырыстан кешікпей жеңіске жету ықтималдығын анықтаңыз.

3.4 Толық ықтималдық формуласы. Бейес формуласы

№9. 25 нұсқа

1. 1000 лампаның 100 бірінші партиянікі, 250- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

2. 1000 лампаның 430 бірінші партиянікі, 180- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

3. 1000 лампаның 170 бірінші партиянікі, 540- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші

партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

4. 1000 лампаның 520 бірінші партиянікі, 390- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

5. 1000 лампаның 360 бірінші партиянікі, 600- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

6. 1000 лампаның 700 бірінші партиянікі, 90- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

7. 1000 лампаның 240 бірінші партиянікі, 610- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

8. 1000 лампаның 80 бірінші партиянікі, 750- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

9. 1000 лампаның 630 бірінші партиянікі, 230- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

10. 1000 лампаның 500 бірінші партиянікі, 320- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

11. 1000 лампаның 810 бірінші партиянікі, 70- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

12. 1000 лампаның 450 бірінші партиянікі, 280- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

13. 1000 лампаның 270 бірінші партиянікі, 640- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

14. 1000 лампаның 380 бірінші партиянікі, 470- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның

5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

15. 1000 лампаның 640 бірінші партиянікі, 80- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

16. 1000 лампаның 640 бірінші партиянікі, 80- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

17. 1000 лампаның 160 бірінші партиянікі, 570- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

18. 1000 лампаның 620 бірінші партиянікі, 190- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

19. 1000 лампаның 730 бірінші партиянікі, 100- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

20. 1000 лампаның 540 бірінші партиянікі, 200- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

21. 1000 лампаның 90 бірінші партиянікі, 690- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

22. 1000 лампаның 220 бірінші партиянікі, 550- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

23. 1000 лампаның 290 бірінші партиянікі, 700- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

24. 1000 лампаның 350 бірінші партиянікі, 440- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның 5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

25. 1000 лампаның 470 бірінші партиянікі, 360- і екінші партиянікі, қалғаны үшінші партияға жатады. Бірінші партияның 6%, екінші партияның

5%, үшінші партияның 4% сапасыз лампалар. Кездейсоқ бір лампа алынды. Алынған лампаның сапасыз лампа болу ықтималдығын анықтаңыз.

№10. 25 нұсқа

1. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

2. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

3. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

4. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

5. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

6. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 20 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

7. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды.

Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

8. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

9. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

10. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

11. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

12. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 40 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

13. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 70 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 10 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

14. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 70 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 10 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

15. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 70 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 10 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

16. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 10 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

17. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 10 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

18. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 60 бұйым, екінші заводтан 10 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 80%, екінші завод бұйымдарының 90%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

19. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

20. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

21. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 50 бұйым, екінші заводтан 20 бұйым, үшінші заводтан 30 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 80%, үшінші завод бұйымдарының 90% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

22. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 30 бұйым, екінші заводтан 30 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 70%,

үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

23. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 30 бұйым, екінші заводтан 40 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 70%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 2- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

24. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 30 бұйым, екінші заводтан 40 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 70%, екінші завод бұйымдарының 70%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 3- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

25. Дүкенге бірдей типтес бұйымдар үш заводтан әкелінді және бірінші заводтан 20 бұйым, екінші заводтан 40 бұйым, үшінші заводтан 40 бұйым әкелінді. Бірінші завод бұйымдарының 90%, екінші завод бұйымдарының 70%, үшінші завод бұйымдарының 80% жоғары сапалы. Бір бұйым сатып алынды. Ол жоғары сапалы бұйым болып шықты. Сатып алынған бұйымның 1- ші заводта шығарылған бұйым болу ықтималдығын анықтаңыз.

3.5 Сынақтар қайталануы. (Бернулли, Муавр - Лаплас, Пуассон формулалары)

№11. 25 нұсқа

1. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,002 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек.

2. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,003 – ке тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек.

3. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,004 – ке тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

4. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,005 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

5. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,006 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

6. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,007 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

7. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,008 – ке тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

8. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,009 – ке тең.500 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

9. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

10. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,011 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 7 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

11. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.200 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

12. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.300 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

13. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,02 – ге тең.200 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

14. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.500 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

15. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,02 – ге тең.300 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

16. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.700 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

17. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,02 – ге тең.400 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

18. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.900 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

19. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,02 – ге тең.500 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

20. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,011 – ге тең.1000 рет телефон шалынды. 8 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

21. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,004 – ге тең.500 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

22. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,005 – ге тең.600 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

23. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.400 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

24. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.500 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

25. Әрбір телефон шалу кезінде телефон станциясының жұмысында ақау болу ықтималдығы 0,01 – ге тең.600 рет телефон шалынды. 9 рет ақау болу ықтималдығын табу керек

№12. 25 нұсқа

1. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $80 \le m \le 90$

2. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $85 \le m \le 95$

3. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $70 \le m \le 95$

4. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $83 \le m \le 93$

5. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $50 \le m \le 60$

6. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $65 \le m \le 75$

7. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $70 \le m \le 80$

8. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,6 – ға тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $40 \le m \le 50$

9. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,75 – ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $65 \le m \le 80$

10. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,75 – ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $70 \le m \le 85$

11. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,75 – ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $68 \le m \le 78$.

12. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $70 \le m$.

13. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $60 \le m$.

14. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,7 – ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $80 \le m$.

15. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,6 – ға тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $65 \le m$.

16. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,6 – ға тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $75 \le m$.

17. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,6 – ға тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $50 \le m$.

18. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $70 \le m$.

19. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $80 \le m$.

20. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $90 \le m$.

21. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,8 ге тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $95 \le m$.

22. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,3 ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $m \le 20$.

23. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,3 ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $m \le 30$.

24. 100 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,3 ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $m \le 40$.

25. 200 тәуелсіз сынақтардың әрқайсысында небір оқиғаның орындалу ықтималдығы 0,4 ке тең.Оқиғаның m рет орындалуы келесі теңсіздікті қанағаттандыру ықтималдығын табу керек: $m \le 80$.

3.6 Кездейсоқ шамалар

№13. 25 нұсқа

1. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	10	10,1	10,3	10,6	11
p	0,6	0,1	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

2. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	10, 1	10,2	10,4	10,7	11, 1
p	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

3. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	10, 3	20,3	20,7	21,3	22, 1
p	0,4	0,3	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

4. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	10, 6	20,6	21	21,6	22, 4
p	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

5. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	11	21	21,4	22	22, 8

p	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

6. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	11,5	21,5	21,9	22,5	23,3
p	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

7. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	12,1	22,1	22,5	23,1	23,9
p	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

8. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	12,8	22,8	23,2	23,8	24,6
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

9. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	13,6	23,6	24	24,6	25,4
p	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

10. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	14,5	24,5	24,9	25,5	26,3
p	0,3	0,4	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

11. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	15,5	25,5	25,9	26,5	27,3
p	0,2	0,4	0,2	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

12. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	16,6	26,6	27	27,6	28,4
p	0,1	0,5	0,1	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

13. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	17,8	27,8	28,2	28,8	29,6
p	0,3	0,4	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

14. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	19,1	29,1	29,5	30,1	30,9
p	0,2	0,1	0,1	0,1	0,5

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

15. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	20,5	30,5	30,9	31,5	32,3
p	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

16. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	20,4	30,4	30,8	31,4	32,2
p	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

17. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	20,2	30,2	30,6	31,2	32
p	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

18. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	19,9	29,9	30,3	30,9	31,7
p	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

19. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	19,5	29,5	29,9	30,5	31,3
p	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

20. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	19	29	29,4	30	30,8
p	0,3	0,4	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

21. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	18,4	28,4	28,8	29,4	30,2

p	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

22. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	17,7	27,7	28,1	28,7	29,5
p	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

23. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	16	26	26,4	27	27,8
p	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

24. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	16,9	26,9	27,3	27,9	28,7
p	0,1	0,1	0,2	0,4	0,2

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

25. Дискретті кездейсоқ шама X кестелік түрде берілген:

x	16	24,5	24,9	25,5	26,3
p	0,3	0,4	0,1	0,1	0,1

Кездейсоқ шаманың $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуы $\sigma(\xi)$ табу керек.

№14. 25 нұсқа

1.Үздіксіз кездейсоқ шама X- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{x^2}{4} & 0<x\le 2\\ 1 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

2. Үздіксіз кездейсоқ шама X- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le \dfrac{3}{4}\\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{x^2} & \dfrac{3}{4}<x\le 1\\ 1 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

3. Үздіксіз кездейсоқ шама X- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ 2-\dfrac{2}{x} & 1<x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

4. Үздіксіз кездейсоқ шама X- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 2\sin x & 0<x\le \dfrac{\pi}{6}\\ 1 & x>\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

5. Үздіксіз кездейсоқ шама X- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ e^{x}-1 & 0<x\le \ln 2\\ 1 & x>\ln 2\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

6. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \sqrt{x} & 0<x\le 1\\ 1 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

7. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le \frac{\pi}{4}\\ -\cos 2x & \frac{\pi}{4}<x\le \frac{\pi}{2}\\ 1 & x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

8. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^3}{8} & 0<x\le 2\\ 1 & x>2\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

9. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \frac{x^3}{27} & 0<x\le 3\\ 1 & x>3\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

10. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{16} & 0 < x \le 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

11. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \le 0 \\ 2\sin\dfrac{x}{2} & 0 < x \le \dfrac{\pi}{3} \\ 1 & x > \dfrac{\pi}{3} \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

12. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \ln x & 1 < x \le e \\ 1 & x > e \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

13. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x \le 0 \\ e^{2x}-1 & 0 < x \le \ln\sqrt{2} \\ 1 & x > \ln\sqrt{2} \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

14. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім функциясы:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \ln\dfrac{x}{2} & 2<x\le 2e\\ 1 & x>2e\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

15. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ 2\cos 2x & 0<x\le\dfrac{\pi}{4}\\ 0 & x>\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

16. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{x}{2} & 0<x\le 2\\ 0 & x>2\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

17. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{x^2}{9} & 0<x\le 3\\ 0 & x>3\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

18. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 1\\ \dfrac{2}{x} & 1<x\le\sqrt{e}\\ 0 & x>\sqrt{e}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

19. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{3}{2}\sqrt{x} & 0<x\le 1\\ 0 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

20. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{3}{2}\left(1-\dfrac{x}{3}\right) & 0<x\le 3\\ 0 & x>3\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

21. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le \dfrac{3}{4}\\ \dfrac{6}{x^3}-\dfrac{4}{x^2} & \dfrac{3}{4}<x\le 1\\ 0 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

22. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \cos\dfrac{x}{2} & 0<x\le\dfrac{\pi}{3}\\ 0 & x>\dfrac{\pi}{3}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

23. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & 0<x\le 1\\ 0 & x>1\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

24. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & 0<x\le\dfrac{1}{4}\\ 0 & x>\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

25. Үздіксіз кездейсоқ шама Х- тің үлестірім тығыздығы:

$$f(x)=\begin{cases}0 & x\le 0\\ \dfrac{3x^2}{64} & 0<x\le 4\\ 0 & x>4\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім функциясын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, $\sigma(\xi)$орта квадрат ауытқуын табу керек. Үлестірім функциясы мен ықтималдықтардың үлестірім тығыздығының графиктерін құру керек.

№15. 25 нұсқа

1. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\gamma-2{,}5}, & x\in[2{,}5;4]\\ 0, & x\notin[2{,}5;4]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $3<\xi<3{,}3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

2. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\gamma-1{,}5}, & x\in[1{,}5;3]\\ 0, & x\notin[1{,}5;3]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $2<\xi<2{,}6$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

3. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\gamma-1{,}5}, & x\in[1{,}5;2{,}5]\\ 0, & x\notin[1{,}5;2{,}5]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $2<\xi<2{,}3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

4. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\gamma-1}, & x\in[1;3{,}5]\\ 0, & x\notin[1;3{,}5]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $2<\xi<2{,}8$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

5. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\gamma+1}, & x\in[-1;2]\\ 0, & x\notin[-1;2]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-0{,}7 < \xi < 1{,}1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

6. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma + 2}, x \in [-2;1] \\ 0, \qquad x \notin [-2;1] \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1{,}5 < \xi < 0{,}3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

7. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma + 3}, x \in [-3;5] \\ 0, \qquad x \notin [-3;5] \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-2 < \xi < 2$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

8. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma + 1{,}5}, x \in [-1{,}5;2{,}5] \\ 0, \qquad x \notin [-1{,}5;2{,}5] \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1 < \xi < 0$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

9. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} 1, x \in [\gamma;1{,}8] \\ 0, x \notin [\gamma;1{,}8] \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1{,}3 < \xi < 1{,}6$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

10. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} 1, x \in [\gamma;2{,}4] \\ 0, x \notin [\gamma;2{,}4] \end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1{,}5 < \xi < 2$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

11. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}2, x\in[\gamma;3{,}5]\\0, x\notin[\gamma;3{,}5]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $2{,}5<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

12. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}2, x\in[\gamma;2{,}8]\\0, x\notin[\gamma;2{,}8]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $2{,}1<\xi<2{,}5$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

13. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}1, x\in[\gamma;2{,}8]\\0, x\notin[\gamma;2{,}8]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

14. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}1, x\in[\gamma;2{,}6]\\0, x\notin[\gamma;2{,}6]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1{,}5<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

15. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}2, x\in[\gamma;3]\\0, x\notin[\gamma;3]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

16. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}2, x\in[\gamma;4{,}8]\\0, x\notin[\gamma;4{,}8]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $4{,}5<\xi<5$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

17. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[-4;-2]\\0, x\notin[-4;-2]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1<\xi<0$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

18. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[-3;-1]\\0, x\notin[-3;-1]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-2<\xi<0$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

19. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[2;4]\\0, x\notin[2;4]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

20. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[1;3]\\0, x\notin[1;3]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<2$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

21. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[1;1,5]\\0, x\notin[1;1,5]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<0,5$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

22. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[-1;1,5]\\0, x\notin[-1;1,5]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

23. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[-1{,}5;-1]\\ 0, x\notin[-1{,}5;-1]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1<\xi<2$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

24. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}\gamma, x\in[-1{,}5;1]\\ 0, x\notin[-1{,}5;1]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-1<\xi<1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

25. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\begin{cases}0{,}5, x\in[\frac{1-\gamma}{2};\frac{1+\gamma}{2}]\\ 0, x\notin[\frac{1-\gamma}{2};\frac{1+\gamma}{2}]\end{cases}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

№16. 25 нұсқа

1. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2+8x-2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

2. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2+\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{3}<\xi<\frac{2}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

3. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2 8x+2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{2}<\xi<-1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

4. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2+6x+2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<\frac{3}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

5. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2+3x-2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{2}<\xi<\frac{3}{2}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

6. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2-6x-2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{4}<\xi<\frac{1}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

7. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2-3x+2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{2}<\xi<\frac{3}{2}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

8. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2-4x+2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ - дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{3}<\xi<\frac{4}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

9. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2-\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{3}<\xi<\frac{2}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

10. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2+4x-2}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{3}<\xi<\frac{5}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

11. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2+8x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

12. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2+\frac{4}{3}x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{2}<\xi<-1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

13. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2-8x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{3}<\xi<\frac{5}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

14. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2+6x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<\frac{3}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

15. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2+3x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{2}<\xi<\frac{3}{2}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

16. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2-6x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{4}<\xi<\frac{1}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

17. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2-3x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{2}<\xi<\frac{3}{2}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

18. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2-4x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{3}<\xi<\frac{4}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

19. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2-\frac{4}{3}x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{3}<\xi<\frac{2}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

20. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2+6x}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{1}{3}<\xi<\frac{5}{3}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

21. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2+8x-1}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $1<\xi<3$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

22. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2+6x+1}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $0<\xi<\frac{3}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

23. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-2x^2-8x+1}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{2}<\xi<-1$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

24. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-4x^2-6x-1}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $-\frac{3}{4}<\xi<\frac{1}{4}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

25. ξ кездейсоқ шамасының үлестірім тығыздығы

$$f(x)=\gamma\cdot e^{-3x^2+3x-1}$$

берілген. Кездейсоқ шама ξ- дің үлестірім функциясының γ параметрін, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын, орта квадрат ауытқуын $\sigma(\xi)$, $\frac{1}{2}<\xi<\frac{3}{2}$ теңсіздігінің орындалу ықтималдығын табу керек.

№17. 25 нұсқа

1. Кездейсоқ шама ξ $[-3;5]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

2. Кездейсоқ шама ξ $[2;4]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

3. Кездейсоқ шама ξ $[-7;-2]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

4. Кездейсоқ шама ξ $[-4;3]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

5. Кездейсоқ шама ξ $[-1;6]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

6. Кездейсоқ шама ξ $[-5;1]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

7. Кездейсоқ шама ξ $[-2;3]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

8. Кездейсоқ шама ξ $[-6;-2]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

9. Кездейсоқ шама ξ $[4;7]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

10. Кездейсоқ шама ξ $[1;8]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

11. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 3{,}7$, $D\xi = b = 1{,}1$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

12. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 4{,}5$, $D\xi = b = 2{,}0$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

13. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 2{,}8$, $D\xi = b = 1{,}3$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

14. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 5$, $D\xi = b = 3.5$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

15. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 4{,}7$, $D\xi = b = 1{,}9$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

16. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 6{,}4$, $D\xi = b = 2{,}8$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

17. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 6{,}1$, $D\xi = b = 1{,}7$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

18. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 5{,}3$, $D\xi = b = 1{,}4$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

19. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 7{,}2$, $D\xi = b = 4{,}1$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

20. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 3{,}9$, $D\xi = b = 1{,}2$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

21. Кездейсоқ шама ξ қалыпты үлестірім заңымен берілген. Параметрлері $M\xi = a = 2{,}7$, $D\xi = b = 1{,}5$. Үлестірім тығыздығын жазыңыз.

22. Кездейсоқ шама ξ $[-3;6]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

23. Кездейсоқ шама ξ $[-3;7]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

24. Кездейсоқ шама ξ $[-2;6]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

25. Кездейсоқ шама ξ $[-1;5]$ кесіндісінде бірқалыпты үлестірім заңымен берілген. Кездейсоқ шаманың үлестірім тығыздығын, $M(\xi)$ математикалық күтімін, $D(\xi)$ дисперсиясын табу керек.

4 МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ ТЕОРИЯСЫНАН ҚЫСҚАША МӘЛІМЕТТЕР

4.1 Математикалық статистика есептері

Математикалық статистиканың негізгі мақсаты тәжірибелік деректерді алу әдістерін жасау, нәтижелерді өңдеу және оны түсіндіру әдістерін әзірлеу, осы әдістерді қолдана отырып, кездейсоқ шамалардың үлестірілім заңдарын табу.

Математикалық статистиканың басты қарастыратын мәселелері: бақылау нәтижесінде алынған деректерді жинау әдістерін көрсету және оларды топтау.

Математикалық статистиканың тағы бір есебі- зерттеу мақсатына сәйкес статистикалық деректерді талдау әдістерін анықтау. Бұған:

а) оқиғаның белгісіз ықтималдығын бағалау; белгісіз үлестірілім функциясын бағалау; түрі белгілі үлестірілім параметрлерін бағалау; кездейсоқ шаманың бір немесе бірнеше кездейсоқ шамалардан тәуелділігін бағалау жатады;

б) белгісіз үлестіру түрі немесе түрі белгілі үлестіру параметрлерінің шамасы туралы статистикалық болжамдарды тексеру жатады.

Математикалық статистика математикалық зерттеу барысында керек сынақтар санын анықтау әдістерін әзірлейді(сынақтарды жоспарлау), зерттеу барысында ағымды талдау жүргізеді.

Сонымен математикалық статистиканың мақсаты ғылыми және тәжірибелік қорытындылар алу үшін статистикалық деректерді жинау және өңдеу әдістерін құру.

4.2 Бас және таңдамалы жиынтықтар

Біртекті объектілерді сапалық немесе сандық белгілері бойынша зерттеу керек болсын. Мысалы детальдар партиясы: сапалық белгісі детальдың стандартты болуы, сандық белгісі детальдың бақыланатын өлшемі.

Жалпылама зерттеу жүргізуге болады, бірақ тәжірибе жүзінде жалпылама, жаппай зерттеу жүргізу өте қиын, сондықтан жиынтықтан объектілердің санаулы түрін алып, зерттеуге тура келеді.

Кездейсоқ таңдалған объектілер жиынтығы таңдамалы жиынтық немесе таңдама деп аталады.

Таңдама алынған объектілер жиыны бас жиынтық деп аталады.

Жиынтықтағы объектілер саны жиынтық көлемі деп аталады.

Мысалы 1000 детальдан 100 деталь зерттеуге алынса, бас жиынтық көлемі $N=1000$, таңдама көлемі $n=100$.

Ескерту: Бас жиынтықта объктілер саны шектеулі немесе шексіз көп болуы мүмкін. Бұл жағдай сынақ нәтижесіне әсер етпейді.

4.3 Іріктеу әдістері

Тәжірибе жүзінде саналуан іріктеу әдістері қолданылады. Бұл әдістерді екі түрге бөлуге болады:

- Бас жиынтықты мүшелерге бөлшектеуді керек етпейтін іріктеу. Бұған:
- қарапайым кездейсоқ кайталанбайтын іріктеу;
- қарапайым кездейсоқ қайталанатын іріктеу

жатады.

- Бас жиынтықты бөлшектейтін іріктеу. Бұған:
- типтік іріктеу;
- механикалық іріктеу;
- сериялық іріктеу

жатады.

Бас жиынтықтан бір бірлеп іріктелетін іріктеу қарапайым кездейсоқ іріктеу деп аталады.

N көлемді бас жиынтықтан (карточкалар 1- ден N- ге дейін белгіленген) жақсылап араластырылғаннан кейін біреуі таңдап алынып, зерттеледі, содан кейін қайтарылып, келесі карточка алынып зерттеледі.

Егер карточка қайтарылмаса, кездейсоқ қайталанбайтын іріктеу деп аталады.

Егер бас жиынтық көлемі үлкен болса, іріктеуді орындау қиын болатыны көрініп тұр.

Егер объектілер бас жиынтықтан емес, әр типтік ауданнан таңдалса, іріктеу типтік деп аталады.

Мысалы бірнеше станок жасаған датальдарды жалпылама таңдамай, әр станоктың детальдарын жеке жеке таңдаса типтік іріктеу болады.

Егер бас жиынтық таңдамаға неше объект енсе, сонша топқа бөлінсе (әр топтан бір бір объект таңдалады), онда іріктеу механикалық іріктеу деп аталады.

Жаппай зерттеу жүргізілгенде объектілер бір бірлеп емес партиямен таңдалса, іріктеу сериялық деп аталады.

Іс жүзінде іріктеулер түрі араластырыла қолданылады.

4.4 Таңдаманың статистикалық үлестірілімі

Х сандық белгісін зерделеуге бас жинақтан n- көлемді $x_1, x_2, ...x_k$ таңдамасы алынсын.

Х белгісінің бақыланатын x_i мәндері варианталар деп, ал өсу ретімен жазылған варианталар тізбегі варияциялық қатар деп аталады.

Бақылау саны жиілік деп аталады, жиіліктің көлемге қатнасы

$$\frac{n_i}{n} = \omega_i$$

салыстырмалы жиілік деп аталады.

Вариациялық қатардың x_i варианталар тізбегі мен оларға сәйкес n_i жиіліктер тізбегі таңдаманың статистикалық үлестірілімі деп аталады.

Ықтималдықтар теориясында кездейсоқ шамалардың мүмкін қабылдайтын мәндері мен олардың ықтималдықтарының арасындағы сәйкестік үлестірілім деп аталады, математикалық статистикада бақыланатын варианталар мен олардың орындалу жиіліктерінің арасындағы сәйкестік үлестірілім деп аталады.

Мысал

Таңдама жиіліктерінің үлестірілімі берілген, көлемі 20.

x_i	4	7	8	12
n_i	5	2	3	10

Салыстырмалы жиілік үлестірілімін табу керек.

$$\omega_1 = \frac{5}{20} = 0{,}25 \quad \omega_2 = \frac{2}{20} = 0{,}1 \quad \omega_3 = \frac{3}{20} = 0{,}15 \quad \omega_4 = \frac{10}{20} = 0{,}5$$

Ізделінген салыстырмалы жиілік үлестірілімін жазайық:

x_i	4	7	8	12
ω_i	0,25	0,1	0,15	0,5

Тексеру: 0,25+0,1+0,15+0,5=1

4.5 Үлестірудің эмпирикалық функциясы

Әрбір x- тің мәні үшін $X < x$ оқиғасының салыстырмалы жиілігін анықтайтын

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}$$

функциясы үлестірудің эмпирикалық функциясы деп аталады. n_x- варианталар саны, n- таңдама көлемі.

Эмпирикалық функцияның келесі қасиеттері бар.

1- қасиет. Эмпирикалық функцияның мәндері $[0{,}1]$ кесіндісінде жатады.

2- қасиет. $F^*(x)$- кемімейтін функция.

3- қасиет. Егер x_1- ең кіші варианта, ал x_k- ең үлкен варианта болса, онда $x \le x_k$ болғанда $F^*(x) = 0$ болады, $x > x_k$ болғанда $F^*(x) = 1$ болады.

4.6 Үлестіру параметрлерінің статистикалық бағалары

4.6.1 Нүктелік бағалар

Теориялық үлестірілімнің белгісіз параметрі θ - ның θ^* статистикалық бағасы деп бақыланатын $X_1, X_2, ..., X_n$ кездейсоқ шамаларының $f(X_1, X_2, ..., X_n)$ функциясы аталады.

$\theta^* = f(x_1, x_2, ... x_n)$ санымен анықталатын статистикалық баға нүктелік деп аталады, бұл формуладағы $(x_1, x_2, ... x_n)$- X сандық белгісін n- рет бақылаудың нәтижесі.

Математикалық үміті таңдаманың кез келген көлемінде бағаланатын параметрге тең болатын нүктелік баға ығыспайтын баға деп аталады.

Математикалық үміті таңдаманың кез келген көлемінде бағаланатын параметрге тең болмайтын нүктелік баға ығыспалы баға деп аталады.

Таңдамалы орта бас ортаның ығыспайтын бағасы болады:

$$\bar{x}_m = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)}{n}$$

Таңдамалы дисперсия бас дисперсияның ығыспалы бағасы болады:

$$D_m = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} n_i \left(x_i - \bar{x}_m\right)^2\right)}{n}$$

Есептеулерге келесі формула ыңғайлырақ болады:

$$D_m = \bar{x}^2 - \left[\bar{x}\right]^2 = \frac{\sum n_i x_i^{\,2}}{n} - \left[\frac{\sum n_i x_i}{n}\right]^2$$

Бас дисперсияның ығыспайтын бағасы ретінде түзетілген таңдамалы дисперсия қабылданады:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_m = \frac{\sum n_i \left(x_i - \bar{x}_m\right)^2}{n-1}$$

Есептеулерге келесі формула ыңғайлырақ болады:

$$s_x^{\,2} = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left[\sum n_i x_i\right]^2 / n}{n-1}$$

4.6.2 Аралық бағалар

Екі санмен- аралықтың шеткі нүктелерімен- анықталатын баға аралық баға деп аталады.

Белгісіз параметрді берілген γ- сенімділігімен анықтайтын аралық сенімділік аралығы деп аталады.

4.6.2.1 Нормальды үлестірілген X сандық белгісінің a математикалық үмітінің γ- сенімділігімен алынған (бас жиынтықтың белгілі σ орта квадрат ауытқуы бар болатын) аралық бағасы ретінде

$$\bar{x}_m - t\left(\sigma / \sqrt{n}\right) < a < \bar{x}_m + t\left(\sigma / \sqrt{n}\right)$$

сенімділік аралығы қабылданады. Бұл формуладағы $t\left(\sigma / \sqrt{n}\right) = \delta$ - баға дәлдігі, n- таңдама көлемі, t- $\Phi(t)$ Лаплас функциясы аргументінің мәні, және $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$ болады және Б қосымшасынан табылады;

Егер бас жиынтықтың σ орта квадрат ауытқуы белгісіз болса, аралық баға болатын сенімділік аралығы келесі түрде қабылданады:

$$\bar{x}_m - t_\gamma\left(s / \sqrt{n}\right) < a < \bar{x}_m + t_\gamma\left(s / \sqrt{n}\right)$$

бұл формуладағы s- «түзетілген» таңдамалы орта квадрат ауытқу, t_γ - берілген n мен γ бойынша В қосымшасынан табылады.

4.6.2.2 Нормальды үлестірілген X сандық белгісінің γ- сенімділігімен алынған σ орта квадрат ауытқуының «түзетілген» таңдамалы орта квадрат ауытқуы S бойынша аралық бағасы

$$q < 1 \text{ болса}, \quad s(1-q) < \sigma < s(1+q)$$
$$q > 1 \text{ болса} \quad 0 < \sigma < s(1+q)$$

сенімділік аралығы болады. q- берілген n мен γ бойынша Г қосымшасынан табылады.

4.6.2.3 Биномдық үлестірілімдегі белгісіз ықтималдығы р-ның (γ- сенімділігімен) w салыстырмалы жиілігі бойынша аралық бағасы ретінде

$$p_1 < p < p_2$$

сенімділік аралығы қабылданады. Бұл формуладағы:

$$p_1 = \frac{n}{t^2+n}\left[\omega + \frac{t^2}{2n} - t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2}\right]$$

$$p_2 = \frac{n}{t^2+n}\left[\omega + \frac{t^2}{2n} + t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2}\right]$$

n- сынақтардың жалпы саны, m- оқиғаның орындалу саны, $\omega = \frac{m}{n}$- салыстырмалы жиілік, t- $\Phi(t)$ Лаплас функциясы аргументінің мәні, және $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$ болады(Б қосымшасы), γ- берілген сенімділік.

4.7 Таңдаманың келтірімділік сипаттамаларын есептеу әдістері

4.7.1 Таңдамалы орта мен дисперсияны есептеудің көбейту әдісі

4.7.1.1 Бірдей аралықты варианталар.

Таңдама бірдей аралықты варианталар мен олардың сәйкес жиіліктерінің үлестірілімі түрінде берілсін. Бұл жағдайда таңдамалы орта мен таңдамалы дисперсияны көбейту әдісімен табуды келесі формулалармен орындау қолайлы болады:

$$\overline{x}_m = M_1^* h + C, \quad D_m = \left[M_2^* - \left(M_1^*\right)^2\right]h^2$$

h- көршілес варианталардың айырмасы, қадам; С- жалған ноль, вариациялық қатардың мөлшермен ортасында орналасқан варианта;

$$u_i = \frac{x_i - C}{h}$$

шартты варианта;

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n}$$

бірінші ретті шартты момент;

$$M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n}$$

екінші ретті шартты момент.

4.7.1.2 Әртүрлі аралықты варианталар.

Егер алғашқы варианталар бірдей аралықты болмаса, онда таңдаманың түгел варианталары орналасқан аралықты ұзындығы h болатын бірдей бірнеше дербес аралықтарға бөлеміз(әрбір жекеше аралық кем дегенде 8-10 вариантадан құралады). Содан кейін жекеше аралықтардың ортасы табылады, осы орталар тізбектелген бірдей аралықты варианталарды құрайтын болады. Әрбір аралық ортасының жиілігі ретінде, жекеше интервалға енетін варианталар жиіліктерінің қосындысы алынады.

Таңдамалы дисперсия есептегенде, топтау нәтижесіндегі қателікті азайту үшін Шеппард түзетуін енгізеді, басқаша айтқанда есептелген дисперсиядан жекеше аралық ұзындығы квадратының 1/12 бөлігі алып тасталынады.

Сөйтіп, Шеппард түзетуін ескерумен дисперсия келесі формуламен есептеледі:

$$D'_m = D_m - \frac{1}{12}h^2$$

4.7.2 Эмпирикалық үлестірілімнің ассиметриясы мен эксцессі.

Ассиметрия мен эксцесс келесі теңдіктермен анықталады:

$$a_s = \frac{m_3}{\sigma_m^3}, \quad e_k = \frac{m_4}{\sigma_m^4} - 3$$

Бұл формуладағы σ_m- таңдамалы орта квадрат ауытқу; m_3, m_4- 3- және 4- ретті орталық эмпирикалық моменттер:

$$m_3 = \frac{\sum n_i \left(x_i - \bar{x}_m\right)^3}{n} \qquad m_4 = \frac{\sum n_i \left(x_i - \bar{x}_m\right)^4}{n}$$

Бұл моменттерді h қадамды бірдей аралықты варианталар үшін келесі формулалармен есептеу тиімді:

$$m_3 = \left[M_3^* - 3M_1^* M_2^* + 2\left(M_1^*\right)^3\right]h^3$$

$$m_4 = \left[M_4^* - 4M_1^* M_3^* + 6\left(M_1^*\right)^2 M_2^* - 3\left(M_1^*\right)^4\right]h^4$$

бұл формуладағы

$$M_k^* = \frac{\sum n_i u_i^k}{n}$$

-к ретті шартты моменттер,

$$u_i = \frac{x_i - C}{h}$$

-шартты варианта. x_i – алғашқы варианта, C- жалған ноль, басқаша айтқанда ең үлкен жиілікті варианта, мөлшермен вариациялық қатардың ортасында орналасады.

4.8 Корреляция теориясының элеметтері

4.8.1 Сызықты корреляция

Көп есептерде зерделенген кездейсоқ шаманың бір немесе бірнеше шамалардан тәуелділігін анықтау керек болады. Екі кездейсоқ шама функционалдық немесе статистикалық тәуелділікте болуы мүмкін. Әруақытта қатаң функционалдық тәуелділік бола бермейді, кездейсоқ шарттар әсер ету нәтижесінде статистикалық тәуелділік орындалады.

Егер бір шаманың өзгеруі екінші шаманың үлестірілімін өзгертсе, онда тәуелділік статистикалық тәуелділік деп аталады.

Дербес жағдай: Бір шаманың өзгеруі екіншісінің орта мәнін өзгертсе, онда статистикалық тәуелділік корреляциялық деп аталады.

Мысал

Y- бидай өнімі, X- тыңайтқаштар саны болсын. Бірдей өлшемді жер участогынан, бірдей тыңайтқыш салынса да, әртүрлі түсім түседі. (Ауа райы әсер ету нәтижесінде). Басқаша айтқанда, Y X- ке тәуелді емес, бірақ орта түсім тыңайтқыштар санынан тәуелді функция болады, сөйтіп Y X- пен корреляциялық тәелділікте.

Шартты математикалық үмітті бағалауға бақылау деректерімен табылатын орта шарттылар алынады.

X=x –ке сәйкес алынатын бақыланатын Y мәндерінің арифметикалық ортасы $\overline{y}_x$- шартты орта деп аталады.

Y –тің X- ке, X- тің Y- ке регрессия теңдеулері:

$$M\left(\frac{Y}{X}\right)=f(x)\ M\left(\frac{X}{Y}\right)=\varphi(y)$$

болады.

Шартты математикалық үміт x- тен тәуелді функция, ендеше оның бағасы шартты орта $\overline{y}_x$- те x- тен тәуелді болады.

$$\overline{y}_x=f^*(x)$$

Бұл теңдеу Y –тің X- ке регрессиясының таңдамалы теңдеуі деп аталады; $f^*(x)$- Y –тің X- ке таңдамалы регрессиясы деп, ал оның графигі Y –тің X- ке таңдамалы регрессия сызығы деп аталады.

$$\overline{x}_y=\varphi^*(y)$$

теңдеуі X- тің Y- ке регрессиясының таңдамалы теңдеуі деп аталады; $\varphi^*(y)$- X- тің Y- ке таңдамалы регрессиясы деп, ал оның графигі X- тің Y- ке таңдамалы регрессия сызығы деп аталады.

Егер Y –тің X- ке және X- тің Y- ке регрессия сызықтары түзу болса, онда корреляция сызықты деп аталады.

Y –тің X- ке түзу сызықты регрессиясының теңдеуі

$$\overline{y}_x=\rho_{yx}x+b$$

болады.

Бұл формуладағы:

$$\rho_{yx}=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2}$$

- Y –тің X- ке түзу сызықты регрессиясының таңдамалы коэффициенті болады.

$$b=\frac{\sum x^2\sum y-\sum x\sum xy}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2}$$

X- тің Y- ке түзу сызықты регрессиясының теңдеуі:

$$\overline{x}_y=\rho_{xy}x+b$$

Алайда, бұл теңдеулерді басқа түрде қолданған тиімдірек болады. Сөйтіп, Y –тің X- ке түзу сызықты регрессияның таңдамалы теңдеуінің түрі келесі болады:

$$\overline{y}_x-\overline{y}=r_m\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x-\overline{x}\right)$$

Бұл формуладағы $\overline{y}_x$- жоғарыда айтылғандай шартты орта, $\overline{y},\overline{x}$ X және Y белгілерінің таңдамалы орталары, σ_x,σ_y- орта квадрат ауытқу орталары, r_m- корреляцияның таңдамалы коэффициенті және ол келесі түрде табылады:

$$r_m=\frac{\sum n_{xy}xy-n\overline{x}\overline{y}}{n\sigma_x\sigma_y}$$

X –тің Y- ке түзу сызықты регрессияның таңдамалы теңдеуінің түрі келесі болады:

$$\overline{x}_y-\overline{x}=r_m\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\left(y-\overline{y}\right)$$

Егер X және Y белгілерін бақылау нәтижелері бірдей аралықты варианталары бар корреляциялық кесте түрінде берілсе, онда шартты варианталарға көшу тиімді болады:

$$u_i=\frac{x_i-C_1}{h_1},\qquad v_j=\frac{y_j-C_2}{h_2}$$

C_1,C_2- X және Y белгілері варианталарының жалған нольдері, жалған ноль ретінде мөлшермен вариациялық қатардың ортасында орналасқан және ең үлкен жиілікті вариантаны таңдаған тиімді, h_1,h_2- қадамдар, басқаша айтқанда X және Y белгілерінің көршілес орналасқан варианталарының айырмасы.

Бұл жағдайда корреляцияның таңдамалы коэффициенті

$$r_m=\frac{\sum n_{uv}uv-n\overline{u}\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v}$$

формуласымен есептеледі.

$$\overline{u}=\frac{\sum n_u u}{n},\overline{v}=\frac{\sum n_v v}{n},\ \sigma_u=\sqrt{\overline{u}^2-\left(\overline{u}\right)^2},\ \sigma_v=\sqrt{\overline{v}^2-\left(\overline{v}\right)^2}$$

Бұл шамаларды білу нәтижесінде, регрессия теңдеуіне енетін шамаларды анықтауға болады:

$$\overline{x}=\overline{u}h_1+C_1,\overline{y}=\overline{v}h_2+C_2,\ \sigma_x=\sigma_u h_1,\ \sigma_y=\sigma_v h_2$$

Сызықты корреляция байланысын бағалауға корреляциялық таңдамалы коэффициент қолданылады.

4.8.2 Қисық сызықты корреляция

Егер регрессия графигі қисықсызық болса, онда корреляция қисықсызықты деп аталады. 2- ші ретті параболалық корреляция болғанда, Y –тің X- ке регрессиясының таңдамалы теңдеуі келесі болады:

$$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$$

Белгісіз A, B, C параметрлері

$$\left(\sum n_x x^4\right)A + \left(\sum n_x x^3\right)B + \left(\sum n_x x^2\right)C = \sum n_x \overline{y}_x x^2$$
$$\left(\sum n_x x^3\right)A + \left(\sum n_x x^2\right)B + \left(\sum n_x x\right)C = \sum n_x \overline{y}_x x$$
$$\left(\sum n_x x^2\right)A + \left(\sum n_x x\right)B + nC = \sum n_x \overline{y}_x$$

теңдеулер жүйесінен табылады.

X- тің Y- ке регрессиясының таңдамалы теңдеуі де осылайша табылады:

$$\overline{x}_y = A_1 y^2 + B_1 y + C_1$$

Y –тің X- ке корреляциялық күшін бағалауға таңдамалы корреляциялық қатынас қолданылады:

$$\eta_{yx} = \frac{\sigma_{\overline{y}_x}}{\sigma_y}$$

Бұл формуладағы

$$\overline{y}_x = \sqrt{D_{топаралык}} = \sqrt{\frac{\sum n_x \left(\overline{y}_x - \overline{y}^2\right)}{n}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{D_{жалпы}} = \sqrt{\frac{\sum n_y \left(\overline{y}_x - \overline{y}\right)^2}{n}}$$

n- таңдама көлемі; n_x- X белгісінің x мәнінің жиілігі; n_y- Y белгісінің y мәнінің жиілігі; $\overline{y}_x$- Y белгісінің шартты ортасы, $\overline{y}$ - Y белгісінің жалпы ортасы.

X- тің Y- ке таңдамалы корреляциялық қатынасы да осылайша анықталады:

$$\eta_{xy} = \frac{\sigma_{\overline{x}_y}}{\sigma_x}$$

4.8.3 Рангтік корреляция

4.8.3.1Спирменнің рангтік корреляциясының таңдамалы коэффициенті.

n көлемді таңдаманың A және B сапалы белгілері бар тәуелсіз объектілері болсын. Сапалы белгіні дәл өлшеуге болмайды, бірақ ол объектілерді салыстыруға мүмкіндік береді, сөйтіп объектілерді сапасының кему немесе өсу ретімен орналастыруға болады. Объектілерді сапасының төмендеу ретімен орнастыруға шарттасайық.

Алдымен объектілерді A белгісімен сапасы төмендеу ретімен орналастырайық. I- орнында орналасқан объектке x_i рангін жазайық, ол сан объекттің орналасу ретіне сай: $x_i = i$. Ары қарай объекттерді B белгісімен сапасы төмендеу ретімен орналастырайық, және әрқайсысына y_i рангін жазайық, және де рангтерді салыстыру ыңғайлы болу үшін y- тегі i индексі басындағыдай объекттің A белгісіндегі тізімдік номері болсын.

Сөйтіп, рангтердің 2 тізбегін аламыз:

А белгісімен $x_1\ x_2 ... x_n$

В белгісімен $y_1\ y_2 ... y_n$

А және В белгілерінің байланыс дәрежесін бағалауға Спирмен мен Кендалдың рангтік корреляция коэффициенттері қолданылады.

Спирменнің рангтік корреляциясының таңдамалы коэффициенті

$$\rho_m = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n^3 - n}$$

формуласымен табылады. $d_i = x_i - y_i$, n- таңдама көлемі.

Спирменнің рангтік корреляция коэффициентінің абсолюттік шамасы 1-ден аспайды:

$$|\rho_m| \le 1$$

Сапалық белгілердің арасындағы байланысты негіздеу үшін Спирменнің рангтік корреляциясы таңдамалы коэффициентінің қомақтылығын тексеру керек.

4.8.3.2 Кендалдың рангтік корреляциясының таңдамалы коэффициенті.

Екі сапалы белгінің арасындағы байланысты Кендалдың рангтік корреляциясы коэффициентімен де бағалауға болады. N көлемді таңдама объектілерінің рангі келесі болсын:

А белгісімен $x_1\ x_2 ... x_n$

В белгісімен $y_1\ y_2 ... y_n$

y_1 - дің оң жағында одан үлкен болатын R_1 ранг болсын, y_2 - дің оң жағында одан үлкен болатын R_2 ранг, y_{n-1} - дің оң жағында одан үлкен болатын R_{n-1} ранг болсын. Рангтердің қосындысын белгілейік:

$$R = R_1 + R_2 + ... + R_{n-1}$$

Кендалдың рангтік корреляциясының таңдамалы коэффициенті

$$\tau_m = \frac{4R}{n(n-1)} - 1$$

формуласымен табылады. N- таңдама көлемі, R- рангтер қосындысы.

Кендалдың рангтік корреляция коэффициентінің абсолюттік шамасы да 1-ден аспайды:

$$|\tau_m| \le 1$$

Сапалық белгілердің арасындағы байланысты негіздеу үшін Кендалдың рангтік корреляциясы таңдамалы коэффициентінің қомақтылығын тексеру керек.

4.9 Статистикалық гипотезаларды статистикалық тексеру

4.9.1 Негізгі түсініктер

Белгісіз үлестірілім немесе белгілі үлестірілім параметрлері туралы гипотеза статистикалық деп аталады.

Ұсынылған гипотеза нольдік(негізгі) гипотеза деп аталады.

Сыбайлас(альтернативті) гипотеза деп негізгі гипотезаға қарсы гипотеза аталады.

Бір немесе бірнеше болжамдары болатын гипотезалар болады.

Бір болжамды гипотеза қарапайым деп аталады.

Шектеулі немесе шектеусіз санды қарапайым гипотезалардан тұратын гипотеза күрделі деп аталады.

Гипотезаны тексеруді қорытындылау нәтижесінде екі текті қателер жіберілуі мүмкін.

1- текті қателік дұрыс болжамның жоққа шығарылуы. 1- ші текті қателіктің ықтималдығы қомақтылық деңгейі деп аталады және α деп белгіленеді.

2- текті қателік жалған болжамның қабылдануы. 2- ші текті қателіктің ықтималдығы β деп белгіленеді.

Гипотезаны тексеретін К кездейсоқ шамасы статистикалық критерий деп аталады.

Таңдама нәтижесінде есептелген критерийдің мәні бақыланатын(эмпирикалық) мән деп аталады.

Нольдік(негізгі) гипотезаны жоққа шығаратын критерийдің мәндер жиыны кризистік облыс деп аталады.

Критерийдің нольдік(негізгі) гипотезаны қабылдайтын мәндер жиыны гипотезаның қабылдау облысы (жарамды облысы) деп аталады.

Статистикалық гипотезаларды тексерудің негізгі принципі келесі болады:

-егер критерийдің бақыланатын мәндері кризистік облыста жатса, онда нольдік гипотеза қабылданбайды;

-егер критерийдің бақыланатын мәндері қабылдау облысында жатса, онда гипотеза қабылданады.

Кризистік облысты гипотезаның қабылдау облысынан бөліп тұрған нүктелер $k_{кр}$ кризистік нүктелер деп аталады.

Критерийдің қуаты деп конкурентті гипотеза әділ болғанда, критерийдің кризистік облысқа түсу ықтималдығын атаймыз. Басқаша айтқанда, критерийдің қуаты дегеніміз: конкурентті гипотеза әділ болғанда, нольдік гипотеза қабылданбау ықтималдығы.

4.9.2 Нормальдық бас жиынтықтардың дисперсияларын салыстыру

Бас жиынтықтан таңдап алынған, көлемдері n_1, n_2 болатын тәуелсіз таңдамалардан түзетілген таңдамалы дисперсиялар s_x^2, s_y^2 табылған. Дисперсияларды салыстыру керек.

1-ереже. Берілген мәнділік деңгейі α бойынша H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $D(X) > D(Y)$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында $D(X) = D(Y)$ деген тұжырым) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$F_{набл} = \frac{s_Б^2}{s_М^2}$$

және Фишер- Снедекор кестесі бойынша, берілген мәнділік деңгейі α мен бостандық дәрежелерін анықтайтын $k_1 = n_1 - 1, k_2 = n_2 - 1$ сандары бойынша, $F_{кр}(\alpha; k_1, k_2)$ кризистік нүктесін табу керек:

-егер $F_{набл} < F_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $F_{набл} > F_{кр}$ болса, нолдік гипотезаны қабылдамау керек.

2- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $D(X) \neq D(Y)$ болса, онда кризистік нүкте жартылай мәнділік деңгей $\frac{\alpha}{2}$ мен бостандық дәрежелерін анықтайтын k_1, k_2 сандары бойынша ізделінеді:

-егер $F_{набл} < F_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $F_{набл} > F_{кр}$ болса, нолдік гипотезаны қабылдамау керек.

4.9.3 Нормальдық жиынтықтың түзетілген таңдамалы дисперсиясын жорамал бас дисперсиямен салыстыру.

s^2 түзетілген дисперсиясы табылған таңдама көлемі n деп деп белгіленді.

1- ереже. Берілген мәнділік деңгейі α бойынша H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $\sigma^2 > \sigma_0^2$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында белгісіз бас дисперсияның жорамал дисперсияға тең, басқаша айтқанда $\sigma^2 = \sigma_0^2$ деген тұжырым) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$\chi^2_{набл} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

және $\chi^2_{набл}$ үлестірілімі кестесі бойынша, берілген мәнділік деңгейі α мен бостандық дәрежелерін анықтайтын $k = n - 1$ саны бойынша, $\chi^2_{кр}(\alpha; k)$ кризистік нүктесін табу керек:

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

2- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ болса, онда сол жақ кризистік нүкте $\chi^2_{сол\,жак}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, k\right)$ мен оң жақ кризистік нүкте $\chi^2_{он\,жак}\left(\frac{\alpha}{2}, k\right)$-ты табу керек:

-егер $\chi^2_{сол\,жак} < \chi^2_{набл} < \chi^2_{он\,жак}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{сол\,жак}$ т немесе болса, нолдік гипотезаны қабылдамау керек.

3- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $\sigma^2 < \sigma_0^2$ болса, онда $\chi^2_{кр}(1-\alpha, k)$ кризистік нүктесін табу керек.

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}(1-\alpha; k)$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}(1-\alpha; k)$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

4.9.4 Дисперсиялары белгілі бас жиынтықтардың орталарын салыстыру.

1- ереже. Көлемдері үлкен болатын тәуелсіз таңдамалардың көлемдері n және m $(n > 30, m > 30)$ деп белгіленген. Олардың сәйкес таңдамалы орталары $\overline{x}, \overline{y}$ табылған. Бас дисперсиялары D(X), D(Y) белгілі.

Берілген мәнділік деңгейінде H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $M(X) \neq M(Y)$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында дисперсиялары белгілі екі бас жиынтықтардың математикалық үміттерінің теңдігі туралы тұжырым, б.а. $M(X) = M(Y)$) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$z_{набл} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{D(X)/n + D(Y)/m}}$$

және Лаплас функцияларының Б қосымшасындағы кестесі бойынша

$$\Phi(z_{кр}) = \frac{1-\alpha}{2}$$

теңдігінен $z_{кр}$ кризистік нүктесін табу керек:

-егер $|Z_{набл}| < z_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $|Z_{набл}| > z_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

берілген мәнділік деңгейі α мен бостандық дәрежелерін анықтайтын $k = n - 1$ саны бойынша, $\chi^2_{кр}(\alpha; k)$ кризистік нүктесін табу керек:

2- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $M(X) > M(Y)$ болса, онда $z_{кр}$ кризистік нүктесі Лаплас функцияларының Б қосымшасындағы кестесі бойынша

$$\Phi(z_{кр}) = \frac{1-2\alpha}{2}$$

теңдігінен табылады:

-егер $Z_{набл} < z_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $Z_{набл} > z_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

3- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $M(X) < M(Y)$ болса, онда $z_{кр}$ «көмекші нүктесін» 2- ережемен табу керек:

-егер $Z_{набл} > -z_{кр}$ болса, онда нольдік гипотезаны қабылдау керек;

-егер $Z_{набл} < -z_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

4.9.5 Дисперсиялары белгісіз және бірдей болатын (шамалы тәуелсіз таңдамалар) бас жиынтықтардың нормальдық орталарын салыстыру.

Шамалы тәуелсіз таңдамалардың көлемдері n және m $(n < 30, m < 30)$ деп белгіленген. Олардың сәйкес таңдамалы орталары $\overline{x}, \overline{y}$ және түзетілген таңдамалы дисперсиялары s_x^2, s_y^2 табылған. Бас дисперсиялары белгісіз болса да, алдын ала бірдей екендігі белгілі.

Берілген α мәнділік деңгейінде H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $M(X) \neq M(Y)$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында дисперсиялары белгісіз, бірақ бірдей болатын екі нормальдық жиынтықтардың математикалық үміттерінің теңдігі туралы тұжырым, б.а. $M(X) = M(Y)$) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$T_{набл} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

және Стьюдент үлестірілімінің кризис нүктелер кестесінің жоғарғы жолында орналасқан мәнділік деңгей мен еркіндік дәреже саны $k = n + m - 2$ бойынша $t_{кр}(\alpha;k)$ кризистік нүтесін табу керек:

-егер $|T_{набл}| < t_{кр}(\alpha;k)$болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер$|T_{набл}| > t_{кр}(\alpha;k)$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

.9.6 Биномдық үлестірілімдердің ықтималдықтарын салыстыру

Екі бас жиынтықтарда тәуелсіз сынақтар жүргізілсін: әр сынақ нәтижесінде бірінші жиынтықта А оқиғасы p_1, екінші жиынтықта p_2 белгісіз ықтималдығымен орындалсын. Бірінші және екінші жиынтықтардан алынған таңдамалардан сәйкес жиіліктер табылсын:

$$\omega_1(A) = \frac{m_1}{n_1} \quad \text{және} \quad \omega_2(A) = \frac{m_2}{n_2}$$

бұл формуладағы m_1, m_2- А оқиғасының орындалу саны; n_1, n_2- сынақтар саны.

Белгісіз ықтималдықтардың бағалары ретінде салыстырмалы жиіліктерді қабылдаймыз:

$$p_1 \cong \omega_1 \quad \text{және} \quad p_2 \cong \omega_2$$

Берілген α мәнділік деңгейінде $p_1 = p_2$ деген H_0 нольдік гипотезасын тексеру керек. Басқаша айтқанда, салыстырмалы жиіліктердің айырмашылығы шамалы ма, шамасыз ба екендігін тексеру қажет. Таңдамалардың көлемдері үлкен деп қабылданады.

1- ереже. Берілген мәнділік деңгейінде H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $p_1 \neq p_2$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында екі бас жиынтықтарда оқиғалардың орындалу ықтималдықтарының теңдігі туралы тұжырым, б.а. $p_1 = p_2$) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$U_{набл} = \frac{m_1/n_1 - m_2/n_2}{\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\left(1 - \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

және Лаплас функцияларының кестесі бойынша Б қосымшасынан

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - \alpha}{2}$$

теңдігінен $u_{кр}$ кризистік нүктесін табу керек:

-егер $|U_{набл}| < u_{кр}$болса, онда нольдік гипотезаны қабылдау керек;

-егер$|U_{набл}| > u_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

2- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $p_1 > p_2$ болса, онда оң жақтық кризис облысының кризистік нүктесі

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - 2\alpha}{2}$$

теңдігінен табылады:

-егер $U_{набл} < u_{кр}$болса, онда нольдік гипотезаны қабылдау керек;

-егер$U_{набл} > u_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

3- ереже. Егер конкуренттік гипотеза H_1: $p_1 < p_2$ болса, онда $u_{кр}$ кризистік нүктесін 2- ережемен табу керек, сол жақтық кризис облысының шекарасы $u'_{кр} = -u_{кр}$ деп қабылданады:

-егер $U_{набл} > -u_{кр}$ болса, онда нольдік гипозаны қабылдау керек;

-егер $U_{набл} < -u_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

4.9.7 Корреляцияның таңдамалы коэффициентінің мәнділігі гипотезасын тексеру.

Екі өлшемді (X,Y) бас жиынтығы нормальді үлестірілген болсын. Осы жиыннан n көлемді таңдама алынған және одан корреляцияның таңдамалы коэффициенті $r_r \neq 0$ табылсын. Корреляцияның бас коэффициенті $r_r = 0$ деген тұжырымды көрсететін H_0 нольдік гипотезасын тексеру қажет:

- егер нольдік гипотеза қабылданса, онда X пен Y корреляцияланбаған;
- егер нольдік гипотеза қабылданбаса, онда X пен Y корреляцияланған.

Ереже. Берілген мәнділік деңгейінде H_0 нольдік гипотезасын тексеру үшін: (нольдік гипотеза- $r_r \neq 0$ деген H_1 конкуренттік гипотезасында нормальдық екі өлшемді кездейсоқ шаманың корреляциясының бас коэффициентінің нольге теңдігі туралы тұжырым, б.а. $r_r = 0$) критерийдің бақыланатын мәнін есептеу керек

$$T_{набл} = \frac{r_m \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_в^2}}$$

және Стьюдент үлестірілімінің кризис нүктелер кестесінен, берілген мәнділік пен еркіндік дәрежесі саны $k = n-2$ бойынша екіжақты кризис облысының $t_{кр}(\alpha;k)$ кризистік нүктесін табу керек:

-егер $|T_{набл}| < t_{кр}$ болса, онда нольдік гипотезаны қабылдау керек;

-егер $|T_{набл}| > t_{кр}$ болса, нольдік гипотезаны қабылдамау керек.

4.9.8 Пирсон критерийімен бас жиынтықтың нормальды(қалыпты) үлестірілуі гипотезасын тексеру.

Эмпирикалық үлестірілім бірдей қашықтықты варианталар мен сәйкес жиіліктер тізбегі түрінде берілген. Пирсон критерийі көмегімен X бас жиынтығының қалыпты үлестірілуі гипотезасын тексеру керек.

1- ереже. Берілген α мәнділік деңгейінде X бас жиынтығының қалыпты үлестірілуі гипотезасын тексеру үшін:

1. Шамалы бақылауларда бірден, ал бақылау саны үлкен болған жағдайларда жеңілдетілген әдістермен, мысалы көбейту немесе қосу әдісімен таңдамалы орта $\bar{x}_m$ мен таңдамалы орта квадрат ауытқу σ_m- ны есептеу керек.

2. Теориялық жиіліктерді есептеу керек:

$$n_i = \frac{nh}{\sigma_m} \cdot \varphi(u_i)$$

бұл формуладағы n- таңдама көлемі, h- қадам,

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}_m}{\sigma_m}, \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

3. Пирсон критерийімен эмпирикалық және теориялық жиіліктерді салыстыру керек. Ол үшін:

а) есептеу кестесі құрылып, критерийдің бақыланатын мәні табылады:

$$\chi^2_{набл} = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'};$$

б) χ^2 үлестірілімінің кризистік нүктелері кестесінен берілген α мәнділік деңгейін мен еркіндік дәрежесі саны $k = s - 3$(s- таңдама топтарының саны) бойынша оң жақты кризис облысынан $\chi^2_{кр}(\alpha; k)$ кризистік нүктесі табылады:

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$ болса, онда гипотеза қабылданады;

-егер $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}(1-\alpha; k)$ болса, гипотеза қабылданбайды.

5 ЕСЕПТЕУ ТАПСЫРМАЛАРЫН ОРЫНДАУ ҮЛГІСІ

5.1- мысал. Үлестірілімі қалыпты бас жиынтықтан көлемі n- ге тең болатын таңдама алынған. Берілгені 1- кестеде келтірілген.

1 кесте- Бірінші мысалдың берілу мәндері.

i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i
1	1,2	5	-0,4	9	-1,2	13	-0,8
2	0,8	6	0,6	10	0,7	14	0,2
3	-0,5	7	1,1	11	-0,3	15	0,3
4	0,1	8	0,2	12	1,0		

Таңдамалы орта мен дисперсияның ығыспайтын бағасын табу керек.

Шешімі: Таңдамалы орта бас ортаның ығыспайтын бағасы болады:

$$\bar{x}_m = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{1{,}2 + 0{,}8 - 0{,}5 + 0{,}1 - 0{,}4 + 0{,}6 + 1{,}1 + 0{,}2 - 1{,}2 + 0{,}7 - 0{,}3 + 1{,}0 - 0{,}8 + 0{,}2 + 0{,}3}{15} = 0{,}2$$

Таңдамалы дисперсияны табайық:

$$D_m = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_m)^2}{n} =$$

$$= \frac{1^2 + 0{,}6^2 + 0{,}7^2 + 0{,}1^2 + 0{,}6^2 + 0{,}4^2 + 0{,}9^2 + 1{,}4^2 + 0{,}5^2 + 0{,}5^2 + 0{,}8^2 + 1^2 + 0{,}1^2}{15} = 0{,}49$$

Ендеше дисперсияның ығыспайтын бағасы түзетілген дисперсия болады:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_m = \frac{15}{14} \cdot 0{,}49 = 0{,}52$$

Орта квадрат ауытқудың бағасы келесі болады:

$$\bar{\sigma}_m = \sqrt{\bar{D}_m} = \sqrt{0{,}52} = 0{,}72$$

5.2- мысал.

а) 1- мысал нәтижелері бойынша математикалық үмітке 0,95 сенімділігімен сенімділік аралығын табу керек;

Шешімі:

$$\bar{x}_m - t\left(\sigma / \sqrt{n}\right) < a < \bar{x}_m + t\left(\sigma / \sqrt{n}\right)$$

интервалы математикалық күтудің сенімділік интервалы болады. 1- мысал нәтижесі бойынша $\bar{x}_m = 0{,}2$, $\bar{\sigma}_m = 0{,}72$ - ге тең болған. В қосымшасынан n=15, $\gamma = 0{,}95$ болғанда t=2,15- ке тең болады. Онда:

$$t\left(\sigma / \sqrt{n}\right) = 2{,}15 \cdot \frac{0{,}72}{\sqrt{15}} = 0{,}4$$

Енді интервалды табайық:

$$-0{,}2 < a < 0{,}6$$

б) 0,95 сенімділігімен орта квадрат ауытқуға сенімділік интервалын табу керек.

Шешімі:

$$q < 1 \; болса, \quad s(1-q) < \sigma < s(1+q)$$

$$q > 1 \; болса \quad 0 < \sigma < s(1+q)$$

интервалы орта квадрат ауытқуға сенімділік интервалы болады.
n=15, $\gamma = 0{,}95$ болғанда, Г қосымшасынан q=0,46- ға тең болатынын көреміз. $q < 1$, сондықтан $s = 0{,}72$, q=0,46 мәндерін формулаға қоя отырып, ізделінген сенімділік интервалын аламыз:

$$0{,}39 < \sigma < 1{,}05$$

5.3- мысал. Берілген таңдама үлестірілімінен көбейту әдісімен таңдамалы орта мен таңдамалы дисперсия, асимметрия мен эксцессті табу керек.

x_i	1	6	11	16	21
n_i	5	25	40	20	10

Шешімі: Көбейту әдісін қолданайық. Есептеу кестесін құрайық.

6- шы бағананы толтыру үшін 3- ші бағананы 5- ші бағанаға көбейту керек. 8- ші бағана есептеудің дұрыстығын тексеру үшін қолданылады:

$$\sum n_i (u_i + 1)^4 = \sum n_i u_i^4 + 4\sum n_i u_i^3 + 6\sum n_i u_i^2 + 4\sum n_i u_i + n$$

Есептеу кестесін келтірейік.

2 кесте- Есептеу кестесі.

1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i u_i^3$	$n_i u_i^4$	$n_i (u_i + 1)^4$
1	5	-2	-10	20	-40	80	5
6	25	-1	-25	25	-25	25	0
11	40	0	-35		-65		40
16	20	1	20	20	20	20	320
21	10	2	20	40	80	160	810
			40		100		
	100		5	105	35	285	1175

$$\sum n_i (u_i + 1)^4 = \sum n_i u_i^4 + 4\sum n_i u_i^3 + 6\sum n_i u_i^2 + 4\sum n_i u_i + n =$$

$$285+140+630+20+100=1175$$

Енді бірінші, екінші, үшінші, төртінші ретті шартты моменттерді табуға болады.

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = \frac{5}{100} = 0{,}05$$

$$M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} = \frac{105}{100} = 1{,}05$$

$$M_3^* = \frac{\sum n_i u_i^3}{n} = \frac{35}{100} = 0{,}35$$

$$M_4^* = \frac{\sum n_i u_i^4}{n} = \frac{285}{100} = 2{,}85$$

Қадамды табу үшін кез келген қатар орналасқан варианталардың айырмасын табайық: h=6-1=5. Ең үлкен жиілігі бар вариантаны жалған ноль ретінде қабылдағанымызды ескере отырып, ізделінген таңдамалы орта мен таңдамалы дисперсияны табайық:

$$\overline{x}_m = M_1^* h + C = 0{,}05 \cdot 5 + 11 = 11{,}25$$

$$D_m = \left[M_2^* - \left(M_1^*\right)^2\right]h^2 = \left[1{,}05 - 0{,}05^2\right]5^2 = 26{,}19$$

Енді үшінші және төртінші ретті орталық эмпирикалық моменттерді табайық:

$$m_3 = \left[M_3^* - 3M_1^* M_2^* + 2\left(M_1^*\right)^3\right]h^3 = \left[0{,}35 - 3 \cdot 0{,}05 \cdot 1{,}05 + 2 \cdot 0{,}05^3\right]5^3 = 24{,}09$$

$$m_4 = \left[M_4^* - 4M_1^* M_3^* + 6\left(M_1^*\right)^2 M_2^* - 3\left(M_1^*\right)^4\right]h^4 =$$

$$m_4 = \left[2{,}85 - 4 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}35 + 6 \cdot 0{,}05^2 1{,}05 - 3 \cdot 0{,}05^4\right]5^4 = 1747{,}33$$

Табылған мәндерді қолданып, ізделінген асимметрия мен эксцессті табуға болады:

$$a_s = \frac{m_3}{\sigma_m^3} = \frac{24{,}09}{\sqrt{26{,}19^3}} = 0{,}18$$

$$e_k = \frac{m_4}{\sigma_m^4} - 3 = \frac{1747{,}33}{\sqrt{26{,}19^4}} - 3 = 2{,}55 - 3 = -0{,}45$$

5.4-мысал. 50 роликтің ұзындығы (х) пен диаметрі (у) өлшенілген. Өлшену нәтижелері 3- корреляциялық кестеде келтірілген.

3 кесте- Төртінші мысалдың корреляциялық кестесі.

у	х							n_y
	5	15	25	35	45	55	65	
4	2		2					4
8		1	4					5
12		4	3	10				17
16		2		2	3	6		13
20					5	4		9

24						1	1	2
n_x	2	7	9	12	8	11	1	$n = 50$

Корреляцияның таңдамалы коэффициенті $\overline{\rho}_{xy}$ - ті табу керек. Y- тің X- ке, X- тің Y- ке түзу сызықты регрессияның таңдамалы теңдеулерін жазу керек.

Шешімі: Жалған ноль ретінде $C_1 = 35, C_2 = 12$ (бұл варианталардың әрқайсысы сәйкес вариациялық қатардың ортасында орналасқан) қабылданылып, шартты варианталардан 4- корреляциялық кесте құрылды:

4 кесте- Шартты варианталардың корреляциялық кестесі.

v	u							
	-3	-2	-1	0	1	2	3	n_v
-2	2		2					4
-1		1	4					5
0		4	3	10				17
1		2		2	3	6		13
2					5	4		9
3						1	1	2
n_u	2	7	9	12	8	11	1	$n = 50$

$\overline{u}, \overline{v}$ табайық:

$$\overline{u} = \frac{\sum n_u u}{n} = \frac{2\cdot(-1)+7\cdot(-2)+9\cdot(-1)+8\cdot 1+11\cdot 2+1\cdot 3}{50} = \frac{5}{50} = 0{,}1$$

$$\overline{v} = \frac{\sum n_v v}{n} = \frac{4\cdot(-2)+5\cdot(-1)+13\cdot 1+9\cdot 2+2\cdot 3}{50} = \frac{24}{50} = 0{,}48$$

$\overline{u}^2, \overline{v}^2$ көмекші шамаларын табайық:

$$\overline{u}^2 = \frac{\sum n_u u^2}{n} = \frac{2\cdot 9+7\cdot 4+9+8+11\cdot 4+9}{50} = \frac{116}{50} = 2{,}32$$

$$\overline{v}^2 = \frac{\sum n_v v^2}{n} = \frac{4\cdot 4+5\cdot 1+13\cdot 1+9\cdot 4+2\cdot 9}{50} = \frac{88}{50} = 1{,}76$$

σ_u, σ_v - ды табайық:

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u}^2 - \left(\overline{u}\right)^2} = \sqrt{2{,}32 - 0{,}01} = 1{,}52$$

$$\sigma_v = \sqrt{\overline{v}^2 - \left(\overline{v}\right)^2} = \sqrt{1{,}76 - 0{,}23} = 1{,}23$$

Енді $\sum n_{uv} uv$ табу керек, ол үшін 5- кестені құрамыз.

5 кесте- Есептеу кестесі.

u / v	-3	-2	-1	0	1	2	3	$U = \sum n_{uv} u$	vU

-2	-6 2 -4		-2 2 -4					-8	16
-1		-2 1 -1	-4 4 -4					-6	6
0		-2 4 0	-3 3 0	0 10 0				-5	0
1		-4 2 2		0 2 2	3 3 3	12 6 6		11	11
2					5 5 10	8 4 8		13	26
3						2 1 3	3 1 3	5	15
$V=\sum n_{uv}V$	-4	1	-8	2	13	17	3		$\sum vU=$ $=74$
uV	12	-2	8	8	13	34	9	$\sum uV=$ $=74$	Бақы- лау

5- кестенің соңғы бағана сандарын қосып, келесі мәнді табамыз:

$$\sum vU=\sum n_{uv}uv=74$$

Есептеулердің дұрыстығын бақылау үшін 5- кестенің соңғы жолының сандарының қосындысын да табайық:

$$\sum uV=\sum n_{uv}uv=74$$

Қосындылардың бірдей болуы, есептеулердің дұрыс жүргізілгендігін көрсетеді.

5- кестені құруға түсініктеме берейік.

1. Жиілік жазылған тордың оң жақ бұрышына n_{uv} жиілігінің u вариантасына көбейтіндісін жазамыз. Мысалы, 1-ші жолдың оң жақ бұрыштарында $2\cdot(-3)=-6,\ \ 2\cdot(-1)=-2$ көбейтінділері жазылған.

2. Бір жолдың оң жақ бұрыштарында орналасқан түгел сандарының қосындысы «U бағанасының» осы жолдағы торының оң жақ жоғарғы бұрышына орналастырылған. Мысалы, 1- ші жолда $u=-6+(-2)=-8$- ге тең болады.

3. Ең соңында v вариантасы U - ға көбейтіп, алынған көбейтінді «vU бағанасының » сәйкес торына жазылады. Мысалы, кестенің бірінші жолында $v=-2, U=-8$, ендеше $vU=16$ болады.

4. «vU бағанасының » түгел сандарын қосып, $\sum vU$ қосындысы алынады, ол қосынды ізделінген қосынды $\sum n_{uv}uv$ - ға тең болады. Мысалы, $\sum vU = 74$, ендеше $\sum n_{uv}uv = 74$ - ке тең болады.

Есептеулердің дұрыстығын бақылау үшін көрсетілген есептеулер бағаналар бойынша да орындалады, $n_{uv}v$ көбейтіндісі жиіліктің мәні жазылған тордың сол жақ бұрышына жазылады, бір бағананың сол жақ төменгі бұрышына жазылған сандардың қосындысы «V жолына» орнатылады , соңынан әр u вариантасын V- ға көбейтіліп, нәтижесі соңғы жол торларына жазылады.

«uV бағанасының » түгел сандарын қосып, $\sum uV$ қосындысы алынады, ол қосынды да ізделінген қосынды $\sum n_{uv}uv$ - ға тең болады. Мысалы, $\sum uV = 74$, ендеше $\sum n_{uv}uv = 74$ - ке тең болады.

Ізделінген корреляциялық таңдамалы коэффициентті табайық:

$$r_m = \frac{\sum n_{uv}uv - n\overline{u}\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v} = \frac{74 - 50\cdot 0,1\cdot 0,48}{50\cdot 1,52\cdot 1,24} = 0,76$$

h_1, h_2 қадамдарын табайық:

$$h_1 = 15 - 5 = 10 \quad h_2 = 12 - 8 = 4$$

$C_1 = 35, C_2 = 12$ екендігін ескере отырып, $\overline{x}, \overline{y}$ - терді табайық:

$$\overline{x} = \overline{u}\cdot h_1 + C_1 = 0,1\cdot 10 + 35 = 36$$

$$\overline{y} = \overline{v}\cdot h_2 + C_2 = 0,48\cdot 4 + 12 = 13,92$$

σ_x, σ_y - ті табайық:

$$\sigma_x = \sigma_u h_1 = 10\cdot 1,52 = 15,20$$

$$\sigma_y = \sigma_v h_2 = 4\cdot 1,24 = 4,96$$

Табылған шамаларды түзу сызықты регрессия теңдеуіне қойып, ізделінген теңдеуді аламыз:

$$\overline{y}_x - 13,92 = 0,76\cdot\frac{4,96}{15,20}(x - 36)$$

$$\overline{y}_x = 0,25x + 4,99$$

Ал Х- тің Ү- ке түзу сызықты регрессиясының таңдамалы теңдеуі келесі болады:

$$\overline{x}_y - 36 = 0,76\cdot\frac{15,20}{4,95}(y - 13,92)$$

$$\overline{x}_y = 2,33y + 3,51$$

5 5- мысал. 6- корреляциялық кестеде берілген деректерді қолданып, регрессияның $\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ таңдамалы теңдеуін табу керек.

6 кесте- Бесінші мысалдың корреляциялық кестесі.

Y	X				n_y
	5	10	15	20	

10	2				2
20	5	4	1		10
30	3	8	6	3	20
40		3	6	6	15
50			2	1	3
n_x	10	15	15	10	$n\ =50$

Шешімі: 7- есептеу кестесін құрайық:

7 кесте- Есептеу кестесі.

X	n_x	$\overline{y}_x$	$n_x x$	$n_x x^2$	$n_x x^3$	$n_x x^4$	$n_x \overline{y}_x$	$n_x \overline{y}_x x$	$n_x \overline{y}_x x^2$
5	10	21	50	250	1250	6250	210	1050	5250
10	15	29,33	150	1500	15000	150000	439,95	4399,5	43995
15	15	36	225	3375	50625	50640	540	8100	121500
20	10	38	200	4000	80000	1600000	380	7600	152000
$\sum$	50		625	9125	146875	1671890	1569,95	21149,5	322745

7- кестенің соңғы жолындағы сандарды

$$\left(\sum n_x x^4\right)A + \left(\sum n_x x^3\right)B + \left(\sum n_x x^2\right)C = \sum n_x \overline{y}_x x^2$$
$$\left(\sum n_x x^3\right)A + \left(\sum n_x x^2\right)B + \left(\sum n_x x\ \right)C = \sum n_x \overline{y}_x x$$
$$\left(\sum n_x x^2\right)A + \left(\sum n_x x\ \right)B + nC = \sum n_x \overline{y}_x$$

теңдеулер жүйесіне қойып, A, B, C белгісіз коэффициенттерінен тәуелді теңдеулер жүйесін аламыз:

$$1671890\,A + 146875\,B + 9125\,C = 322745$$
$$146875\,A + 9125\,B + 625\,C = 21149{,}5$$
$$9125\,A + 625\,B + 50\,C = 1569{,}95$$

Бұл теңдеулер жүйесін Жордан- Гаусс әдісімен шешейік.

$$A + 0{,}0878\,B + 0{,}0055\,C = 0{,}1930$$
$$-3770{,}625\,B - 182{,}8125\,C = -7197{,}3750$$
$$-176{,}175\,B - 0{,}1875\,C = -191{,}175$$

Енді соңғы 2 теңдеуден С- ны табуға болады:

$$A + 0{,}0878\,B + 0{,}0055\,C = 0{,}1930$$
$$B + 0{,}0485\,C = 1{,}9088$$
$$8{,}357\ C = 145{,}1078$$

Сөйтіп, С=17,3636; В=1,0667; А=-336,0962.

Табылған коэффициенттерді

$$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$$

регрессия теңдеуіне қойып, ізделінген теңдеуді аламыз:

$$\overline{y}_x = -336{,}10x^2 + 1{,}07x + 17{,}36$$

5.6- мысал. Екі оқытушы 12 оқушының білімін 100 баллдық жүйемен бағалап, келесі бағалар қойған (1- жолда бірінші оқытушының қойған баллдар саны жазылған, 2- жолда екінші оқытушының қойған баллдар саны жазылған):

98 94 88 80 76 70 63 61 60 58 56 51

99 91 93 74 78 65 64 66 52 53 48 62

Екі оқытушының бағалары арасындағы Спирмен рангтік корреляциясының таңдамалы коэффициентін табу керек.

Шешімі: 1- оқытушының бағаларына x_i рангтерін берейік. Бұл бағалар кему ретімен орналасқан, сондықтан олардың x_i рангтері ретті номерлеріне тең болады:

x_i рангтері	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1- оқытушы бағалары	98	94	88	80	76	70	63	61	60	58	56	51

(1)

2-ші оқытушының бағаларына y_i рангтерін берейік, ол үшін бұл бағаларды кему ретімен орналастырайық және номерлейік:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
99	93	91	78	74	66	65	64	62	53	52	48

(2)

у- тің і индексі 1- оқытушының қойған бағасының реттік номеріне сәйкес болуы керектігін ескертеміз.

y_1- дің рангін табайық. І=1 индексі оқушының 1- қатардың 1- орында тұрған бағасын көрсетеді, ол 98- ге тең, есеп шартынан екінші оытушы 99 бағасын қойған, ол 2- қатарда бірінші болып орналасқан, сондықтан y_1- дің рангі $y_1 = 1$.

y_2- нің рангін табайық. І=2 индексі оқушының 1- қатардың 2- орында тұрған бағасын көрсетеді, ол 94- ке тең, есеп шартынан екінші оқытушы 91 бағасын қойған, ол 2- қатарда үшінші болып орналасқан, сондықтан y_2- нің рангі $y_2 = 3$. Тура осылай $y_3 = 2$, $y_4 = 5$, $y_5 = 4$, $y_6 = 7$, $y_7 = 8$, $y_8 = 6$, $y_9 = 11$, $y_{10} = 10$, $y_{11} = 12$, $y_{12} = 9$ рангтерін табайық.

x_i, y_i рангтерінің тізбегін жазайық:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_i	1	3	2	5	4	7	8	6	11	10	12	9

Рангтердің айырмасын табайық:

$$d_1 = x_1 - y_1 = 1 - 1 = 0$$
$$d_2 = x_2 - y_2 = 2 - 3 = -1$$

Осылайша, $d_3 = 1$, $d_4 = -1$, $d_5 = 1$, $d_6 = -1$, $d_7 = -1$, $d_8 = 2$, $d_9 = -2$, $d_{10} = 0$, $d_{11} = -1$, $d_{12} = 3$ екендігіне көз жеткіздік.

Рангтердің айырмасы квадраттарының қосындысын есептейік:

$$\sum d_i^2 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4 + 4 + 1 + 9 = 24$$

n=12 екендігін ескере отырып, Спирменнің ізделінген рангтік корреляция коэффициетін табамыз:

$$\rho_m = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 24}{12^3 - 12} = 1 - \frac{144}{1716} = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$$

Сөйтіп, $\rho_m = 0{,}92$ болды.

6 ЖЕКЕ ОРЫНДАУ ТАПСЫРМАЛАРЫ

6.1 1- тапсырма. Кездейсоқ шама Х- тің берілген таңдамасы бойынша негізгі эмпирикалық сипаттамаларды: m_x математикалық күтімін, D дисперсиясын, s^2 ығыспайтын дисперсиясын, σ_x орта квадрат ауытқуын тауып, m_x - ке сенімділік интервалын құру керек.

3.1.1 1.6 1.5 2.4 2.6 4.9 3.2 1.0 0.1 0.0 2.8 0.3 2.2 0.8 3.2 8.0 0.7 4.1 0.2 0.3 0.7
3.3 3.4 4.6 0.6 0.5 4.2 3.7 0.1 0.4 1.2 4.5 1.6 1.5 9.6 4.0 0.3 0.7 7.3 2.5 2.1
2.7 0.3 0.9 4.9 0.1 1.2 0.5 0.3 1.4 2.8 0.6 1.4 0.8 1.1 0.9 0.4 1.2 0.2 0.1 0.8

3.1.2 1.4 0.6 3.6 3.6 3.4 3.7 3.7 3.6 5.8 0.6 8.3 0.6 5.6 3.8 3.4 2.0 3.3 3.6 0. 7.0
1.2 0.7 2.1 3.0 7.5 1.2 5.1 5.7 4.5 3.0 1.3 2.1 3.7 6.4 1.0 3.7 3.7 0.9 2.2 2.4
3.4 1.3 5.7 1.4 1.2 0.6 3.6 3.4 0.7 3.7 1.6 1.1 1.3 2.2 3.7 3.5 2.3 3.2 2.7 1.4

3.1.3 0.1 1.2 0.5 2.4 2.6 4.9 3.2 1.0 0.1 0.0 2.8 0.3 2.2 0.8 3.2 0.7 1.5 0.2 0.3 0.7
3.3 3.4 4.6 0.6 0.5 4.2 3.7 0.1 0.4 1.2 4.5 0.6 0.1 1.6 1.5 7.6 4.2 0.3 0.7 7.3
2.5 2.1 2.7 0.3 0.9 4.9 0.2 1.5 1.8 0.5 2.1 0.9 1.4 0.2 1.1 0.4 5.2 0.5 1.7 1.2

3.1.4 0.0 0.4 1.5 0.7 2.9 0.3 2.1 0.6 0.2 0.3 7.4 0.2 0.8 1.3 1.5 0.3 1.0 0.1 2.5 1.2
3.5 5.2 1.3 1.0 3.3 2.5 9.6 1.6 0.5 3.1 0.8 1.9 0.0 0.5 1.5 2.1 3.0 2.3 1.0 2.3
1.5 2.2 1.4 0.3 0.9 1.2 2.3 0.3 1.1 2.0 0.2 1.3 0.4 0.1 6.2 4.4 1.4 0.9 1.7 0.5

3.1.5 0.2 0.1 1.7 0.8 4.9 0.2 2.5 0.3 2.4 0.2 1.9 0.5 1.6 1.8 0.2 2.6 1.0 0.8 4.3 1.1
0.9 2.7 0.9 5.8 1.9 0.3 2.6 1.0 0.0 1.2 1.1 2.6 1.5 2.6 0.4 0.5 0.5 0.2 2.6 1.3
0.4 0.0 2.3 0.3 1.2 0.2 2.0 1.1 0.8 1.7 3.9 1.8 2.9 0.4 2.3 3.5 0.7 4.1 1.5 0.3

3.1.6 1.8 0.4 1.5 1.7 0.2 2.4 1.0 0.7 4.0 1.1 0.9 2.5 0.8 5.4 1.8 0.3 2.4 0.9 0.0 1.1
1.0 2.5 1.4 2.5 0.2 0.5 0.4 0.2 2.4 1.2 0.4 0.0 2.2 0.3 1.1 0.2 1.9 1.0 0.8 1.6
0.8 1.1 1.3 0.9 1.6 0.3 0.3 0.8 0.1 0.1 3.6 3.0 0.3 0.7 1.3 0.8 1.2 2.6 1.3 1.1

3.1.7 0.1 6.5 0.7 0.2 1.6 2.5 7.0 0.7 4.6 5.2 4.0 2.5 0.8 1.6 3.2 5.9 0.5 3.2 0.9 0.1
3.1 3.0 2.9 3.2 3.3 3.1 5.3 0.1 7.8 0.2 5.1 3.3 2.9 1.5 2.8 3.1 3.2 0.4 1.7 1.9
2.9 0.8 5.5 0.9 0.7 0.1 3.1 2.9 0.2 3.2 1.1 0.6 0.8 1.7 3.0 1.8 2.7 2.2 0.9 5.1

3.1.8 3.3 0.8 2.9 3.2 0.3 4.5 1.8 1.4 7.5 2.0 1.6 4.7 1.5 9.8 3.4 0.5 4.6 1.7 0.1 2.1
1.9 4.6 2.7 4.6 0.3 0.9 0.8 0.4 4.5 2.3 0.7 0.0 4.1 0.6 2.0 0.3 3.5 2.0 1.4 3.0
1.4 2.2 2.5 1.8 3.0 0.5 0.5 1.5 0.3 0.2 6.7 5.6 0.6 1.3 2.5 1.5 2.3 4.8 2.5 2.1

3.1.9 4.1 1.5 3.1 1.8 1.7 1.2 2.9 1.9 3.3 1.6 3.5 2.8 2.3 2.1 2.2 5.5 3.5 4.6 6.0 2.1

1.4 1.3 1.2 4.7 2.9 3.4 3.5 2.3 5.1 3.2 1.8 6.1 2.2 5.5 3.4 3.5 2.3 1.2 1.2 1.3
2.5 1.8 7.8 5.6 3.5 3.0 1.5 1.5 3.4 4.2 5.0 3.5 7.0 6.4 5.0 3.5 2.8 7.3 2.7 3.5

3.110 2.9 0.7 2.5 2.8 0.3 4.0 1.6 1.2 6.6 1.8 1.4 4.2 1.4 9.0 3.0 0.5 4.1 1.5 0.1 1.9
1.7 4.1 2.4 4.1 0.3 0.8 0.7 0.3 4.0 2.0 0.6 0.0 3.6 0.5 1.8 0.3 3.1 1.7 1.3 2.6
1.3 1.9 2.2 1.6 2.6 0.5 0.4 1.4 0.2 0.2 6.0 5.0 0.6 1.2 2.2 1.3 2.0 4.3 2.2 1.9

3.111 5.1 2.5 4.1 2.8 2.7 2.2 3.9 2.9 4.3 2.6 4.5 3.8 3.3 3.1 3.2 6.5 4.5 5.6 7.0 3.1
2.4 2.3 2.2 5.7 3.9 4.4 4.5 3.3 6.1 4.2 2.8 7.1 3.2 6.5 4.4 4.5 3.3 2.2 2.2 2.3
3.5 2.8 8.8 6.6 4.5 4.0 2.5 2.5 4.4 5.2 6.0 4.5 8.0 7.4 6.0 4.5 3.8 8.3 3.7 4.5

3.112 5.5 2.0 4.2 2.4 2.2 1.6 3.9 2.6 4.4 2.1 4.7 3.8 3.1 2.8 2.9 7.3 4.7 6.2 8.0 2.8
1.9 1.8 1.6 6.2 3.9 4.6 4.7 3.0 6.8 4.3 2.5 2.1 3.0 7.4 4.5 4.7 3.1 1.6 1.6 1.7
3.3 2.8 9.8 7.5 4.7 4.0 2.0 1.9 4.6 5.7 4.6 9.5 8.5 6.5 4.7 3.7 9.8 3.6 4.7 2.9

3.113 2.5 0.6 2.2 2.5 0.3 3.5 1.4 1.1 5.7 1.5 1.2 3.6 1.2 7.8 2.6 0.4 3.5 1.3 0.1 1.6
1.5 3.6 2.1 3.6 0.2 0.7 0.6 0.3 3.5 1.8 0.6 0.0 3.2 0.5 1.5 0.2 2.7 1.5 1.1 2.3
1.1 1.7 1.9 1.3 2.3 0.4 0.4 1.2 0.2 0.2 5.2 4.3 0.5 1.0 1.9 1.2 1.8 3.7 1.9 1.6

3.114 6.1 3.5 5.1 3.8 3.7 3.2 4.9 3.9 5.3 3.6 5.5 4.8 4.3 4.1 4.2 7.5 5.5 6.6 8.0 4.1
3.4 3.3 3.2 6.7 4.9 5.4 5.5 4.3 7.1 5.2 3.8 8.1 4.2 7.5 5.4 5.5 4.3 3.2 3.2 3.3
4.5 3.8 9.8 7.6 5.5 5.0 3.5 3.5 5.4 6.2 7.0 5.5 9.0 8.4 7.0 5.5 4.8 9.3 4.7 5.5

3.115 2.1 0.5 1.8 2.0 0.2 2.9 1.2 0.9 4.7 1.3 1.0 3.0 1.0 6.5 2.1 0.3 2.9 1.1 0.0 1.3
1.2 2.9 1.7 2.9 0.2 0.6 0.5 0.2 2.9 1.5 0.5 0.0 2.6 0.4 1.3 0.2 2.2 1.2 0.9 1.9
0.9 1.4 1.6 1.1 1.9 0.3 0.3 1.0 0.2 0.2 4.3 3.6 0.4 0.8 1.6 1.0 1.4 3.1 1.6 1.3

3.116 5.9 3.8 5.1 4.0 3.9 3.6 4.9 4.1 5.3 3.9 5.4 4.9 4.5 4.3 4.4 7.0 5.4 6.3 7.4 4.3
3.7 3.7 3.6 6.3 4.9 5.3 5.4 4.4 6.7 5.2 4.1 7.5 4.4 7.0 5.3 5.4 4.4 3.6 3.6 3.6
4.6 4.1 8.8 7.1 5.4 5.0 3.8 3.8 5.3 6.0 5.4 8.2 7.7 6.6 5.4 4.8 8.5 4.7 5.4 5.9

3.117 6.3 3.3 5.1 3.7 3.5 3.0 4.9 3.8 5.4 3.4 5.6 4.8 4.2 4.0 4.1 7.8 5.6 6.8 8.4 4.0
3.2 3.1 2.9 6.9 4.9 5.5 5.6 4.2 7.4 5.3 3.7 8.5 4.1 7.9 5.4 5.6 4.2 3.0 3.0 3.0
4.4 3.7 9.7 7.9 5.6 5.0 3.3 3.2 5.5 6.4 7.3 5.5 9.5 8.8 7.3 5.6 4.8 9.9 4.6 5.6

3.118 4.1 4.2 3.0 1.9 2.0 2.1 3.2 2.5 8.5 6.3 4.2 3.7 2.2 2.3 4.1 4.9 5.7 4.2 7.7 7.1
5.7 4.2 3.5 7.8 3.4 4.2 4.8 2.2 3.8 2.5 2.4 1.9 3.6 2.6 4.0 2.3 4.2 3.5 3.0 2.8
2.9 6.2 4.2 5.3 6.7 2.8 2.1 2.0 1.9 5.4 3.6 4.1 4.2 3.0 5.8 3.9 2.5 6.8 2.9 6.2

3.119 2.4 0.6 2.0 2.3 0.2 3.2 1.3 1.0 5.3 1.4 1.1 3.4 1.1 7.3 2.4 0.4 3.3 1.2 0.0 1.5
1.4 3.3 1.9 3.3 0.2 0.7 0.6 0.3 3.2 1.6 0.5 0.0 2.9 0.4 1.4 0.2 2.5 1.4 1.0 2.1
1.0 1.5 1.8 1.3 2.1 0.4 0.4 1.1 0.2 0.2 4.8 4.0 0.5 0.9 1.8 1.1 1.6 3.4 1.8 1.5

3.120 3.8 2.1 4.0 3.3 2.8 2.6 2.7 6.0 4.1 5.1 6.5 2.6 1.9 1.8 1.7 5.2 3.4 3.9 4.0 2.8
5.6 3.7 2.5 6.6 2.7 6.0 3.9 4.0 2.8 1.7 1.8 1.9 2.9 2.3 8.3 6.1 4.3 3.5 2.0 2.1

3.9 4.7 5.5 3.9 7.5 6.9 5.5 4.0 3.3 7.8 3.4 3.8 4.6 1.9 3.6 2.3 2.2 1.6 3.4 2.4

3.121 7.2 9.0 4.8 2.9 2.8 2.6 7.2 4.9 5.6 5.7 4.0 5.8 5.3 3.5 3.1 4.0 8.4 5.5 5.7 4.1
2.6 2.6 2.7 4.3 3.4 9.8 8.5 5.7 5.0 3.0 2.9 5.6 6.7 5.6 6.5 3.0 5.2 3.4 3.2 2.6
4.9 3.6 5.4 3.1 5.7 4.8 4.1 3.8 3.9 8.3 5.7 9.6 8.8 7.7 5.7 4.7 9.8 4.6 5.7 3.9

3.122 1.6 0.4 1.4 1.6 0.2 2.2 0.9 0.7 3.6 1.0 0.8 2.3 0.7 5.0 1.6 0.3 2.2 0.8 0.0 1.0
0.9 2.3 1.3 2.3 0.1 0.5 0.4 0.2 2.2 1.1 0.4 0.0 2.0 0.3 1.0 0.1 1.7 1.0 0.7 1.5
0.7 1.1 1.2 0.9 1.5 0.3 0.2 0.7 0.1 0.1 3.3 2.7 0.3 0.6 1.2 0.7 1.1 2.4 1.2 1.0

3.123 5.8 3.2 4.8 3.5 3.4 2.9 4.6 3.6 5.0 3.3 5.2 4.5 4.0 3.8 3.9 7.2 5.2 5.1 5.2 4.1
2.9 2.8 3.0 4.2 3.5 9.5 7.3 5.2 4.7 3.2 3.1 5.1 5.9 6.7 6.3 7.7 3.8 3.1 3.0 2.9
6.4 4.6 5.1 5.2 4.0 6.8 4.9 3.5 7.8 3.9 7.2 5.2 8.7 8.1 6.7 5.2 4.5 9.0 4.4 5.3

3.124 5.3 6.4 3.3 2.7 3.0 2.6 5.3 3.9 4.3 4.4 3.4 5.7 4.2 3.1 6.5 3.4 6.0 4.9 2.8 4.1
3.0 2.9 2.6 3.9 3.1 4.3 2.9 4.4 3.9 3.5 3.3 3.4 6.0 4.4 4.3 4.4 3.4 2.7 2.6 2.5
3.6 3.1 7.8 6.1 4.4 4.0 2.8 3.0 4.3 5.0 4.5 7.2 6.7 5.6 4.4 3.8 7.5 3.7 4.6 4.9

3.125 5.8 2.8 4.6 3.2 3.0 2.5 4.4 3.5 4.9 2.9 5.1 4.3 3.7 3.5 3.6 7.3 5.1 6.3 8.1 3.5
2.7 2.6 2.4 6.4 4.4 5.0 5.1 3.7 6.9 4.8 3.2 8.0 3.6 7.4 4.9 5.1 3.7 2.5 3.9 2.3
3.9 3.2 9.2 7.4 5.1 4.5 2.8 2.7 5.0 5.9 6.8 5.0 9.0 8.3 6.8 5.1 4.3 9.4 4.1 5.2

6.2. 2- тапсырма. Бірінші тапсырмадағы таңдамаға полигон мен гистограмма салу керек. Ықтималдықтардың келісімді теориялық үлестірілім заңдылығын таңдау керек және берілген мәнділік деңгейі $\alpha = 0{,}05$ таңдалып алынған теориялық үлестірілімнің эмпирикалық үлестірілімге сәйкестігі туралы болжамды тексеру керек.

6.3. 3- тапсырма. Нормальдық (қалыпты) үлестірілімді кездейсоқ шама ξ белгісіз а математикалық күтімімен және σ^2 дисперсиясымен берілген. Көлемі n болатын $x_1, x_2, ... x_n$ таңдамасына

$$a^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

және

$$\left(\sigma^2\right)^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - a^*\right)^2$$

белгісіз параметрлерінің бағалары есептелген. Сенімділік ықтималдығы γ-ға сәйкес болатын а математикалық үмітіне сенімділік интервалын табу керек. (Алғашқы деректер А- қосымшасында көрсетілген).

6.4. 4-тапсырма. N сынақтар нәтижесінде нормальдық кездейсоқ шама дисперсиясына ығыспайтын баға

$$\left(\sigma^2\right)^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - a^*\right)^2$$

алынды. Дисперсияның сенімділік ықтималдығы γ- ға сәйкес болатын сенімділік интервалын табу керек. (Алғашқы деректер А- қосымшасында көрсетілген).

6.5. 5-тапсырма. Нысанаға n атыс жүргізілгенде m рет нысанаға тигізілді. Нысанаға тигізу ықтималдығы p үшін сенімділік ықтималдығы γ- ға сәйкес болатын сенімділік интервалын табу керек. (Алғашқы деректер А- қосымшасында көрсетілген).

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. В.Е.Гмурман. «Теория вероятностей и математическая статистика», Москва «Высшая школа»,1977
2. В.Е.Гмурман. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике», Москва «Высшая школа»,1979
3. Е.И.Гурский. «Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике», Москва «Вышэйшая школа»,1984
4. В.Ф.Чудесенко «Сборник заданий по специальным курсам высшей математики», Москва «Высшая школа»,1983
5. Н.Ақанбай «Ықтималдықтар теориясының, математикалық статистиканың және кездейсоқ процестер теоричсының негіздері», Алматы «Қазақ университеті», 2005
6. В.П. Лисьев Г.Т.Мусатаева «Теория вероятностей и математическая статистика», МУ, Усть- Каменогорск6 ВКГТУ, 1999
7. Главная редакция терминологических словарей. Казахско- русский, русско - казахский терминологический словарь, «Математика» Алматы, «Рауан», 1999
8. Хисамиев Н.Г. Тыныбекова С.Д. Конырханова А.А. Математика. ВКГТУ, 2006
9. Кітапбаев М.К. Тарасов И.Д. Тарасова Л.П. Жаксыгунова Ж.Т. Жоғары математика. ШҚМТУ, 2004
10. Конырханова А.А. Ықтималдықтар теориясы. Әдістемелік нұсқаулар. ШҚМТУ, 2004
11. Жаксыгунова Ж.Т. Математикалық статистика. Әдістемелік нұсқаулар. ШҚМТУ, 2006
12. Жаксыгунова Ж.Т. Ықтималдықтар теориясы. Әдістемелік нұсқаулар. ШҚМТУ, 2008

ҚОСЫМШАЛАР

А қосымшасы

А.1 кесте- Жеке орындау тапсырмаларының берілген мәндері

№	3- тапсырма				4- тапсырма			5- тапсырма	
	a^*	σ^{2*}	n	γ	n	σ^{2*}	γ	n	m
1	2,1	0,5	31	0,8	14	45	0,98	30	10
2	2,1	0,5	28	0,9	15	1,5	0,98	30	11
3	2,1	0,5	26	0,95	10	18	0,8	30	12
4	2,1	0,5	24	0,98	9	0,2	0,98	30	13
5	1,7	0,8	31	0,8	12	25	0,95	30	14
6	1,7	0,8	28	0,9	17	16	0,96	30	15
7	1,7	0,8	26	0,95	12	42	0,8	30	16
8	1,7	0,8	24	0,98	13	10	0,96	30	17
9	2,1	0,5	31	0,9	25	50	0,8	30	18
10	2,1	0,5	28	0,95	12	8	0,9	30	19
11	2,1	0,5	26	0,98	10	14	0,98	31	8
12	2,1	0,5	24	0,8	22	30	0,9	32	8
13	1,7	0,8	31	0,9	23	8	0,8	33	8
14	1,7	0,8	28	0,95	7	15	0,96	34	8
15	1,7	0,8	26	0,98	11	12	0,98	35	8
16	1,7	0,8	24	0,8	11	56	0,8	36	8
17	2,1	0,5	31	0,95	14	14	0,8	37	8
18	2,1	0,5	28	0,98	21	20	0,96	38	8
19	2,1	0,5	26	0,8	8	3,5	0,98	39	8
20	2,1	0,5	24	0,9	27	5	0,96	40	8
21	1,7	0,8	31	0,95	19	40	0,9	31	14
22	1,7	0,8	28	0,98	20	36	0,9	32	15
23	1,7	0,8	26	0,8	17	24	0,96	33	16
24	1,7	0,8	24	0,9	26	32	0,9	34	17
25	2,1	0,5	31	0,98	24	31	0,98	35	18
26	2,1	0,5	28	0,8	9	36	0,96	36	19
27	2,1	0,5	26	0,9	16	4	0,9	37	20
28	2,1	0,5	24	0,95	15	54	0,8	38	21
29	1,7	0,8	31	0,98	14	32	0,9	39	22
30	1,7	0,8	28	0,8	18	48	0,96	40	23
31	1,7	0,8	26	0,9	16	64	0,98	41	24

Ә қосымшасы

Ә.1 кестесі- $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ функциясының мәндер кестесі

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0498	0488	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0416	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0123	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046

3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Б қосымшасы

Б.1 кестесі- $\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$ функциясының мәндер кестесі

x	$\phi(x)$	x	$\phi(x)$	x	$\phi(x)$	x	$\phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0.65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		
1,26	0,3965	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953

1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	04767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

В қосымшасы

В.1 кестесі- $t_\gamma = t(\gamma, n)$ мәндер кестесі

γ / n	0,95	0,99	0,999	γ / n	0,95	0,99	0,099
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,7250	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,6662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,439	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Г қосымшасы

Г.1 кестесі- $q = q(\gamma, n)$ мәндер кестесі

γ / n	0,95	0,99	0,999	γ / n	0,95	0,99	0,099
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162